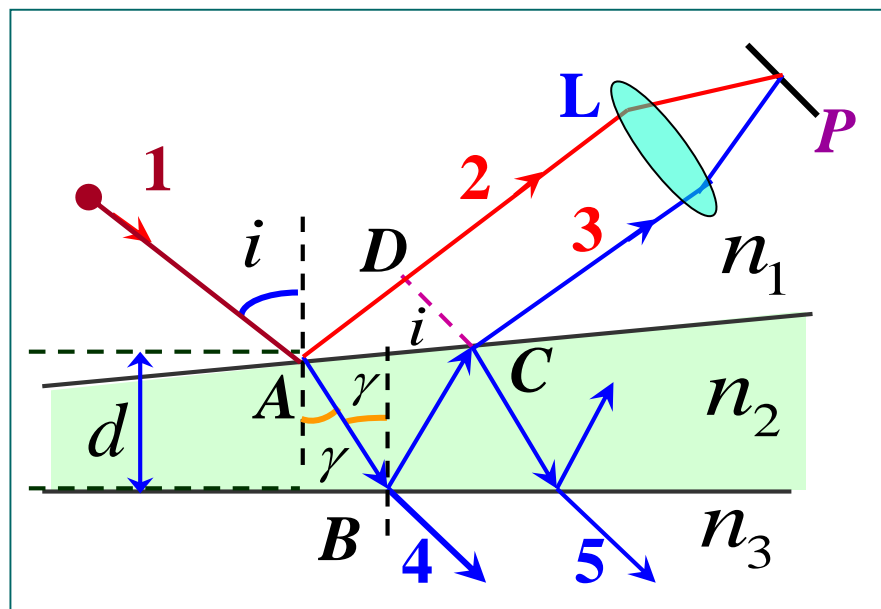


二、薄膜干涉-----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

反射光2与3的光程差:

$$\Delta_r = L_3 - L_2$$

$$\Delta_r = [n_2(AB + BC) + n_1 CP] - n_1(AD + DP)$$

$$AB = BC, \quad CP = DP$$

$$\Delta_r = 2n_2 AB - n_1 AD$$

由几何关系
和折射定律
可得:

$$AB = \frac{d}{\cos \gamma}$$

$$AD = AC \sin i$$

$$AC = 2d \cdot \tan \gamma$$

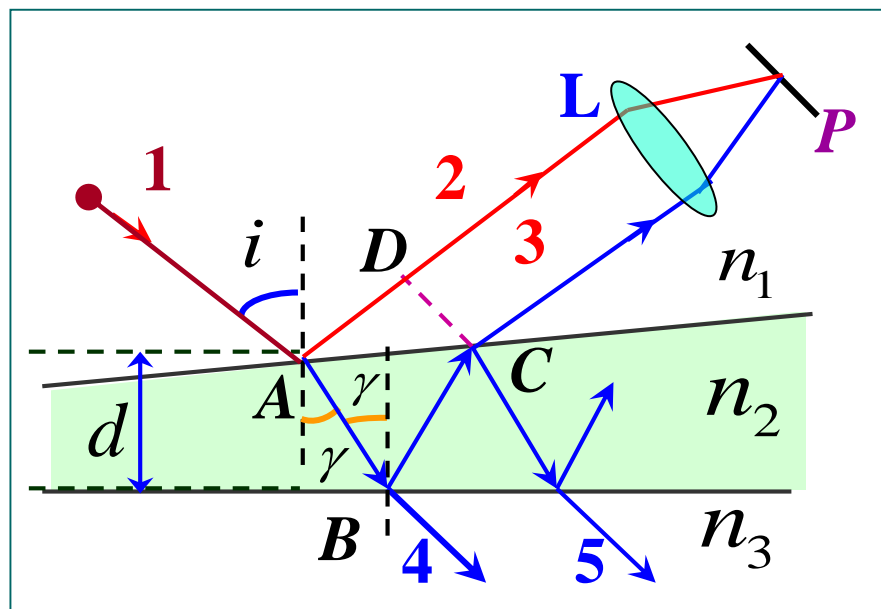
$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \Delta_r = 2n_2 d \left(\frac{1}{\cos \gamma} - \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma} \right) = 2n_2 d \cos \gamma$$

考虑到半波损失, 会引起附加光程差 Δ_0 :

$$\Delta_r = 2n_2 d \cos \gamma + \Delta_0$$

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

$$\Delta_r = 2n_2 d \cos \gamma + \Delta_0$$

$$= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

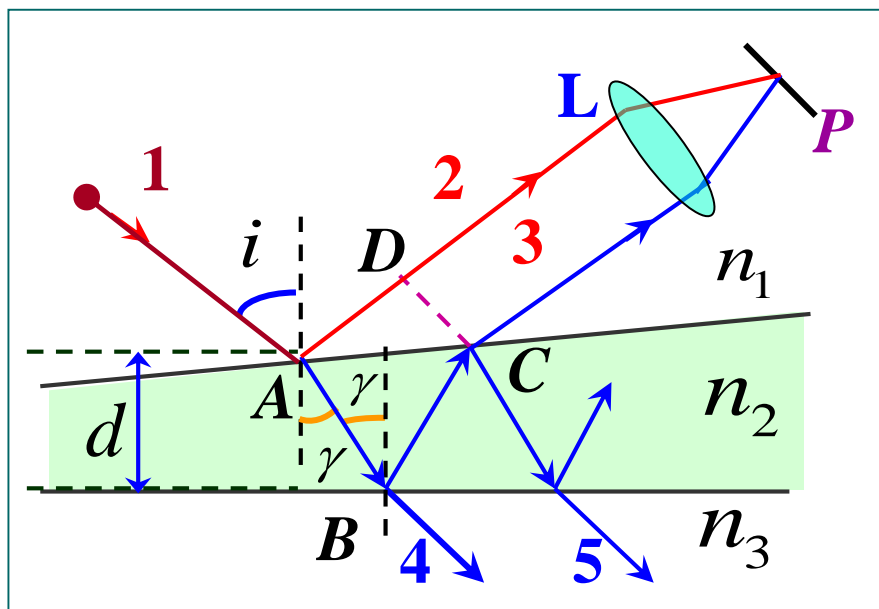
1) 干涉加强 (明纹中心):

$$\Delta_r = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

2) 干涉减弱 (暗纹中心):

$$\Delta_r = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

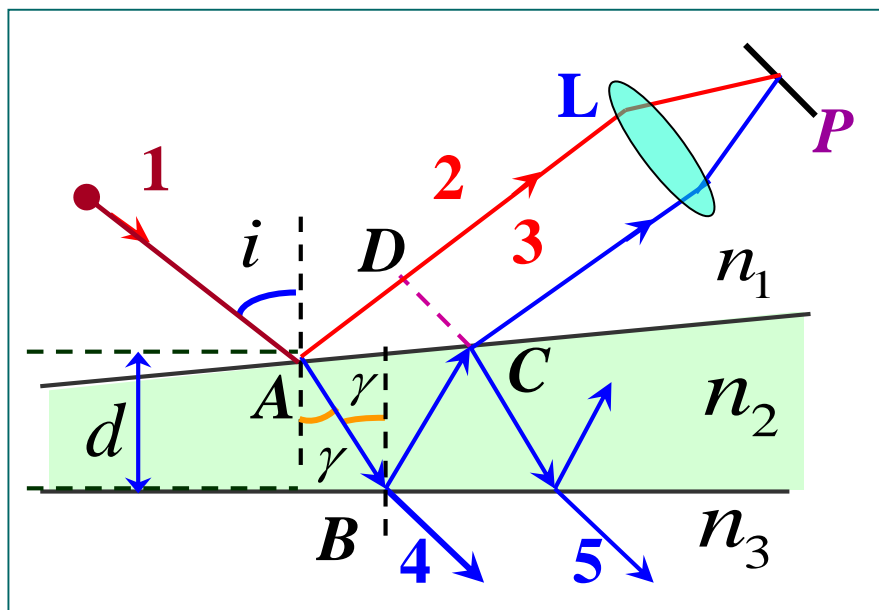
$$\begin{aligned}\Delta_r &= 2n_2d \cos \gamma + \Delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

注意：

透射光和反射光干涉具有互补性，
符合能量守恒定律。

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



2、透射光的光程差

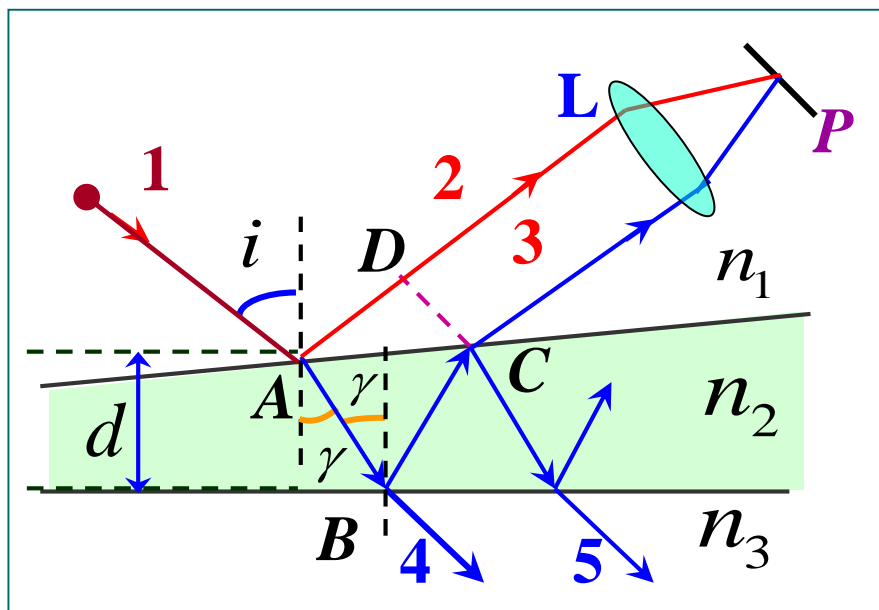
$$\begin{aligned}\Delta_t &= 2n_2d \cos \gamma + \Delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

注意：透射光和反射光干涉具有互补性，符合能量守恒定律。
 如反射光干涉加强，透射光即为干涉减弱；
 如反射光干涉减弱，透射光即为干涉加强；

透射光干涉情况，可以利用反射光干涉来讨论

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

$$\begin{aligned}\Delta_r &= 2n_2d \cos \gamma + \Delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

光程差相等的各点，在同一条(同一级)干涉条纹上

等倾干涉：当薄膜厚度均匀，条纹级次(光程差)取决于入射角；
特点：倾角(入射角)相同的光线对应同一条(级)干涉条纹。

等厚干涉：当入射角确定，条纹级次(光程差)取决于薄膜厚度；
特点：薄膜上**厚度相同的点**在**同一条(同一级)干涉条纹**上。

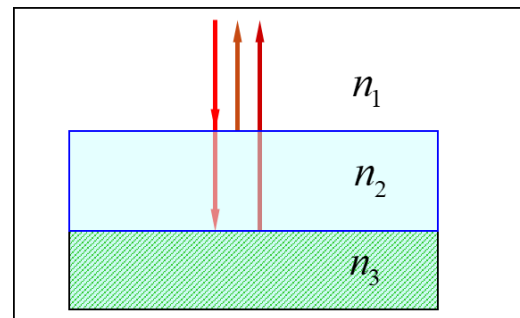
二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)

◆ 当光线垂直入射时:

$$i = \gamma = 0^\circ$$

➤ 反射光的光程差

$$\begin{aligned}\Delta_r &= 2n_2d \cos \gamma + \delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$



$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\Delta_r = 2n_2d + \Delta_0$$

(等厚干涉)

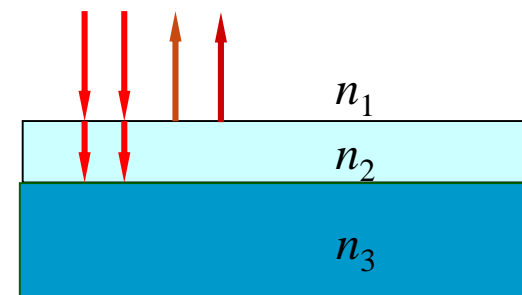
$$= \begin{cases} \text{明纹: } 2k \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots, \\ \text{暗纹: } (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases}$$

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)

1) 增透膜 ($n_1 < n_2 < n_3$)

光学镜头为减少反射光，通常要镀增透膜。

增透膜是使膜上下两表面的反射光满足干涉减弱条件来减少反射光，从而使透射光增强。



二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)

1) 增透膜 ($n_1 < n_2 < n_3$)

例 5: 为增强照相机镜头的透射光, 在镜头 ($n_3=1.50$) 上镀一层 MgF_2 薄膜 ($n_2=1.33$), 使对人眼和感光底片最敏感的黄绿光 $\lambda = 550 \text{ nm}$ 反射相消, 增强其透射, 假设光垂直照入射镜头, 求: MgF_2 薄膜的最小厚度。

解: 透射光干涉加强, 即: 反射光干涉减弱

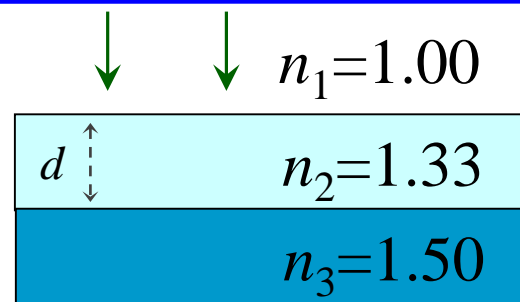
反射光干涉减弱 (相消) 条件:

$$\Delta_r = 2n_2d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$d = (2k+1)\frac{\lambda}{4n_2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

薄膜的最小厚度 ($k=0$) 为:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 1.034 \times 10^{-7} \text{ m}$$



二、薄膜干涉----反射光的光程差（重点）

2) 增反膜

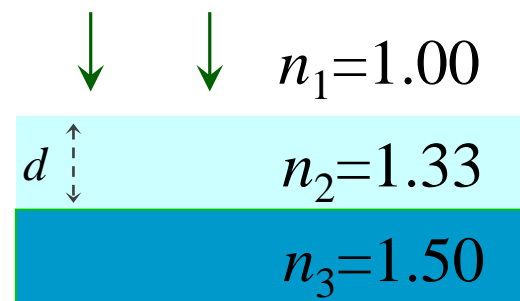
减少透光量，增加反射光，使膜上下两表面的反射光满足干涉加强条件。

例 6: 在镜头 ($n_3=1.50$) 上镀一层 MgF_2 薄膜 ($n_2=1.33$)，厚度均匀，今以黄绿光 $\lambda = 550 \text{ nm}$ 单色光垂直入射，使反射光加强，**求：** MgF_2 薄膜的最小厚度。

解： 反射光干涉加强条件：

$$\Delta_r = 2n_2d = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = \cancel{0}, 1, 2, \dots$$

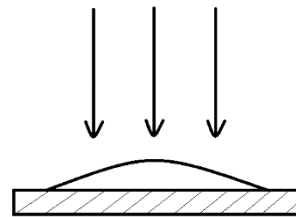
$$d = k \frac{\lambda}{2n_2}, \quad k = 1, 2, \dots$$



薄膜的最小厚度 ($k=1$) 为:
$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2n_2} = 2.068 \times 10^{-7} \text{ m}$$

例 7: 折射率 $n_2=1.2$ 的油滴落在折射率 $n_3=1.5$ 平板玻璃上，形成一球冠型薄膜。
 测得油膜中心最高处高度 $d_m=1.1\mu\text{m}$ ，用波长 $\lambda=600\text{nm}$ 的单色光垂直照射，
 从油膜上方观察反射光干涉，

- 求:** 1) 油膜周边，是明环，还是暗环？
 2) 整个油膜可看到几个明环？
 3) 整个油膜可看到几个暗环？



解: 1) 反射光: $\Delta_r = 2n_2d + \Delta_0 = 2n_2d$ $n_1 < n_2 < n_3, \Delta_0 = 0$

油膜周边: $d = 0, \Delta_r = 0$, 明环

2) 明环: $\Delta_r = 2n_2d = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots,$

$0 \leq d \leq d_m, \Rightarrow 0 \leq k \leq \frac{2n_2d_m}{\lambda} = 4.4, k = 0, 1, 2, 3, 4,$ 5个明环

3) 暗环: $\Delta_r = 2n_2d = (2k+1) \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots,$

$0 \leq d \leq d_m, \Rightarrow -0.5 < k \leq \frac{1}{2} \left(\frac{4n_2d_m}{\lambda} - 1 \right) = 3.9, k = 0, 1, 2, 3,$ 4个暗环

例 8: 一油轮漏出的油(折射率 $n_2=1.20$)污染了某海域, 在海水($n_3=1.30$)表面形成一层薄薄的油膜, 油膜厚度为460nm,

求: 1) 如果太阳正位于海域上空, 一直升飞机的驾驶员从机上向下观察, 他正对着油膜, 则他将观察到油膜呈现什么颜色?

2) 如果一潜水员潜入水下, 正对此油膜, 又将看到油膜呈什么颜色?

解: 1) 反射光: $\Delta_r = 2n_2d + \Delta_0 = 2n_2d$

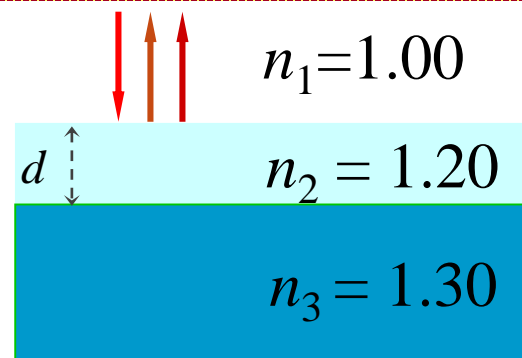
干涉加强 (明): $\Delta_r = 2k \frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots$

$$\lambda = \frac{2n_2d}{k} = \frac{1104\text{nm}}{k}, k = 1, 2, \dots$$

$k = 1, \quad \lambda = 1104\text{nm} \times \text{X} \quad \text{看不见}$

$k = 2, \quad \lambda = 552\text{nm} \checkmark \quad \boxed{\text{绿色}}$

$k = 3, \quad \lambda = 368\text{nm} \times \text{X} \quad \text{看不见}$



可见光的范围, 真空中:

$\lambda: 400 \sim 760\text{nm}$

例 8: 一油轮漏出的油(折射率 $n_2=1.20$)污染了某海域, 在海水($n_3=1.30$)表面形成一层薄薄的油膜, 油膜厚度为460nm,

求: 1) 如果太阳正位于海域上空, 一直升飞机的驾驶员从机上向下观察, 他正对着的油膜, 则他将观察到油膜呈现什么颜色?

2) 如果一潜水员潜入水下, 正对此油膜, 又将看到油膜呈什么颜色?

解: 2) 反射光: $\Delta_r = 2n_2d + \Delta_0 = 2n_2d$

反射光干涉减弱:
(透射光干涉加强) $\Delta_r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k=0,1,\dots$

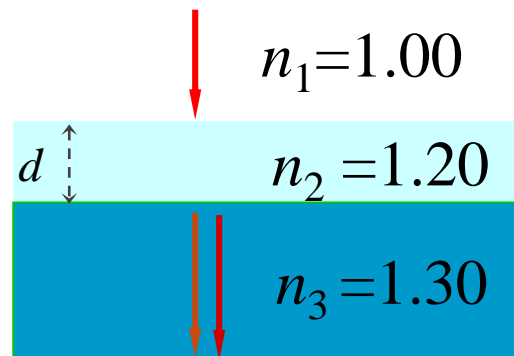
$$\lambda = \frac{4n_2d}{2k+1} = \frac{2208\text{nm}}{2k+1}, k=0,1,2,\dots$$

$k=0, \quad \lambda=2208\text{nm} \quad \times \quad \text{看不见}$

$k=1, \quad \lambda=736\text{nm} \quad \checkmark \quad \boxed{\text{红色}}$

$k=2, \quad \lambda=442\text{nm} \quad \checkmark \quad \boxed{\text{紫色}}$

$k=3, \quad \lambda=315\text{nm} \quad \times \quad \text{看不见}$



可见光的范围, 真空中:

$\lambda: 400 \sim 760\text{nm}$

三、薄透镜的等光程性（定性）

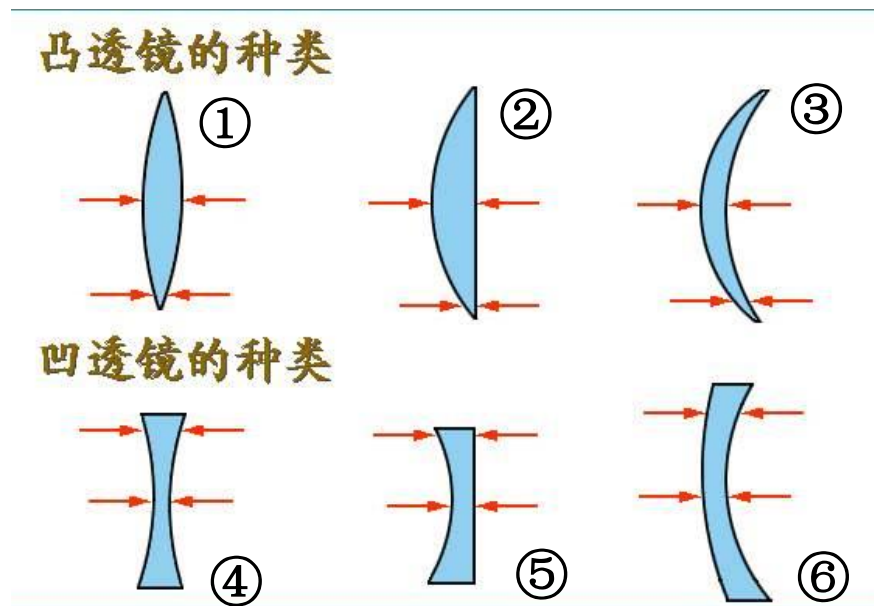
透镜——将玻璃、水晶等磨成两面为球面（或一面为平面）的透明物体。

薄透镜：透镜厚度远小于两球面的曲率半径。

或 两个侧面的中心靠得很近的透镜。

凸透镜：中间厚、边缘薄的透镜。

凹透镜：中间薄、边缘厚的透镜。



三、薄透镜的等光程性

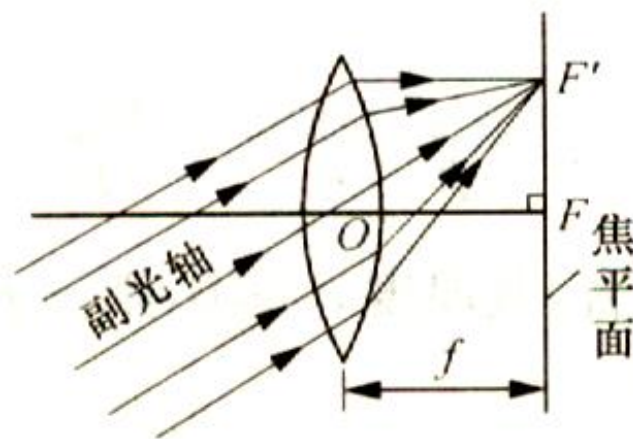
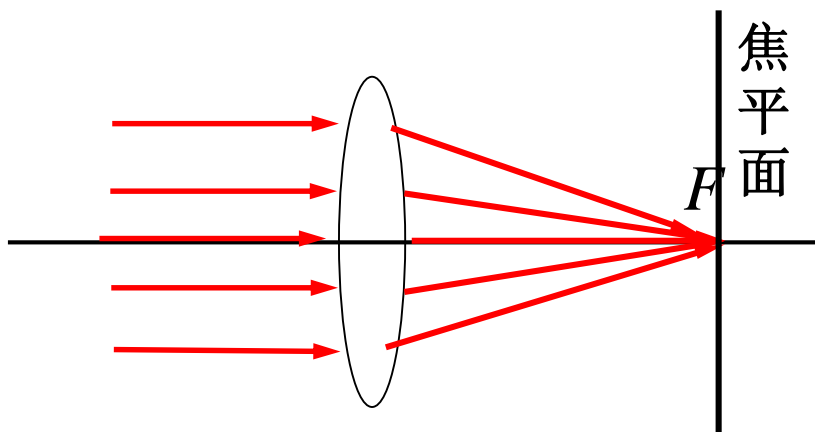
主光轴——透镜两球面的中心 C_1 和 C_2 的连线。

副光轴——所有通过光心的直线。

——通过该点的光线其方向不变。

焦点——平行主光轴的光线经透镜后所汇聚的点 F 。

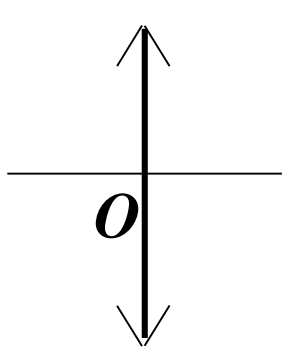
焦平面——过焦点，且垂直于主光轴的平面。



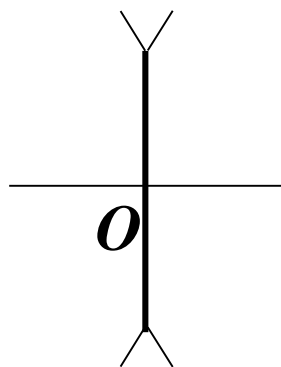
三、薄透镜的等光程性

薄透镜成像作图法的三条特殊光线：

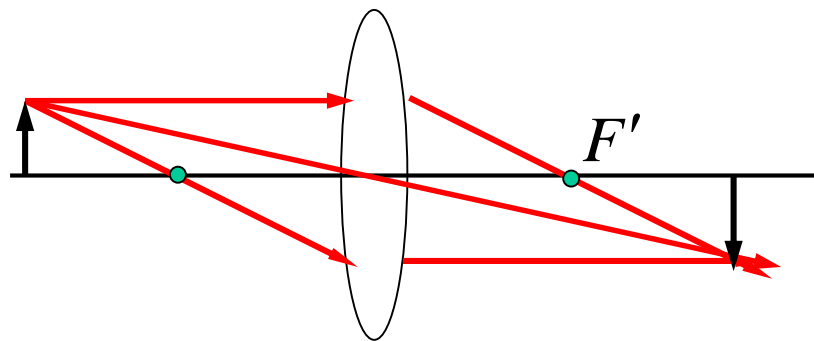
- (1) 平行与主光轴的入射光，其出射光通过像方焦 F' 点。
- (2) 通过物方焦点 F 的入光线，其出射光平行于主光轴。
- (3) 通过光心的入射光线，按原方向传播不发生偏折。



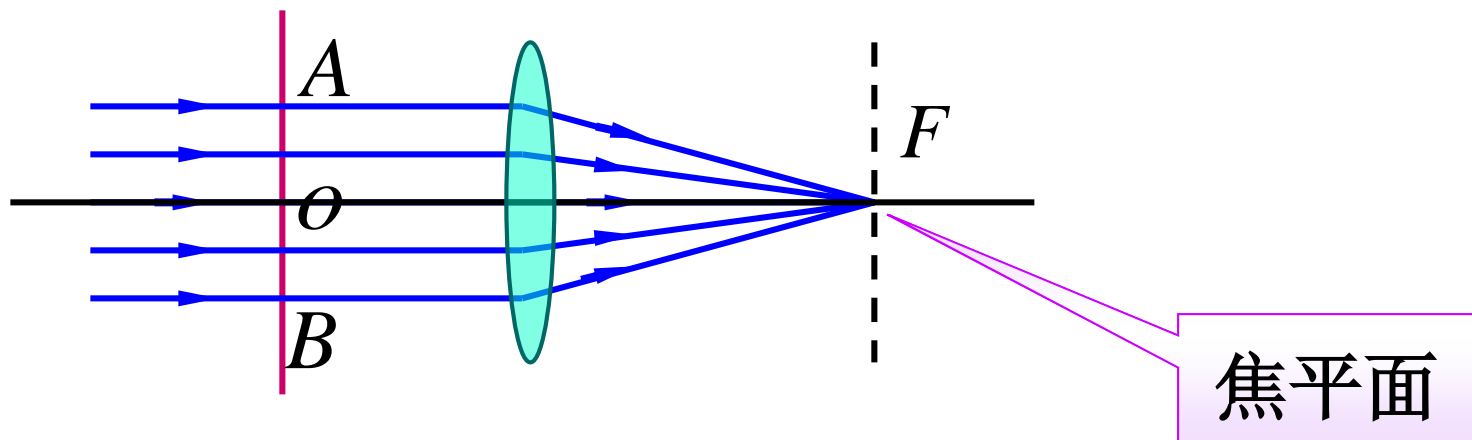
(a) 凸透镜



(b) 凹透镜



三、薄透镜的等光程性

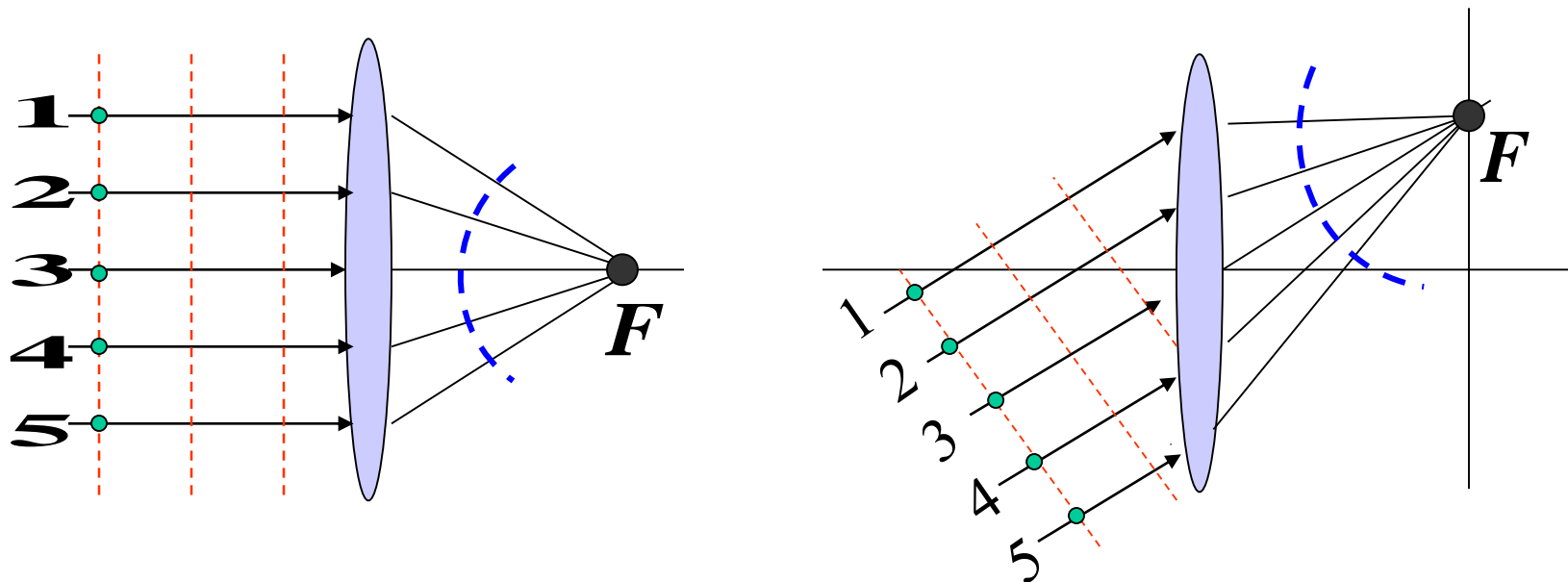


A 、 O 、 B 各点到 F 点的光程都相等，
在 F 点会聚，互相加强。

AF 比 OF 经过的几何路程长，但 OF 在透镜中经过的路程比 AF 长，透镜折射率大于1，折算成光程， AF 的光程与 OF 的光程相等。

使用薄透镜不会引起各相干光之间的附加光程差。

三、薄透镜的等光程性



结论：光路中的薄透镜只改变波的传播方向或波面的形状，不产生附加的光程差，计算光程差时可以不考虑光路中的透镜。



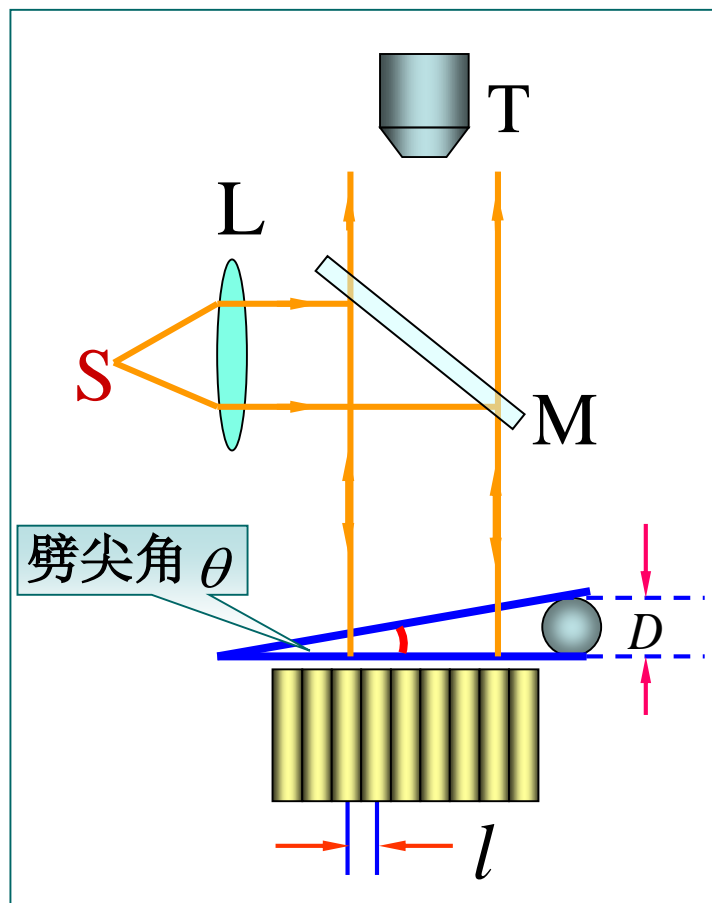
第十一章 光 学

11-4 劈尖、牛顿环、迈克耳孙干涉仪

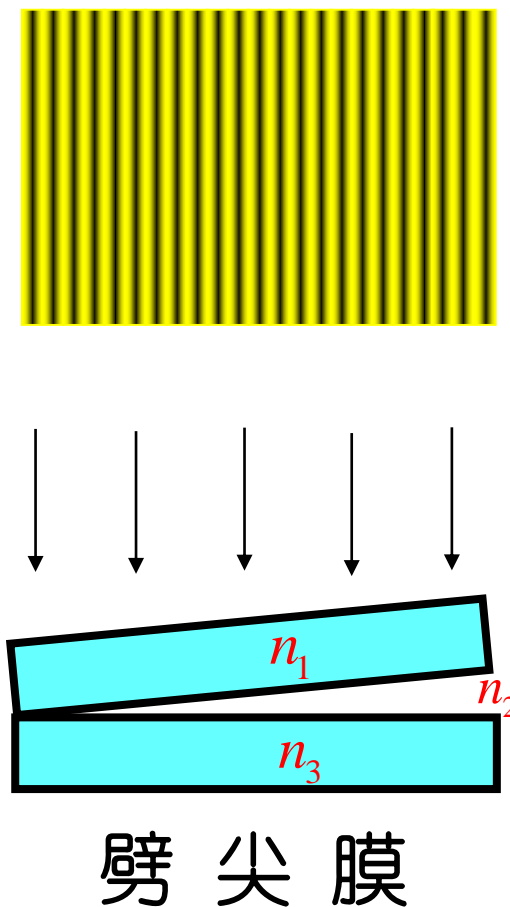
一、等厚干涉

1、劈尖膜

1) 劈尖膜



微小物件



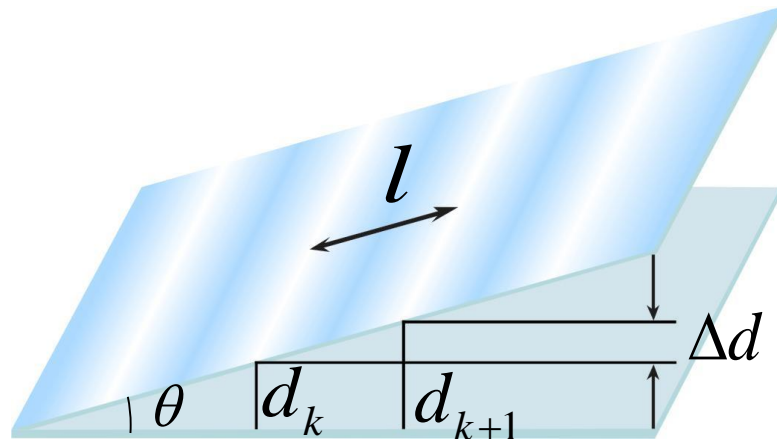
劈尖膜

一、等厚干涉

1、劈尖膜

1) 劈尖膜

以 $n_1 = n_3$ 、垂直入射，
观察反射光为例



$$n_1 < n_2 > n_3 \text{ 或 } n_1 > n_2 < n_3, \quad \Delta_0 = \frac{\lambda}{2}$$

明纹: $\Delta_r = 2n_2 d_k + \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, \dots$

暗纹: $\Delta_r = 2n_2 d_k + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, \dots$

相邻条纹间距 l 与所对应的膜厚度差 Δd 之间的关系:

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_2},$$

$$\Delta d = l \sin \theta = \frac{\lambda}{2n_2}$$

相邻条纹间距 l
与劈尖顶角 θ
之间的关系

例9: 折射率为1.60的两块标准平面玻璃板之间形成一个劈形膜(劈尖角 θ 很小). 用波长 $\lambda = 600\text{nm}$ 的单色光垂直入射, 产生等厚干涉条纹. 如在劈形膜内充满 $n=1.40$ 的液体时, 相邻明纹间距比劈形膜内是空气时的间距缩小 $\Delta l = 0.5\text{mm}$, 则劈尖角 θ 为多少?

解: 空气中: $l_1 \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$

液体中: $l_2 \sin \theta = \frac{\lambda}{2n}$

$$\Delta l = l_2 - l_1 \quad \Delta l \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{2\Delta l} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1.7 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

相邻条纹间距 l 与所对应的膜厚度差 Δd 之间的关系:

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_2},$$

$$\Delta d = l \sin \theta = \frac{\lambda}{2n_2}$$

相邻条纹间距 l
与劈尖顶角 θ
之间的关系

一、等厚干涉

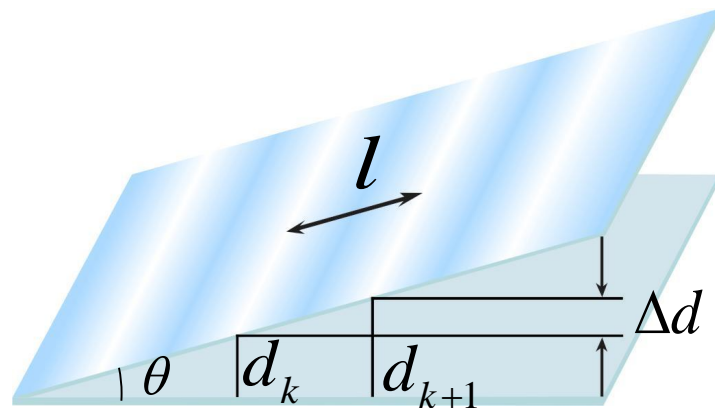
1、劈尖膜

1) 劈尖膜

以 $n_1 = n_3$ 、垂直入射，
观察反射光为例

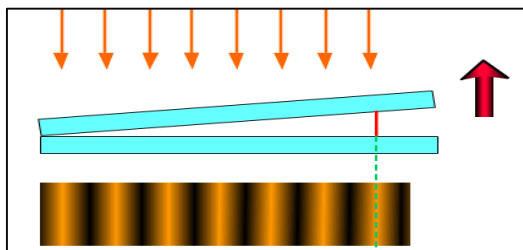
$$n_1 < n_2 > n_3 \text{ 或 } n_1 > n_2 < n_3, \quad \Delta_0 = \frac{\lambda}{2}$$

明纹: $\Delta_r = 2n_2 d_k + \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, \dots \quad \Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_2},$



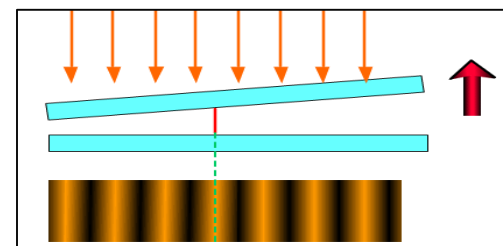
上玻璃片
上移

条纹向棱端
移动



上玻璃片
下移

条纹远离棱
端移动



移动一个条纹，上玻璃片移动距离: $\Delta d = \frac{\lambda}{2n_2},$

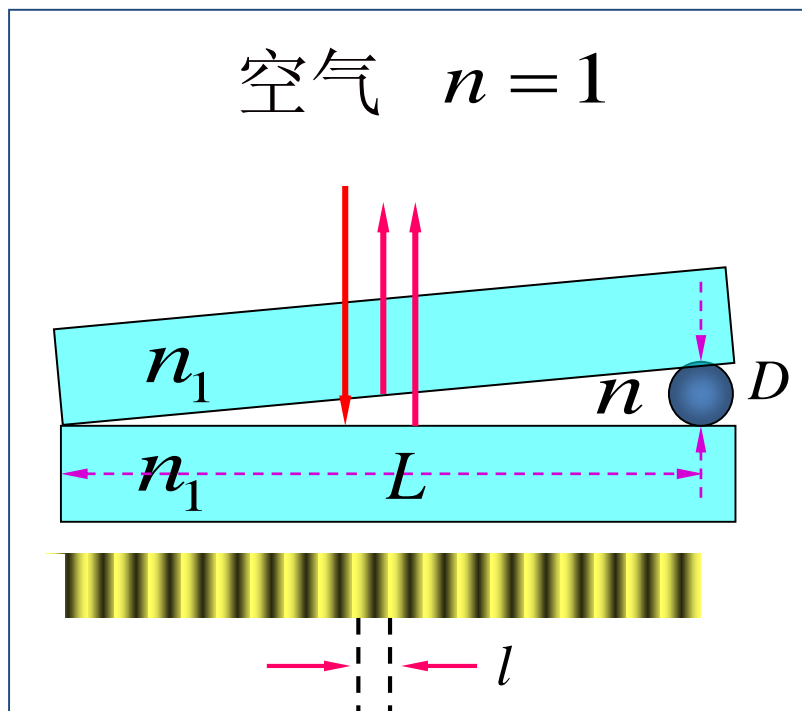
移动N个条纹，上玻璃片移动距离: $\Delta h = N \frac{\lambda}{2n_2}$

一、等厚干涉

1、劈尖膜

2) 劈尖膜的应用

(1) 测波长、劈尖顶角及细丝的直径



$$\theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{2nl}$$

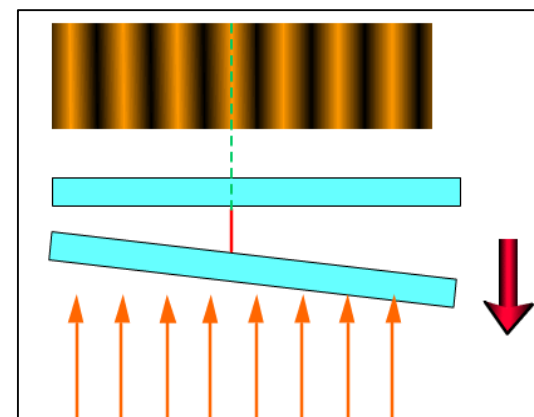
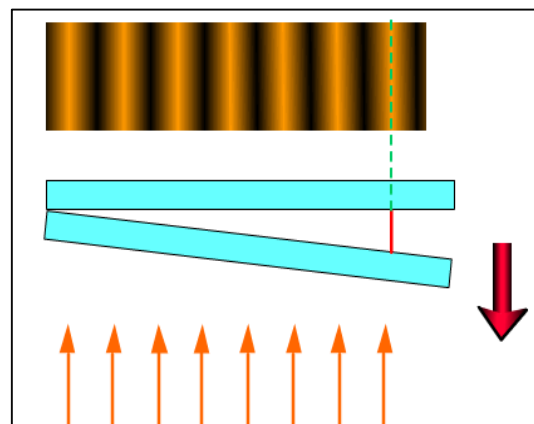
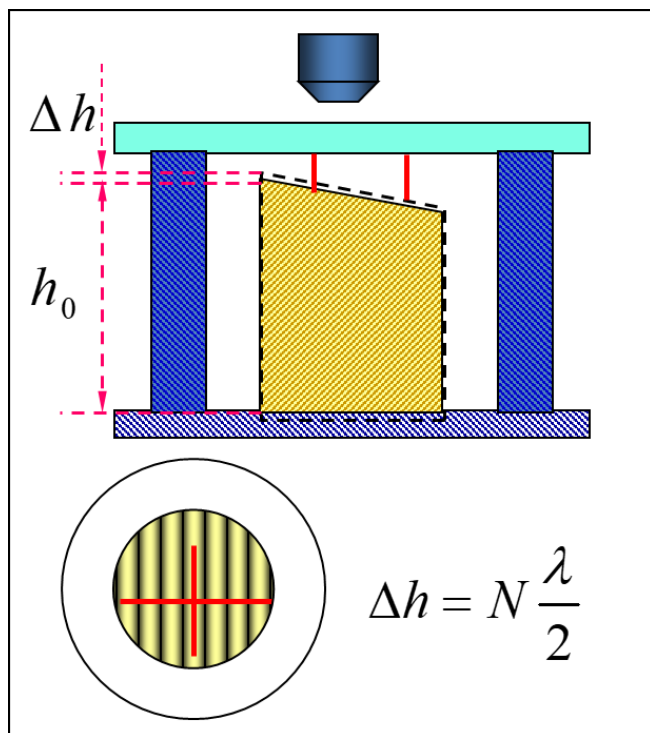
$$D = \frac{\lambda}{2n} \cdot \frac{L}{l}$$

一、等厚干涉

1、劈尖膜

2) 劈尖膜的应用

(2) 干涉膨胀仪

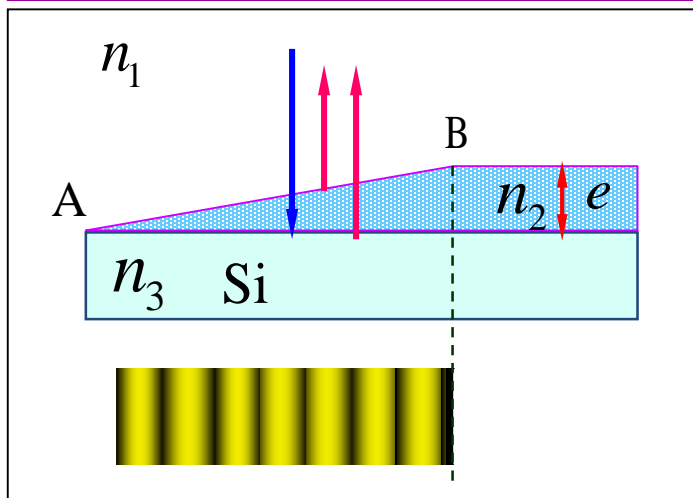


一、等厚干涉

1、劈尖膜

2) 劈尖膜的应用

(3) 测膜厚



例10: 用波长为**600nm**平行单色光垂直照射，观察反射光，在AB段共有8条暗纹，B处恰好是一条暗纹， $n_1=1.00$ ， $n_2=1.50$ ， $n_3=3.42$ ，求：薄膜厚度 e 。

解： 反射光： $n_1 < n_2 < n_3$ ， $\Delta_0 = 0$

$$\Delta_r = 2n_2d + \Delta_0 = 2n_2d$$

干涉减弱（暗）：

$$\Delta_r = 2n_2d_k = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

B处暗纹，7级： $k = 7$ ， $d_7 = d_B = e$

$$\Rightarrow 2n_2e = (2 \times 7 + 1)\frac{\lambda}{2} = \frac{15\lambda}{2}$$

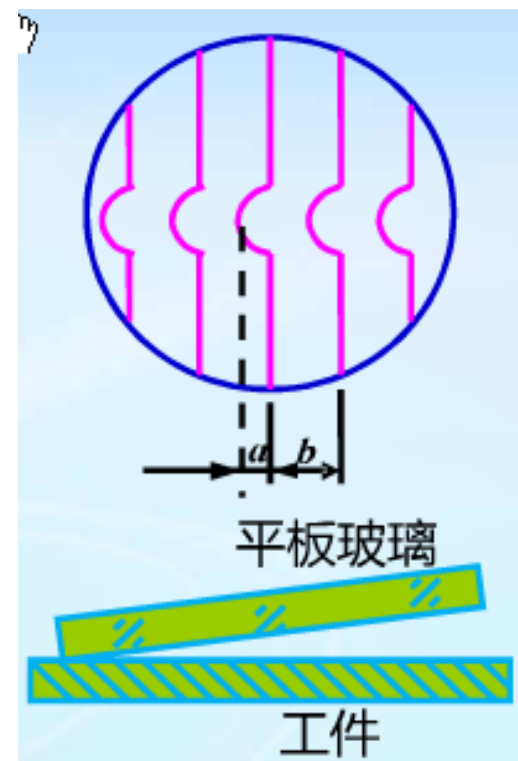
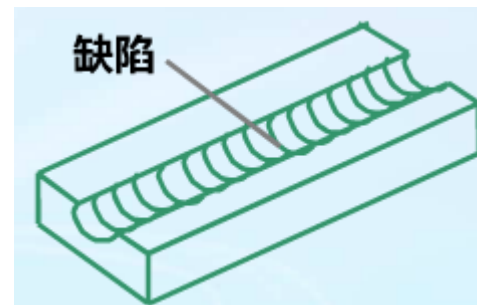
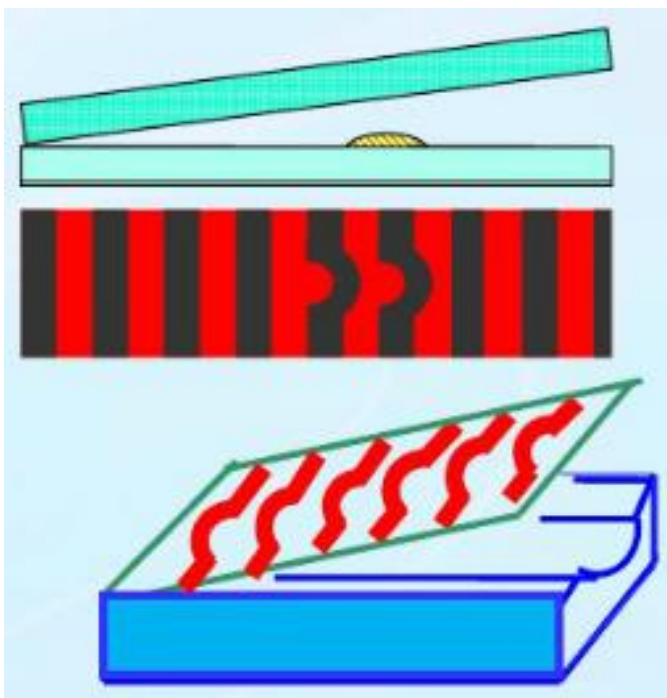
$$\Rightarrow e = \frac{15\lambda}{4n_2} = 1500\text{nm}$$

一、等厚干涉

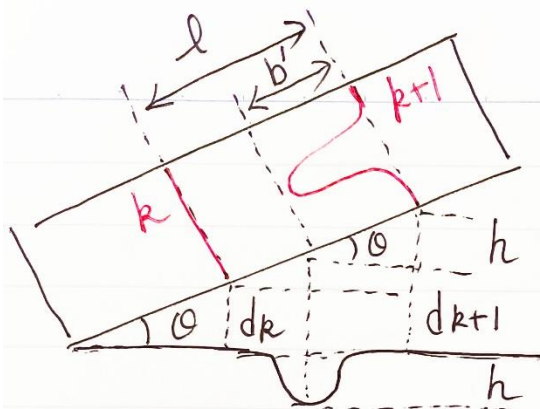
1、劈尖膜

2) 劈尖膜的应用

(4) 检验光学元件表面的平整度



一、等厚干涉



设：空气中

$$n_1 = n_3, n_2 = 1.0$$

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_2} = \frac{\lambda}{2}$$

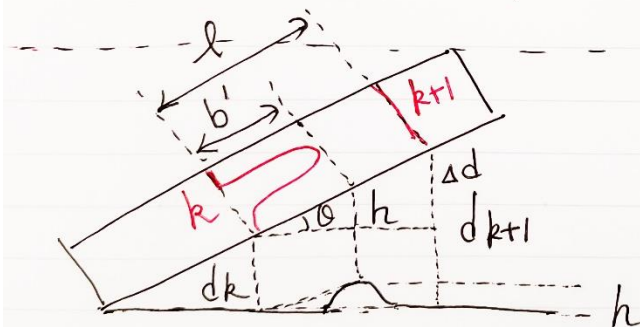
相邻条纹间距 l ：

$$l \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

最大深度 h ：

$$b' \sin \theta = h$$

$$\Rightarrow h = b' \cdot \frac{\lambda}{2l}$$



$$n_1 = n_3, n_2 = 1.0$$

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2}$$

$$l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2} \quad b' \sin \theta = h \quad \Rightarrow h = b' \cdot \frac{\lambda}{2l}$$

例 11: 一光学平板玻璃A与待测工件B之间形成空气劈尖，用波长 **500 nm** 的单色光垂直入射。看到的反射光的干涉条纹如图所示，有些条纹弯曲部分的顶点恰好与其右边条纹的直线部分相切，则工件的上表面缺陷是：

- (A) 不平处为凸起，最大高度为500 nm;
- ☒ (B) 不平处为凸起，最大高度为250 nm;
- (C) 不平处为凹槽，最大深度为500 nm;
- (D) 不平处为凹槽，最大深度为250 nm

