13-3 理想气体的等容过程和等压过程、摩尔热容
13-4 理想气体的等温过程和绝热过程、~~多方过程~~

热力学第一定律
对理想气体的准静态等值过程的应用

知识点：

1、重点掌握：(准静态）等容、等压、等温与绝热过程的功、热量、内能的计算；

2、了解：多方过程。

◆计算各等值过程的热量、功和内能的理论基础

（1）各等值过程的特性、过程方程

（2）理想气体状态方程、内能 （理想气体的共性）

$$pV = \nu RT, \qquad E = E(T) = \nu \frac{i}{2} RT$$

（3）热力学第一定律

解决过程中能量转换的问题

$$\begin{cases} \mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + p\mathrm{d}V \\ Q = \Delta E + W \end{cases}$$

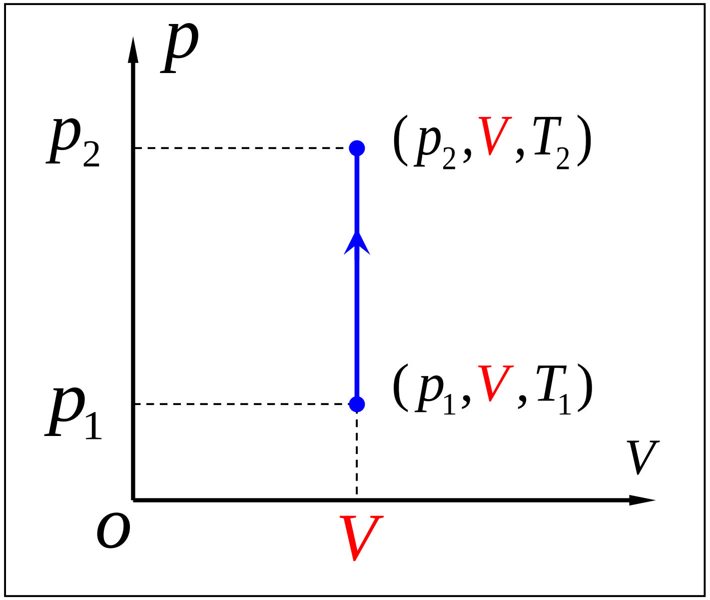
一、等体（等容）过程

1、功W、热量Q、内能增量 ΔE

特　　性：　$V=$常量

过程方程：　$\dfrac{p}{T}=$ 常量

$$\mathrm{d}V=0,\quad \mathrm{d}W=p\mathrm{d}V=0$$



热力学第一定律：

$$\mathrm{d}Q=\mathrm{d}E+\mathrm{d}W=\mathrm{d}E+0=\mathrm{d}E$$

$$pV=\nu RT$$

$$E=\nu\frac{i}{2}RT$$

$$Q=E_2-E_1=\nu\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{i}{2}V(p_2-p_1)$$

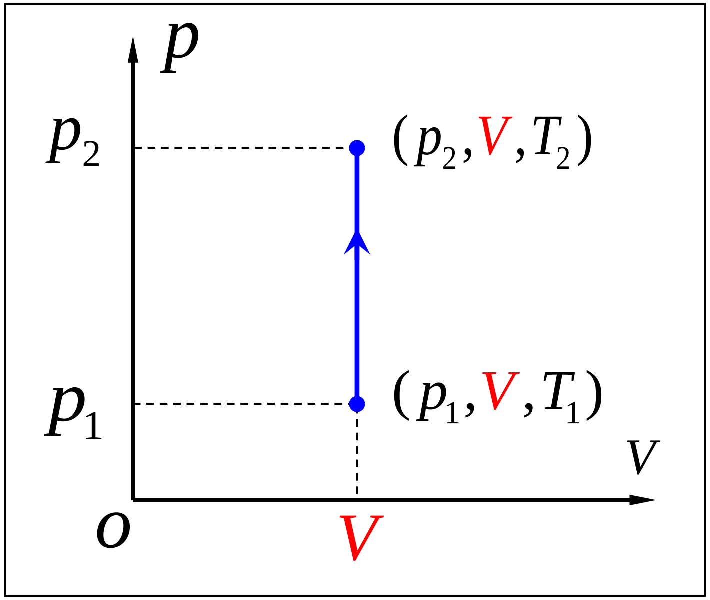
等体过程中，外界传给气体的热量全部用来增加气体的内能，系统对外不作功。

一、等体（等容）过程

2、理想气体的定体摩尔热容量

1mol 理想气体在等体过程中吸收的热量 $\mathrm{d}Q$，使温度升高 $\mathrm{d}T$，其定体摩尔热容为:

$$C_V = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}, \qquad \mathrm{d}Q = C_V \mathrm{d}T$$



热力学第一定律:

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + \mathrm{d}W = \mathrm{d}E + 0 = \frac{i}{2}R\mathrm{d}T$$

$$pV = \nu RT$$

$$E = \nu\frac{i}{2}RT$$

$$\boxed{\Rightarrow C_V = \frac{i}{2}R}$$

ν mol:　$\mathrm{d}Q = \nu C_V \mathrm{d}T$,　$Q = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu\frac{i}{2}R(T_2 - T_1)$

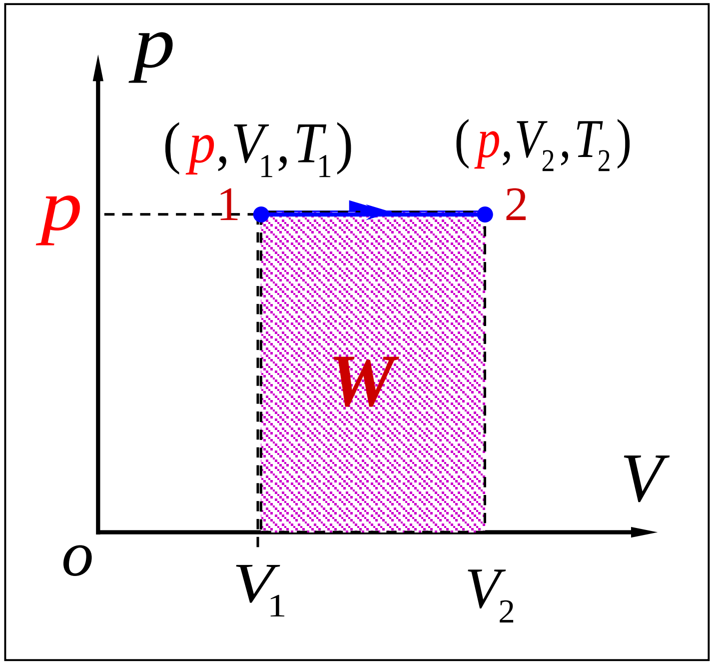
二、等压过程

1、功W、热量Q、内能增量ΔE

特　　性：　$p=$常量

过程方程：　$\dfrac{V}{T}=$常量

$$\mathrm{d}W = p\mathrm{d}V,\quad W = p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$$



$$\Delta E = E_2 - E_1 = \nu\frac{i}{2}R(T_2 - T_1)$$

$$= \frac{i}{2}p(V_2 - V_1)$$

$$pV = \nu RT$$

$$E = \nu\frac{i}{2}RT$$

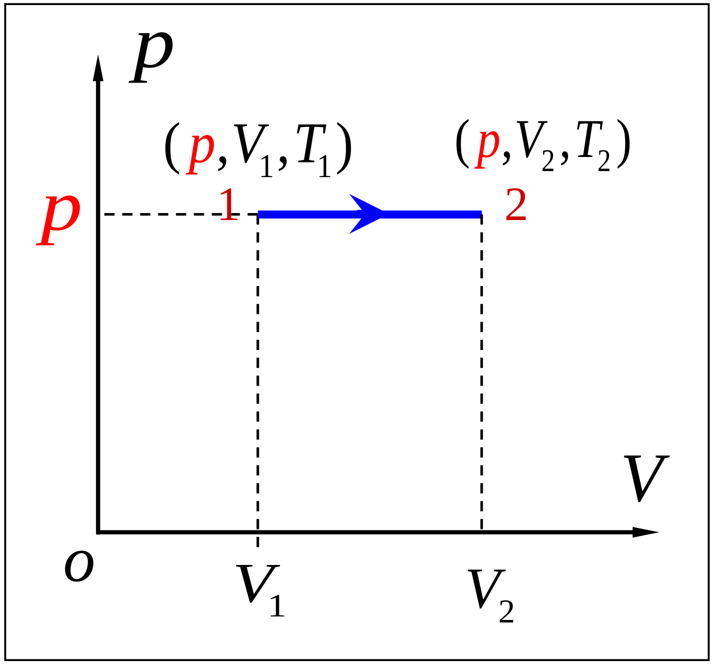
热力学第一定律：$Q = \Delta E + W = (\dfrac{i}{2}+1)p(V_2 - V_1) = \nu(\dfrac{i}{2}+1)R(T_2 - T_1)$

二、等压过程

2、理想气体的定压摩尔热容量

1mol 理想气体在等压过程中吸收的热量dQ，使温度升高 dT，其定体摩尔热容为:

$$C_p = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}, \qquad \mathrm{d}Q = C_p \mathrm{d}T$$



$$pV = \nu RT, \quad E = \nu \frac{i}{2} RT$$

热力学第一定律:

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + \mathrm{d}W \Rightarrow C_p \mathrm{d}T = \frac{i}{2} R\mathrm{d}T + p\mathrm{d}V$$

$$pV = RT \Rightarrow p\mathrm{d}V = R\mathrm{d}T$$

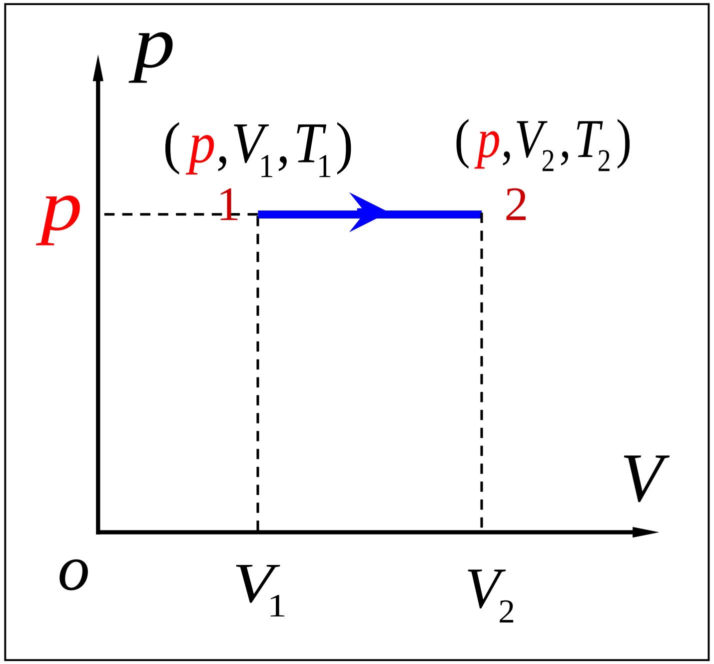
$$\Rightarrow C_p \mathrm{d}T = \frac{i}{2} R\mathrm{d}T + R\mathrm{d}T \quad \boxed{\Rightarrow C_p = \frac{i}{2} R + R = C_V + R}$$

迈耶公式

二、等压过程

2、理想气体的定压摩尔热容量

$$\boxed{C_p = \frac{i}{2}R + R = C_V + R}$$



ν mol： $\mathrm{d}Q = \nu C_p \mathrm{d}T$,

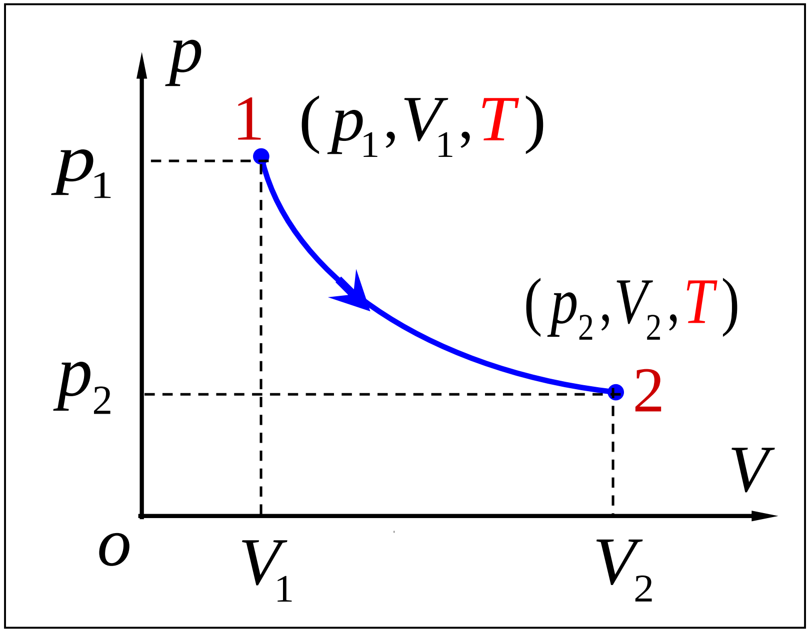
$$Q = \nu \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = \nu C_p (T_2 - T_1)$$

$pV = \nu RT$, $E = \nu \frac{i}{2} RT$

$$= \nu (\frac{i}{2} R + R)(T_2 - T_1)$$

$$= \nu (\frac{i}{2} + 1) R (T_2 - T_1) = (\frac{i}{2} + 1) p (V_2 - V_1)$$

三、等温过程



特　　性：$T=$ 常量

过程方程：$pV=$ 常量

$$\mathrm{d}E=0$$

$$pV=\nu RT$$

$$E=\nu\frac{i}{2}RT$$

热力学第一定律：

$$\mathrm{d}Q=\mathrm{d}E+\mathrm{d}W=\mathrm{d}W=p\mathrm{d}V$$

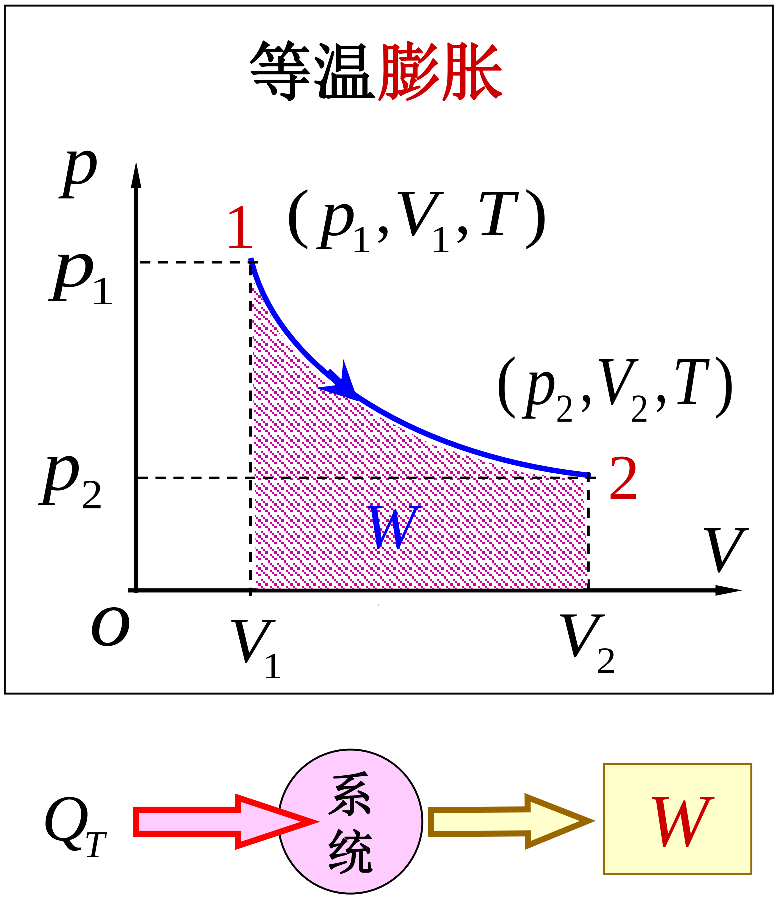
$$Q=W=\int_{V_1}^{V_2}p\mathrm{d}V=\nu RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{1}{V}\mathrm{d}V$$

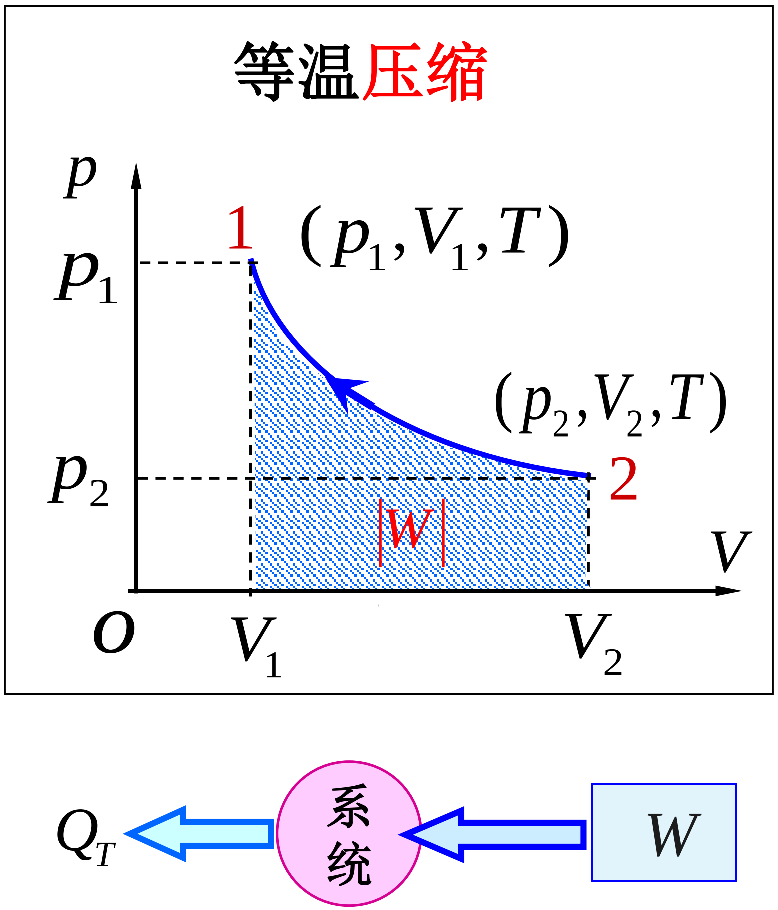
$$=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\boxed{Q=W=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\nu RT\ln\frac{p_1}{p_2}}$$

三、等温过程

$$Q = W = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$





四、(准静态)绝热过程

1、过程特点：　$dQ = 0$，　或：　$Q = 0$

2、过程方程(绝热方程)

$$\begin{cases} pV^{\gamma} = 常数_1 \\ TV^{\gamma-1} = 常数_2 \\ p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = 常数_3 \end{cases}$$

——泊松公式

比热容比：　$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$

四、(准静态)绝热过程

➤绝热线与等温线

绝热过程方程

$$PV^{\gamma}=常数=P_aV_a^{\gamma}$$

绝热线的斜率

$$k_Q=(\frac{dP}{dV})_Q$$

$$=-\gamma\frac{P_a}{V_a}$$

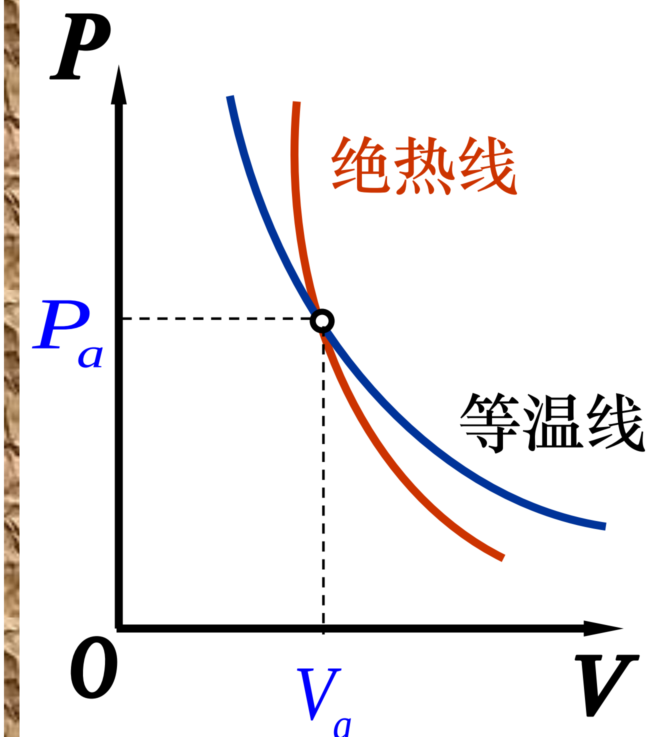
等温过程方程

$$PV=常数=P_aV_a$$

等温线的斜率

$$k_T=(\frac{dP}{dV})_T$$

$$=-\frac{P_a}{V_a}$$



$$\gamma=\frac{C_P}{C_V}>1,\qquad |k_Q|>|k_T|,$$

绝热线较陡

四、(准静态)绝热过程

3、功W、热量Q、内能增量ΔE

$$Q=\Delta E+W$$

$$Q=0$$

$$\Delta E=E_2-E_1=\nu C_V(T_2-T_1)=\nu\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{i}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$$

$$W=-\Delta E=-\nu C_V(T_2-T_1)=-\nu\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{i}{2}(P_1V_1-P_2V_2)$$

另，功W可直接计算

$$W=\int_{V_1}^{V_2}pdV=\int_{V_1}^{V_2}\left(\frac{p_1V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}}\right)dV=\frac{p_1V_1^{\gamma}}{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}}-\frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right)=\frac{p_1V_1-p_2V_2}{\gamma-1}$$

$$=\frac{C_V}{R}(p_1V_1-p_2V_2)=\frac{i}{2}(p_1V_1-p_2V_2)$$

例 4: 3 mol温度为 T_0 =273 K 的理想气体，先经等温过程，体积膨胀到原来的5倍，然后等体加热，使其末态的压强刚好等于初始压强，整个过程传给气体的热量为 $Q = 8\times10^4$ J，

求: 此种气体的定体摩尔热容 C_V 值？ (活页册25、10题)

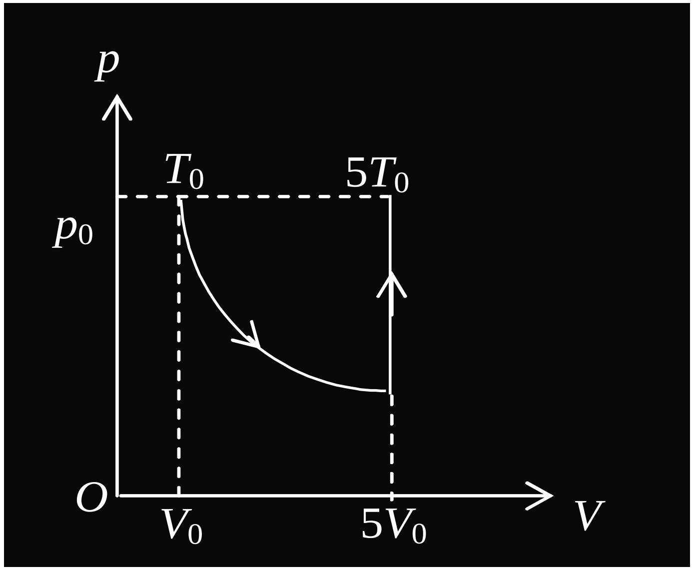
解: 初态参量：p_0、V_0、T_0

末态参量：p_0、$5V_0$、$T=5T_0$

等温过程： $\Delta E = 0,$

$$Q_T = W_T = \nu RT_0 \ln\frac{V_2}{V_1} = 3RT_0 \ln 5 = 1.1\times10^4 \text{ J}$$

等体过程：$Q_V = \nu C_V \Delta T = 3C_V \cdot 4T_0 = 3.28\times10^3 C_V$



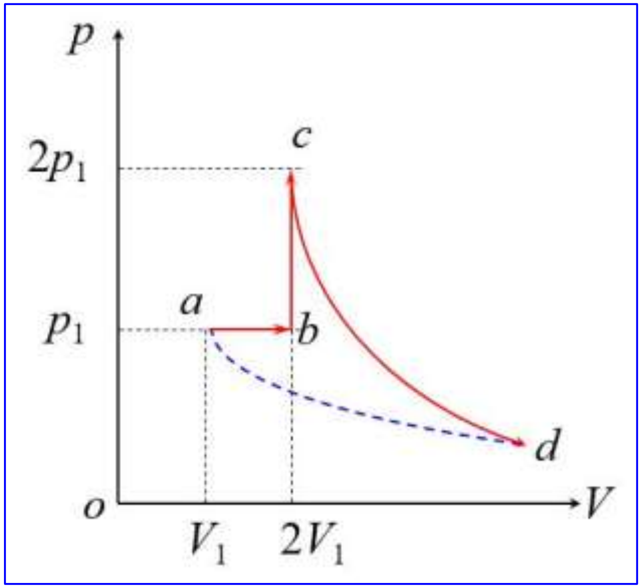
整个过程： $pV = \nu RT,$

$$Q = Q_T + Q_V \Rightarrow Q_V = Q - Q_T \Rightarrow C_V = \frac{Q-Q_T}{3.28\times10^3} = \frac{8\times10^4 - 1.1\times10^4}{3.28\times10^3} = 21.0 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

(分子自由度 i = ? γ =?)

例 5： 1 mol单原子理想气体，由状态a (p_1，V_1)先等压加热至体积增大一倍到达状态b，再等容加热至压强增大一倍到达状态c，最后再经绝热膨胀，使其温度降至初始温度到达状态d。

求： 1）状态d 的V_d；2）整个过程的功；3）整个过程与外界交换的热量。



解： 1）$T_a=T_d$

状态c：$T_c=?$

$$pV=\nu RT \Rightarrow T_a=\frac{p_1V_1}{R}, \qquad T_c=\frac{4p_1V_1}{R}$$

$$T_c=4T_a$$

再根据绝热方程： $TV^{\gamma-1}=$常数

$$T_cV_c^{\gamma-1}=T_dV_d^{\gamma-1}$$

$$V_d=\left(\frac{T_c}{T_d}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}V_c=4^{\frac{3}{2}}\times 2V_1=16V_1$$

例 5： 1 mol单原子理想气体，由状态a (p_1， V_1)先等压加热至体积增大一倍到达状态b，再等容加热至压强增大一倍到达状态c，最后再经绝热膨胀，使其温度降至初始温度到达状态d 。

求： 1）状态d 的V_d；2）整个过程的功；3）整个过程与外界交换的热量。

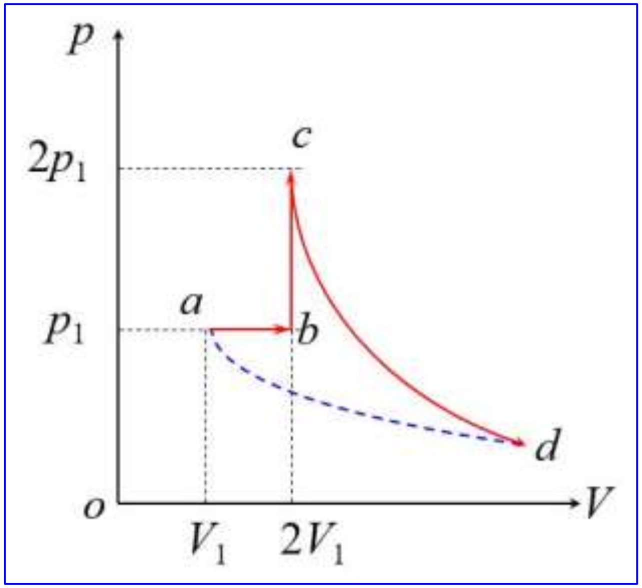
解： 2） $W_{abcd} = W_{ab} + W_{bc} + W_{cd}$

$$W_{ab} = p_1(2V_1 - V_1) = p_1V_1$$

$$W_{bc} = 0$$

$$W_{cd} = -\Delta E_{cd} = \frac{3}{2}R(T_c - T_d)$$

$$= \frac{3}{2}R(4T_a - T_a) = \frac{9}{2}RT_a = \frac{9}{2}p_1V_1$$

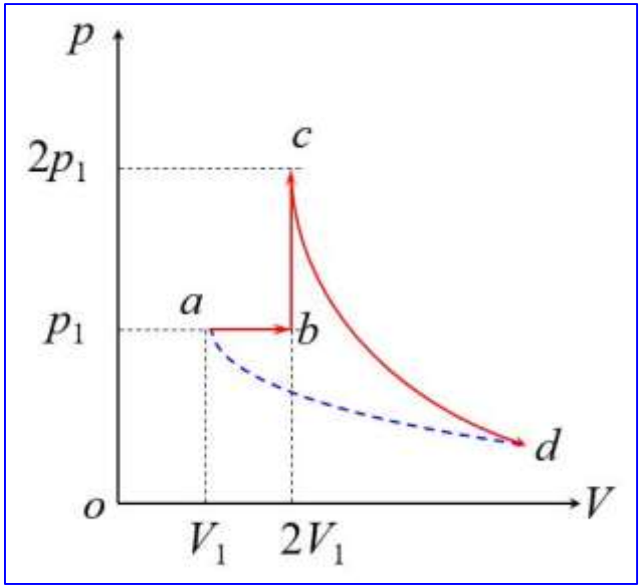


$$W_{abcd} = W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} = \frac{11}{2}p_1V_1$$

例 5： 1 mol单原子理想气体，由状态a (p_1, V_1)先等压加热至体积增大一倍到达状态b，再等容加热至压强增大一倍到达状态c，最后再经绝热膨胀，使其温度降至初始温度到达状态d。

求： 1）状态d 的V_d；2）整个过程的功；3）整个过程与外界交换的热量。

解： 3） $Q_{abcd} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd}$



$$Q_{ab} = \nu C_P (T_b - T_a) = \nu \frac{5}{2} R (T_b - T_a)$$

$$= \frac{5}{2}(p_b V_b - p_a V_a) = \frac{5}{2} p_1 V_1$$

$$Q_{bc} = \nu C_V (T_c - T_b) = \nu \frac{3}{2} R (T_c - T_b)$$

$$= \frac{3}{2}(p_c V_c - p_b V_b) = 3 p_1 V_1$$

$$Q_{cd} = 0, \qquad Q_{abcd} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} = \frac{11}{2} p_1 V_1$$

也可用第一定律，间接计算： $Q = \Delta E + W = 0 + W = \dfrac{11}{2} p_1 V_1$

13-5 循环过程、卡诺循环

知识点：重点掌握：

能够分析、计算循环效率和制冷系数

一、循环过程

1、热力学循环过程：系统经过一系列变化状态过程后，又回到原来的状态的过程。

2、过程特征：

经一个循环，系统内能不变，作功只与吸热、放热有关。

3、正循环(顺时针)（$p\text{–}V$ 图）

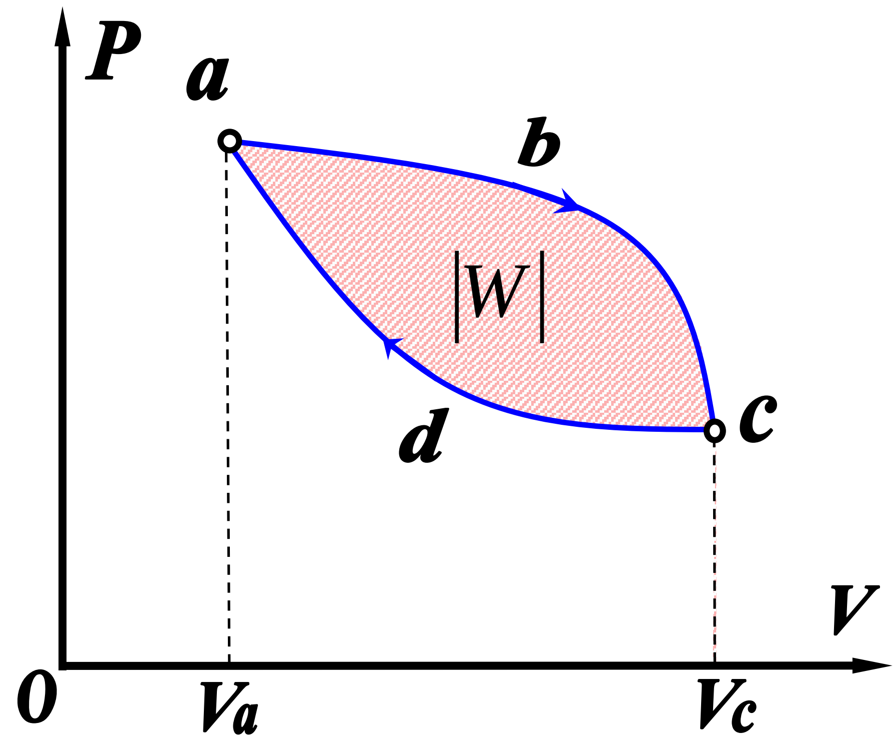
热机的循环过程；

4、负循环(逆时针)（$p\text{–}V$ 图）

制冷机的循环过程；

5、经历一个循环： $\Delta E = 0$

$$W = Q$$



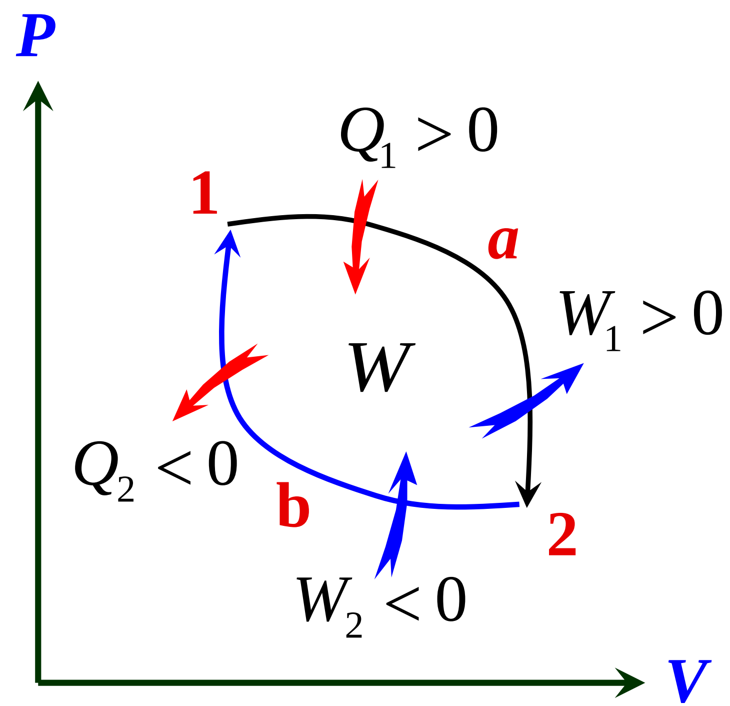
在任何一个循环过程中，系统（或外界）所做的净功大小在数值上等于$p\text{–}V$ 图上循环曲线所包围的面积

二、热机效率和致冷机的致冷系数

1、热机循环、热机效率

热机： 利用工作物质的循环过程把热量转变成功的装置。

经历一个循环，



W_1：系统对外界所做的总功， $W_1 > 0$

W_2：外界对系统所做的总功， $W_2 < 0$

Q_1：系统从外界吸收的总热量， $Q_1 > 0$

Q_2：系统向外界放出的总热量， $Q_2 < 0$

经历一个循环，系统对外界净作的功（净功）为：

$$W = W_1 - |W_2| = Q_1 - |Q_2| > 0$$ 净吸热

二、热机效率和致冷机的致冷系数

1、热机循环、热机效率

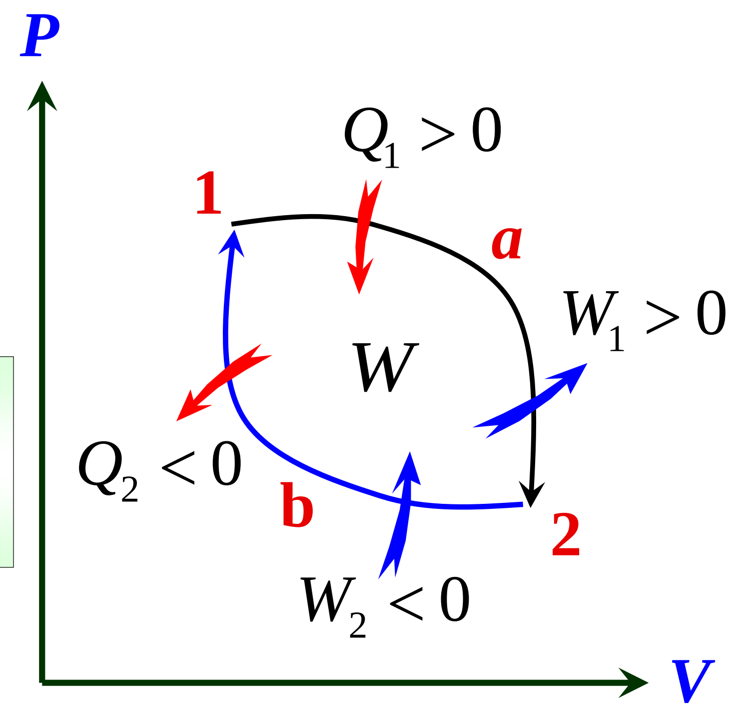
经历一个循环，

W_1：系统对外界所做的总功， $W_1 > 0$

W_2：外界对系统所做的总功， $W_2 < 0$

Q_1：系统从外界吸收的总热量， $Q_1 > 0$

Q_2：系统向外界放出的总热量， $Q_2 < 0$



净功： $W = W_1 - |W_2| = Q_1 - |Q_2|$

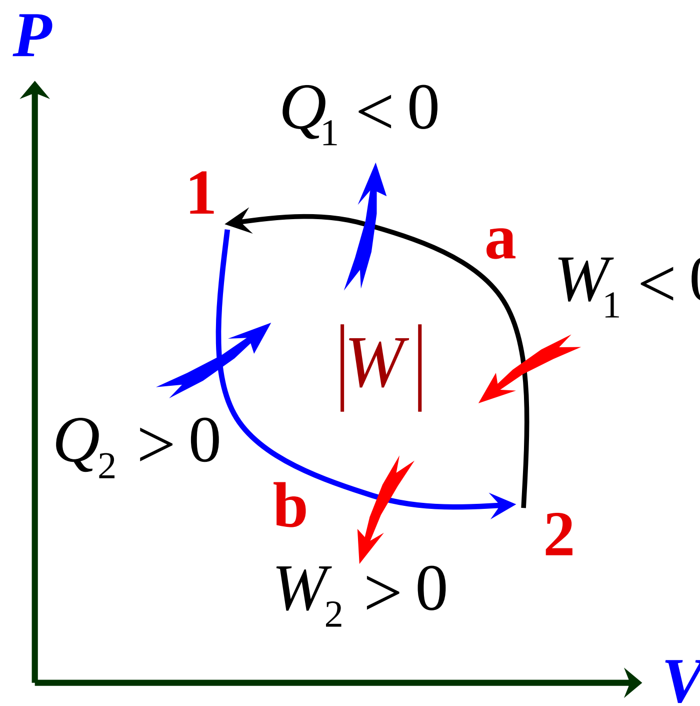
热机效率

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

二、热机效率和致冷机的致冷系数

2、致冷循环、致冷系数

致冷机：利用工质的循环过程，使热量从低温热源向高温热源传递的装置。



经历一个循环，

W_1：外界对系统所做的总功，	$W_1 < 0$
W_2：系统对外界所做的总功，	$W_2 > 0$
Q_1：系统向外界放出的总热量，	$Q_1 < 0$
Q_2：系统从外界吸收的总热量，	$Q_2 > 0$

经历一个循环，外界对系统净作的功（净功）为：

$$|W| = |W_1| - W_2 = |Q_1| - Q_2$$

净放热

二、热机效率和致冷机的致冷系数

2、致冷循环、致冷系数

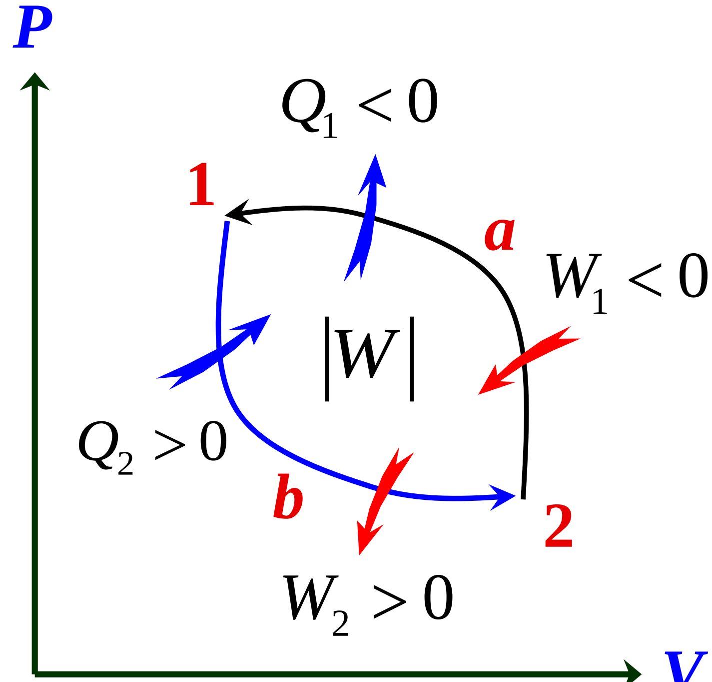
经历一个循环，

W_1：外界对系统所做的总功，　$W_1 < 0$

W_2：系统对外界所做的总功，　$W_2 > 0$

Q_1：系统向外界放出的总热量，　$Q_1 < 0$

Q_2：系统从外界吸收的总热量，　$Q_2 > 0$



外界对系统净作的功（净功）为：

$$|W| = |W_1| - W_2 = |Q_1| - Q_2$$

致冷系数

$$e = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

二、热机效率和致冷机的致冷系数

1、热机效率

$$\eta=\frac{W}{Q_1}=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{|Q_2|}{Q_1}$$

经历一个循环，

总吸热 $\longrightarrow Q_1$

总放热 $\longrightarrow Q_2$

2、致冷系数

$$e=\frac{Q_2}{|W|}=\frac{Q_2}{|Q_1|-Q_2}$$

经历一个循环，

总吸热 $\longrightarrow Q_2$

总放热 $\longrightarrow Q_1$

例 6: 1 mol 氦气系统（理想气体、刚性分子）进行如图所示的循环，其中，$p_2=2p_1$，$V_4=2V_1$，

求： 1）各分过程气体系统与外界交换的热量；2）循环效率。

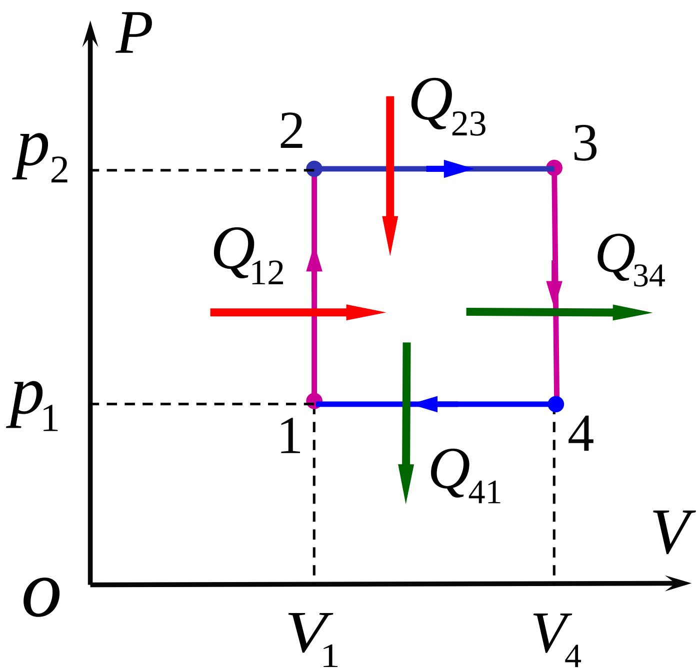
解： 1）$T_1=\dfrac{p_1V_1}{R}$，$T_2=2T_1$，$T_3=4T_1$，$T_4=2T_1$，

$$Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=C_VT_1=\frac{3}{2}RT_1=\frac{3}{2}p_1V_1>0,\ \text{吸热}$$

$$Q_{23}=\nu C_P(T_3-T_2)=2C_PT_1=5RT_1=5p_1V_1>0,\ \text{吸热}$$

$$Q_{34}=\nu C_V(T_4-T_3)=-2C_VT_1=-3RT_1=-3p_1V_1<0,\ \text{放热}$$

$$Q_{41}=\nu C_P(T_1-T_4)=-C_PT_1=-\frac{5}{2}RT_1=-\frac{5}{2}p_1V_1<0,\ \text{放热}$$



2）
$$Q_1=Q_{12}+Q_{23}=\frac{13}{2}p_1V_1$$

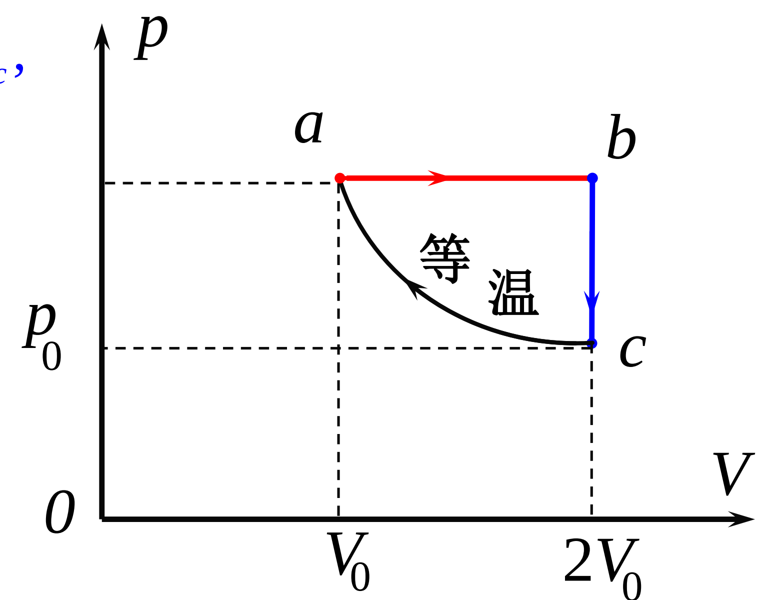
$$Q_2=Q_{34}+Q_{41}=-\frac{11}{2}p_1V_1$$

$$\eta=1-\frac{|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{11}{13}=15.4\%$$

例 7: 1 mol 氧气系统（理想气体、刚性分子）作如图所示的循环，

求：循环效率。

解：$T_c = \dfrac{2p_0V_0}{R}$， $p_a = 2p_0$， $T_b = \dfrac{4p_0V_0}{R} = 2T_c$，



等压过程ab：$Q_{ab} = \nu C_p(T_b - T_a) = 7p_0V_0$

$Q_{ab} > 0$, 吸热

等体过程bc：$Q_{bc} = \nu C_V(T_c - T_b) = -5p_0V_0$

$Q_{bc} < 0$, 放热

等温过程ca：$Q_{ca} = W_{ca} = \nu RT_c \ln\dfrac{V_a}{V_c} = -(2\ln 2)p_0V_0$

$Q_{ca} < 0$, 放热

$$Q_1 = Q_{ab},\quad Q_2 = Q_{bc} + Q_{ca},\quad \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{5 + 2\ln 2}{7} = 8.8\%$$