

例 1: 空气中，以单色光照射单缝S上，双缝相距为 0.2mm ， $\overline{SS_1} = \overline{SS_2}$
双缝与屏幕的垂直距离为 1m ，

求: 1) 第1级明纹到同侧的第4级明纹的距离为 7.5mm ，求单色光的波长；
2) 若入射光的波长为 600nm ，求相邻两明纹间的距离。

解: 1) $\delta = (\overline{SS_2} + r_2) - (\overline{SS_1} + r_1) = r_2 - r_1 \approx d \frac{x}{d'}$

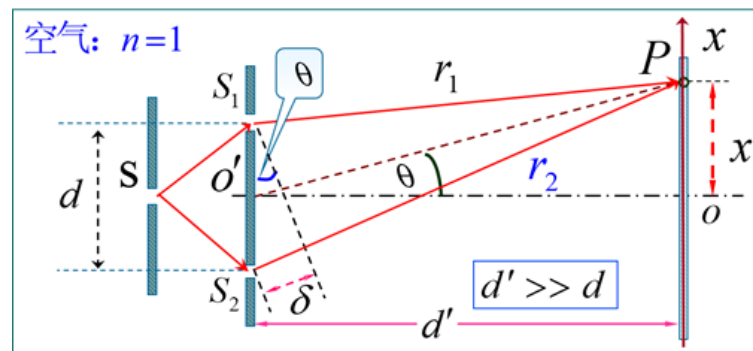
明条纹: $\delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$$x_k = \pm 2k \cdot \frac{d' \lambda}{2d} = \pm k \cdot \frac{d' \lambda}{d}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

同侧: $x_k = k \cdot \frac{d' \lambda}{d}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\Delta x = x_4 - x_1 = 4 \frac{d'}{d} \lambda - \frac{d'}{d} \lambda = 3 \frac{d'}{d} \lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{3d'} = 500 \text{ nm}$$

$$2) \quad \Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{d'}{d} \lambda = 3 \text{ mm}$$

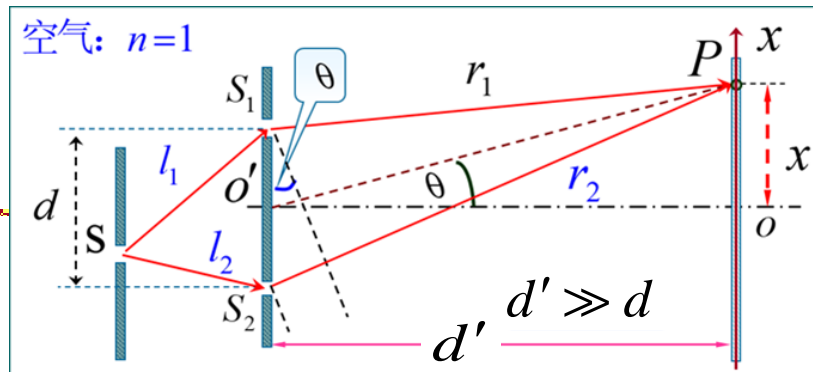


例 2: 空气中, 在双缝干涉实验中, 单色光源S到两缝 S_1 、 S_2 距离分别为 l_1 、 l_2 , 且有: $l_1 - l_2 = 3\lambda$, 两缝间距为 d , 双缝到观察屏的垂直距离为 d' , $d' \gg d$

求: 1) 接收屏中央O处出现的为何条纹?
 2) 零级明纹到屏中央O点的距离;
 3) 相邻两明纹间的距离。

解: $\delta = (\overline{SS_2} + r_2) - (\overline{SS_1} + r_1) = (l_2 - l_1) + (r_2 - r_1)$

$$\delta \approx -3\lambda + d \frac{x}{d'}$$



明条纹: $\delta = -3\lambda + d \frac{x_k}{d'} = 2k \frac{\lambda}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

暗条纹: $\delta = -3\lambda + d \frac{x_k}{d'} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, k = \pm 1, \pm 2, \dots$

1) 接收屏中央O处: $x_{k'} = 0, \delta = -3\lambda = 2k' \frac{\lambda}{2}, k' = -3, \quad \text{3级明条纹}$

2) **0级明条纹:** $k = 0, \delta = 0, -3\lambda + d \frac{x_0}{d'} = 0, \Rightarrow x_0 = 3 \frac{d'}{d} \lambda > 0, \text{条纹上移}$

3) **同侧, 相邻明纹:**

$$\begin{aligned}
 -3\lambda + d \frac{x_{k+1}}{d'} &= 2(k+1) \frac{\lambda}{2}, \\
 -3\lambda + d \frac{x_k}{d'} &= 2k \frac{\lambda}{2},
 \end{aligned}
 \Rightarrow \Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{d'}{d} \lambda, \quad \text{条纹间距不变}$$

二、光程、光程差 (重点)

光在真空中的速度: c , 波长: λ , 频率: ν

$$c = \lambda \nu$$

光在透明介质中的速度: u , 波长: λ_n , 频率: ν

$$u \leq c$$

$$u = \lambda_n \nu$$

定义: 透明介质的折射率 n :

$$n = \frac{c}{u} = \frac{\lambda}{\lambda_n}$$

透明介质中的波长 λ_n :

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

真空中的波长

介质的折射率

二、光程、光程差 (重点)

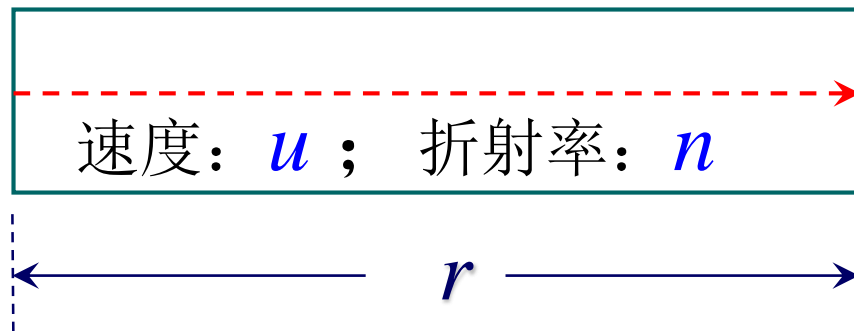
1、**光程**：光通过某一介质的**光程**等于**光在相同时间里在真空中所传播的几何路程**

$$L = nr$$

物理意义：光在介质中经过的路程折算到同一时间内在真空中经过的相应路程。

Δt 时间内，光在介质中传播的**几何路程(波程)**：

$$r = u \Delta t$$



Δt 时间内，光在真空中传播的**几何路程**：

$$L = c \Delta t = n \underline{u \Delta t} = nr$$

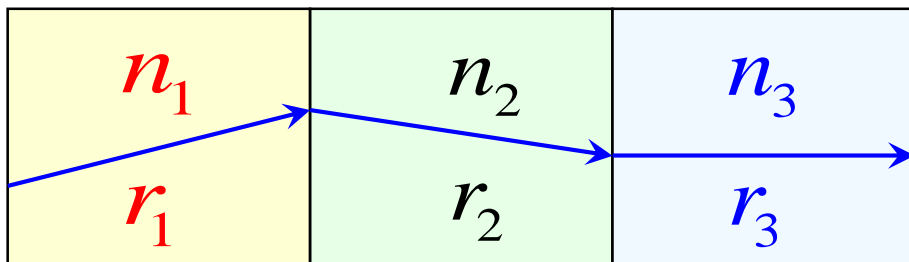
二、光程、光程差 (重点)

1、**光程**：光通过某一介质的**光程**等于光在相同时间里在真空中所传播的几何路程

$$L = nr$$

物理意义：光在介质中经过的路程折算到同一时间内在真空中经过的相应路程。

光连续通过几种透明介质的光程：



$$L = \sum_i n_i r_i$$

二、光程、光程差 (重点)

2、光程差与相干条件

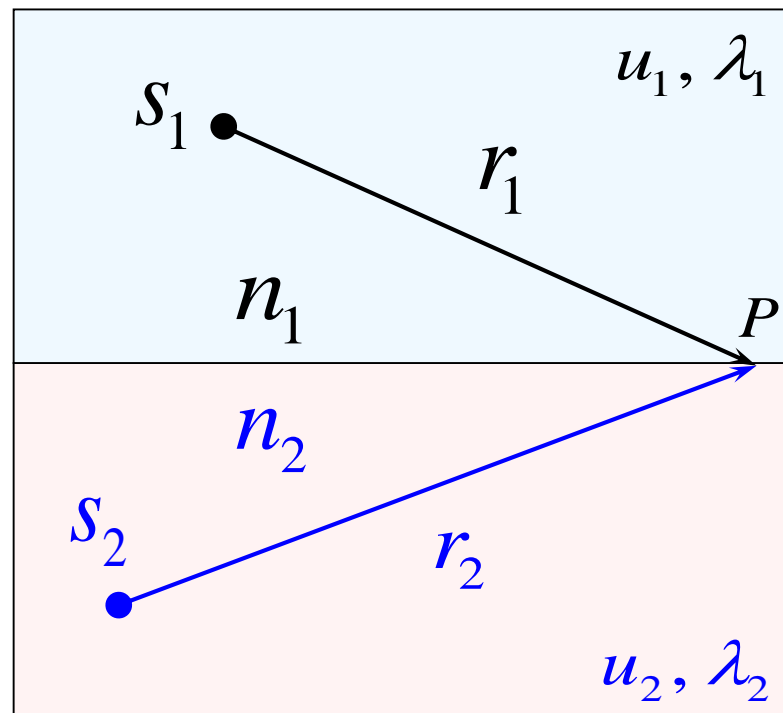
$$E_{S_1} = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad E_{S_2} = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_1 = E_{01} \cos\left[\omega\left(t - \frac{r_1}{u_1}\right) + \varphi_0\right]$$

$$= E_{01} \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{r_1}{\lambda} + \varphi_0\right)$$

$$E_1 = E_{01} \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{n_1 r_1}{\lambda} + \varphi_0\right)$$

$$\text{同理, } E_2 = E_{02} \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{n_2 r_2}{\lambda} + \varphi_0\right)$$



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

两束相干光
光程(之)差

二、光程、光程差 (重点)

2、光程差与相干条件

➤ 1) 干涉加强 (明纹中心):

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

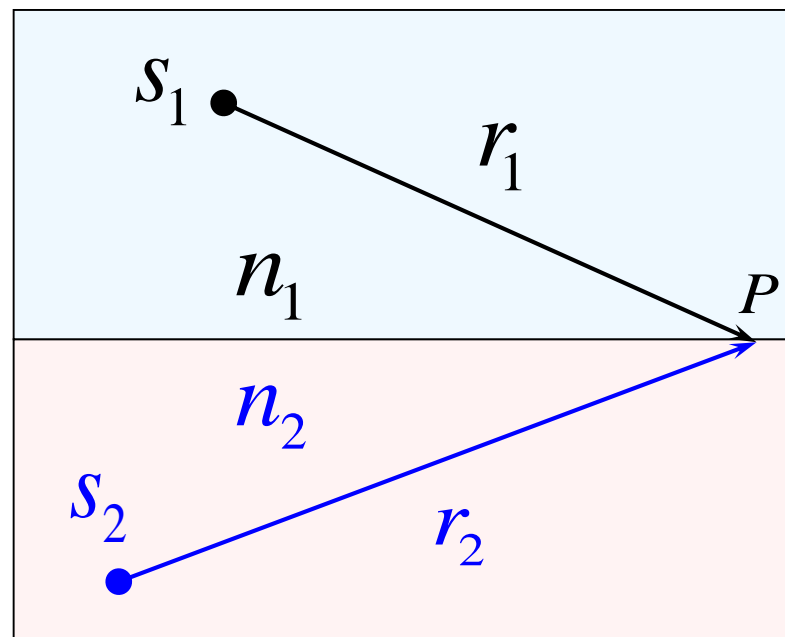
$$\Delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

➤ 2) 干涉减弱 (暗纹中心):

$$\Delta\varphi = \pm (2k + 1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

λ : 真空中的波长



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \underline{(n_2 r_2 - n_1 r_1)} = \frac{2\pi}{\lambda} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

两束相干光
光程(之)差

二、光程、光程差 (重点)

2、光程差与相干条件

➤ 1) 干涉加强(明纹中心):

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

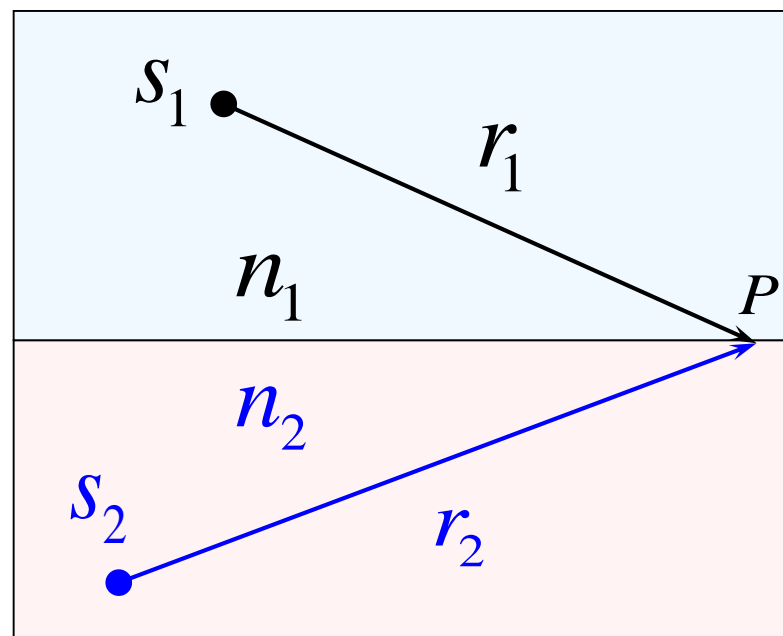
➤ 2) 干涉减弱(暗纹中心):

$$\Delta\varphi = \pm (2k + 1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

光干涉问题的关键在于计算**光程差**

λ : 真空中的波长



两束相干光
光程(之)差

$$\Delta = L_2 - L_1 = \left(\sum_i n_i r_i \right)_2 - \left(\sum_i n_i r_i \right)_1$$

思考： 如果将杨氏双缝干涉实验装置放入某种透明液体中，对比在空气中，情况如何？

设： $\overline{SS_1} = \overline{SS_2}$ **光程差：** $\Delta = n(\overline{SS_2} + r_2) - n(\overline{SS_1} + r_1) = n(r_2 - r_1) \approx nd \frac{x}{d'}$

1、干涉加强(明纹)： $\Delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots$ $r_2 - r_1 \approx d \frac{x}{d'}$

$$x_k = \pm 2k \cdot \frac{d'\lambda}{2nd} = \pm k \cdot \frac{d'\lambda}{nd}, k = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\text{条纹间距: } \Delta x = \frac{d'\lambda}{nd},$$

$$(\Delta k = 1)$$

2、干涉减弱(暗纹)： $\Delta = \pm (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots$

$$x_k = \pm (2k - 1) \cdot \frac{d'\lambda}{2nd}, k = 1, 2, \dots$$

例： 杨氏双缝干涉实验装置放置在**空气中**，在屏上P点处为**第4级明条纹**；
若将整个装置放入某种**透明液体中**，P点处变为**第6级明条纹**，

求： 该液体的折射率为多少？ $n = 1.5$

例 3: 空气中，一双缝装置的一个缝被折射率为 $n_1=1.40$ 的薄玻璃片所遮盖，另一个缝被折射率为 $n_2=1.70$ 的薄玻璃片所遮盖。在玻璃薄片遮盖后，屏上原来的中央极大所在点（O点），现变为第5级明纹，单色光波长 $\lambda=480\text{nm}$ ，且两玻璃薄片厚度均为 e ，

求： 玻璃薄片厚度 $e = ?$

解： 光程差：

$$\Delta = [(\overline{SS_2} + r_2 - e) + n_2 e] - [(\overline{SS_1} + r_1 - e) + n_1 e]$$

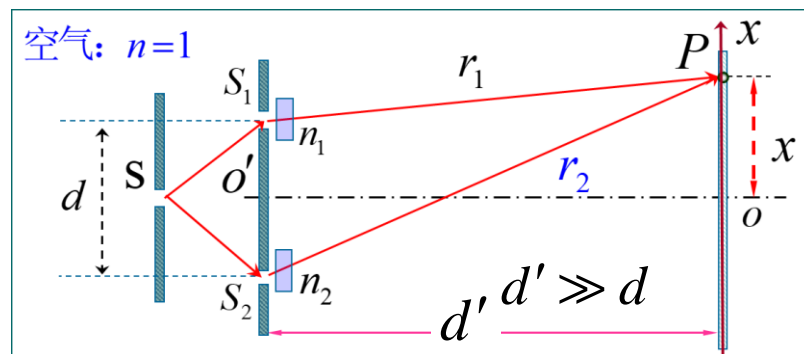
$$\Delta = (r_2 - r_1) + (n_2 - n_1)e \approx d \frac{x}{d'} + (n_2 - n_1)e$$

明条纹： $\Delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots$

k级明纹： $d \frac{x_k}{d'} + (n_2 - n_1)e = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots$

第5级明纹： $k = 5, \quad x_5 = 0,$

$$0 + (n_2 - n_1)e = 5\lambda$$



玻璃薄片厚度 e ：

$$e = \frac{5\lambda}{n_2 - n_1} = 8 \times 10^{-6} \text{ m}$$

例 4: 将杨氏双缝干涉实验装置放置在空气中，用波长**500nm**的单色光照射。

若用一厚度为 $e = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ 的云母片覆盖在一条狭缝上，

使屏上**原来的中央极大所在点 (O点)**，变为**第7级明纹**，

求: 1) 条纹如何移动? 2) 云母片的折射率为多少?

解: 1) 光程差: $\Delta = (\overline{SS_2} + r_2) - [(\overline{SS_1} + r_1 - e) + ne]$

$$\Delta = (r_2 - r_1) + (1 - n)e \approx d \frac{x}{d'} + (1 - n)e$$

明条纹: $\Delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots$

0级明纹: $k = 0, \Delta = 0, x_0, d \frac{x_0}{d'} + (1 - n)e = 0, \Rightarrow x_0 = (n - 1)e \frac{d'}{d} > 0,$

条纹上移

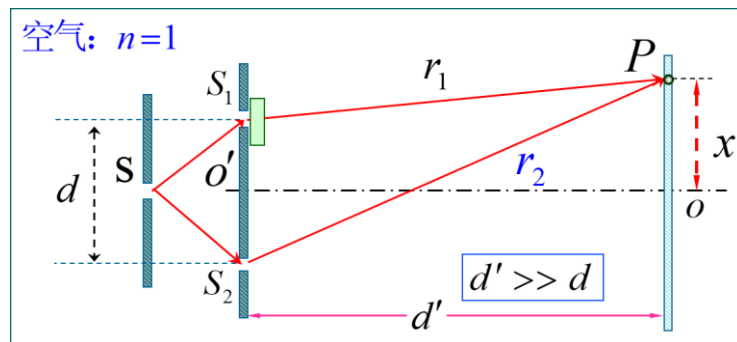
2) 第7级明纹:

云母片折射率:

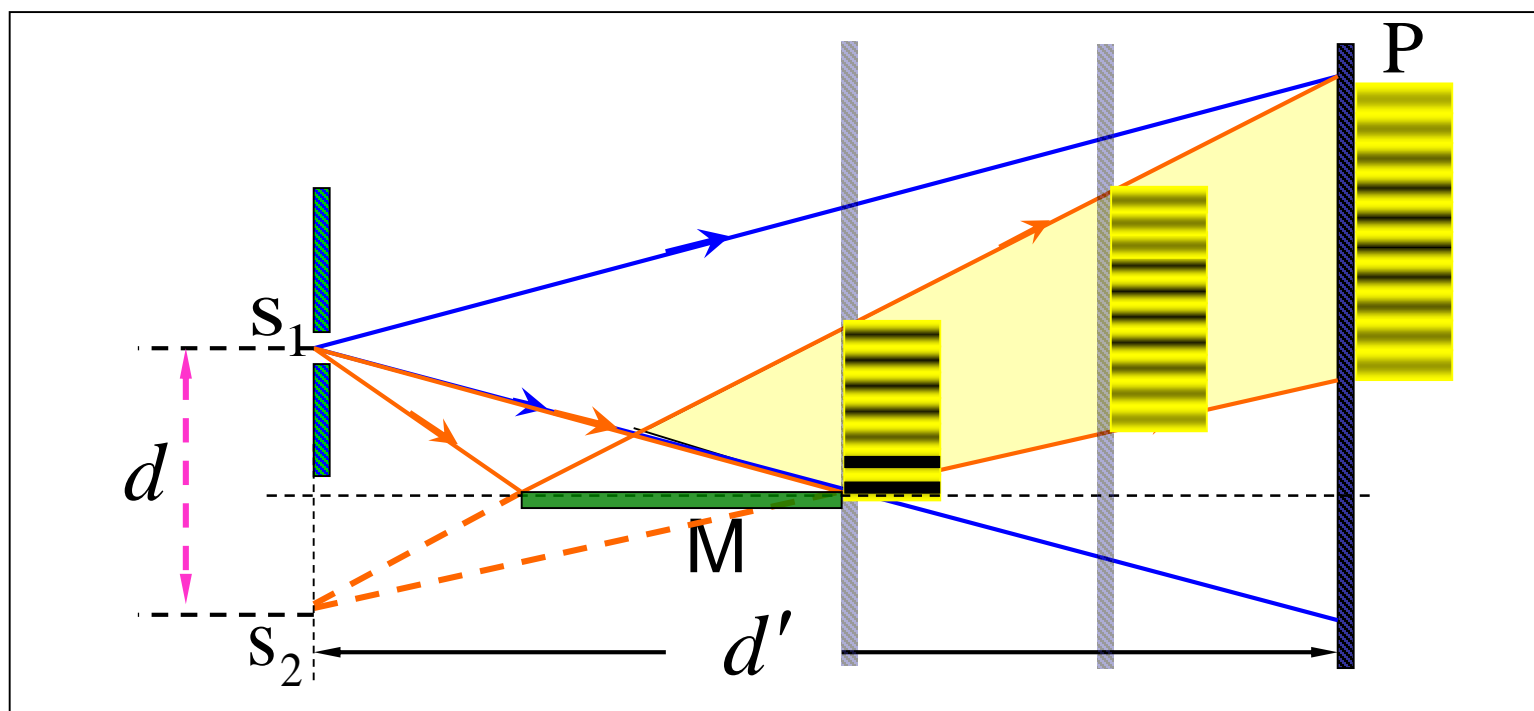
$$k = 7, \quad x_7 = 0,$$

$$0 + (1 - n)e = -7\lambda$$

$$n = 1 + \frac{7\lambda}{e} = 1.58$$

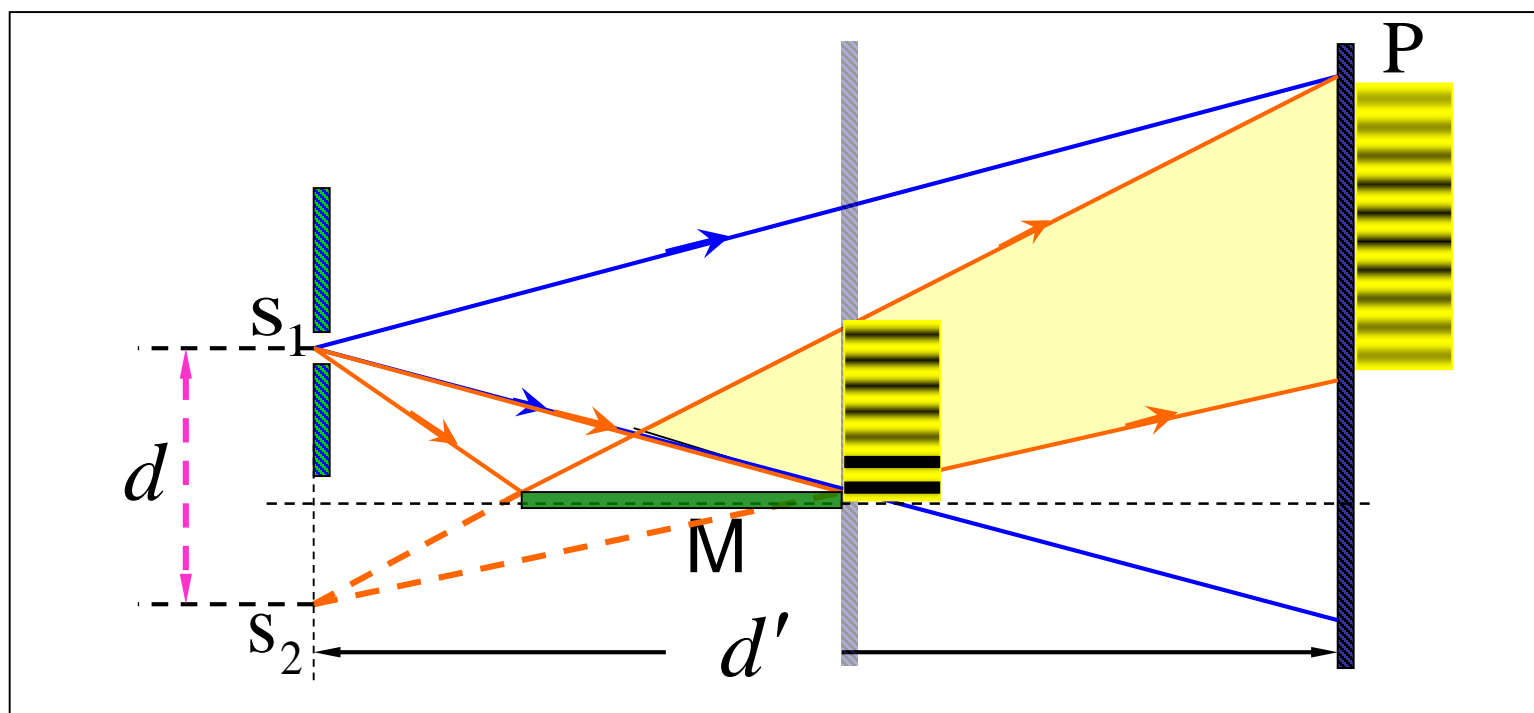


三、劳埃德镜



紧靠镜端处产生暗纹，说明在镜端处反射光与入射光的
相位差为 π ，相当于波程差 $\lambda/2$ —— 半波损失

三、劳埃德镜



相对而言，折射率 n 相对较小的透明介质称为光疏媒质，
折射率 n 相对较大的透明介质称为光密媒质。

半波损失：光从光疏媒质(折射率较小)的介质射向光密媒质(折射率较大)的介质时，反射光的相位较之入射光的相位跃变 π ，
相当于反射光与入射光之间附加了半个波长的波程差 $\lambda/2$ 。

四、半波损失 (定性)

半波损失：

- ① 当光从光疏媒质 n_1 射向光密媒质 n_2 ($n_1 < n_2$) 而在界面上反射，且入射角接近于 0° (垂直入射，正入射) 或 90° (掠入射) 时，在入射点发生半波损失；
- ② 当光从光密媒质 n_1 射向光疏媒质 n_2 ($n_1 > n_2$) 而在界面上反射，且入射角接近于 0° (垂直入射，正入射) 或 90° (掠入射) 时，在入射点不发生半波损失；
- ③ 当入射光在媒质表面反射，入射角为 $0 < i < 90^\circ$ 时，不论 $n_2 > n_1$ 还是 $n_2 < n_1$ ，这种情况下谈半波损失毫无意义；
- ④ 当入射光在媒质表面折射时，不论 $n_2 > n_1$ 还是 $n_2 < n_1$ ，折射光在入射点不发生半波损失。



第十一章 光 学

11-3 薄膜干涉

知识点：重点掌握：

薄膜干涉中，反射光和透射光的光程差

一、薄膜干涉

透明介质薄膜受到光照而产生的干涉现象，称**薄膜干涉**(Film interference)。

获得相干光的方法属于**分振幅法**。

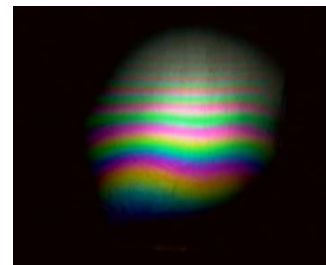
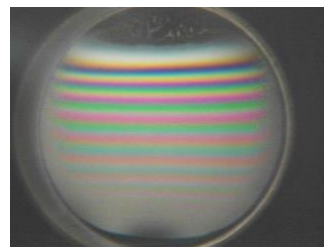
薄膜干涉一般分为两类：

等倾干涉(Equal inclination interference)

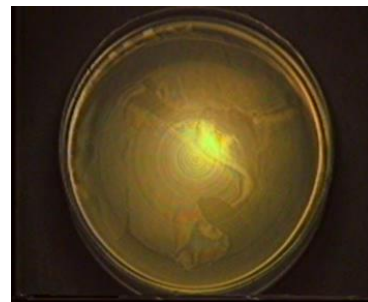
和**等厚干涉**(Equal thickness interference)。



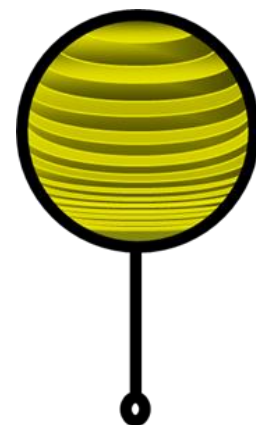
本部分重点详细介绍：**等厚干涉**。



白光下的肥皂膜

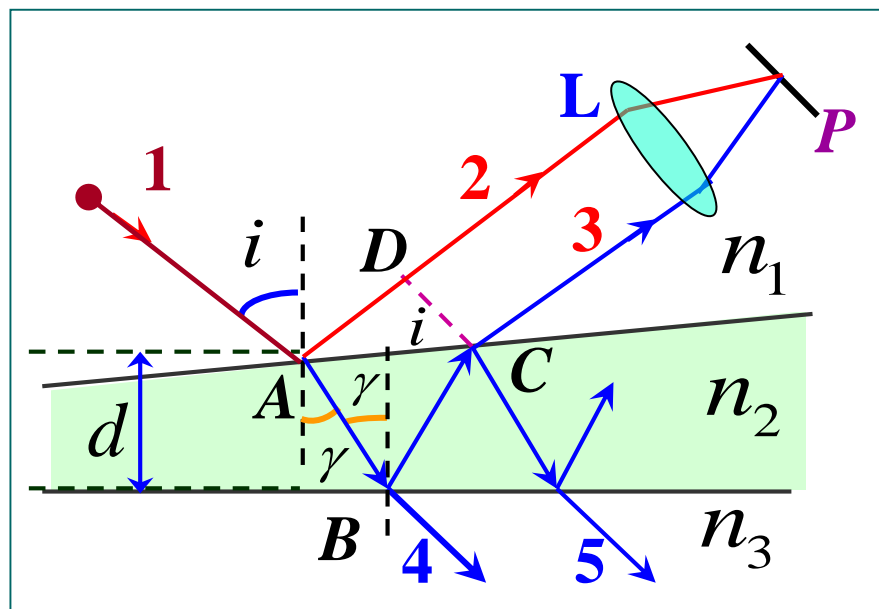


水膜在白光下



肥皂膜

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

反射光2与3的光程差:

$$\Delta_r = L_3 - L_2$$

$$\Delta_r = [n_2(AB + BC) + n_1 CP] - n_1(AD + DP)$$

$$AB = BC, \quad CP = DP$$

$$\Delta_r = 2n_2 AB - n_1 AD$$

由几何关系
和折射定律
可得:

$$AB = \frac{d}{\cos \gamma}$$

$$AD = AC \sin i$$

$$AC = 2d \cdot \tan \gamma$$

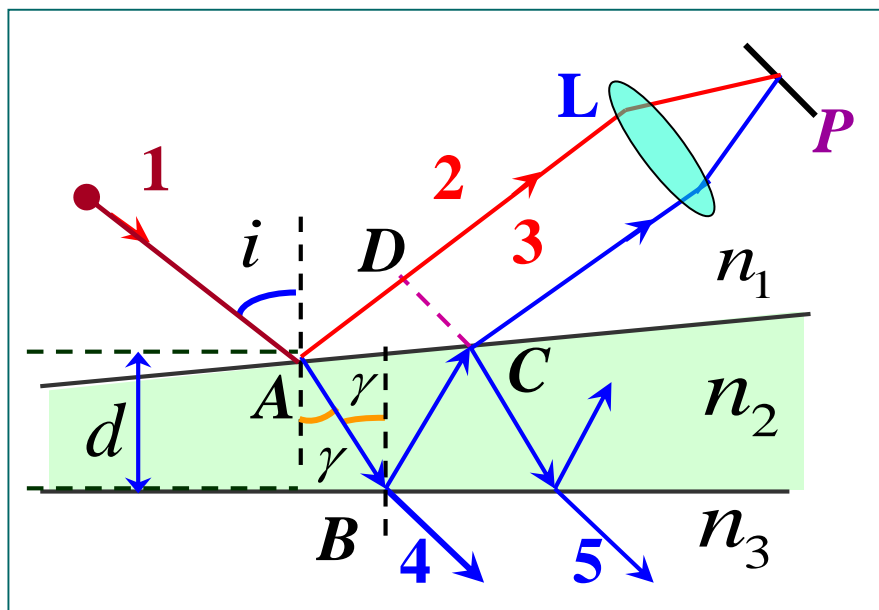
$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \Delta_r = 2n_2 d \left(\frac{1}{\cos \gamma} - \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma} \right) = 2n_2 d \cos \gamma$$

考虑到半波损失, 会引起附加光程差 Δ_0 :

$$\Delta_r = 2n_2 d \cos \gamma + \Delta_0$$

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

$$\Delta_r = 2n_2 d \cos \gamma + \Delta_0$$

$$= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

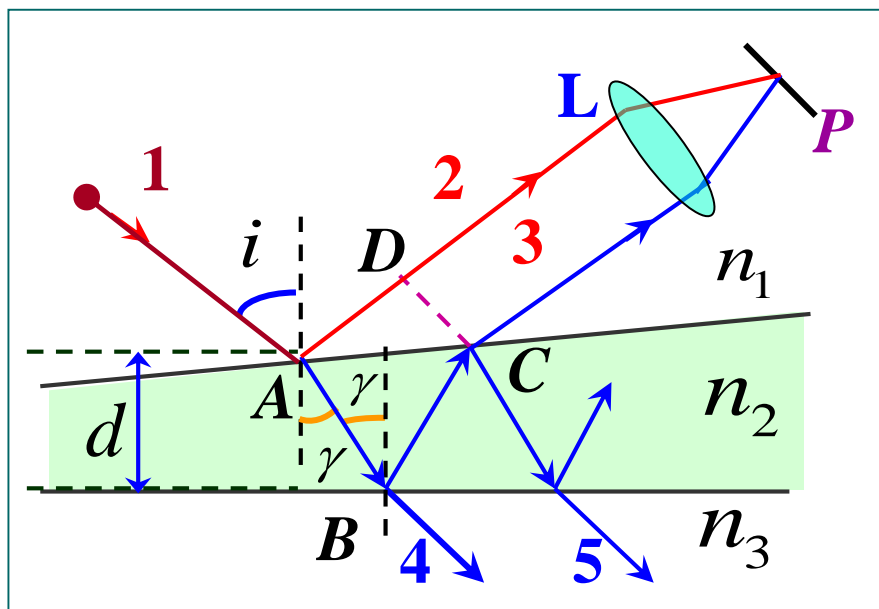
1) 干涉加强 (明纹中心):

$$\Delta_r = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

2) 干涉减弱 (暗纹中心):

$$\Delta_r = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

二、薄膜干涉-----反射光的光程差 (重点)



➤ 2、透射光的光程差

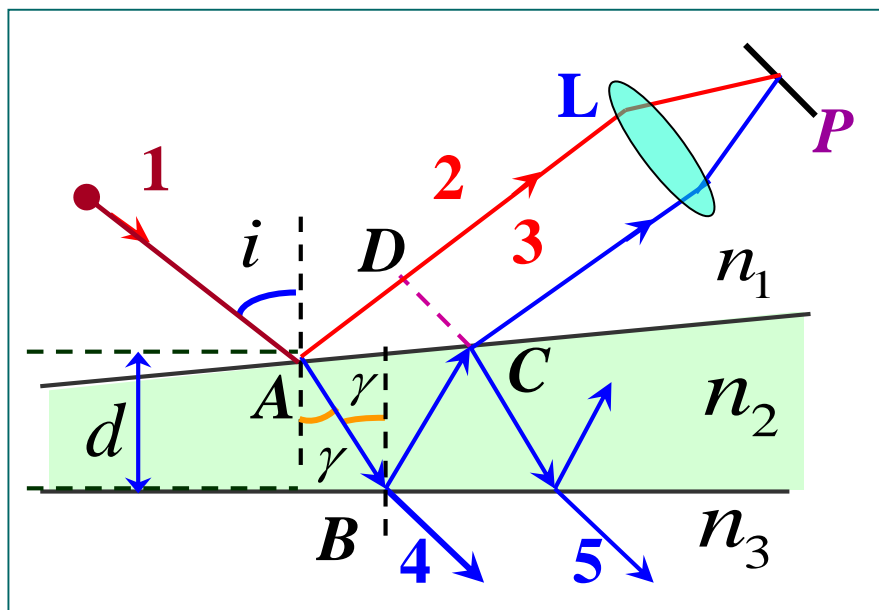
$$\begin{aligned}\Delta_t &= 2n_2d \cos \gamma + \Delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

注意：透射光和反射光干涉具有互补性，符合能量守恒定律。
 如反射光干涉加强，透射光即为干涉减弱；
 如反射光干涉减弱，透射光即为干涉加强；

透射光干涉情况，可以利用反射光干涉来讨论

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)



➤ 1、反射光的光程差

$$\begin{aligned}\Delta_r &= 2n_2d \cos \gamma + \Delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$

$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{pmatrix} \\ 2) 0, & \begin{pmatrix} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

光程差相等的各点，在同一条(同一级)干涉条纹上

等倾干涉：当薄膜厚度均匀，条纹级次(光程差)取决于入射角；
特点：倾角(入射角)相同的光线对应同一条(级)干涉条纹。

等厚干涉：当入射角确定，条纹级次(光程差)取决于薄膜厚度；
特点：薄膜上**厚度相同的点**在同一条(同一级)干涉条纹上。

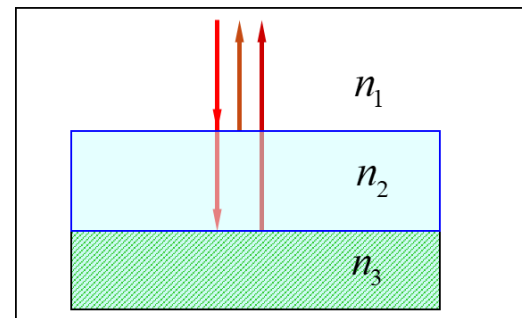
二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)

◆ 当光线垂直入射时:

$$i = \gamma = 0^\circ$$

➤ 反射光的光程差

$$\begin{aligned}\Delta_r &= 2n_2d \cos \gamma + \delta_0 \\ &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \Delta_0\end{aligned}$$



$$\Delta_0 = \begin{cases} 1) \frac{\lambda}{2}, & \begin{cases} n_1 > n_2 < n_3, \\ n_1 < n_2 > n_3 \end{cases} \\ 2) 0, & \begin{cases} n_1 > n_2 > n_3, \\ n_1 < n_2 < n_3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Delta_r = 2n_2d + \Delta_0$$

(等厚干涉)

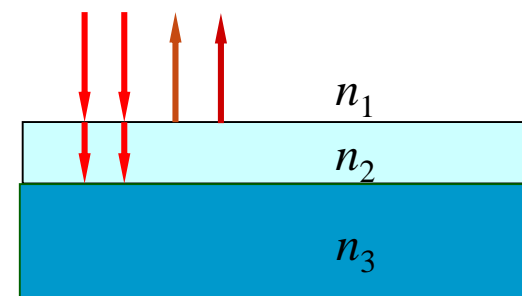
$$= \begin{cases} \text{明纹: } 2k \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots, \\ \text{暗纹: } (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases}$$

二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)

1) 增透膜 ($n_1 < n_2 < n_3$)

光学镜头为减少反射光，通常要镀增透膜。

增透膜是使膜上下两表面的反射光满足干涉减弱条件来减少反射光，从而使透射光增强。



二、薄膜干涉----反射光的光程差 (重点)

1) 增透膜 ($n_1 < n_2 < n_3$)

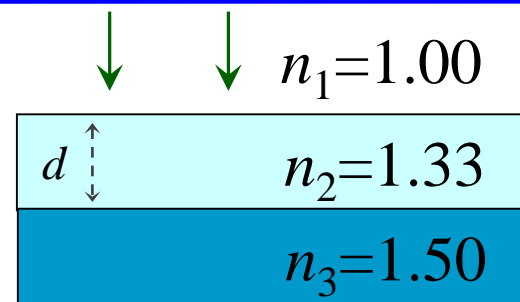
例 5: 为增强照相机镜头的透射光, 在镜头 ($n_3=1.50$) 上镀一层 MgF_2 薄膜 ($n_2=1.33$), 使对人眼和感光底片最敏感的黄绿光 $\lambda = 550 \text{ nm}$ 反射相消, 增强其透射, 假设光垂直照入射镜头, 求: MgF_2 薄膜的最小厚度。

解: 反射光干涉减弱 (相消) 条件:

$$\Delta_r = 2n_2d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$d = (2k+1)\frac{\lambda}{4n_2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

薄膜的最小厚度 ($k=0$) 为: $d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 1.034 \times 10^{-7} \text{ m}$



二、薄膜干涉----反射光的光程差（重点）

2) 增反膜

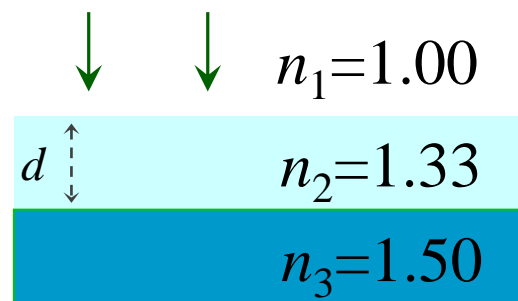
减少透光量，增加反射光，使膜上下两表面的反射光满足干涉加强条件。

例 6: 在镜头 ($n_3=1.50$) 上镀一层 MgF_2 薄膜 ($n_2=1.33$)，厚度均匀，今以黄绿光 $\lambda = 550 \text{ nm}$ 单色光垂直入射，使反射光加强，**求：** MgF_2 薄膜的最小厚度。

解： 反射光干涉加强条件：

$$\Delta_r = 2n_2d = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = \cancel{0}, 1, 2, \dots$$

$$d = k \frac{\lambda}{2n_2}, \quad k = 1, 2, \dots$$



薄膜的最小厚度 ($k=1$) 为: $d_{\min} = \frac{\lambda}{2n_2} = 2.068 \times 10^{-7} \text{ m}$