例 12-1

理想气体体积为V，压强为p，温度为T,一个分子的质量为m，k为玻耳兹曼常量，R为摩尔气体常量，则该理想气体的分子数为：

（A） pV/m （B） $\underline{pV/(kT)}$

（C） $pV/(RT)$ （D） $pV/(mT)$

$$p = nkT,\qquad n = \frac{N}{V}\qquad \boxed{N = \frac{pV}{kT}}$$

例 12-2

某种理想气体，体积为V，压强为p，绝对温度为T，每个分子的质量为m，R为普通气体常数，N_A为阿伏伽德罗常数，则该气体系统的分子数密度n为：

（A） $\dfrac{pN_A}{RT}$ （B） $\dfrac{pN_A}{kT}$ （C） $\dfrac{pmN_A}{RT}$

 ______

$$p = nkT, \qquad k = \frac{R}{N_A}, \qquad \boxed{n = \frac{pN_A}{RT}}$$

例 12-3

一瓶氦气和一瓶氮气分子数密度相同，分子平均平动动能相同，都处于平衡状态，则：

（A）温度、压强都不同.

（B）温度相同，氦气压强大于氮气压强.

（C）温度相同、压强相同.

（D）温度相同，氦气压强小于氮气压强.

$$\bar{\varepsilon}_{\mathrm{k}} = \frac{3}{2}kT, \qquad p = nkT,$$

例 12-4

一瓶氦气和一瓶氮气质量密度相同，分子平均平动动能相同，都处于平衡状态，则：

（A）温度相同、压强相同.

（B）温度、压强都不同.

（C）温度相同，氦气压强大于氮气压强.

（D）温度相同，氦气压强小于氮气压强.

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2}kT, \qquad p = nkT, \qquad \rho = nm$$

例 5

一体积为V的容器内储有氧气（视为理想气体，氧气分子视为刚性分子），其压强为P，温度为T，已知玻耳兹曼常数为k、普适气体常数（摩尔气体常数）为R，

则：此氧气系统的分子数密度为$\underline{\quad \dfrac{p}{kT} \quad}$、

此氧气系统的内能为$\underline{\quad \dfrac{5}{2}pV \quad}$。

$$p = nkT, \qquad \boxed{n = \frac{p}{kT}}$$

$$E = \nu\frac{i}{2}RT, \qquad pV = \nu RT, \qquad \boxed{E = \frac{5}{2}pV}$$

例 6： 一将 **1 mol** 温度为 ***T*** 的水蒸气分解为同温度的氢气和氧气，所有气体分子均视为刚性分子，

求： 氢气和氧气的内能之和比水蒸气的内能增加了多少？

解： 方程：

$$H_2O \rightarrow H_2 + \frac{1}{2}O_2$$

$\nu =$ **1 mol，** **1 mol,** **0.5 mol**

$i =$ **6，** **5,** **5**

$E = \nu \frac{i}{2} RT =$ **3 *RT* ，** **2.5 *RT*,** **1.25 *RT***

$$\Delta E = (E_{H_2} + E_{O_2}) - E_{H_2O} = \frac{3}{4}RT$$

例 7： 容积为 $V=2.0\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3$的容器中，有内能为 $E=6.75\times10^2\,\mathrm{J}$的**刚性双原子分子**的理想气体系统，

(活页册24、9题)

求： 1）气体的压强 $P=?$ 2）若：$N=5.4\times10^{22}$，则 $\bar{\varepsilon}_k=?$ $T=?$

解： 1）

$$E=\nu\frac{i}{2}RT,\qquad pV=\nu RT,$$

$$\Rightarrow E=\frac{i}{2}PV=\frac{5}{2}PV \quad \Rightarrow P=\frac{2E}{5V}=1.35\times10^5\,\mathrm{Pa}$$

2）

$$pV=\nu RT=\frac{N}{N_A}RT=NkT$$

$$\Rightarrow T=\frac{PV}{Nk}=3.62\times10^2\,\mathrm{K}$$

$$\bar{\varepsilon}_k=\frac{3}{2}kT=7.49\times10^{-21}\,\mathrm{J}$$

例 8： 已知 n 为单位体积的分子数（分子数密度），

$f(v)$ 为麦克斯韦**速率分布函数**，

则 $n\,f(v)\mathrm{d}v$ 表示（ **B** ）

（A）速率v附近，dv区间内的分子数

（B）单位体积内，速率在$v\sim v+\mathrm{d}v$ 区间内的分子数

（C）速率v附近dv区间内分子数占总分子数比率

（D）单位时间内，碰到单位器壁上速率在$v\sim v+\mathrm{d}v$ 区间内的分子数

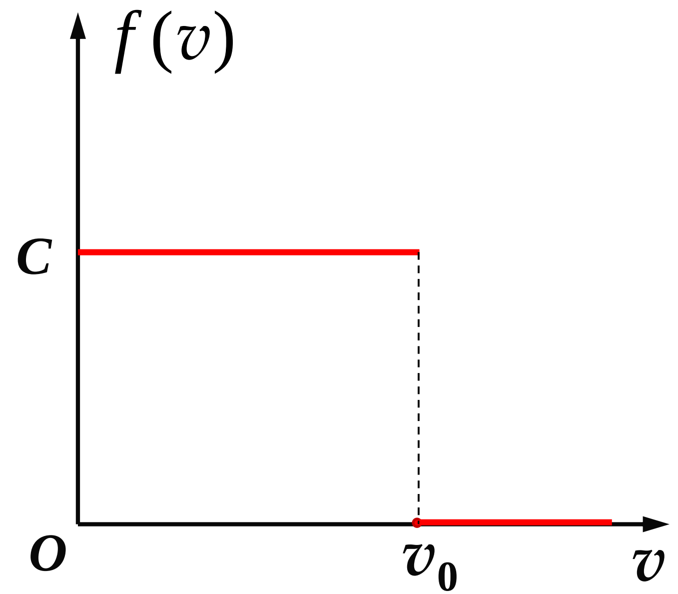
例 9： 一系统，由N个粒子组成，其速率分布函数为：

$$f(v)=\begin{cases} C & (v_0 > v > 0) \\ 0 & (v > v_0) \end{cases}$$

求：（1）由N和v_0求常量C；（2）粒子的平均速率。（3）粒子的方均根速率。

解：（1）$\int_0^{\infty} f(v)\,dv = 1$

$$\Rightarrow \int_0^{v_0} C\mathrm{d}v + 0 = Cv_0 = 1,\quad C=\frac{1}{v_0}$$



（2）$$\bar{v}=\int_0^{\infty} v f(v)\mathrm{d}v = \int_0^{v_0} Cv\,dv + 0 = C\cdot\frac{v_0^2}{2} = \frac{v_0}{2}$$

（3）$$\overline{v^2}=\int_0^{\infty} v^2 f(v)\,dv = \int_0^{v_0} Cv^2 dv + 0 = C\cdot\frac{v_0^3}{3}$$

$$\overline{v^2}=\frac{1}{3}v_0^2,\qquad \sqrt{\overline{v^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}v_0$$

例 10：设有N个气体分子，其速率分布函数为：

$$f(v)=\begin{cases} Av(v_0-v), & 0\le v\le v_0 \\ 0, & v>v_0 \end{cases}$$

求：(1)常数A；

(2)速率介于$0\sim v_0/3$之间的分子数；

(3)速率介于$0\sim v_0/3$之间的气体分子的平均速率；

(4)全部分子的平均速率；

(5)全部分子的方均根速率；

(6)最概然速率v_p。

例 10： 设有N个气体分子，其速率分布函数为：

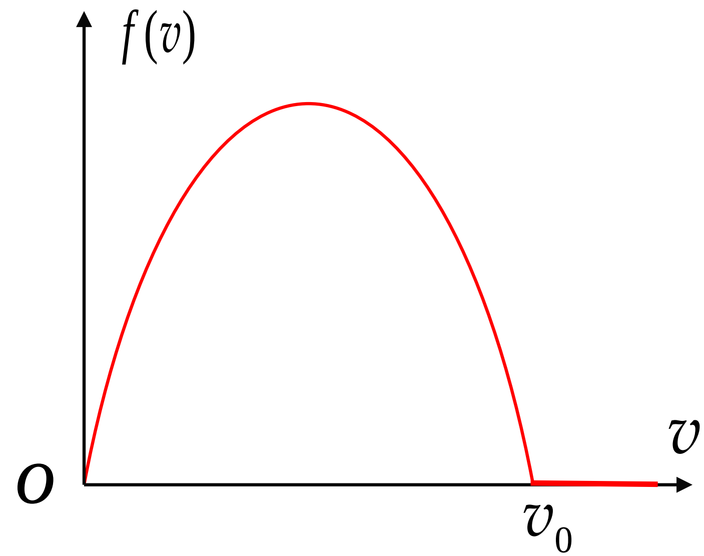
$$f(v)=\begin{cases} Av(v_0-v), & 0\le v\le v_0 \\ 0, & v>v_0 \end{cases}$$

求： (1)常数A；

解：（1）$\int_0^{\infty} f(v)\,dv=1$

$$\Rightarrow \int_0^{v_0} Av(v_0-v)\,dv+0$$

$$=\frac{A}{6}{v_0}^3=1, \qquad A=\frac{6}{{v_0}^3}$$



例 10：设有N个气体分子，其速率分布函数为：

$$f(v)=\begin{cases} Av(v_0-v), & 0\le v\le v_0 \\ 0, & v>v_0 \end{cases}$$

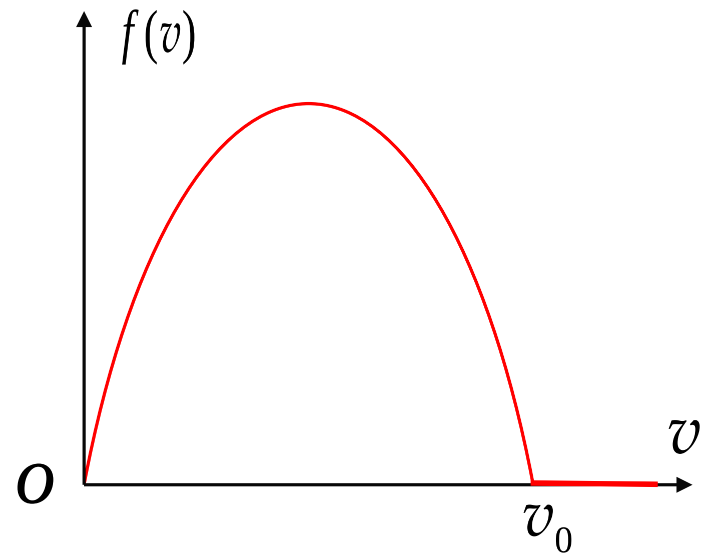
求：(2)速率介于$0\sim v_0/3$之间的分子数；

解：（2）

$$\Delta N=\int dN=\int_0^{\frac{v_0}{3}} Nf(v)\,dv$$

$$=\int_0^{\frac{v_0}{3}} N\frac{6}{v_0^{\ 3}}v(v_0-v)\,dv$$

$$=\frac{7}{27}N$$



例 10：设有N个气体分子，其速率分布函数为：

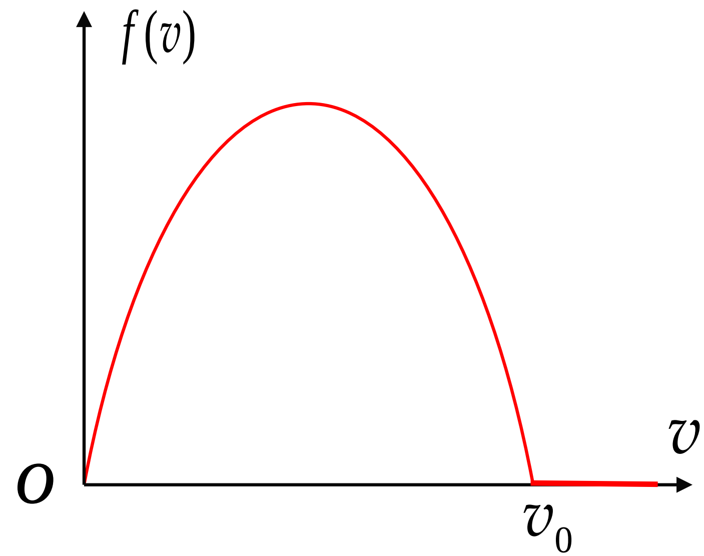
$$f(v)=\begin{cases} Av(v_0-v), & 0\le v\le v_0 \\ 0, & v>v_0 \end{cases}$$

求：**(3)**速率介于$0\sim v_0/3$之间的气体分子的**平均速率**；

解：（3）

$$\bar{v}_{12}=\frac{\int_0^{\frac{v_0}{3}} v\,dN}{\int_0^{\frac{v_0}{3}} dN}=\frac{\int_0^{\frac{v_0}{3}} vNf(v)\,dv}{\int_0^{\frac{v_0}{3}} Nf(v)\,dv}$$

$$=\frac{\int_0^{\frac{v_0}{3}} N\frac{6}{v_0{}^3}v^2(v_0-v)\,dv}{\int_0^{\frac{v_0}{3}} N\frac{6}{v_0{}^3}v(v_0-v)\,dv}=\frac{\frac{v_0}{18}}{\frac{7}{27}}=\frac{3}{14}v_0$$



例 10：设有N个气体分子，其速率分布函数为：

$$f(v)=\begin{cases} Av(v_0-v), & 0\le v\le v_0 \\ 0, & v>v_0 \end{cases}$$

求：(4)全部分子的平均速率；(5)全部分子的方均根速率；

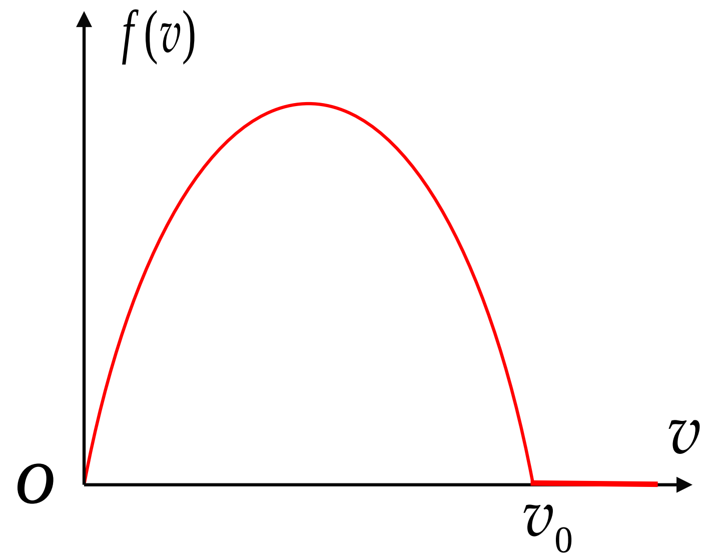
解：（4）$\bar{v}=\int_0^{\infty} v f(v)dv$

$$=\int_0^{v_0}\frac{6}{v_0^{\ 3}}v^2(v_0-v)dv+0=\frac{1}{2}v_0$$

（5）$\overline{v^2}=\int_0^{\infty} v^2 f(v)dv$

$$=\int_0^{v_0}\frac{6}{v_0^{\ 3}}v^3(v_0-v)dv+0=\frac{3}{10}v_0^{\ 2}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3}{10}}v_0$$



例 10：设有N个气体分子，其速率分布函数为：

$$f(v)=\begin{cases} Av(v_0-v), & 0\le v\le v_0 \\ 0, & v>v_0 \end{cases}$$

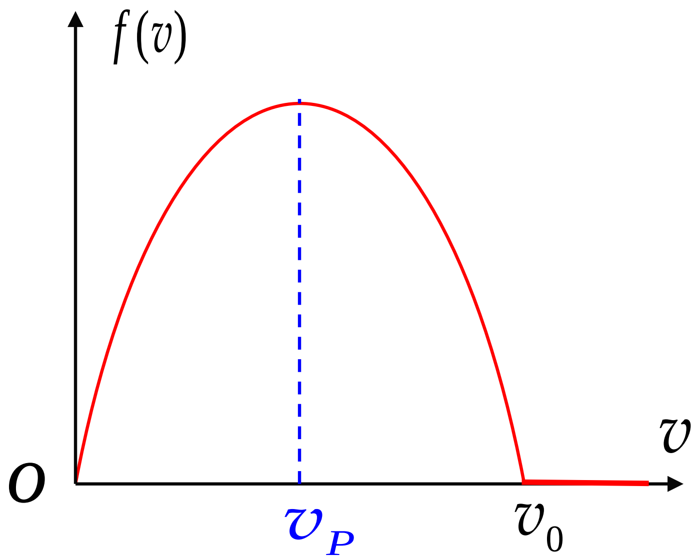
求：(6) 最概然速率v_p

解：（6）

$$\left.\frac{df(v)}{dv}\right|_{v_p}=0$$

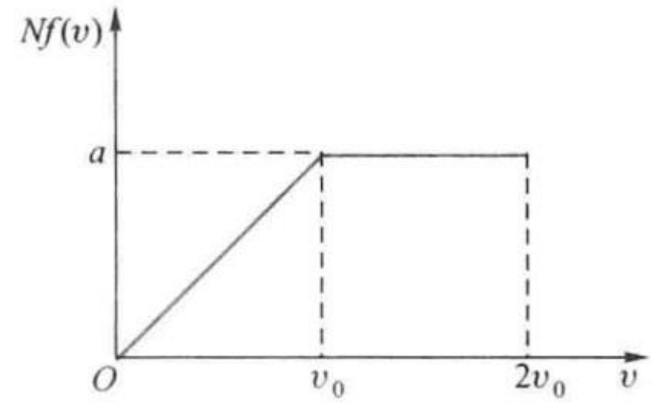
$$\left.\frac{df(v)}{dv}\right|_{v_p}=\left.A(v_0-2v)\right|_{v_p}=0$$

$$v_P=\frac{1}{2}v_0$$



同理：教材（第七版）P225页，习题：12-25、12-27，作为补充作业

12-25 有 N 个质量均为 m 的同种气体分子，它们的速率分布如图所示．(1) 说明曲线与横坐标所包围面积的含义；(2) 由 N 和 v_0 求 a 值；(3) 求在速率 $v_0/2$ 到 $3v_0/2$ 间隔内的分子数；(4) 求分子的平均平动动能．

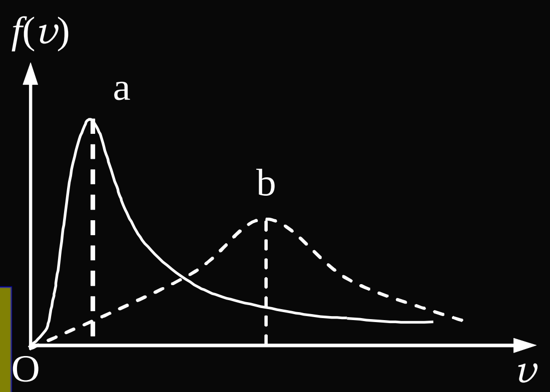


12-27 导体中自由电子的运动可看作类似于气体分子的运动（故称电子气）．设导体中共有 N 个自由电子，其中电子的最大速率为 v_F（称为费米速率）．电子在速率 $v \sim v+dv$ 之间的概率为

$$\frac{dN}{N}=\begin{cases}\dfrac{4\pi A}{N}v^2 dv & (v_F>v>0, A\text{ 为常量})\\ 0 & (v>v_F)\end{cases}$$

(1) 画出分布函数图；(2) 用 N、v_F 定出常量 A；(3) 证明电子气中电子的平均动能 $\bar{\varepsilon}=\frac{3}{5}\varepsilon_F$，其中 $\varepsilon_F=\frac{1}{2}mv_F^2$ 称为费米能．

例11、图示的两条曲线分别表示在相同温度下，氧气和氢气的分子速率分布曲线；令 $(v_p)_{O_2}$ 和 $(v_p)_{H_2}$ 分别表示氧气和氢气的最概然速率，则



(A) 图中 a 表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_p)_{O_2}/(v_p)_{H_2}=4$.

(B) 图中 a 表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_p)_{O_2}/(v_p)_{H_2}=1/4$.

(C) 图中 b 表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_p)_{O_2}/(v_p)_{H_2}=1/4$.

(D) 图中 b 表示氧气分子的速率分布曲线；$(v_p)_{O_2}/(v_p)_{H_2}=4$.

$$v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

例12： 三容器A、B、C中装有同种理想气体，其分子数密度n相同，而方均根速率之比为 $\sqrt{\overline{v_A^2}}:\sqrt{\overline{v_B^2}}:\sqrt{\overline{v_C^2}}=1:2:4$ ，则其压强之比 $p_A:p_B:p_C$ 为（　　）

(A) 1:2:4　　(B) 1:4:8

(C) 1:4:16　　(D) 4:2:1

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}},\qquad p=nkT$$