第 十一 章 光 学

第二部分 光的衍射

第 十一 章 光 学

11-5 光的衍射

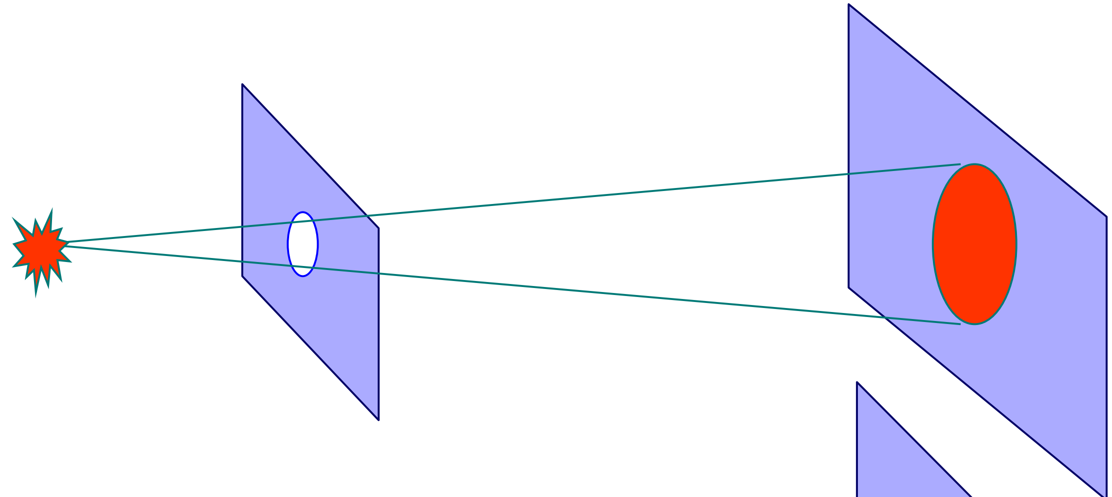
知识点：

定性掌握：

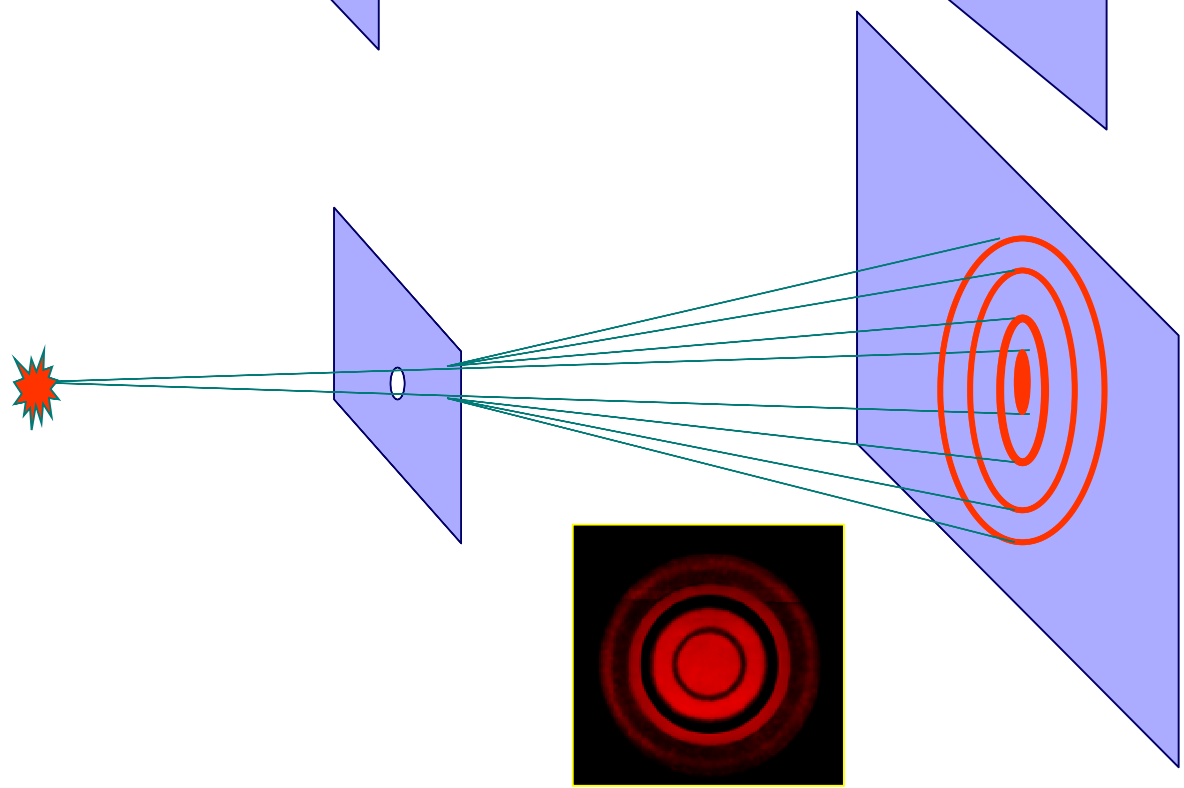
两类衍射（夫琅禾费衍射、菲涅尔衍射）、惠更斯-菲涅耳原理、光衍射的实质。

一、光的衍射现象

光通过宽缝时，是沿直线传播的。



若将缝的宽度减小到约10^{-4}m及更小时，缝后几何阴影区的光屏上将出现衍射条纹，这就是光的衍射现象。



一、光的衍射现象

1、波的衍射现象

波在传播过程中，遇到障碍物后不沿直线传播而向各方向绕射的现象。

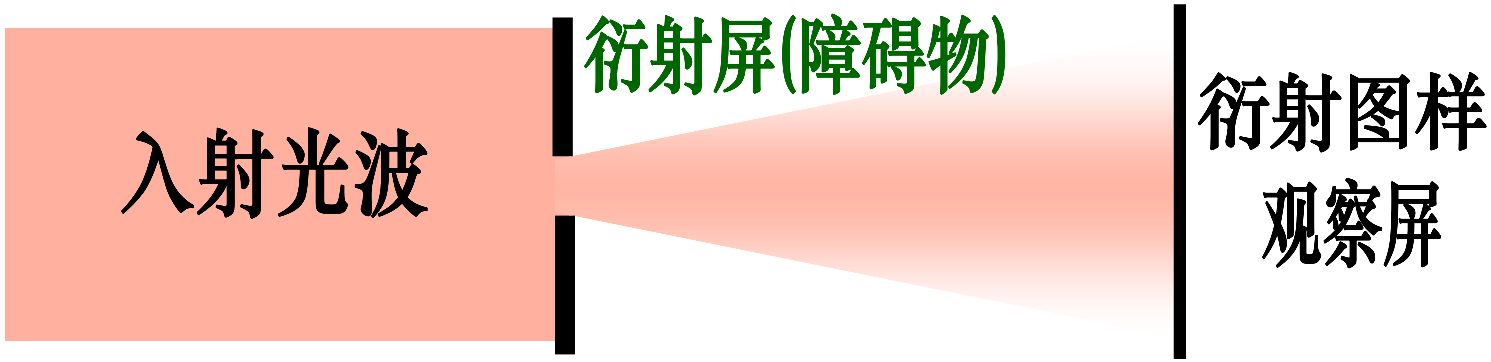
2、光的衍射现象

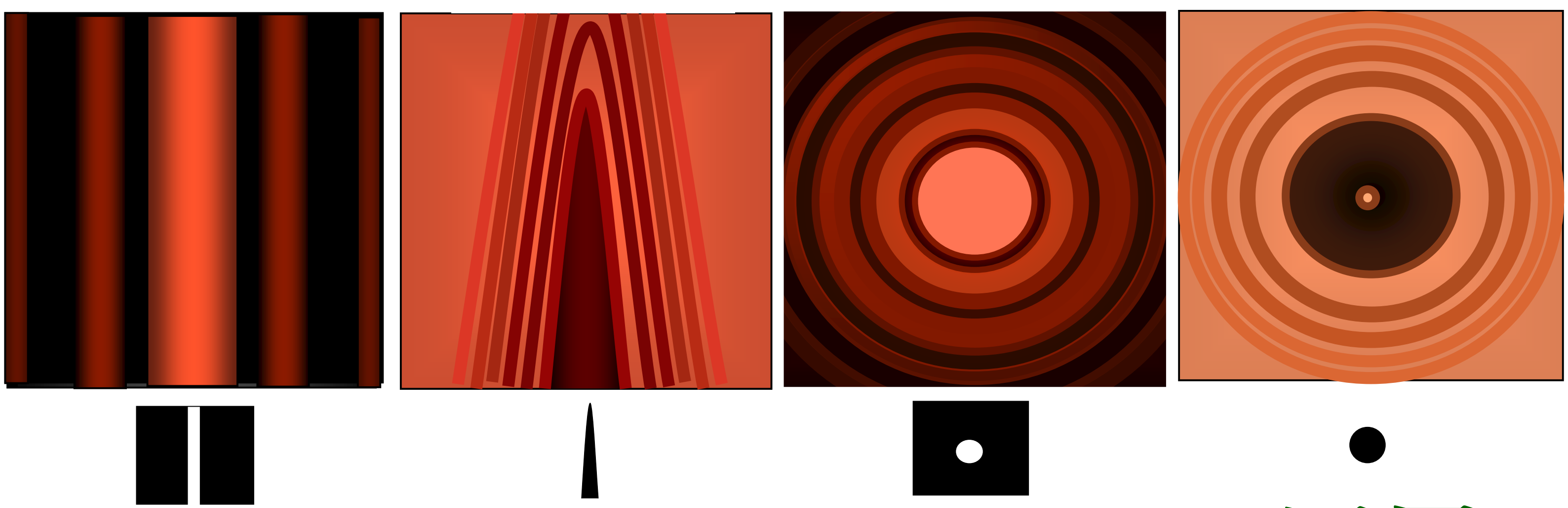
当光遇到小的障碍物（小孔、金属细线）时，也出现偏离直线传播而进入几何阴影区，并在屏幕上出现光强分布不均匀的现象。

—— 说明光是一种波动

一、光的衍射现象

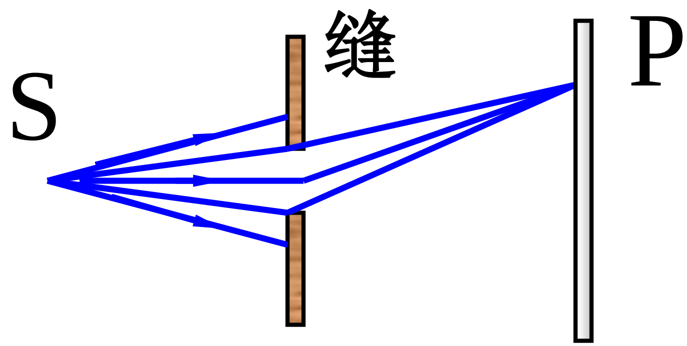
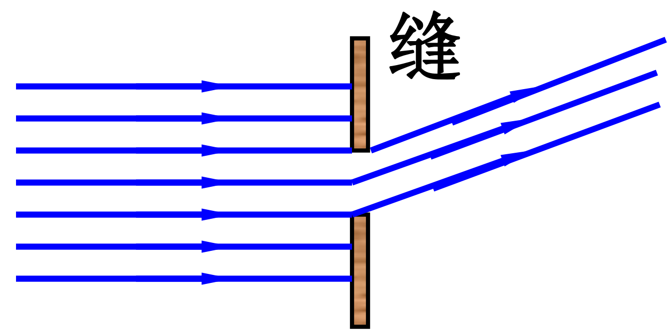
衍射现象



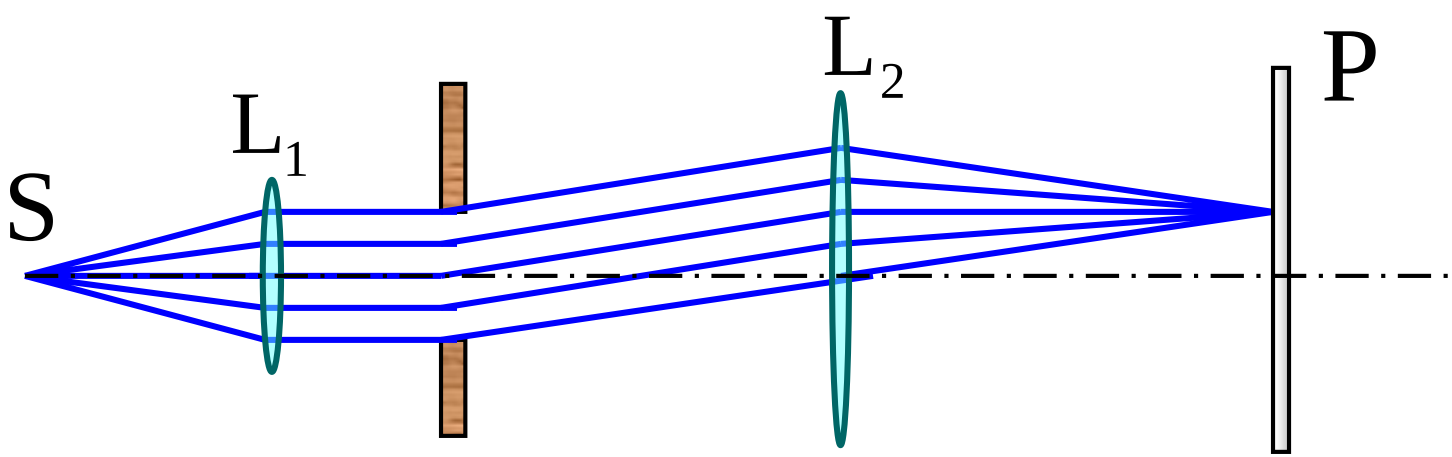


狭缝　针尖　圆孔　圆屏

3、两类衍射(按光源–障碍物–观察屏相对距离区分)

菲涅尔衍射	夫琅禾费衍射
	
光源与缝或屏与缝相距有限远	光源与缝、屏与缝相距无限远

夫琅禾费衍射在实验中实现



二、惠更斯-菲涅耳原理

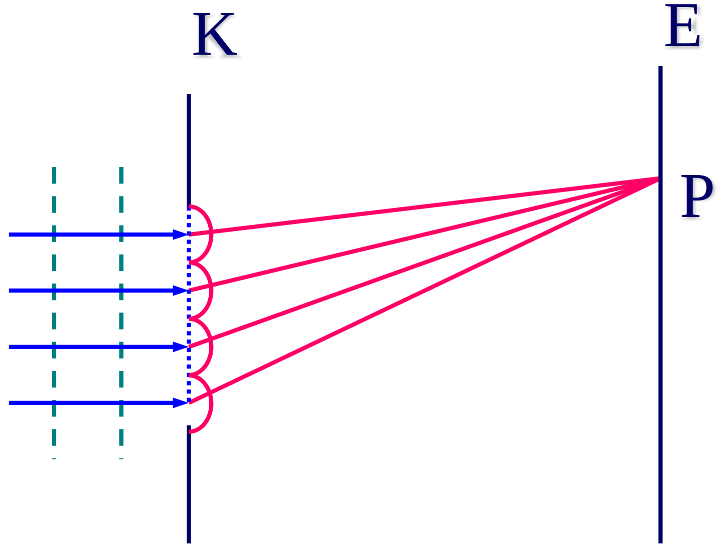
1、惠更斯原理

惠更斯原理可定性地说明衍射现象，但不能解释光的衍射图样中光强的分布。

2、惠更斯-菲涅耳原理

菲涅耳假定：

波在传播过程中，从同一波阵面上各点发出的子波，经传播而在空间某点相遇时，产生相干叠加。



光的衍射的实质：多光束干涉

二、惠更斯-菲涅耳原理

1、惠更斯原理

惠更斯原理可定性地说明衍射现象，但不能解释光的衍射图样中光强的分布。

2、惠更斯-菲涅耳原理

波阵面(波前)上的每一点都可视为发射次波(子波)的波源，在其后的任一时刻，这些次波(子波)的包络面就是该时刻的波阵面（波前）。

从同一波前上的各点发出的各个次波(子波)是相干波，经传播在媒质中某点相遇时的叠加是相干叠加。

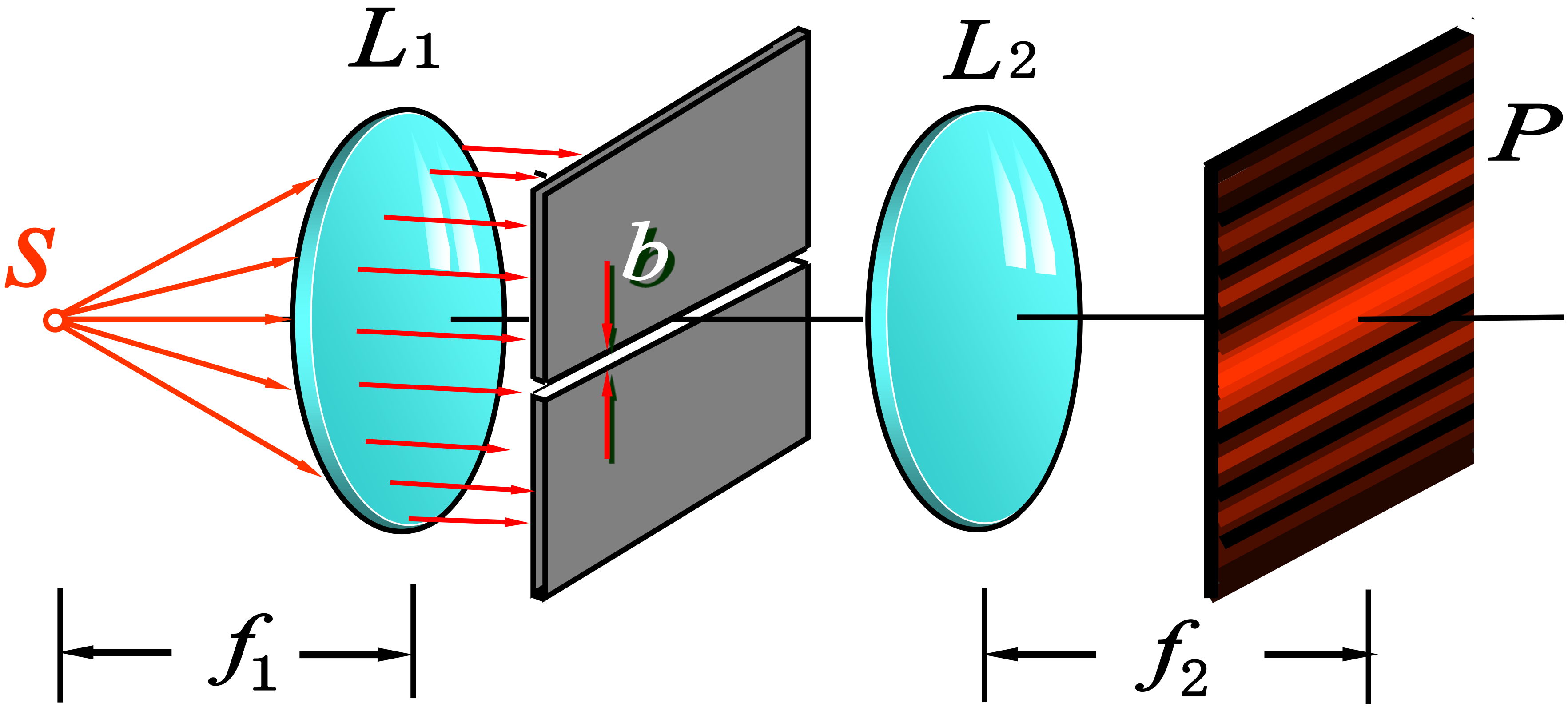
第 十一 章 光 学

11-6 单缝的夫琅禾费衍射

知识点：重点掌握：

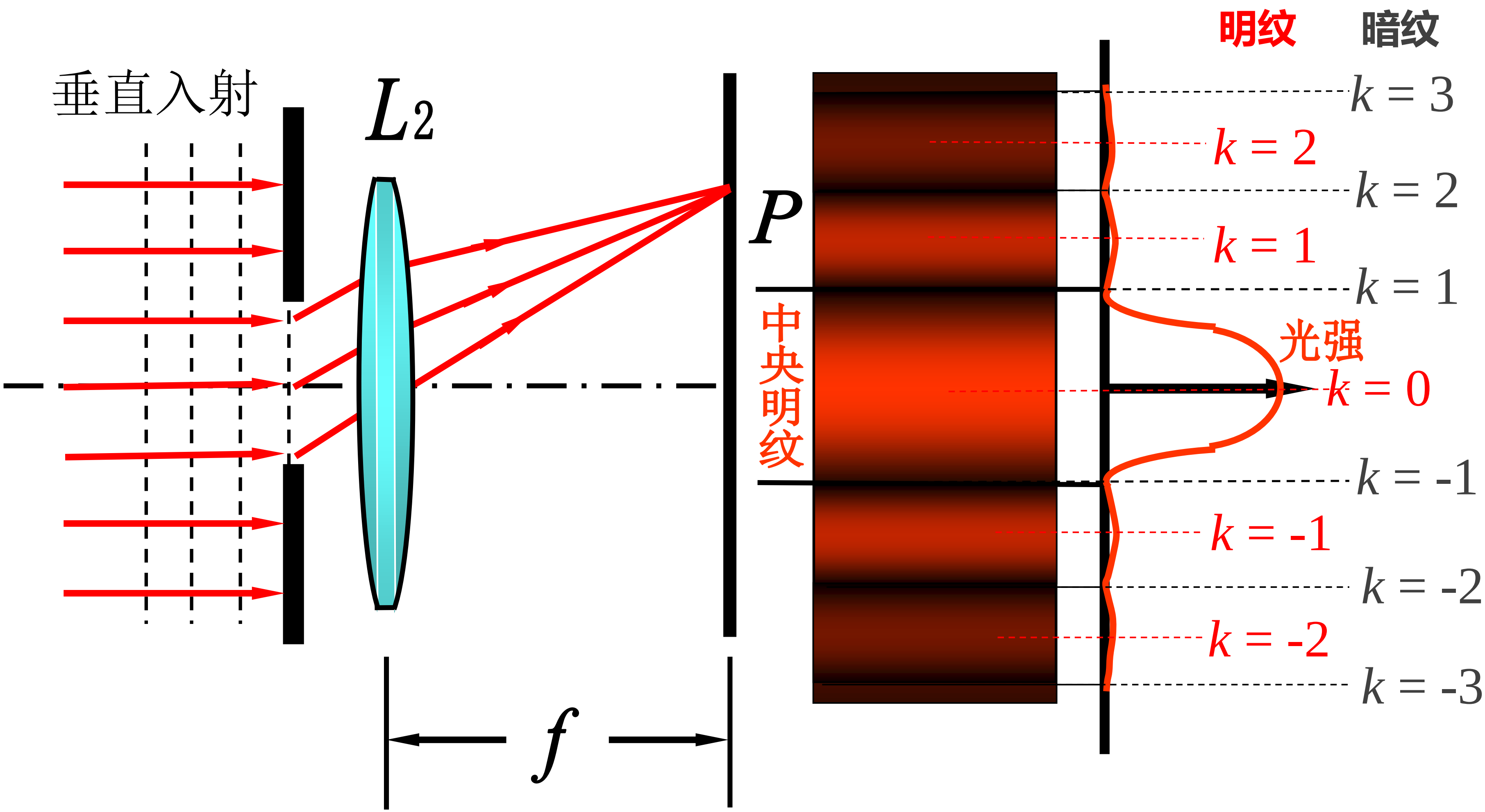
单缝夫琅禾费衍射明、暗纹条件。

一、单缝的夫琅禾费衍射现象



一、单缝的夫琅禾费衍射现象

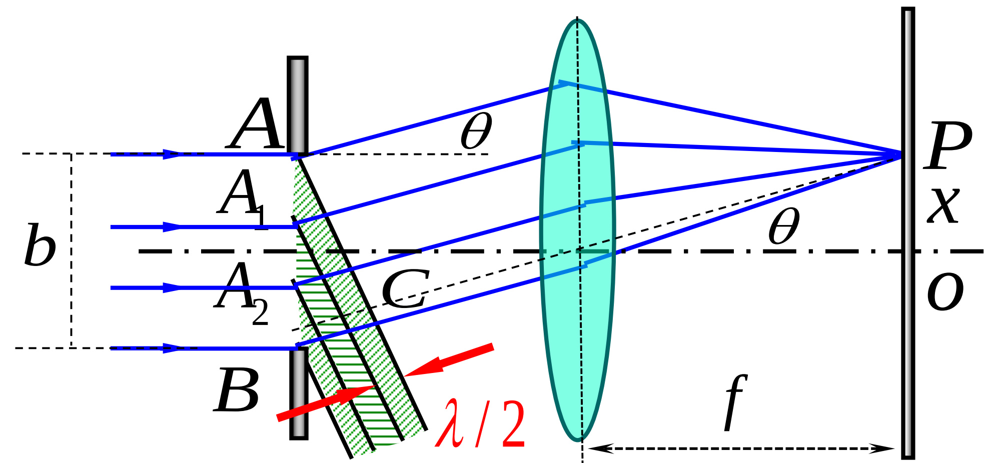
空气中，$n = 1.00$



二、单缝的夫琅禾费衍射-明暗纹条件（重点）

空气中，$n = 1.00$

菲涅尔半波带法



$$\frac{BC}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b\sin\theta}{\frac{\lambda}{2}} = N$$

（ N 个半波带）

1、在给定的衍射角中，若BC刚好分成偶数个半波带，

则P点因干涉相消(减弱)而出现暗纹。

暗纹中心：

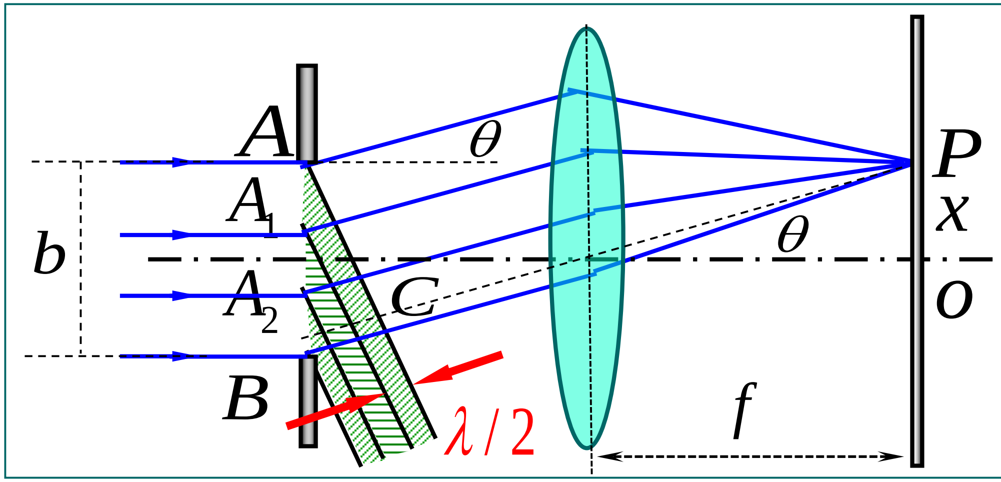
（干涉减弱）

$$\boxed{b\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots}$$

二、单缝的夫琅禾费衍射-明暗纹条件（重点）

空气中，$n = 1.00$

菲涅尔半波带法



$$\frac{BC}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b\sin\theta}{\frac{\lambda}{2}} = N$$

（N个半波带）

2、若BC刚好分成奇数个半波带，

则P点出现亮纹(多余的一个半波带不能被抵消)。

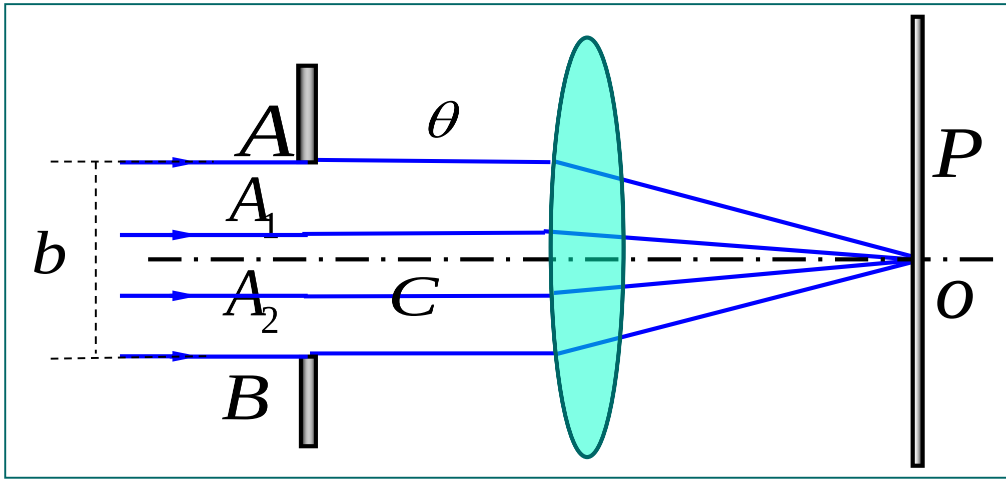
明纹中心：

$$\boxed{b\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},\quad k = 1,2,3,\cdots}$$

二、单缝的夫琅禾费衍射-明暗纹条件（重点）

空气中，$n = 1.00$

菲涅尔半波带法



$$\frac{BC}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b\sin\theta}{\frac{\lambda}{2}} = N$$

（ N 个半波带）

3、 $\theta = 0$， $b\sin\theta = 0$，

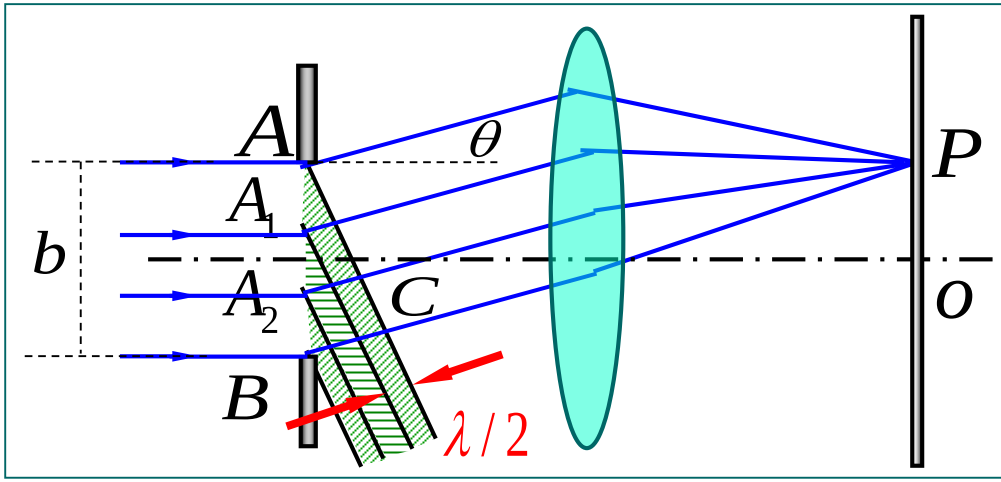
O 点，干涉加强，中央明纹中心（零级）

中央明纹中心： $\boxed{\theta=0，\ b\sin\theta = 0}$

二、单缝的夫琅禾费衍射-明暗纹条件（重点）

空气中，$n = 1.00$

菲涅尔半波带法



$$\frac{BC}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b\sin\theta}{\frac{\lambda}{2}} = N$$

（ N 个半波带）

4、若BC不为半波长的整数倍时，则P点的亮度介于极大和极小之间。

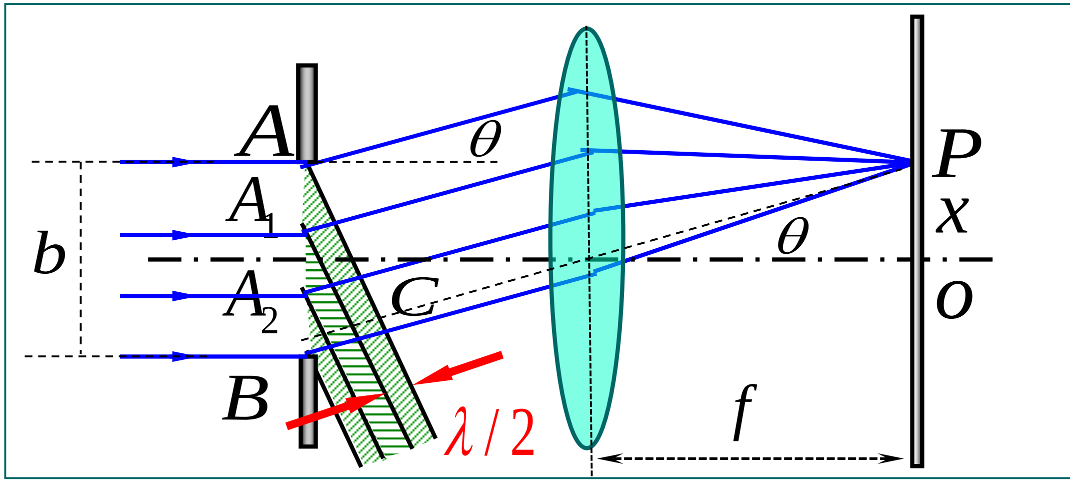
5、另外，衍射角越大，则BC越长，因而半波带数目越多，而缝宽AB=b为常数，因而每个半波带的面积要减少（即每个半波带上携带的光能量减少），于是级数越高，明条纹亮度越低，最后成模糊一片。 一般情况下，可认为衍射角θ很小。

另，当 $b >> \lambda$ 时，不发生衍射现象。

二、单缝的夫琅禾费衍射-明暗纹条件（重点）

空气中，$n = 1.00$

菲涅尔半波带法



$$\frac{BC}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b\sin\theta}{\frac{\lambda}{2}} = N$$

（N 个半波带）

1、中央明纹中心 $\boxed{b\sin\theta = 0, \quad \theta = 0}$

2、暗纹中心（干涉减弱） $\boxed{b\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots}$

3、明纹中心 $\boxed{b\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots}$

三、条纹位置、宽度（重点）

一般，θ 很小， $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$

1)、暗纹中心位置 $\begin{cases} b\sin\theta = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \\ \tan\theta = \dfrac{x}{f} \end{cases} \Rightarrow x_k = \pm k\dfrac{f\lambda}{b}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

2)、明纹中心位置 $\begin{cases} b\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ \tan\theta = \dfrac{x}{f} \end{cases} \Rightarrow x_k = \pm(2k+1)\dfrac{f\lambda}{2b}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

3)、明纹宽度： （1）、中央明纹宽度：（屏上，两侧1级暗纹之间距离）

1级暗纹： $x_1 = \dfrac{f\lambda}{b} \quad \Rightarrow \Delta x_0 = 2x_1 = 2\dfrac{f\lambda}{b}$

三、条纹位置、宽度（重点）

一般，θ很小， $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$

1)、暗纹中心位置 $\begin{cases} b\sin\theta = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} \\ \tan\theta = \dfrac{x}{f} \end{cases} \Rightarrow x_k = \pm k\dfrac{f\lambda}{b}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

2)、明纹中心位置 $\begin{cases} b\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ \tan\theta = \dfrac{x}{f} \end{cases} \Rightarrow x_k = \pm(2k+1)\dfrac{f\lambda}{2b}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

3)、明纹宽度： （2）、k级明纹宽度：（屏上，同一侧，k、k+1级暗纹之间距离）

k，k+1级暗纹： $x_k = k\dfrac{f\lambda}{b}, \; x_{k+1} = (k+1)\dfrac{f\lambda}{b} \Rightarrow \Delta x = x_{k+1} - x_k = \dfrac{f\lambda}{b}$

中央明纹宽度是其他明纹宽度的2倍

光的干涉和光的衍射的比较

1、光的干涉和衍射图样区别

双缝干涉图样特点：

明暗相间、等间距

单缝衍射图象特点：

明暗相间、中间较宽较亮，
两边对称、亮度逐渐减弱

2、双缝干涉和单缝衍射都是光波叠加的结果，

干涉条纹是有限的几束相干光的叠加，
而衍射条纹是极多且复杂的相干光的叠加。

例 15： 空气中，在夫琅禾费单缝衍射中，已知缝宽 $b = 0.1\text{mm}$，透镜 L_2的焦距 $f = 50\text{cm}$。今用含有 λ_1 和 λ_2 两种波长光垂直照射狭缝，发现 λ_1的第2级暗纹中心刚好与 λ_2 的第3级暗纹中心重合。若已知 $\lambda_1 = 600\text{nm}$，

求： 1、$\lambda_2 = ?$；

2、λ_1 与 λ_2 2级明纹中心之间距离？

3、比较 λ_1 和 λ_2 中央明纹的宽度。

解：

1、暗纹：$b\sin\theta = 2k\dfrac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow \begin{cases} b\sin\theta_1 = k_1\lambda_1 \\ b\sin\theta_2 = k_2\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \dfrac{k_1}{k_2}\lambda_1$

重合：$\theta_1 = \theta_2 \qquad \Rightarrow \lambda_2 = \dfrac{2}{3}\times 600\text{nm} = 400\text{nm}$

2、明纹：$\begin{cases} b\sin\theta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ \tan\theta = \dfrac{x_k}{f} \end{cases} \Rightarrow x_k = (2k+1)\dfrac{f\lambda}{2b} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = (2\times 2+1)\dfrac{f\lambda_1}{2b} \\ x_2' = (2\times 2+1)\dfrac{f\lambda_2}{2b} \end{cases}$

$$\Delta x = x_2 - x_2' = \frac{5f(\lambda_1 - \lambda_2)}{2b}, \qquad \Rightarrow \Delta x = 2.5\text{mm}$$

例 15：空气中，在夫琅禾费单缝衍射中，已知缝宽 $b = 0.1\text{mm}$，透镜 L_2的焦距 $f = 50\text{cm}$。今用含有 λ_1 和 λ_2 两种波长光垂直照射狭缝，发现 λ_1的第2级暗纹中心刚好与 λ_2 的第3级暗纹中心重合。若已知 $\lambda_1 = 600\text{nm}$，

求：1、$\lambda_2 = ?$ ；
2、λ_1 与 λ_2 2级明纹中心之间距离？
3、比较 λ_1 和 λ_2 中央明纹的宽度。

解：3、中央明纹的宽度： 1级暗纹：

$$\begin{cases} b\sin\theta = 2k\dfrac{\lambda}{2} \\ \tan\theta = \dfrac{x_k}{f} \end{cases} \Rightarrow x_k = k\frac{f\lambda}{b} \Rightarrow x_1 = \frac{f\lambda}{b} \Rightarrow \Delta x_0 = 2x_1 = 2\frac{f\lambda}{b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{01} = 2\dfrac{f\lambda_1}{b} = 6\text{mm} \\ \Delta x_{02} = 2\dfrac{f\lambda_2}{b} = 4\text{mm} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{01} - \Delta x_{02} = 2\text{mm}$$

例 16: 在宽度 $b=0.6$mm的单缝后有一薄透镜，焦距 $f=40$ cm，以平行单色光垂直入射，在焦平面屏上形成衍射条纹。如果在透镜主光轴与屏之交点O和距O点1.4mm的P点看到的是亮纹，

求： 1、入射光的波长;

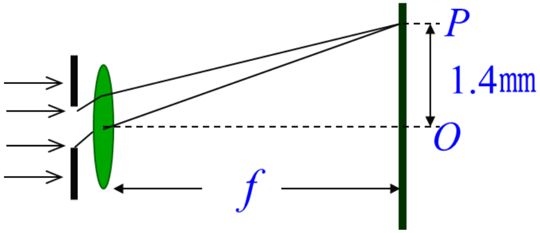
2、从P点看，对该光波而言，狭缝处的波面可分成的半波带的数目。

(入射光在可见光波长范围内)

解：

P点，明纹：

$$\begin{cases} b\sin\theta=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ \tan\theta=\dfrac{x_p}{f} \end{cases} \Rightarrow b\frac{x_p}{f}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$



$$\Rightarrow k=\frac{1}{2}\left(\frac{2bx_p}{f\lambda}-1\right),\qquad \lambda:\ 400\text{nm}\sim760\text{nm}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2bx_p}{f\lambda_{\max}}-1\right)<k<\frac{1}{2}\left(\frac{2bx_p}{f\lambda_{\min}}-1\right),\ \Rightarrow 2.75<k<4.75,\ \Rightarrow k=3,\text{或},k=4$$

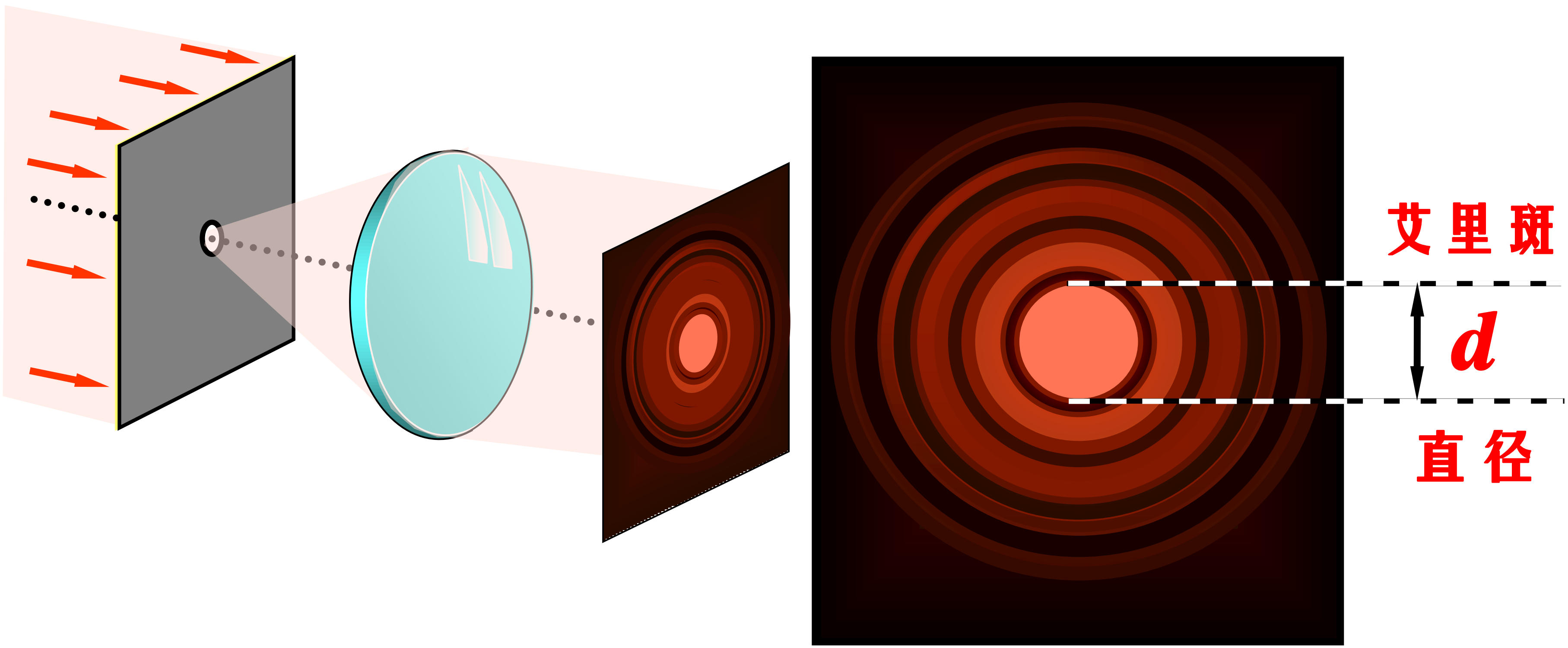
（1） $k=3,\quad b\dfrac{x_p}{f}=(2\times3+1)\dfrac{\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=600\text{nm},\quad N=(2k+1)=7,$ 7个半波带， 3级明纹

（2） $k=4,\quad b\dfrac{x_p}{f}=(2\times4+1)\dfrac{\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=467\text{nm},\quad N=(2k+1)=9,$ 9个半波带， 4级明纹

第 十一 章 光 学

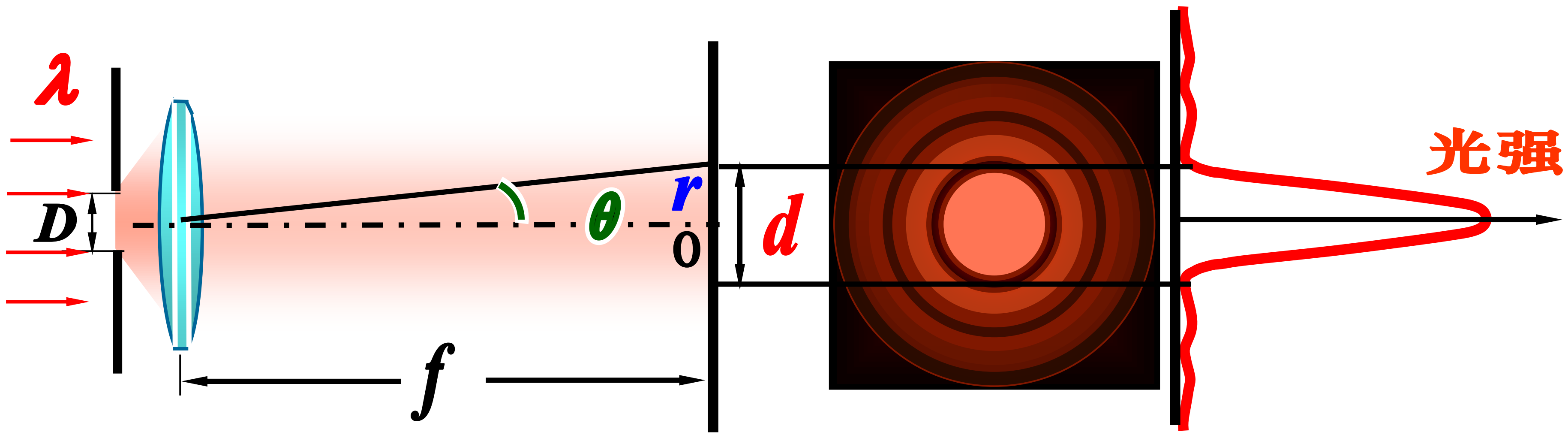
11-7 圆孔的夫琅禾费衍射 光学仪器的分辨率

一、圆孔的夫琅禾费衍射



艾里斑：圆孔衍射的中央亮斑，其上集中了全部衍射光能的84%。

一、圆孔的夫琅禾费衍射



圆孔半径 R，直径 D　　　　**艾里斑半径 r，直径 d**

$$\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

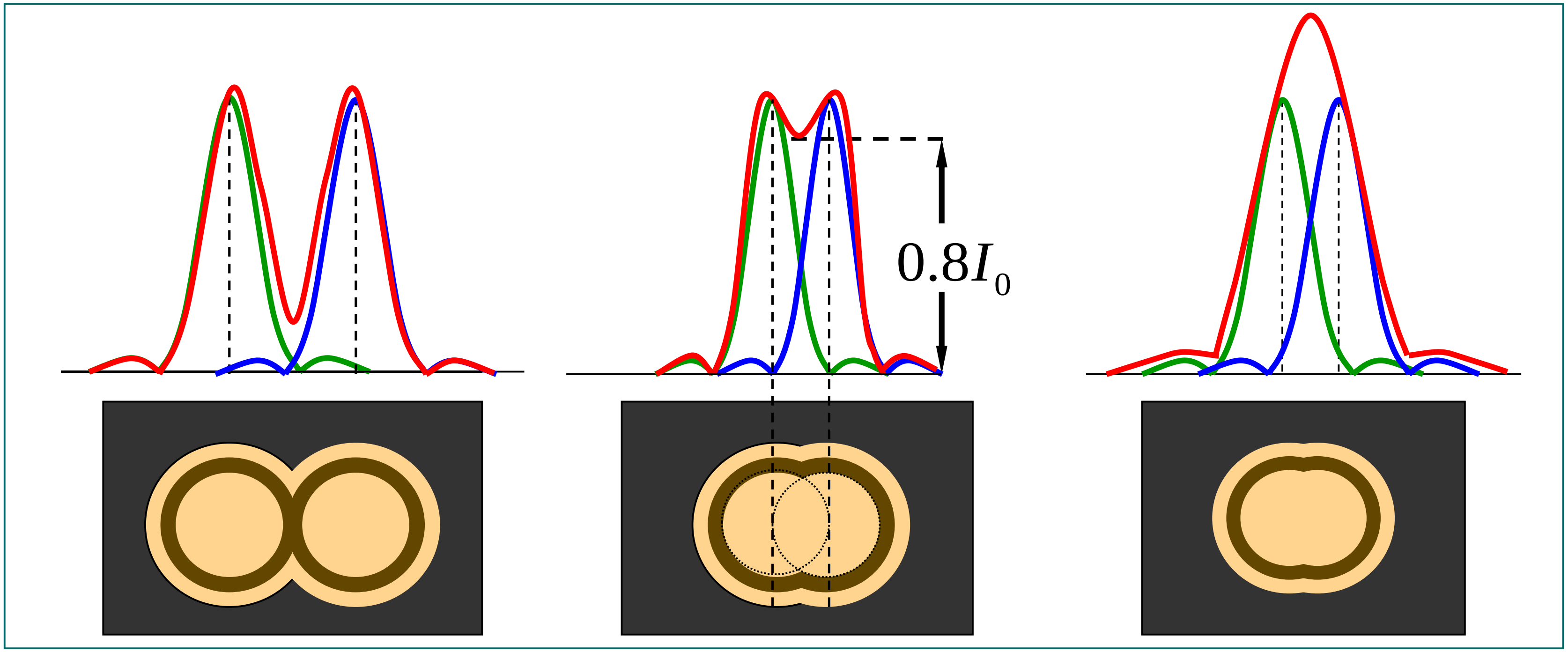
θ 很小

艾里斑的半角宽度：

$$\theta = \frac{r}{f} = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

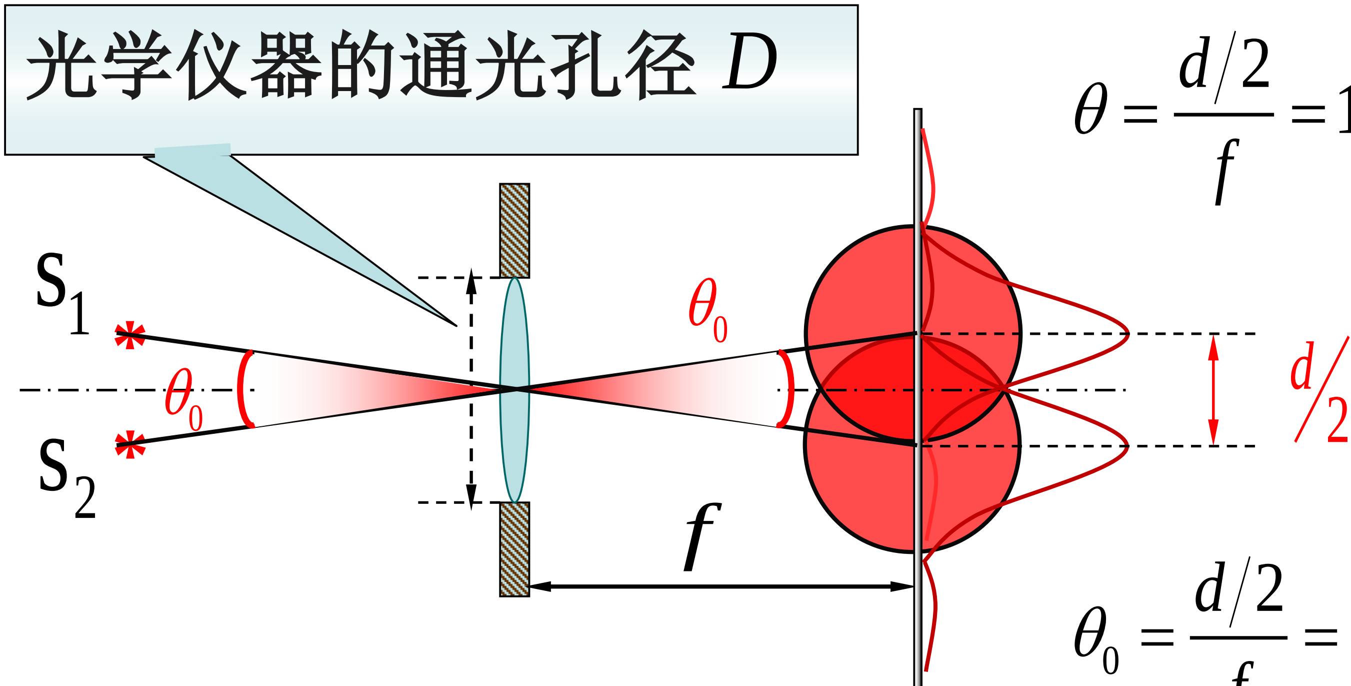
圆孔直径 D 越小，
艾里斑越大，
衍射效果越明显。

二、瑞利(Rayleigh)判据



对于两个强度相等的不相干的点光源（物点），一个点光源的衍射图样的**主极大中心**刚好和另一点光源衍射图样的**第一极小中心**相**重合**，这时两个点光源（或物点）恰为这一光学仪器所分辨。

三、光学仪器的分辨本领

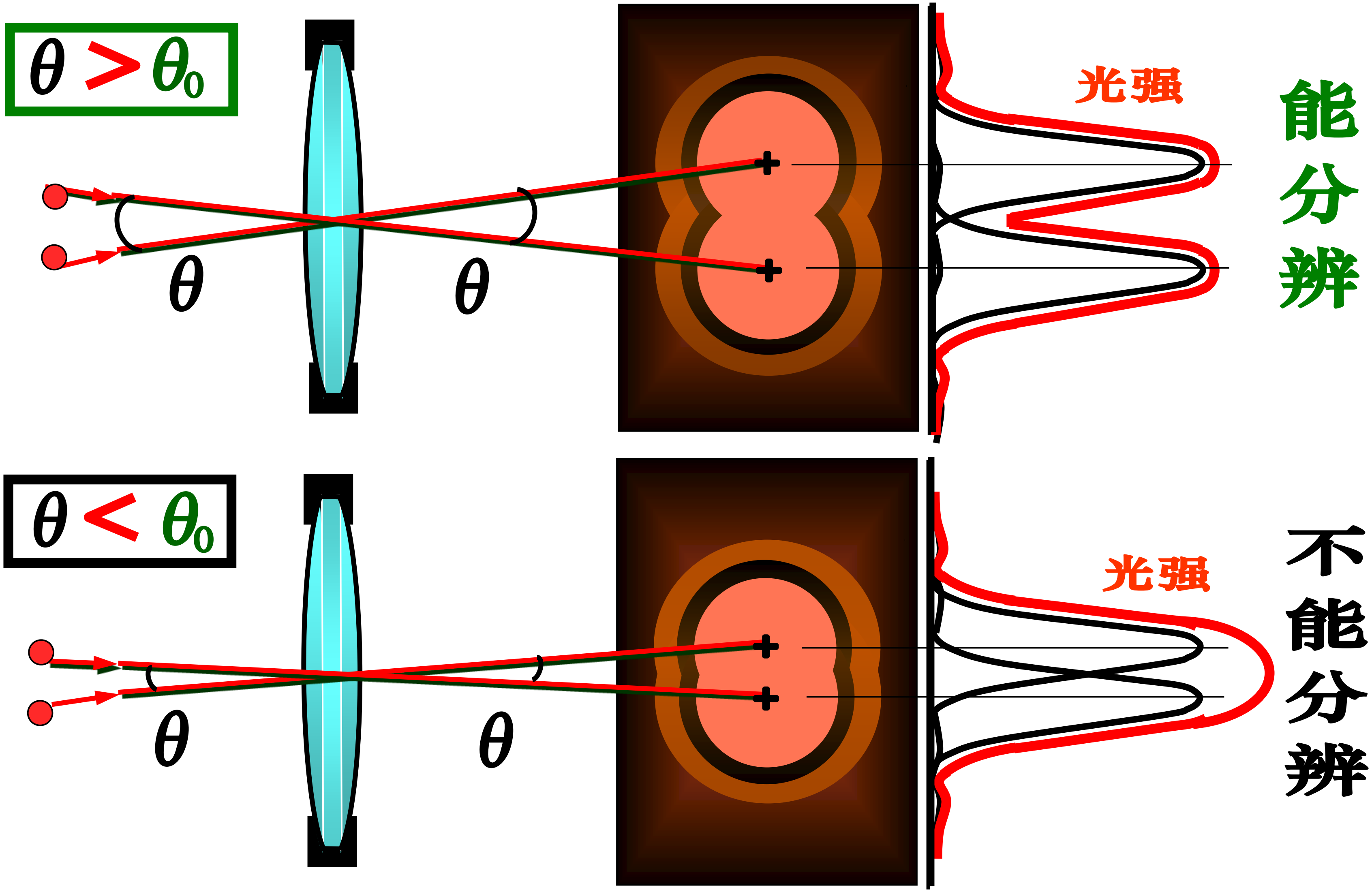


$$\theta = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

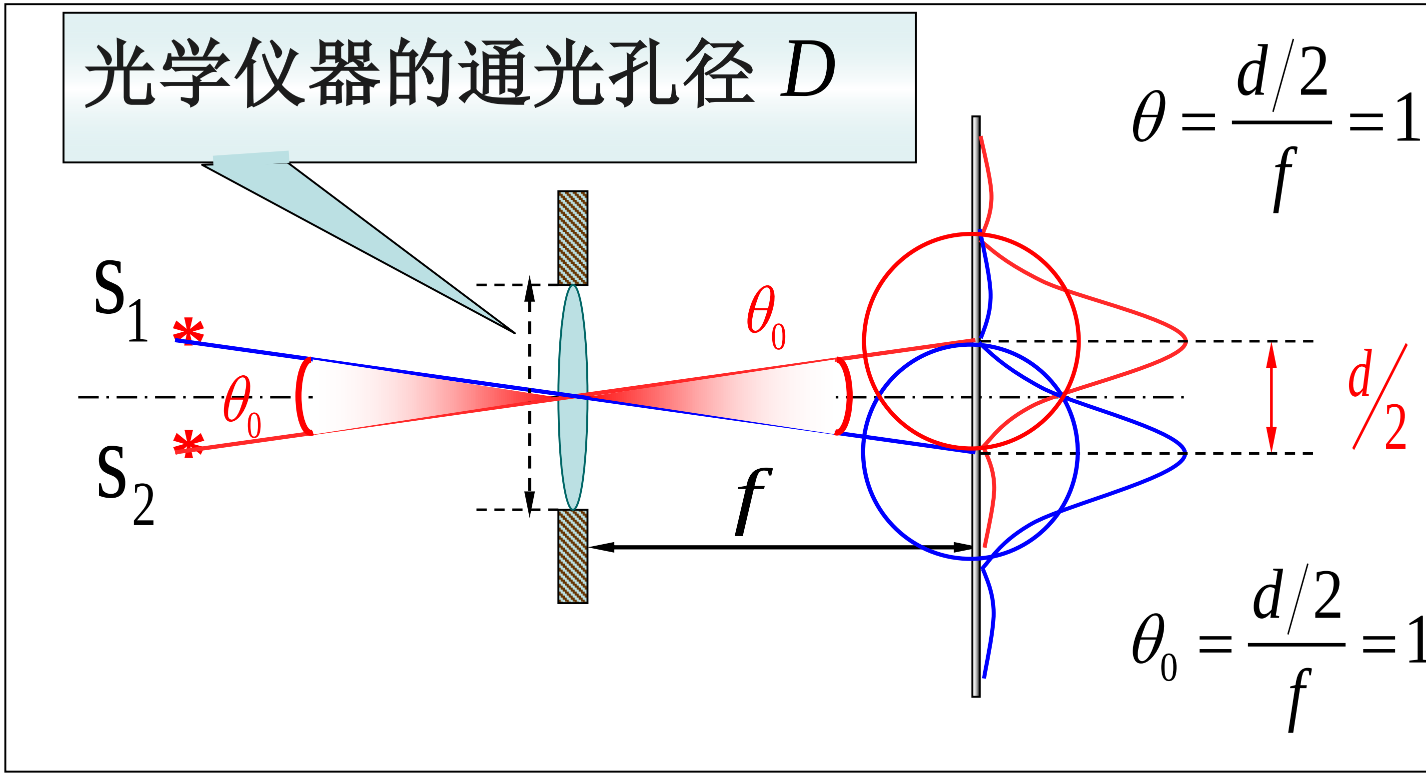
$$\theta_0 = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

最小分辨角： $\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

两艾里斑中心距的角宽 θ 略大于或略小于最小分辨角 θ_0 时



三、光学仪器的分辨本领



$$\theta = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$\theta_0 = \frac{d/2}{f} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

光学仪器分辨率 $= \dfrac{1}{\theta_0} = \dfrac{D}{1.22\lambda}$

提高光学仪器分辨本领的两条基本途径：

1、加大成像系统的通光孔径；

2、采用较短的工作波长.

例 17： 设人眼在正常照度下的瞳孔直径约为 **3mm**，而在可见光中，人眼最敏感的波长为 **550nm**，

求： 1、人眼的最小分辨角有多大？

2、若物体放在距人眼 **25cm**（明视距离）处，则两物点间距为多大时才能被分辨？

解：

1、$$\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D} = \frac{1.22\times 5.5\times 10^{-7}\,\mathrm{m}}{3\times 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 2.2\times 10^{-4}\,\mathrm{rad}$$

2、$$d = l\theta_0 = 25\mathrm{cm}\times 2.2\times 10^{-4} = 0.055\mathrm{mm}$$