第十五章 量子物理

第十五章 量子物理

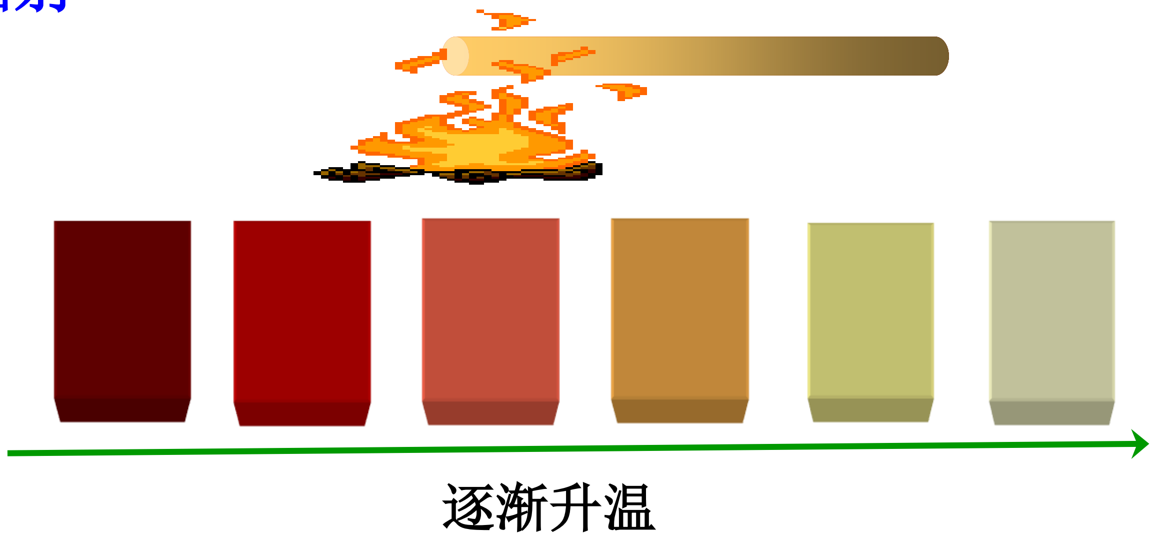
15- 1 黑体辐射、普朗克能量子假设

知识点：掌握
1、黑体辐射实验规律：
1）斯忒藩 - 玻耳兹曼定律
2）维恩位移定律；
2、普朗克能量子假设

一、热辐射 Heat Radiation

量子世界的大门是在黑体辐射问题的研究中开启的。

1、热辐射



任何物体在任何温度下都在不断地向外辐射各种波长的电磁波的现象称为热辐射。辐射的电磁波的能量→辐射能

（物体内的分子、原子受到热激发而产生电磁辐射的现象）

T 不同，辐射能量集中的波长范围不同

一、热辐射 Heat Radiation

2、描述热辐射的物理量

1）单色辐出度 $M_\lambda(T)$

在一定温度 T 下，单位时间内，从物体表面单位面积上辐射出的单位波长间隔内的电磁波的能量。

$\lambda - \lambda + d\lambda$间隔，辐射能$dM_\lambda$，
$$\boxed{M_\lambda(T) = \frac{dM_\lambda}{d\lambda},}$$
$M_\lambda(T)$，$M(\lambda, T)$

2）辐出度 $M(T)$

在一定温度 T 下，单位时间内，从物体表面单位面积上发出的所有波长的电磁波的总能量。 （单位面积的辐射功率）

$$\boxed{M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda}$$

一、热辐射 Heat Radiation

2、描述热辐射的物理量

3）单色吸收比和单色反射比

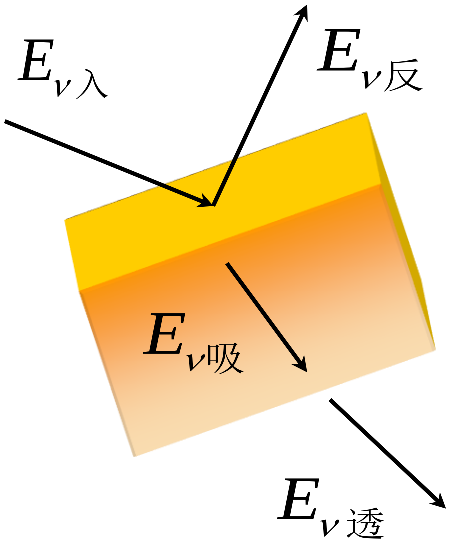
➤单色吸收比 $\alpha_\lambda(T)$：

在波长 λ 到 $\lambda+\mathrm{d}\lambda$ 范围内吸收的能量与入射的能量之比。

➤单色反射比 $r_\lambda(T)$：

在波长 λ 到 $\lambda+\mathrm{d}\lambda$ 范围内反射的能量与入射的能量之比。

对于不透明物体：$\alpha_\lambda(T)+r_\lambda(T)=1$



二、绝对黑体和黑体辐射的基本规律

1、绝对黑体 Black Body

能完全吸收各种波长电磁波而无反射和透射的物体称为绝对黑体，简称黑体

绝对黑体是理想模型

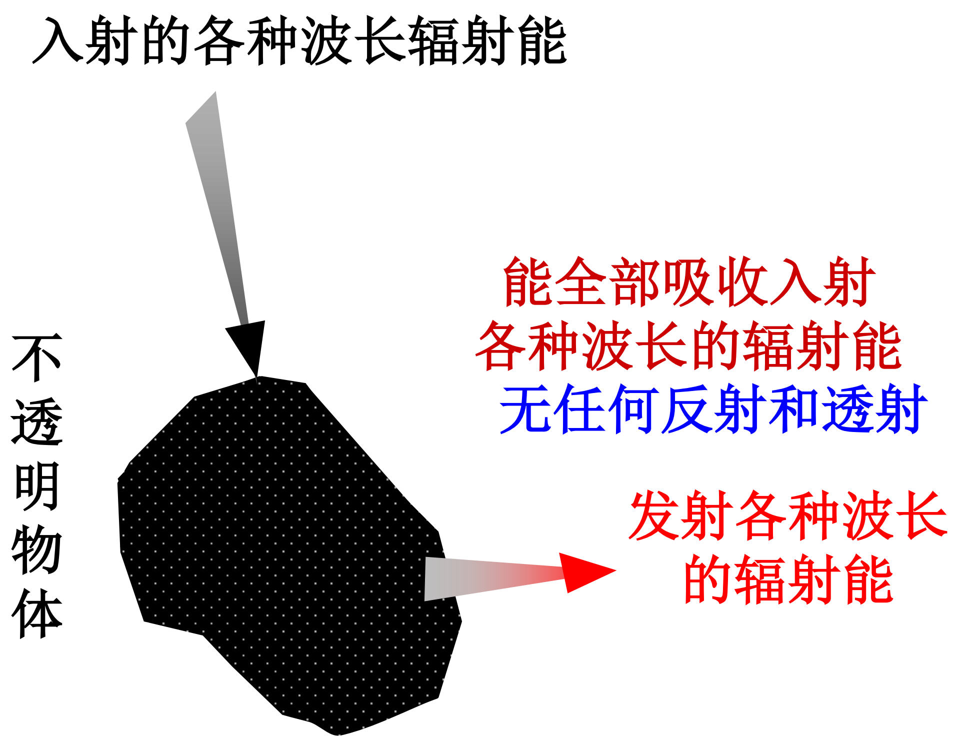
重要理论模型

绝对黑体

单色吸收比：

$\alpha_\lambda(T)=1$

黑体是完全的吸收体



二、绝对黑体和黑体辐射的基本规律

1、绝对黑体 Black Body

能完全吸收各种波长电磁波而无反射和透射的物体称为绝对黑体，简称黑体

绝对黑体是理想模型

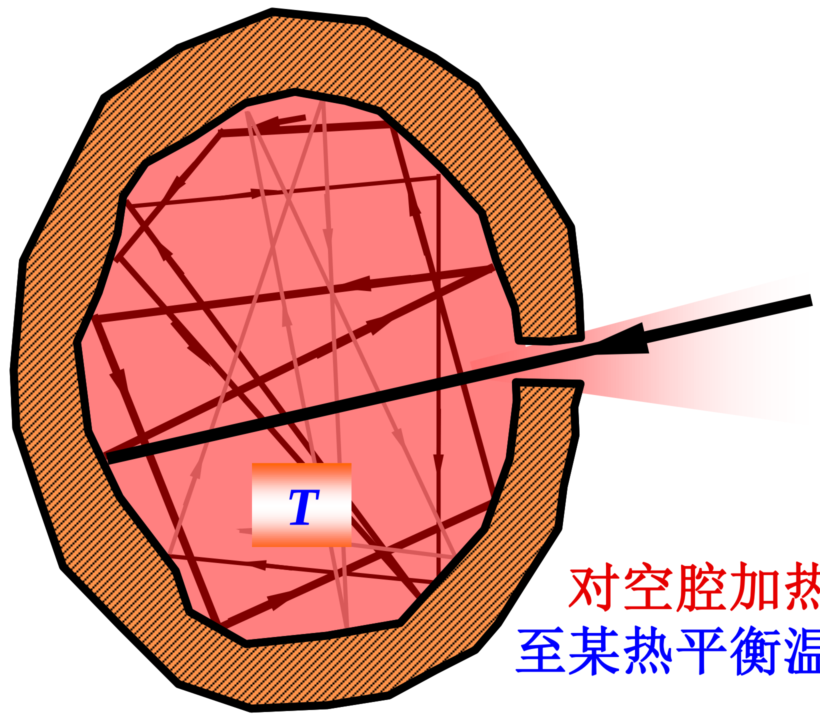
重要理论模型

绝对黑体

单色吸收比：

$\alpha_\lambda(T)=1$

黑体是完全的吸收体



二、绝对黑体和黑体辐射的基本规律

2、基尔霍夫定律 Kirchhoff's Law （了解）

1859年，德国物理学家基尔霍夫根据封闭容器内几个物体处于热平衡时的特征，得出：

在同一温度 T 下，任何物体单色辐出度 $M_\lambda(T)$ 和单色吸收比 $\alpha_\lambda(T)$ 之比值都相等，等于该温度 T 下的绝对黑体对同一波长的单色辐出度 $M_{0\lambda}(T)$，即：

$$\boxed{\frac{M_{1\lambda}(T)}{\alpha_{1\lambda}(T)}=\frac{M_{2\lambda}(T)}{\alpha_{2\lambda}(T)}=\cdots=M_{0\lambda}(T)}$$

表明：1）若 $M_{0\lambda}(T)$ 已知，则： $M_{i\lambda}(T)=\alpha_{i\lambda}(T)\cdot M_{0\lambda}(T)$

2）好的吸收体也是好的辐射体；

3）黑体是完全的吸收体，因此也是理想的辐射体。

确定黑体的单色辐出度成为研究热辐射的中心问题。

二、绝对黑体和黑体辐射的基本规律

3、黑体辐射的实验定律

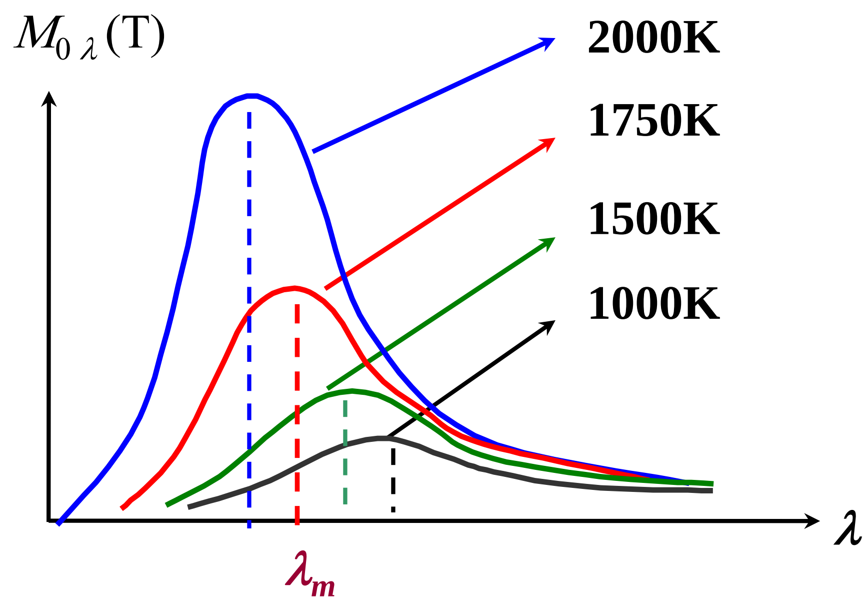
实验规律：

1) 斯特藩-玻耳兹曼定律

1879年，斯特藩实验总结出、1884年，玻耳兹曼由经典理论导出黑体辐出度与温度的关系：

$$M(T) = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67\times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$$



2) 维恩位移定律

曲线的峰值对应的波长λ_m与温度T 的乘积为一常量：

$$T\lambda_m = b, \qquad b = 2.897756 \times 10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}$$

三、经典物理遇到的困难

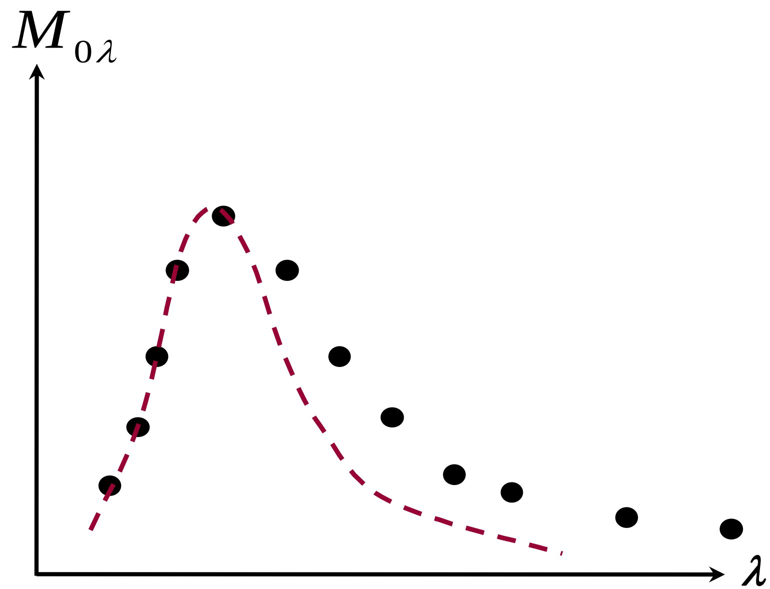
黑体辐射的理论研究涉及热力学、统计物理学和电磁学，因而成为19世纪末物理学家研究的中心问题之一。

许多物理学家都企图从经典理论导出黑体的单色辐出度的理论公式，但始终得不到满意的结果。

1、维恩公式(1896)（了解）

$$M_{0\lambda}(T)=C_1\lambda^{-5}e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$$

短波方向与实验符合较好，在长波范围内与实验不符



三、经典物理遇到的困难

黑体辐射的理论研究涉及热力学、统计物理学和电磁学，因而成为19世纪末物理学家研究的中心问题之一。

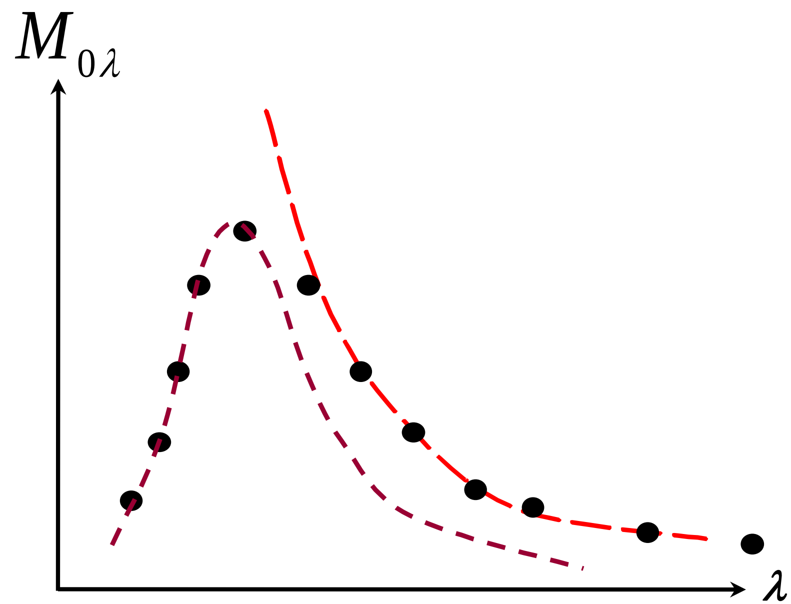
许多物理学家都企图从经典理论导出黑体的单色辐出度的理论公式，但始终得不到满意的结果。

2、瑞利—金斯公式（了解）

(1900–1905)

$$M_{0\lambda}(T) = C_3 \lambda^{-4} T$$

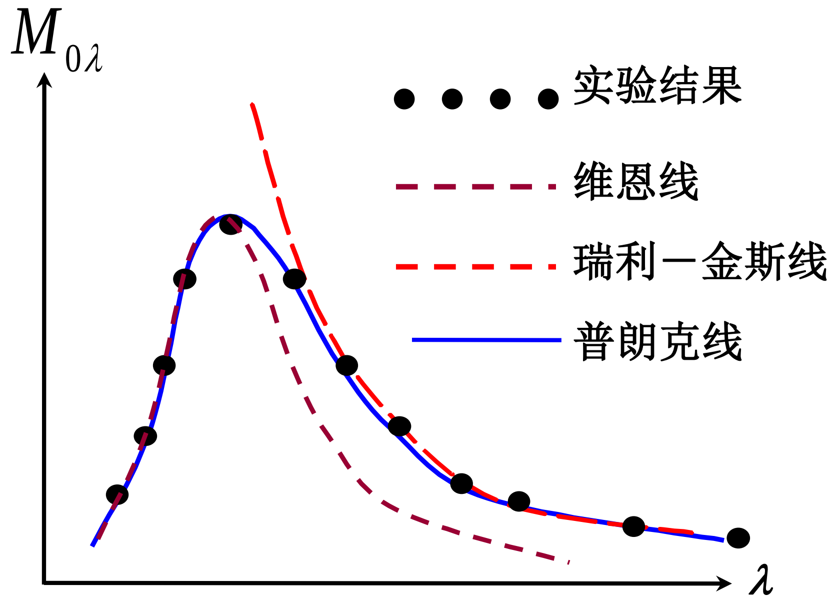
长波段与实验曲线符合得很好，但在短波段严重偏离。



三、经典物理遇到的困难

3、普朗克公式(1900) （了解）

$$M_{0\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/kT\lambda}-1}$$



普朗克常数：

$h = 6.6260755\times10^{-34}$ J·s

鲁本斯（Rubens）：“幸运地猜出来的内插公式”

同最新的实验结果比较发现：

在全波段与实验结果惊人的符合

四、普朗克能量子假设

辐射黑体中分子和原子的振动可视为线性谐振子，这些线性谐振子可以发射和吸收辐射能。这些谐振子只能处于某些分立的状态，在这些状态下，谐振子的能量不能取任意值，只能是某一最小能量ε的整数倍。

1900年12月14日，德国物理学会——这一天定为量子论的诞生日。

$$\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, 4\varepsilon, \cdots, n\varepsilon, \cdots$$

n为整数，称为量子数

对频率为ν的谐振子, 最小能量 ε 为:

ε 称为能量子

Quantum of Energy

$$\boxed{\varepsilon = h\nu}$$

四、普朗克能量子假说

普朗克从这些假设出发可以得到他的黑体辐射公式：

$$\boxed{M_{0\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/kT\lambda}-1}}$$

1、普朗克假说圆满地解释了绝对黑体的辐射问题。

2、从普朗克公式可导出维恩位移定理、斯特藩—玻耳兹曼定律，维恩公式，瑞利—金斯公式。

1） $\frac{dM_{0\lambda}(T)}{d\lambda}=0,$

维恩位移定律：

$$T\lambda_m=b$$

2） $M(T)=\int_0^\infty M_{0\lambda}(T)d\lambda=\sigma T^4,$

斯特藩-玻尔兹曼定律：

$$M(T)=\sigma T^4$$

四、普朗克能量子假说

普朗克从这些假设出发可以得到他的黑体辐射公式：

$$\boxed{M_{0\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/kT\lambda}-1}}$$

1、普朗克假说圆满地解释了绝对黑体的辐射问题。
2、从普朗克公式可导出维恩位移定理、斯特藩—玻耳兹曼定律，维恩公式，瑞利—金斯公式。

3) $\lambda\to 0 \Rightarrow e^{\frac{hc}{k\lambda T}}>>1$

维恩公式

$$M_{0\lambda}(T)=C_1\lambda^{-5}e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$$

$$\Rightarrow M_{0\lambda}(T)=2\pi hc^2\lambda^{-5}e^{-\frac{hc}{k\lambda T}}=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}e^{-\frac{hc}{k\lambda T}}$$

四、普朗克能量子假说

普朗克从这些假设出发可以得到他的黑体辐射公式：

$$\boxed{M_{0\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/kT\lambda}-1}}$$

1、普朗克假说圆满地解释了绝对黑体的辐射问题。

2、从普朗克公式可导出维恩位移定理、斯特藩—玻耳兹曼定律，维恩公式，瑞利—金斯公式。

4) $\lambda\to\infty$， $e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\cdots\cdots$

瑞利-金斯公式

$$M_{0\lambda}(T)=C_3\lambda^{-4}T$$

$$M_{0\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\left(\frac{k\lambda T}{hc}\right)$$

普朗克能量子假说取得了圆满的成功

四、普朗克能量子假说

普朗克后来又为这种与经典物理格格不入的观念深感不安，“经典理论给了我们这样多有用的东西，因此，必须以最大的谨慎对待它，维护它……除非绝对必要，否则不要改变现有的理论”。只是在经过十多年的努力证明任何复归于经典物理的企图都以失败而告终之后，他才坚定地相信 h 的引入确实反映了新理论的本质。

“我当时打算将基本作用量子 h 归并到经典理论范畴中去，但这个常数对所有这种企图的回答都是无情的”

1918年他荣获诺贝尔物理学奖

➢ 意义

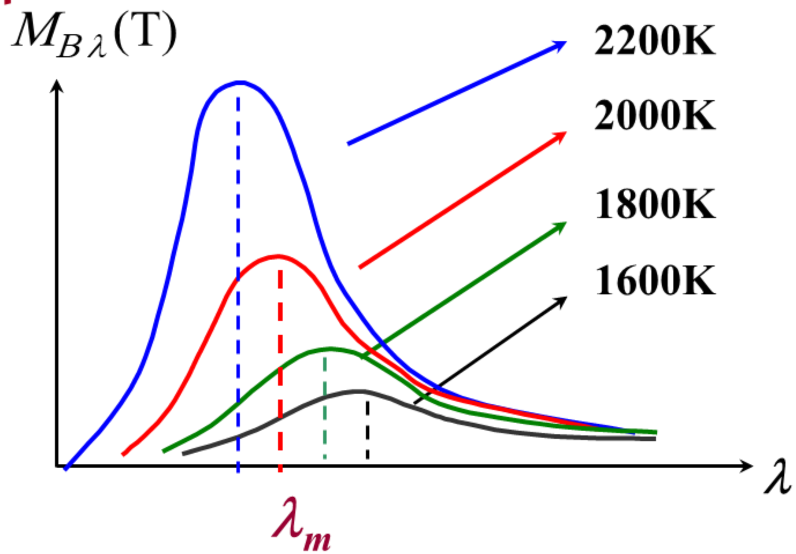
1、首次提出微观粒子的能量是量子化的，打破了经典物理学中能量连续的观念。

2、打开了人们认识微观世界的大门，在物理学发展史上起了划时代的作用。

爱因斯坦评价：“这一发现成为 20 世纪整个物理研究的基础，从那时起，几乎完全决定了物理学的发展”。

本节知识点

（一）黑体辐射的实验定律



1、斯特藩-玻耳兹曼定律 Stefan – Boltzmann Law

$M(T)=\sigma T^4$ $\sigma=5.67\times10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$

2、维恩位移定律 Wien Displacement Law

$T\lambda_m=b$ $b=2.897756\times10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}$

本节知识点

（二）普朗克能量子假设

辐射黑体中分子和原子的振动可视为线性谐振子，这些线性谐振子可以发射和吸收辐射能。这些谐振子只能处于某些分立的状态，在这些状态下，谐振子的能量不能取任意值，只能是某一最小能量ε的整数倍

$$\boxed{\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, 4\varepsilon, \cdots, n\varepsilon, \cdots}$$

n为整数，称为量子数

对频率为ν的谐振子，最小能量(能量子) ε为:

$$\boxed{\varepsilon = h\nu}$$

例 1: （1）温度为 $20^{\circ}\mathrm{C}$的黑体，其单色辐出度的峰值所对应的波长是多少？(2)太阳的单色辐出度的峰值波长 $\lambda_{\mathrm{m}}=483\ \mathrm{nm}$ ，估算太阳表面的温度.（3）以上两辐出度之比为多少？

解: 由维恩位移定律： $T\lambda_{\mathrm{m}}=b$

（1） $$\lambda_{\mathrm{m}}=\frac{b}{T_1}=\frac{2.898\times10^{-3}}{293}=9891\ \mathrm{nm}$$

（2） $$T_2=\frac{b}{\lambda_{\mathrm{m}}}=\frac{2.898\times10^{-3}}{483\times10^{-9}}\mathrm{K}\approx6000\ \mathrm{K}$$

（3） 由斯特藩 - 玻耳兹曼定律： $M(T)=\sigma T^4$

$$M(T_2)/M(T_1)=(T_2/T_1)^4=1.76\times10^5$$

例 2 ： 在加热黑体的过程中，其单色辐出度的峰值波长由0. 69 μ m变化到0. 50 μ m，

求： 总辐出度改变为原来的多少倍？

解：

维恩位移定律： $T\lambda_m = b$

斯特藩 - 玻耳兹曼定律： $M(T) = \sigma T^4$

$$\frac{M(T_2)}{M(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \left(\frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}}\right)^4 = \left(\frac{0.69\mu\text{m}}{0.50\mu\text{m}}\right)^4 = 3.63$$

例 3: 天文学上常用斯特藩-玻耳兹曼定律来估算恒星半径。

已知某恒星辐射能到达地球时，单位面积上的辐射功率(辐出度)为 $1.2\times10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$，此恒星离地球距离为 $R'=4.3\times10^{17}\,\mathrm{m}$，表面温度为**5200K**。

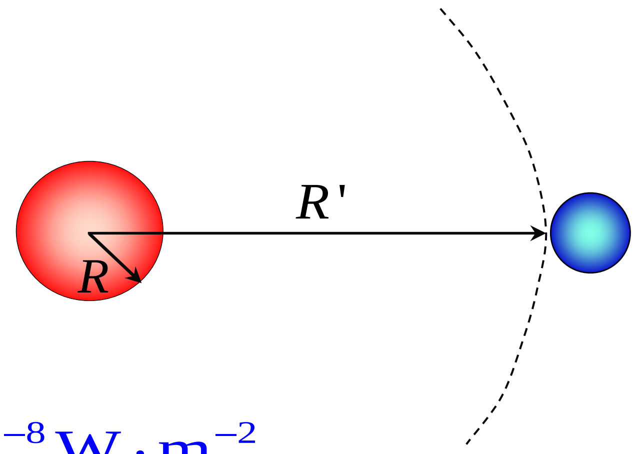
求： 如恒星辐射与黑体相似，求恒星半径***R***为多少？

解： 设恒星半径为***R***，表面温度为***T***，距地球表面 R'

斯特藩-玻耳兹曼定律： $M=\sigma T^4$

恒星表面(半径为***R***)辐射的总功率：

$$W=M\cdot S=4\pi R^2M=4\pi R^2\cdot\sigma T^4$$



到达地球时(半径为 R')辐射的总功率：

$$W'=M'\cdot S'=4\pi R'^2M',\qquad M'=1.2\times10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$$

不考虑能量吸收有： $W=W'\ \Rightarrow 4\pi R^2\cdot\sigma T^4=4\pi R'^2M'$

$$\Rightarrow R=\sqrt{\frac{R'^2M'}{\sigma T^4}}=7.3\times10^9\,\mathrm{m}$$

如果将普朗克能量子假设应用到实际宏观物体的振动系统中，情况如何？

下面以弹簧振子系统为例

例 4: 一弹簧振子系统，轻弹簧的劲度系数为 $k = 15\ \mathrm{N/m}$，一端悬挂质量为 **1kg** 的小球，其振幅为 **0.01m**，

求：1）按普朗克能量子假设，与此振子系统相联系的量子数*n*应为多少？

2）如量子数*n*改变一个单位，能量的改变值与总能量的比值为多少？

解： 1） 弹簧振子系统具有的能量：

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\times 15\times 0.01^2 = 7.5\times 10^{-4}\ \mathrm{J}$$

弹簧振子振动频率：
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.617\mathrm{Hz}$$

由普朗克能量子假设：
$$E = nh\nu$$

量子数：
$$n = \frac{E}{h\nu} = 1.8\times 10^{30}$$

在宏观范围内，能量量子化的效应是极不明显的，即宏观物体的能量完全可视作是连续的。

2）$\Delta E = (\Delta n)h\nu$，$\Delta n = 1$，$\Delta E = h\nu$，$\dfrac{\Delta E}{E} = \dfrac{1}{n} = 5.6\times 10^{-29}$

☞ 实验仪器无法分辨，看到的将是一片连续区域 ----不显量子效应