第二章 拉伸、压缩与剪切



主讲人：吕杭原

邮箱：lvhy@mail.neu.edu.cn

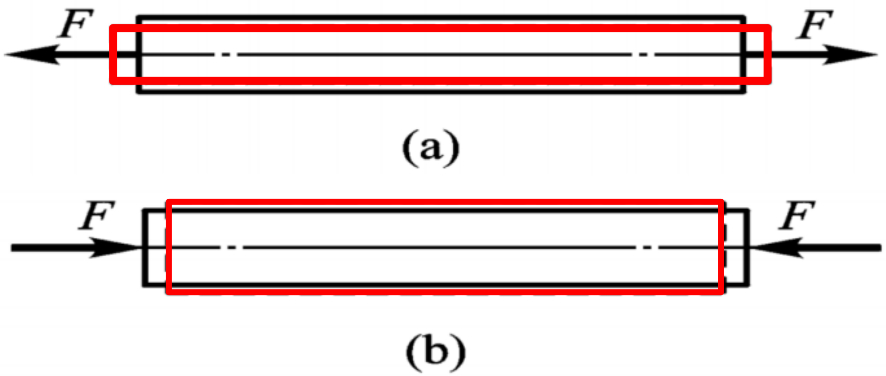
办公室：新机械楼319

QQ：494489092

复习

1、拉压杆的力学特征：

- 受力——**大小相等，方向相反，外力或合力作用线与轴线重合**。
- 变形—— 沿轴线伸长或缩短。



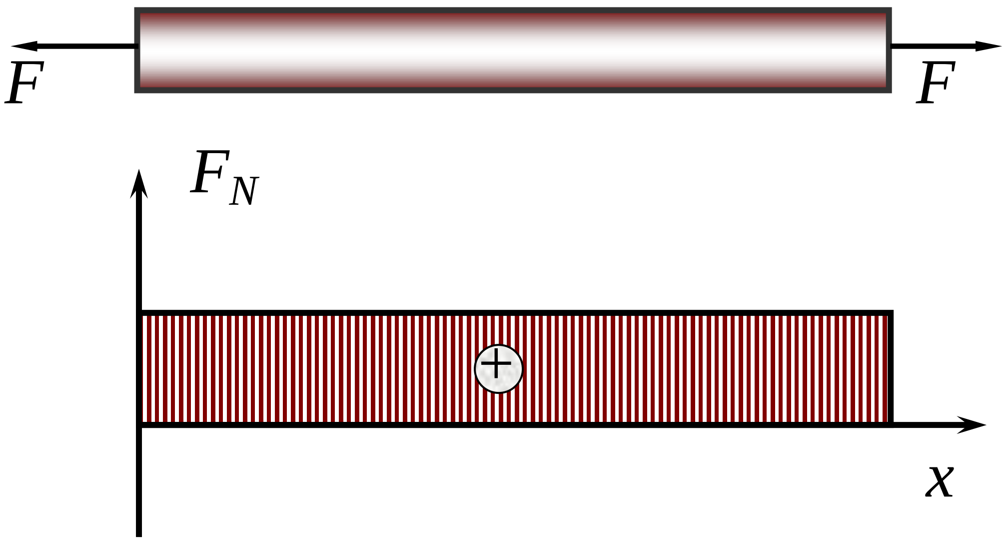
2、内力：拉力和压力

内力的合力作用线与杆件的轴线重合，称为轴力。

求法：截、取、代、平

复习

3、轴力图



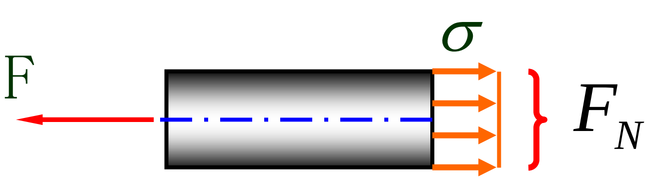
建立一个直角坐标系

横坐标：横截面的位置

纵坐标：相应横截面上的轴力

拉力绘制在x轴的上侧；压力绘制在x轴的下侧

4．应力：横截面仅存在均匀分布正应力



$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

符号规定：拉应力为正，压应力为负。

复习

5、斜截面上应力确定

$$p_\alpha = \frac{F_{N\alpha}}{A_\alpha} = \frac{F}{A/\cos\alpha} = \frac{F}{A}\cos\alpha = \sigma\cos\alpha$$

正应力 $$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos\alpha = \sigma\cos^2\alpha$$

切应力 $$\tau_\alpha = p_\alpha \sin\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

6、斜截面上最大应力值的确定

（1） $\alpha=0^0$时， $\sigma_{max}= \sigma$

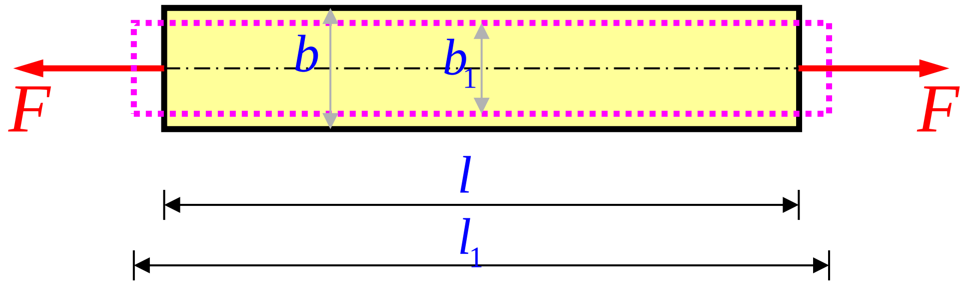
（2） $\alpha=45^0$时， $\tau_{max}= \sigma/2$

复习

7、杆件的变形

一、纵向和横向线应变：

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad \varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}$$



二、泊松比：

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|$$

三、杆件伸长：

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

§2-6　材料拉伸时的力学性能

§2-7　材料压缩时的力学性能

§2-8　失效、安全因素和强度计算

§2-6 材料拉伸时的力学性能

截至目前，我们知道如何计算轴向拉压杆的应力和应变，接下来的问题就是:

杆件在此应力作用下是否会破坏? 安全

我们是否可以用更小一点的杆来承担同样大小的载荷? 经济

§2-6 材料拉伸时的力学性能

你会选择哪个篮子?

什么信息来帮助你作此决定?

§2-6 材料拉伸时的力学性能

要知道杆件能承受的载荷，需要知道制成杆件的材料能承担的应力。

力学性能：材料在受力后的表现出的变形和破坏特性。

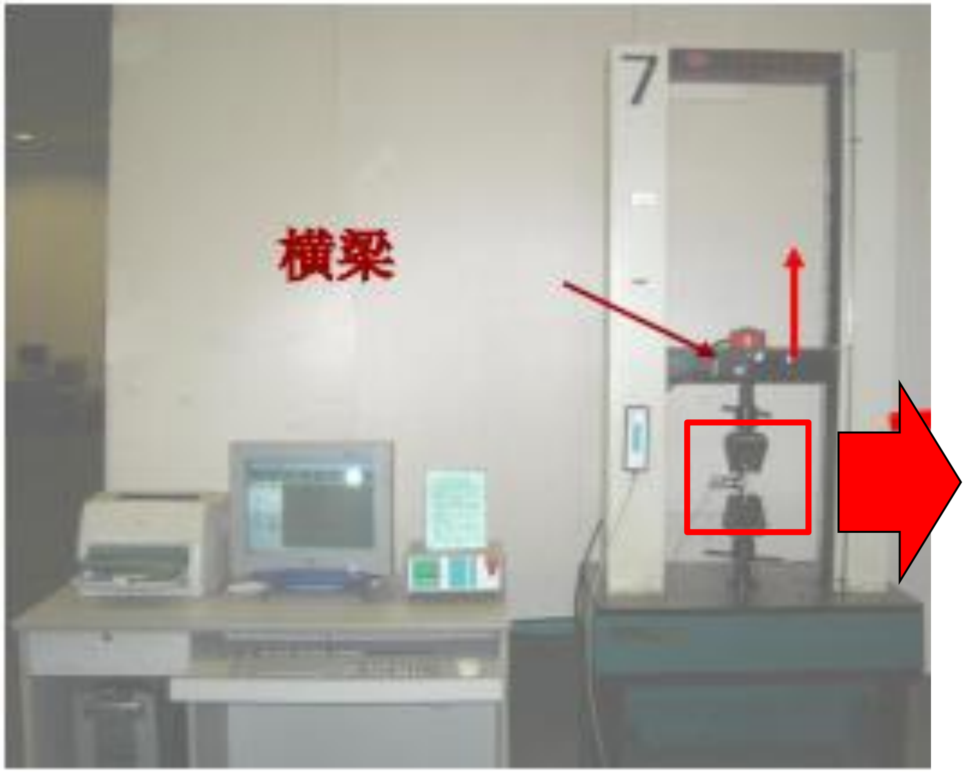
不同的材料具有不同的力学性能

材料的力学性能可通过实验得到。

——常温静载下的拉伸压缩试验

§2-6 材料拉伸时的力学性能

一、拉伸试验—试验机



万能试验机

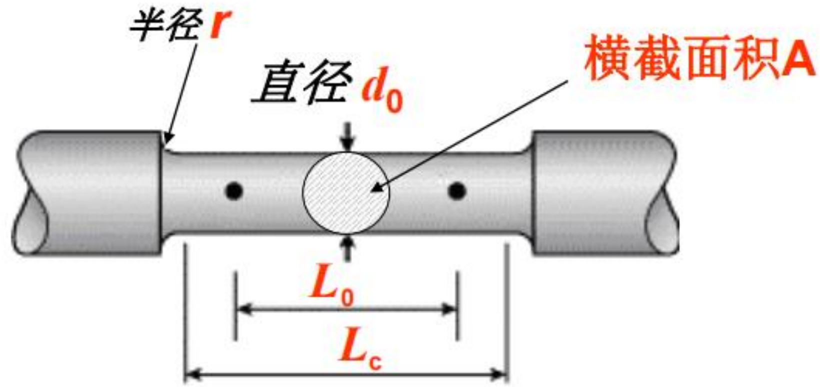
§2-6 材料拉伸时的力学性能

拉伸试验 —标准试件

1、圆棒

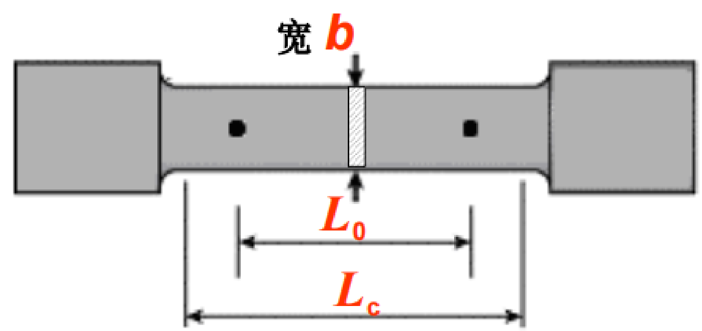
$L_0=5d_0$ 或 $L_0=10d_0$

L_0：标距



2、狗骨型

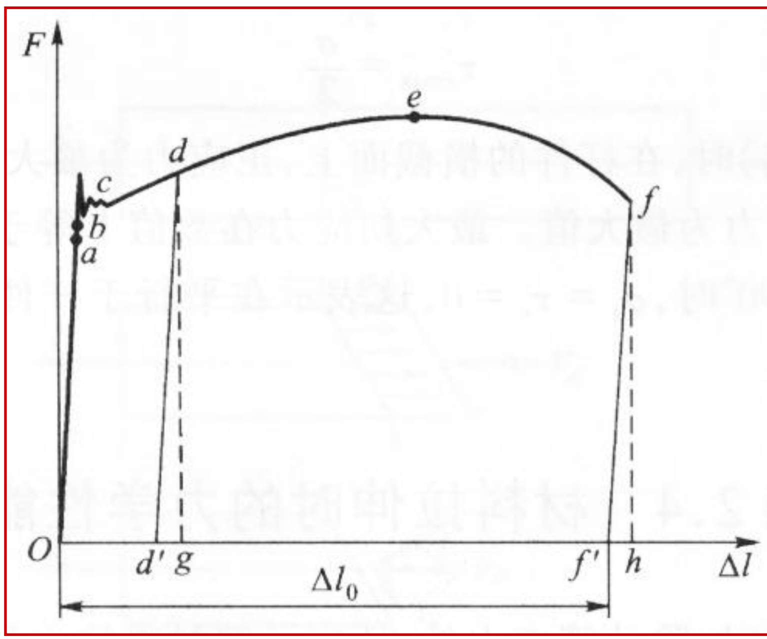
$L_0=5.65\sqrt{A}$ 或 $L_0=11.3\sqrt{A}$

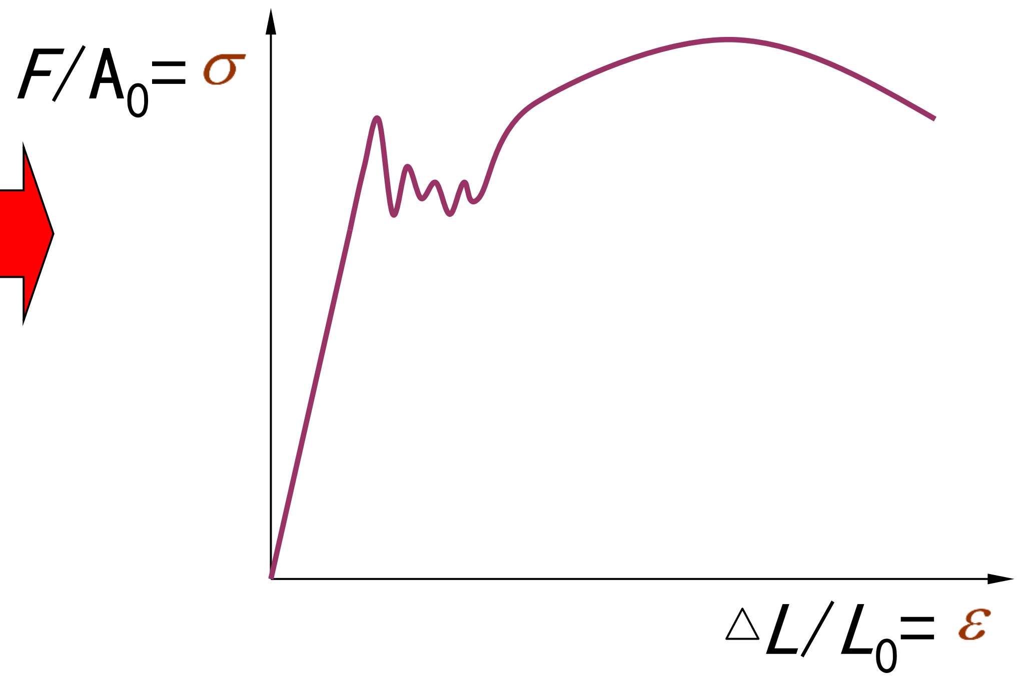


§2-6 材料拉伸时的力学性能

二、拉伸应力应变曲线

低碳钢拉伸时的力学性能

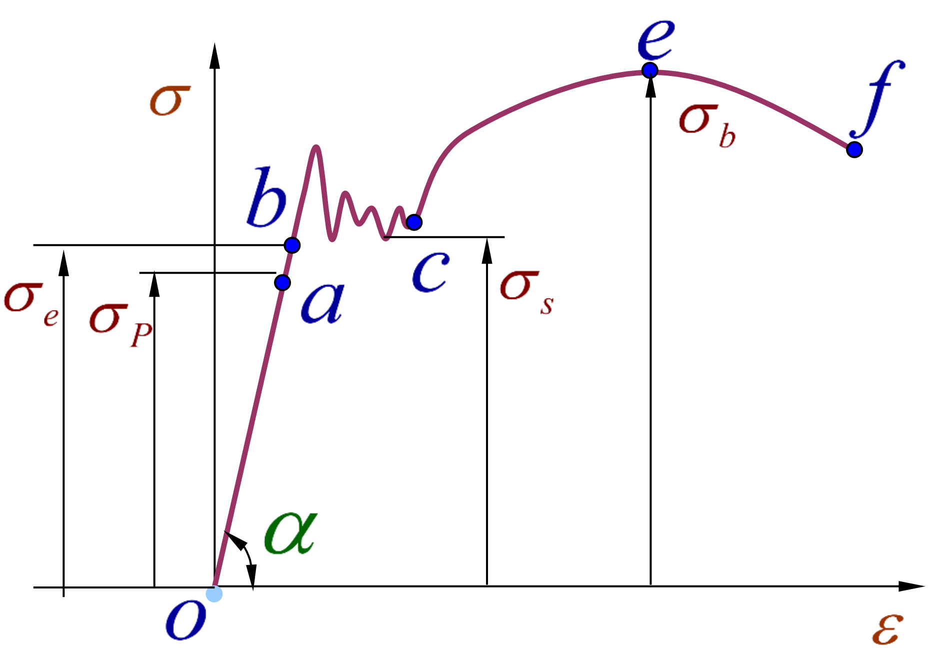




以伸长量为横坐标，以拉力为纵坐标

应力应变曲线

§2-6 材料拉伸时的力学性能



低碳钢拉伸时的应力应变曲线

1、弹性阶段*ob*

σ_P — 比例极限　　$\sigma = E\varepsilon$

σ_e — 弹性极限　$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} = \tan\alpha$

2、屈服阶段*bc*（失去抵抗变形的能力，滑移线）

σ_s — 屈服极限

3、强化阶段*ce*（恢复抵抗变形的能力）

σ_b — 强度极限

4、局部变形阶段*ef*（颈缩）

§2-6 材料拉伸时的力学性能

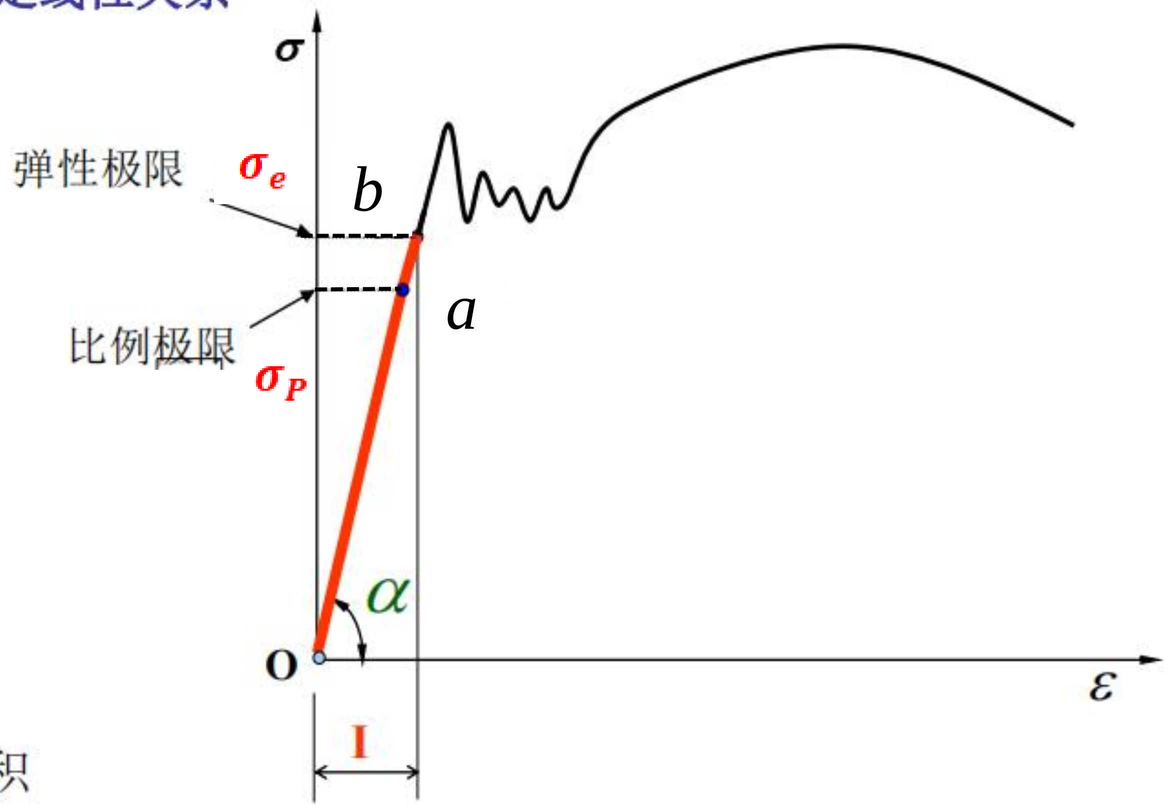
I. 弹性阶段 *ob*

卸载后恢复到初始形状

应力与应变之间是线性关系

弹性极限 σ_e

比例极限 σ_P



$$\frac{\sigma}{\varepsilon}=E$$

$$E=\tan\alpha$$

E的单位: 力/面积

§2-6 材料拉伸时的力学性能

II. 屈服阶段

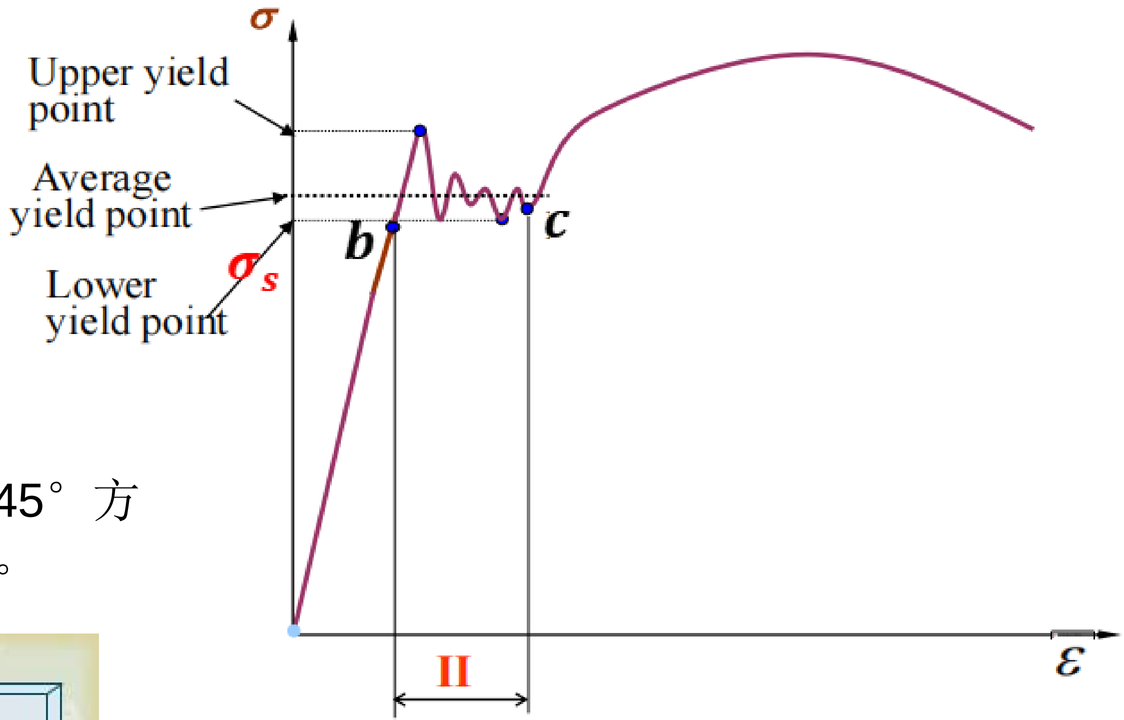
应力仅在一个较小的范围内波动，而应变显著增加

屈服应力 σ_s

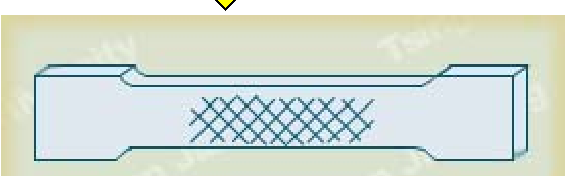
上屈服点

下屈服点

平均屈服点



抛光后的试样表面出现45°方向的条纹，称为滑移线。

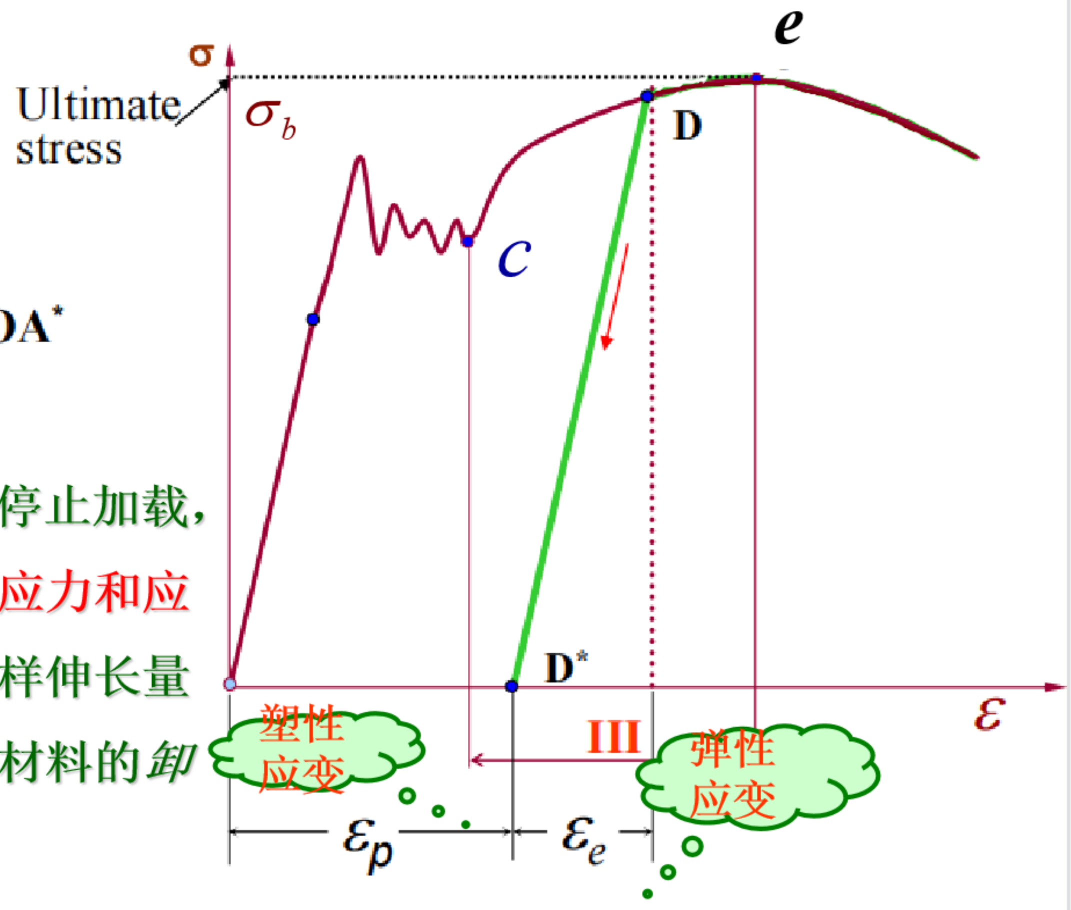


§2-6 材料拉伸时的力学性能

III. 强化阶段 *ce*

载荷增加，变形随之增大

极限强度(Ultimate stress）



自D点卸载:

$D \longrightarrow D^*$, $DD^* \,//\, OA^*$

卸载定律：

若加载到强化阶段的某一点*D* 停止加载，并逐渐卸载，在卸载过程中，应力和应变按直线规律变化，荷载与试样伸长量之间遵循直线关系的规律称为材料的*卸载定律*

§2-6 材料拉伸时的力学性能

III. 强化阶段 *ce*

自D点卸载:

D ⟶ D*, DD* // OA*

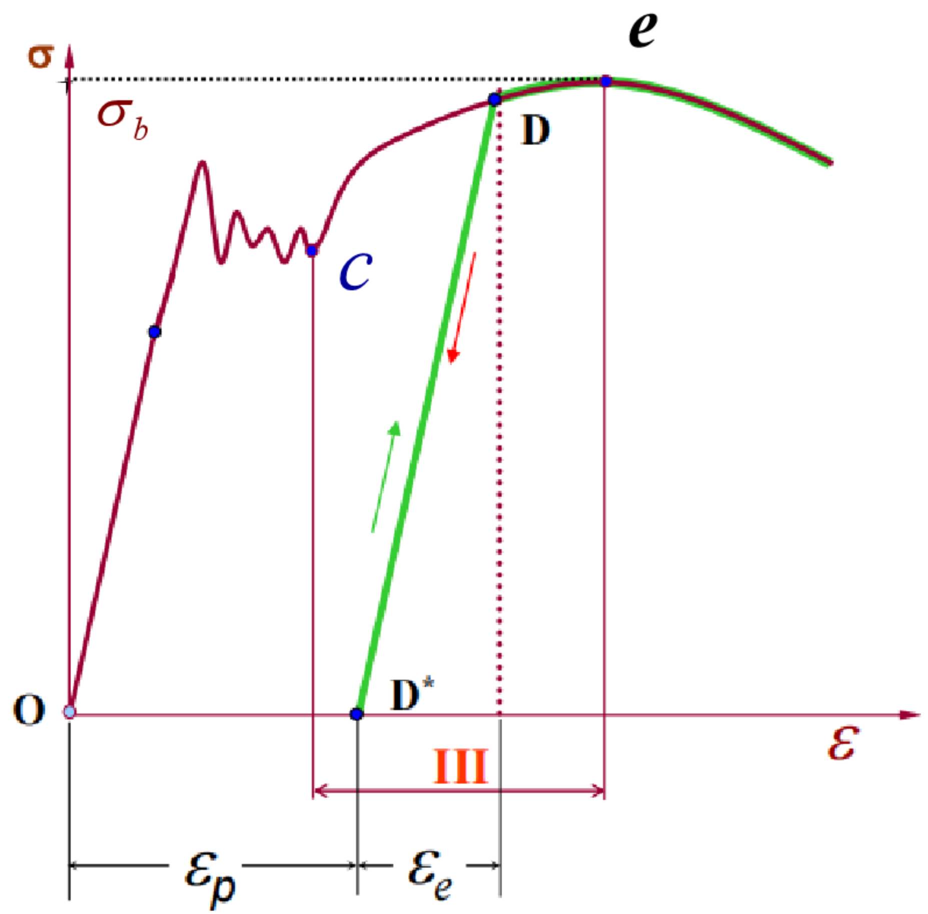
自D*点重新加载:

D* ⟶ D ⟶ *e* ⟶ *f*

冷作硬化

在常温下将材料拉伸到强化阶段，卸载后短期内又继续加载，材料的比例极限提高而塑性变形降低的现象，称为*冷作硬化*。

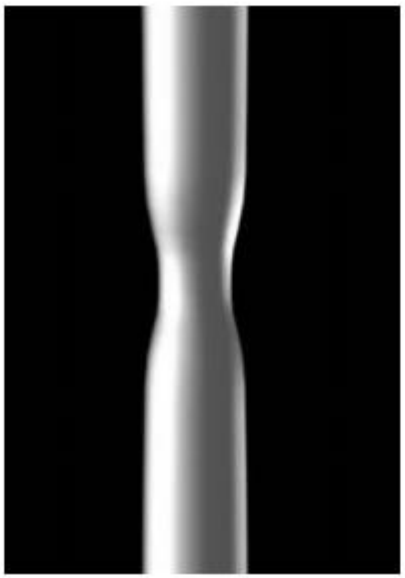
工程上常利用冷作硬化来提高材料强度

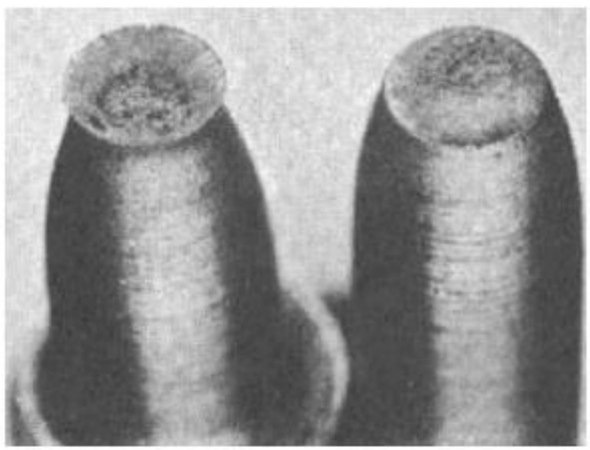


§2-6 材料拉伸时的力学性能

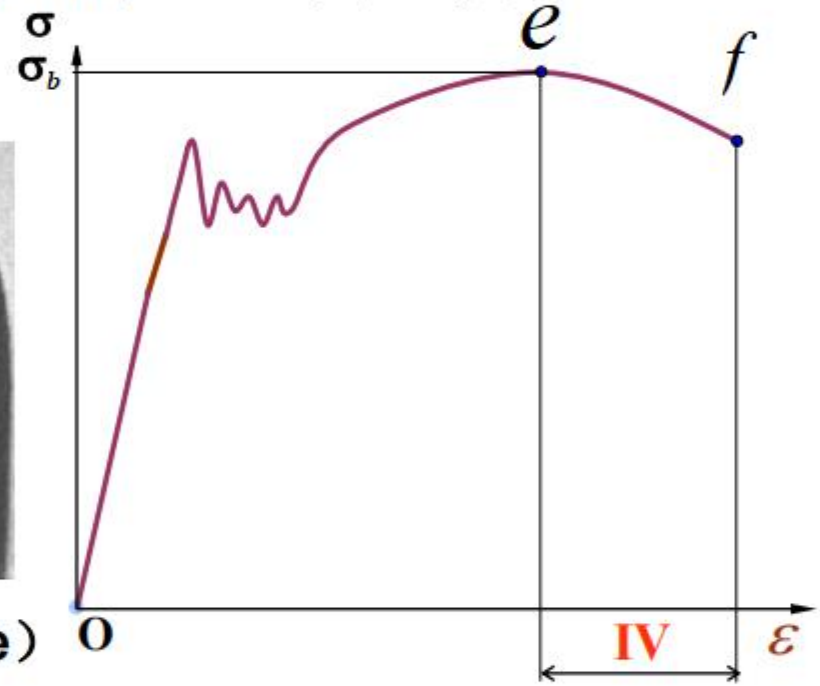
IV. 颈缩阶段 *ef*

载荷下降，变形增加，试件的某一横截面发生明显的变形，直至发生断裂





杯锥形（Cup and cone）



问题: 到达 e 点后，颈缩处横截面上的应力真的降低了吗？

§2-6 材料拉伸时的力学性能

注意：

1. 低碳钢的σ_s，σ_b都还是以相应的抗力除以试样横截面的原面积所得，实际上此时试样直径已显著缩小，因而它们是名义应力。

2. 低碳钢的强度极限σ_b是试样拉伸时最大的名义应力，并非断裂时的应力。

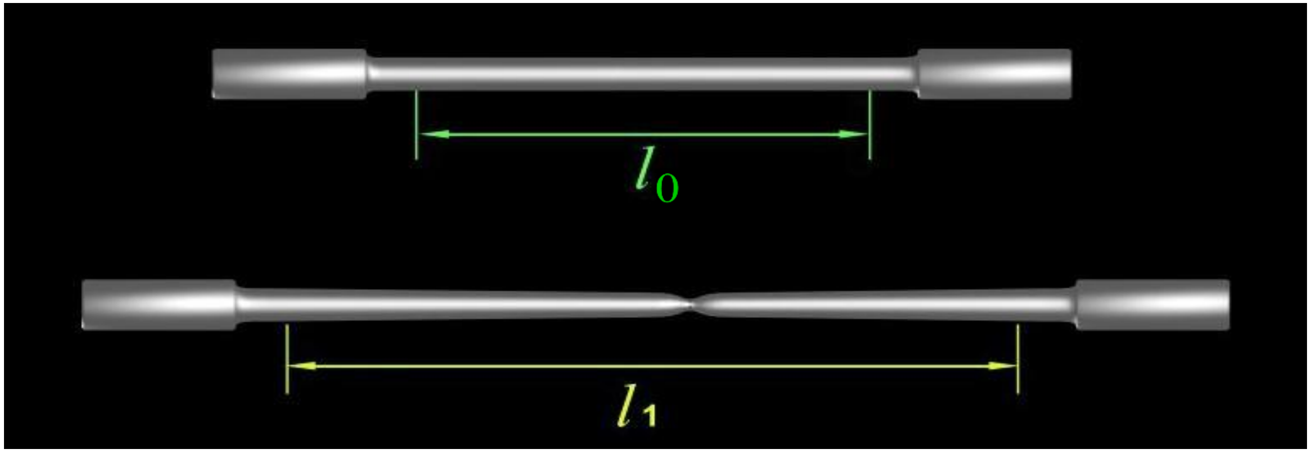
3. 低碳钢的σ_s，σ_b是衡量材料强度的两个重要指标。

§2-6 材料拉伸时的力学性能

三、塑性及衡量指标

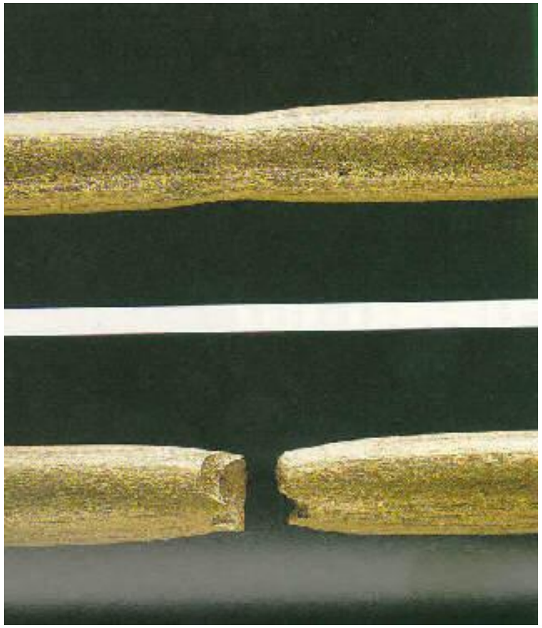
1、塑性： 材料破坏前的变形能力

2、断后伸长率： $\delta=(l_1-l_0)/l_0\times100\%$



§2-6 材料拉伸时的力学性能

3、断面收缩率



$$\psi = (A_1 - A_0)/A_0 \times 100\%$$

$A0$ 一试验段横截面原面积

A_1一断口的横截面面积（缩颈处最小横截面面积）

4、塑性与脆性材料

塑性材料：$\delta \geq 5\ \%$ 例如结构钢与硬铝等

脆性材料： $\delta < 5\ \%$ 例如灰口铸铁与陶瓷等

§ 2-6 材料拉伸时的力学性能

断后伸长率

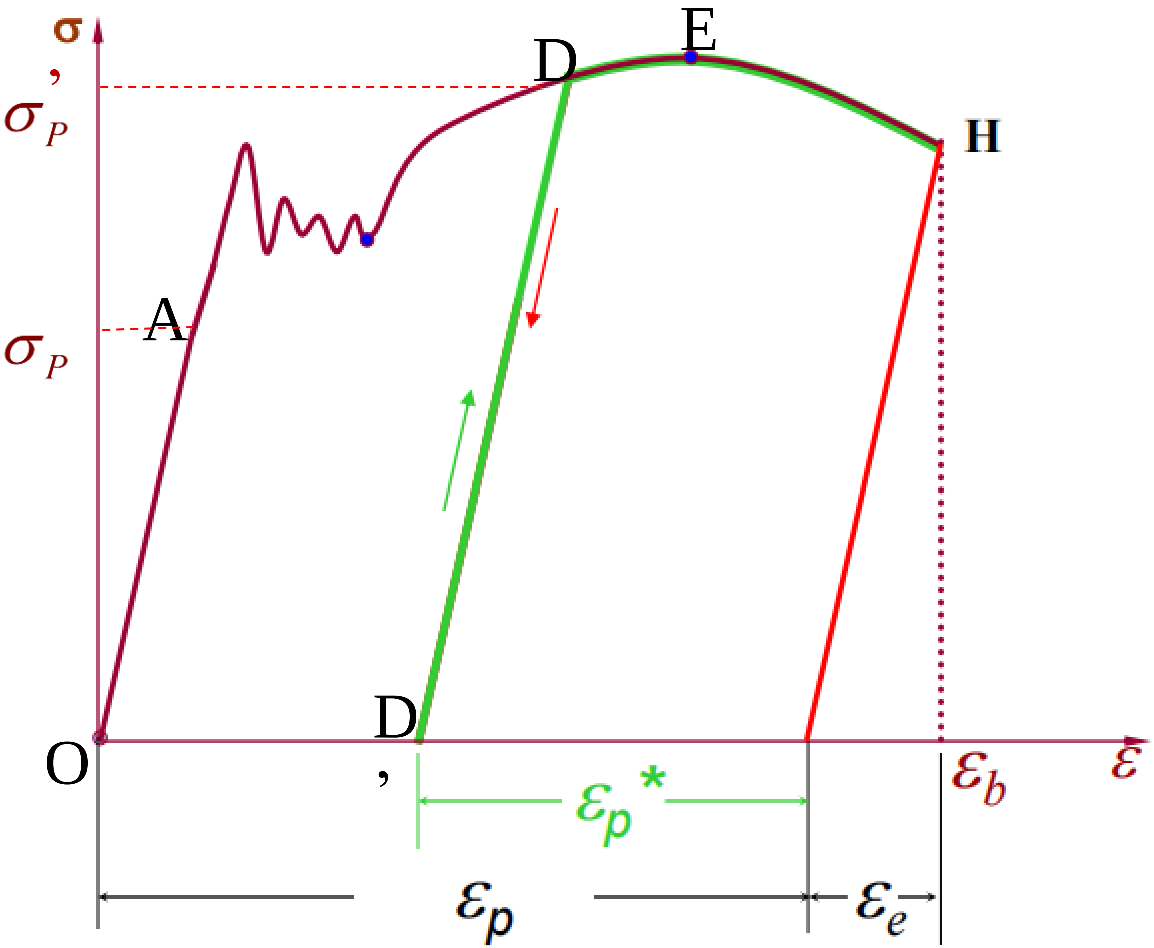
$\delta = \varepsilon_b ?$

$= \varepsilon_p$

冷作加工后材料的延伸率:

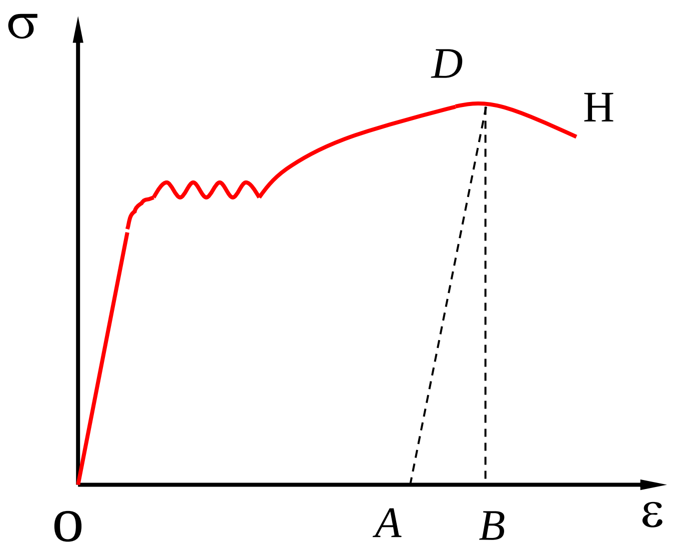
$\varepsilon_p^* < \varepsilon_p$

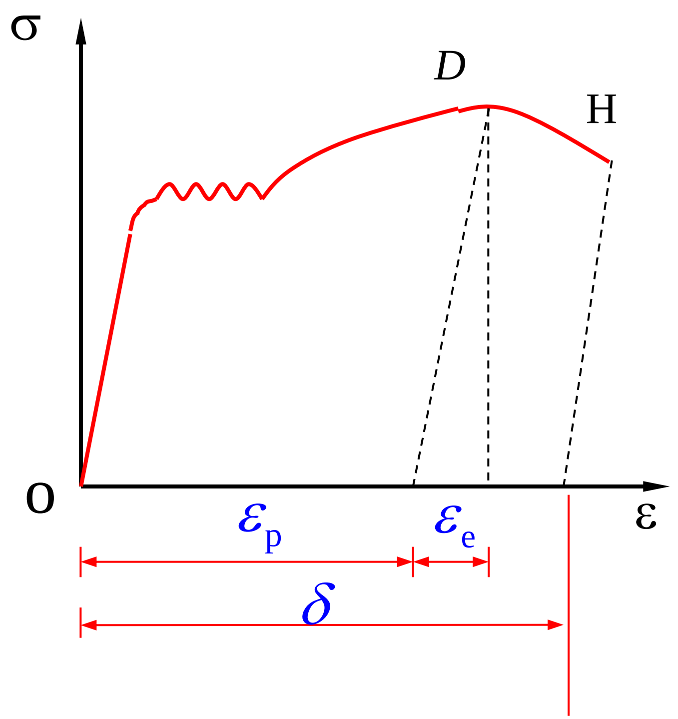
即塑性变形能力降低



§2-6 材料拉伸时的力学性能

例：试在图上标出D点的 ε_e、ε_p 及材料的伸长率 δ

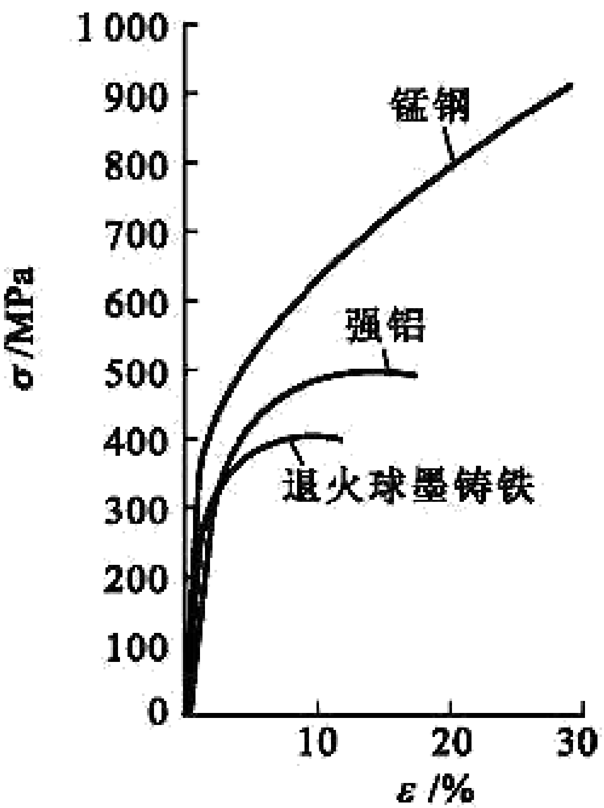




§2-6 材料拉伸时的力学性能

四．其它材料拉伸时的力学性能

塑性材料 （d ≥ 5 %）

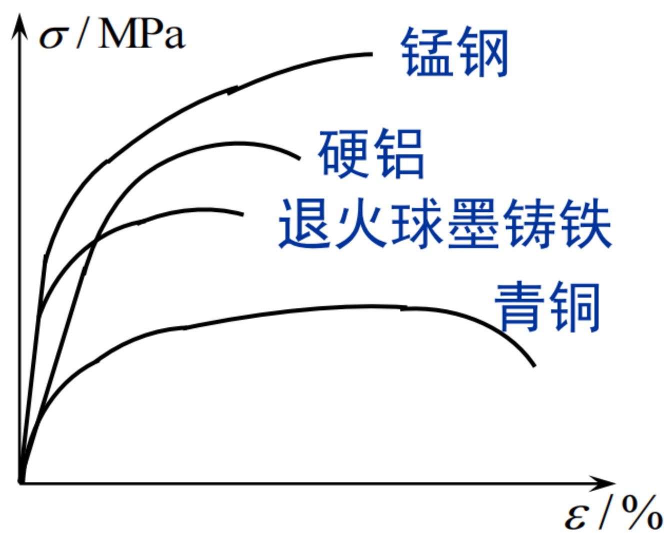


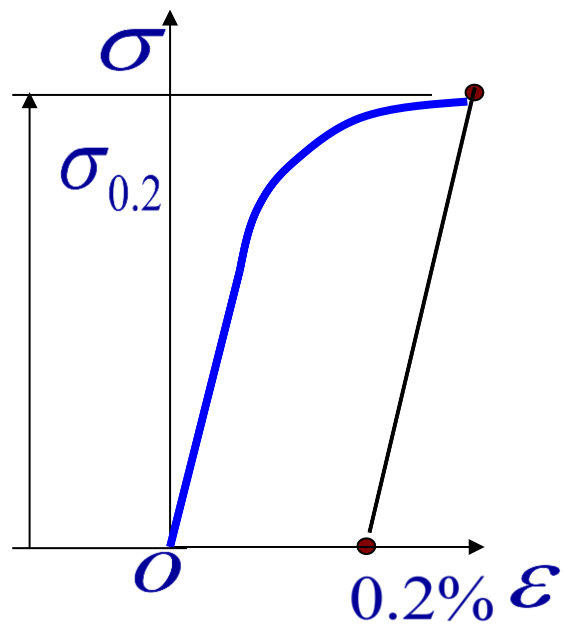
材料	锰钢	强铝	退火球墨铸铁
弹性阶段	√	√	√
屈服阶段	×	×	×
强化阶段	√	√	√
局部变形阶段	×	√	√
伸长率	＞5%	＞5%	＞5%

§2-6 材料拉伸时的力学性能

四. 其它材料拉伸时的力学性能

对于没有明显屈服阶段的塑性材料，用名义屈服极限σ$_{0.2}$来表示。





产生0.2% 塑性应变时所对应的应力值，记做 $\sigma_{0.2}$

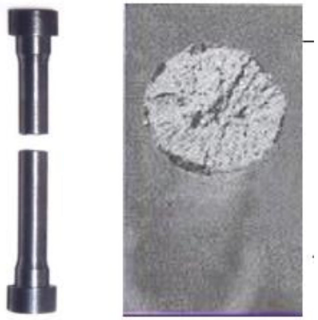
§2-6 材料拉伸时的力学性能

四. 其它材料拉伸时的力学性能

脆性材料：铸铁（δ <5 %）

特点：（1）没有屈服、强化和局部变形阶段、应力应变都较小且不成比例；

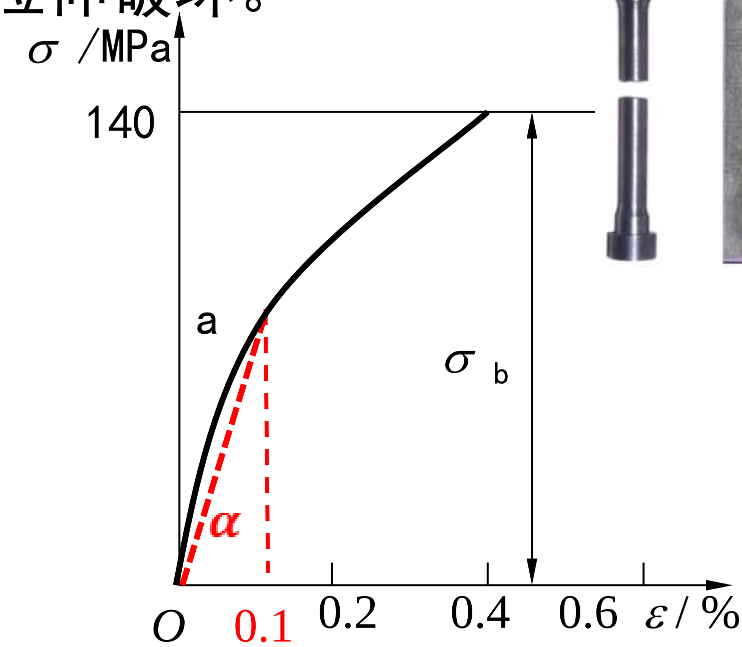
（2）在较小应变时即发生拉伸破坏。



σ_b—拉伸强度极限（约为140MPa）。它是衡量脆性材料（铸铁）拉伸的唯一强度指标。

E— 取总应变为0.1%时的割线斜率作为弹性模量E

$E = \tan\alpha$



铸铁的应力应变曲线

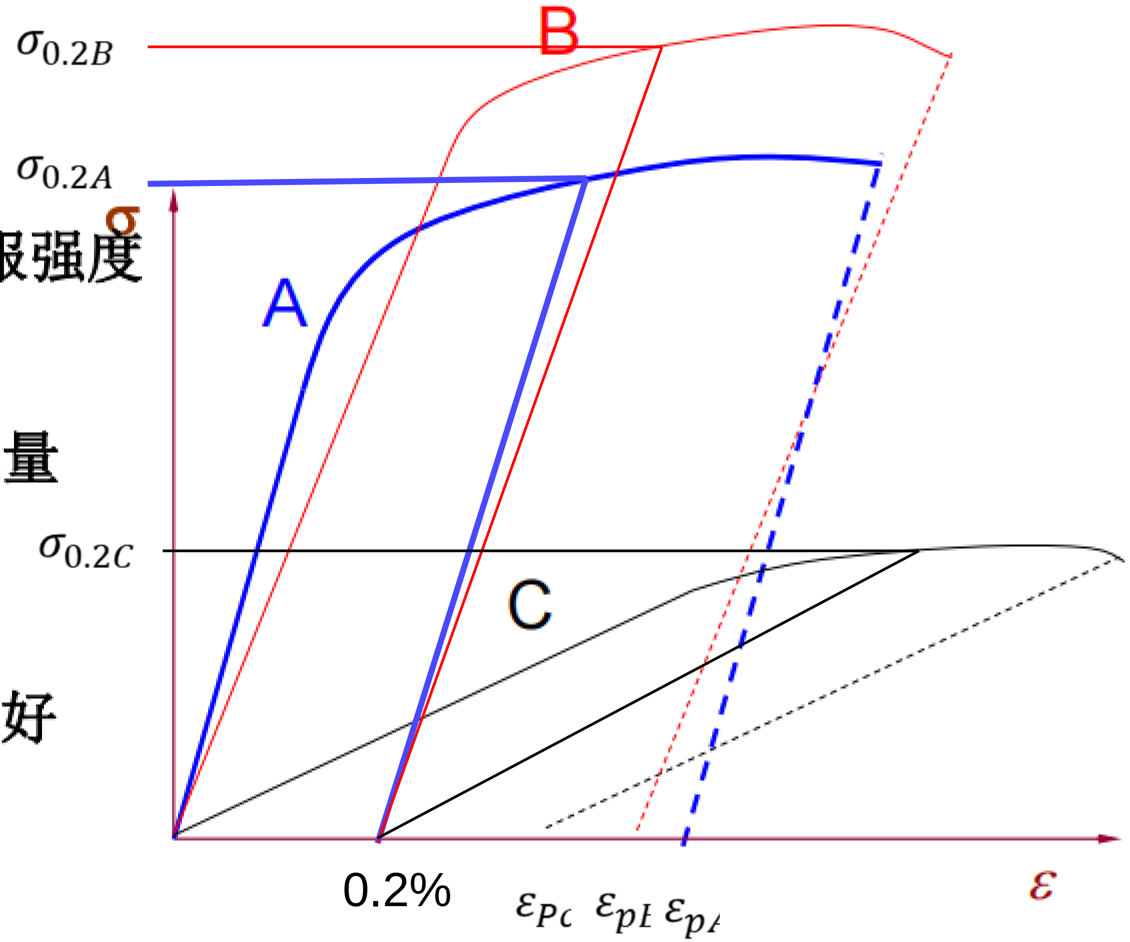
§2-6 材料拉伸时的力学性能

例：

1. 材料（ B ）屈服强度最高

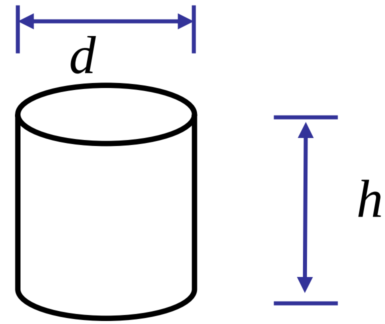
2. 材料（A）杨氏模量最大

3. 材料（ A ）塑性最好

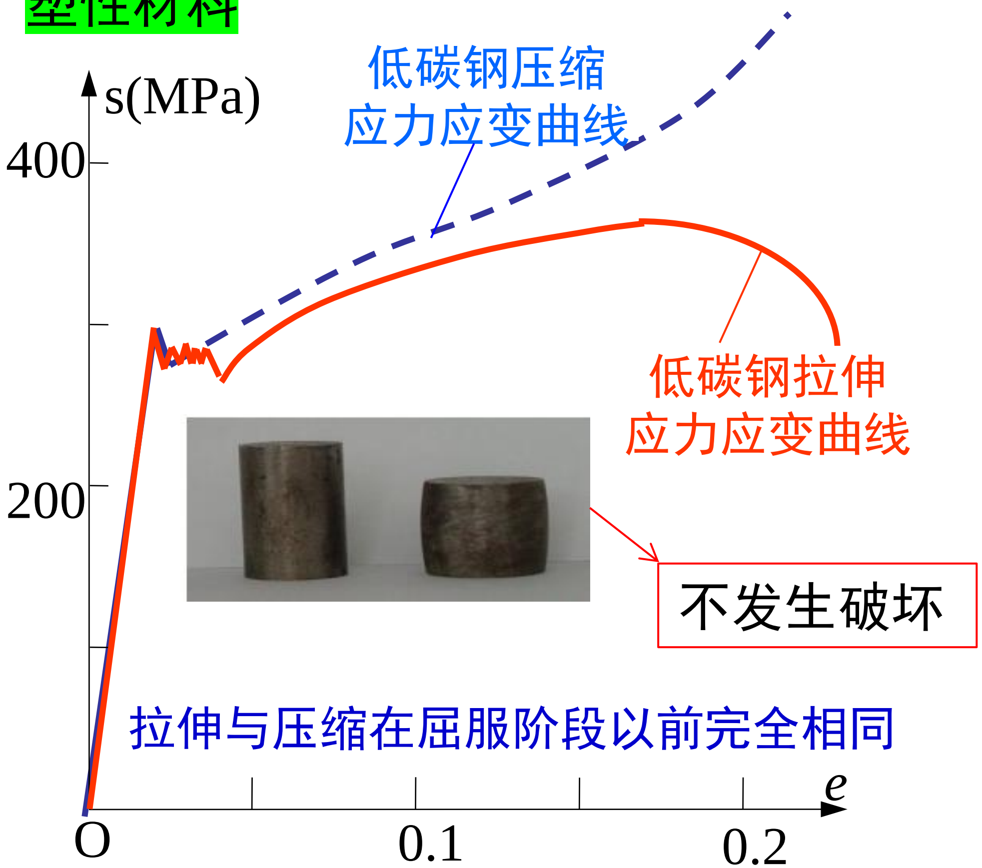


§2-7 材料压缩时的力学性能

压缩试件—很短的圆柱型：$h = (1.5—3.0)d$



塑性材料



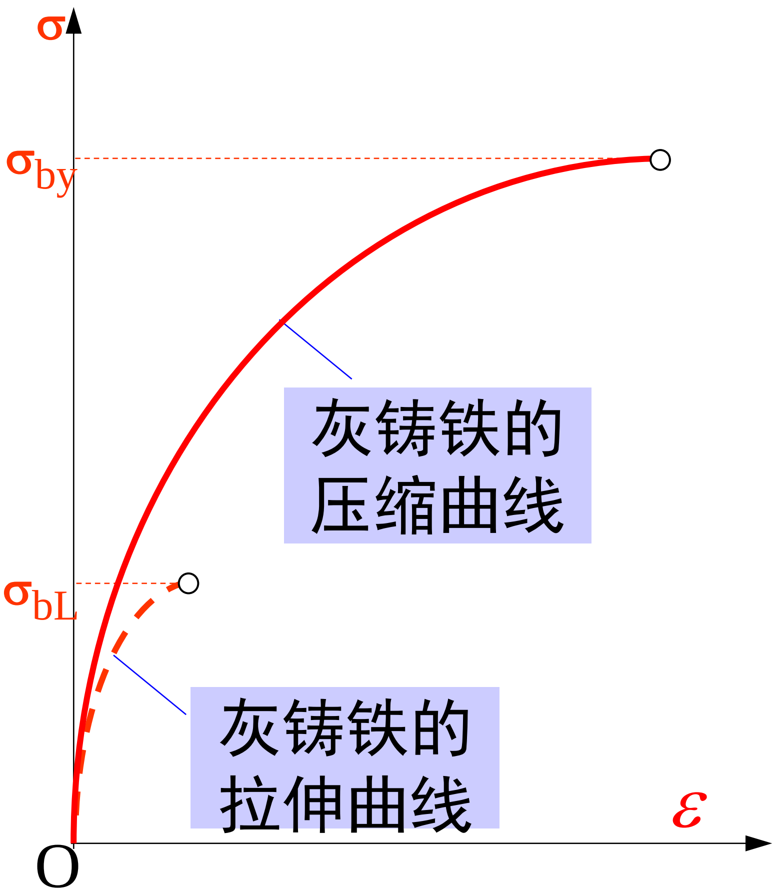
1.屈服阶段以前，试样的拉压曲线基本重合，两者的弹性模量基本相同；

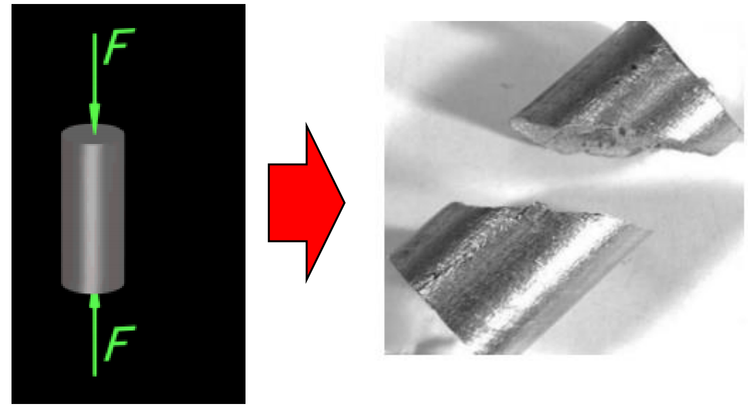
2.在屈服阶段，试样拉压时的屈服极限基本相同；

3.屈服阶段以后，试样被越压越扁，得不到压缩时的抗压强度σ_{bc}。

§2-7 材料压缩时的力学性能

脆性材料





1、拉、压曲线形状相似，但受压时的极限强度远大于受拉时 的极限强度，$\sigma_{by} > \sigma_{bL}$。

2、破坏面发生在与载荷作用线成45-55° 的斜面上。

铸铁适合受压构件，而不用作受拉构件。

§2-7 材料压缩时的力学性能

材料在拉伸与压缩时力学指标:

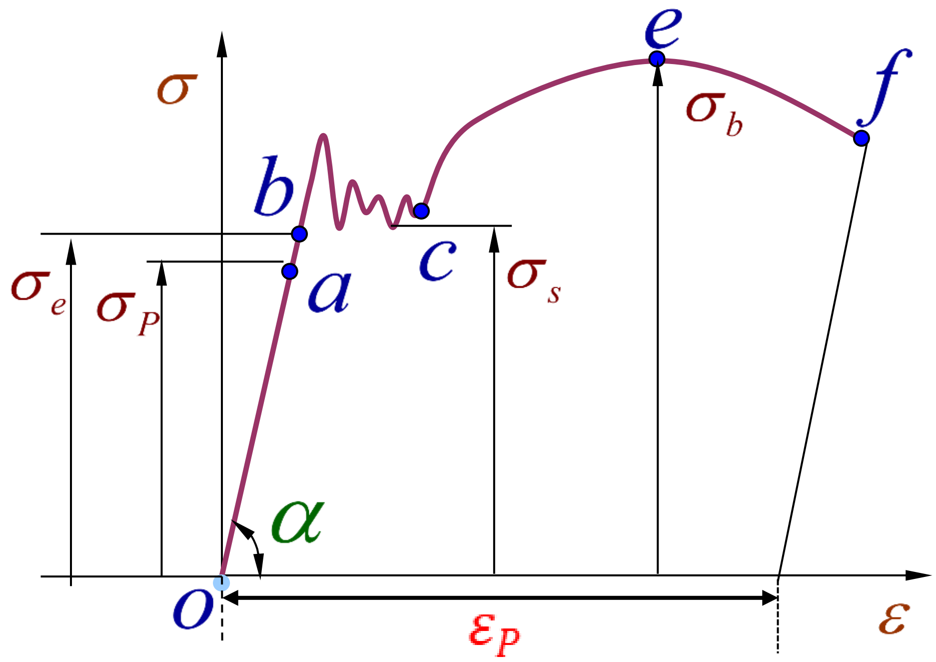
（1）比例极限 σ_P , $\sigma \le \sigma_P$ 虎克定律;

（2）屈服极限 σ_s, $\sigma \ge \sigma_s$, 出现屈服现象;

（3）强度极限 σ_b, $\sigma \ge \sigma_b$, 出现破坏现象

（4）弹性模量E

（5）延伸率δ 截面收缩率 ψ



§2-7 材料压缩时的力学性能

材料在拉伸与压缩时力学性质特点：

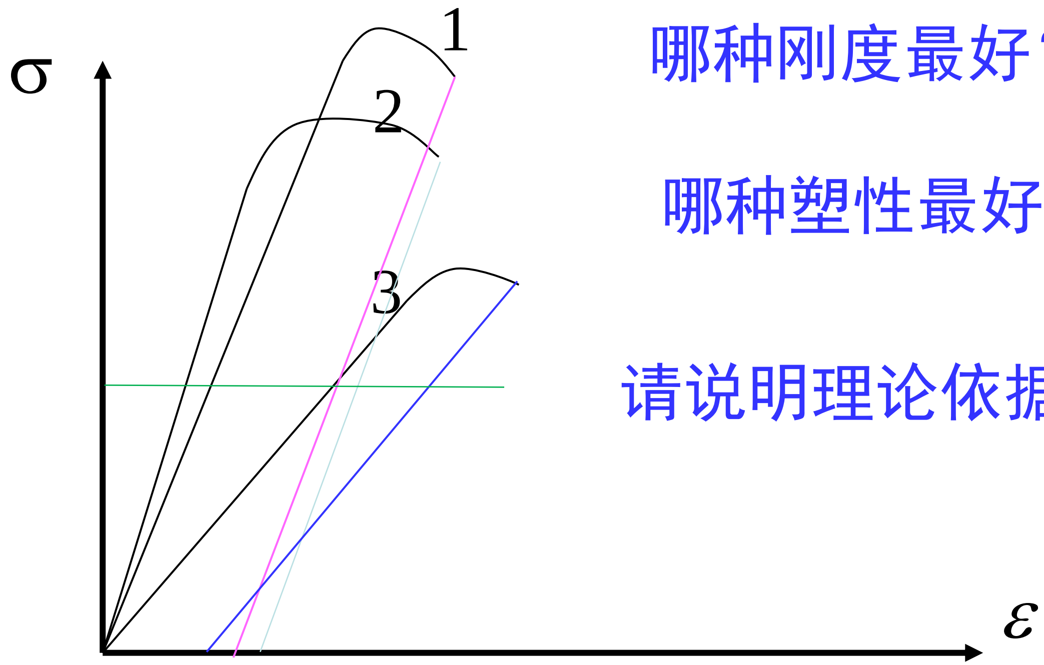
1. 塑性材料的抗拉强度极限比脆性材料高，适合作受拉构件

2. 脆性材料的抗压强度极限远大于其抗拉强度极限，适合作受压构件

§2-7 材料压缩时的力学性能

思考题： 用这三种材料制成同尺寸拉杆，请回答如下问题：

三种材料的应力应变曲线如图，



哪种强度最好？

哪种刚度最好？

哪种塑性最好？

请说明理论依据？

§2-8 失效、安全系数和强度计算

一、概念

1、失效：断裂或出现塑性变形。

2、极限应力（危险应力/失效应力）：

杆件中的应力达到某一极限值时，材料将会发生破坏或产生过大变形而不能安全工作，此极限值称为极限应力或危险应力。

塑性材料极限应力：σ_s

脆性材料极限应力：σ_b

§2-8　　失效、安全系数和强度计算

一、概念

3、**许用应力[σ]：** 构件工作时允许达到的最大应力值。

$$[\sigma]=\frac{\sigma_{jx}}{n}$$ （σ_{jx} 为极限应力，n 为安全系数, $n>1$）

塑性材料

安全因数— n_s (1.25~2.5)

许用应力— $[\boldsymbol{\sigma}]=\dfrac{\sigma_s}{n_s}$

脆性材料

安全因数— n_b　(2.5~3.0)

许用应力— $[\boldsymbol{\sigma}]=\dfrac{\sigma_b}{n_b}$

§2-8 失效、安全系数和强度计算

二、强度条件：最大工作应力小于等于许用应力

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} \le [\sigma]$$

强度条件的应用： （解决三类问题）

(1) 强度校核： $\sigma_{\max} = \dfrac{F_{\mathrm{N,max}}}{A} \le [\sigma]$

(2) 截面选择： $A \ge \dfrac{F_{\mathrm{N,max}}}{[\sigma]}$

(3) 许可荷载的确定： $F_{\mathrm{N,max}} \le A\,[\sigma]$

例1 已知一圆杆受拉力P =25 k N，许用应力$[\sigma]$=170MPa，直径 d =14mm，校核此杆强度。

解：① 轴力：$F_N = P$ =25kN

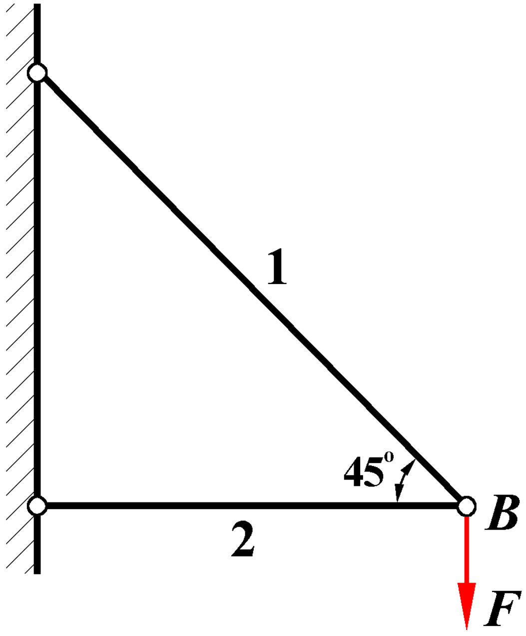
②应力：$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} = \frac{4\times 25\times 10^3}{3.14\times 14^2} = 162\text{MPa}$$

③强度校核：$$\sigma_{\max} = 162\text{MPa} < [\sigma]$$

④结论：此杆满足强度要求，能够正常工作。

例2　已知简单构架：杆1、2截面积 $A_1=A_2=100\ \mathrm{mm}^2$，材料的许用拉应力 $[\sigma_t]=200$ MPa，许用压应力 $[\sigma_c]=150$ MPa 。

试求：载荷F的许用值 $[F]$ ？

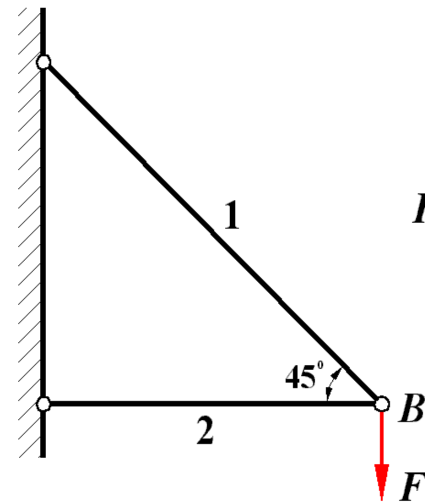


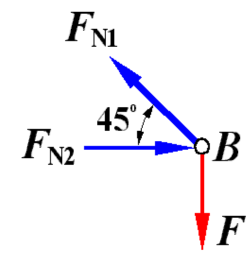
解：1. 轴力分析

由 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$

$$F_{N1} = \sqrt{2}F \quad (拉伸)$$

$$F_{N2} = F \quad (压缩)$$





2. 利用强度条件确定[F]

（A_1=A_2=100 mm^2，许用拉应力 [s_{t}]=200 MPa，许用压应力 [s_{c}]=150 MPa）

$$\frac{F_{N1}}{A_1} \le [\sigma_t], \frac{\sqrt{2}F}{A_1} \le [\sigma_t] \qquad \frac{F}{A_2} \le [\sigma_c]$$

$$F \le \frac{A_1[\sigma_t]}{\sqrt{2}} = 14.14\,\text{kN} \qquad F \le A_2[\sigma_c] = 15.0\,\text{kN}$$

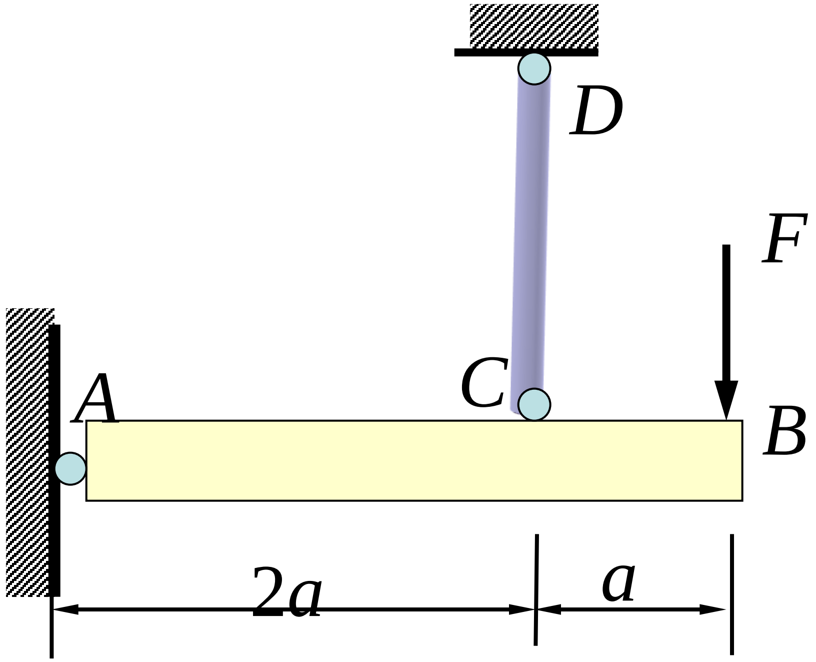
$$[F] = 14.14\,\text{kN}$$

例3 刚性杆ACB有圆杆CD悬挂在C点，B端作用集中力F=25kN，已知CD杆的直径d=20mm，许用应力$[\sigma]$=160MPa，

（1）试校核CD杆的强度，

（2）结构的许可荷载$[F]$；

（3）若F=50kN，设计CD杆的直径。

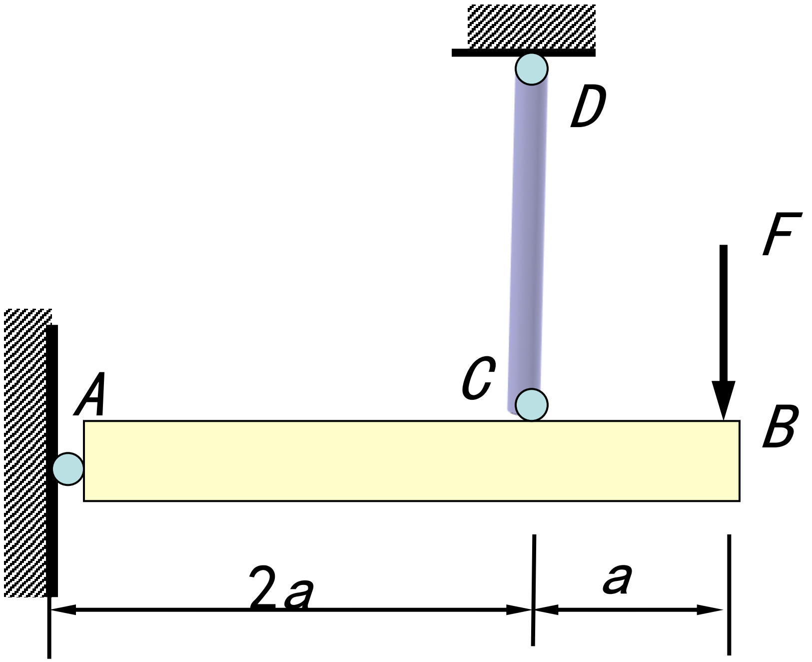


解：（1）求*CD*杆受力

$$\sum M_A = 0 \qquad F_{NCD} = \frac{3}{2}F$$

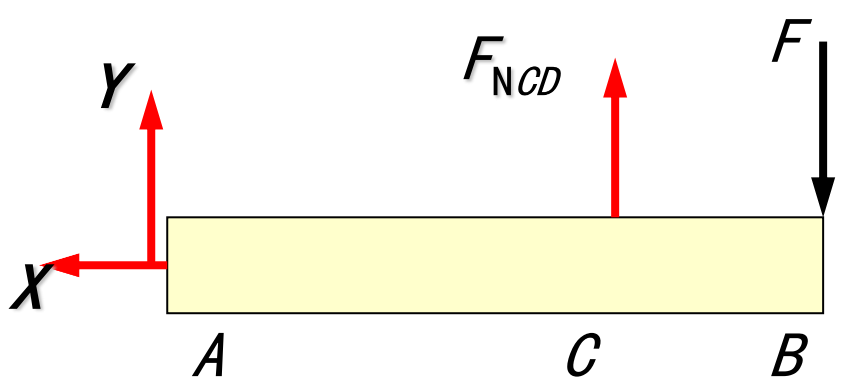
$$\sigma = \frac{F_{NCD}}{A} = \frac{3F/2}{\pi d^2/4} =$$

$$119\text{MPa} < [\sigma]$$



（2）结构的许可荷载[*F*]

由 $\sigma_{CD} = \dfrac{F_{NCD}}{A} \le [\sigma]$



得 $F_{NCD} \le [\sigma]A = \dfrac{3F}{2}$

→ $[F]=33.5\text{kN}$

(3) 若*F*=50kN，设计*CD*杆的直径

$$A \ge \frac{F_{NCD}}{[\sigma]} = \frac{3F/2}{[\sigma]}$$

→ $$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{3F/2}{[\sigma]}$$

→ $d=24.4\text{mm}$ 取d=25mm