1：在*x*轴有一平面简谐波，其波动表达式为：$y_1 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})]$

波在$x_0 = 0$处发生反射，反射端为固定端，入射波和反射波叠加形成驻波。

求：1）驻波方程；2）在 $x=\frac{2}{3}\lambda$ 处质点合振动的振幅。

解：1）设反射波为：$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi_{02}]$

$x_0 = 0$处固定端，波节，两振动相位差为：

$$\Delta\varphi(x_0=0) = \varphi_2 - \varphi_1 = [2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x_0}{\lambda})+\varphi_{02}] - [2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x_0}{\lambda})] = \varphi_{02}$$

$x_0 = 0$处为一波节：$\Delta\varphi(x_0=0) = \varphi_{02} = (2k+1)\pi,\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots$

取：$\varphi_{02} = \pi$ $\quad\boxed{y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\pi]}$

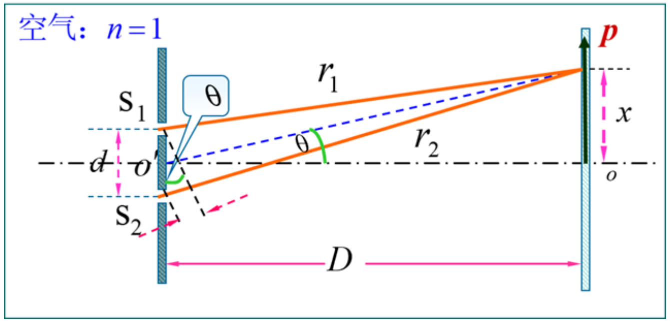
驻波方程：$y = y_1 + y_2 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}) + A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\pi] = 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{\pi}{2})\cos(2\pi\frac{t}{T}+\frac{\pi}{2}]$

2）振幅：$A' = \left|2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{\pi}{2})\right|$， $\quad x=\frac{2}{3}\lambda$处：$A'(x=\frac{2}{3}\lambda) = \left|2A\cos(\frac{5\pi}{6})\right| = \sqrt{3}A$

2：在杨氏双缝实验中，两缝之间距离为 d=0.2mm 的，双缝与屏幕的垂直距离为 D=100cm。若白光（400nm--760nm）垂直入射到双缝上，屏上形成彩色条纹，求第一级光谱的宽度。

解：两光线的光程差：

$$\Delta = r_2 - r_1 = d\sin\theta \approx d\tan\theta = d\frac{x}{D}$$



$D \gg d$， θ很小

明条纹： $\Delta = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$， $k = 0, 1, 2, \cdots$

$$x_k = \pm 2k \cdot \frac{D\lambda}{2d}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

同侧，*k*级明纹： $x_k = 2k \cdot \frac{D\lambda}{2d} = k \cdot \frac{D\lambda}{d}$， $k = 0, 1, 2, \cdots$

同侧，1级明纹位置： $x_1 = \frac{D\lambda}{d}$，

同侧，760nm，1级明纹位置： $x_1 = \frac{D\lambda_1}{d} = \frac{100\text{cm} \times 760\text{nm}}{0.2\text{mm}} = 0.38\text{cm}$，

400nm，1级明纹位置： $x_1' = \frac{D\lambda_2}{d} = \frac{100\text{cm} \times 400\text{nm}}{0.2\text{mm}} = 0.2\text{cm}$，

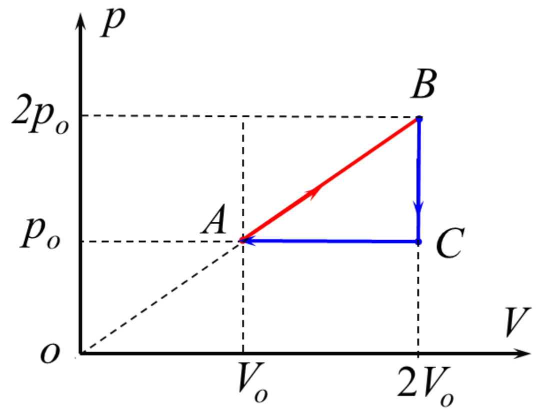
$$\Delta x = x_1 - x_1' = 0.18\text{cm}$$

3：νmol 理想气体，经历如图可逆循环过程。已知其定容摩尔热容 $C_V = 3R$，AB过程曲线反向延长线过坐标原点，p_0，V_0已知，

求：1）AB过程，摩尔热容 $C_{AB} = ?$

2）该循环的热机效率。

解：1） $pV = \nu RT$，　$E = \nu C_V T$，　$C_V = 3R$



AB过程方程： $p = \dfrac{p_0}{V_0} V$

设1摩尔： $dQ = dE + dW \quad = C_V dT + p dV$

$$pV = RT \Rightarrow pdV + Vdp = RdT$$

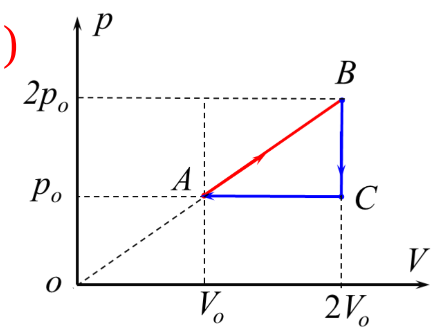
$$dp = \frac{p_0}{V_0} dV \Rightarrow Vdp = V\frac{p_0}{V_0} dV = pdV$$

$$\Rightarrow 2pdV = RdT \quad \Rightarrow dQ = C_V dT + \frac{1}{2} RdT \Rightarrow C_{AB} = \frac{dQ}{dT} = C_V + \frac{1}{2}R = \frac{7}{2}R$$

3： ν**mol** 理想气体，经历如图可逆循环过程。已知其定容摩尔热容 $C_V = 3R$，**AB**过程曲线反向延长线过坐标原点，p_0，V_0已知，

求：1）AB过程，摩尔热容 C_{AB} = ？

2）该循环的热机效率。



解：2）AB过程： $Q_{AB} = \nu C_{AB}(T_B - T_A) = \nu\frac{7}{2}R(T_B - T_A) = \frac{7}{2}(P_B V_B - P_A V_A)$

$$= \frac{21}{2}P_0 V_0 \quad > 0, \quad \text{吸热}$$

或： $pV = \nu RT$，$E = \nu C_V T = \nu 3RT$，

$$\Rightarrow \Delta E = E_B - E_A = 3(\nu RT_B - \nu RT_A) = 3(P_B V_B - P_A V_A) = 9P_0 V_0$$

$$W = \frac{1}{2}(P_A + P_B)(V_B - V_A) = \frac{3}{2}P_0 V_0 \Rightarrow Q_{AB} = \Delta E + W = \frac{21}{2}P_0 V_0$$

***BC*等体过程：** $Q_{BC} = \nu C_V(T_C - T_B) = \nu 3R(T_C - T_B) = 3(P_C V_C - P_B V_B) = -6P_O V_O < 0$，　放热

CA等压过程： $Q_{CA} = \nu C_P(T_A - T_C) = \nu(C_V + R)(T_A - T_C) = \nu 4R(T_A - T_C) = 4(P_A V_A - P_C V_C) = -4P_O V_O < 0$，

放热

$$Q_1 = Q_{AB}, \quad Q_2 = Q_{BC} + Q_{CA}, \qquad \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{10}{21/2} = \frac{1}{21} = 4.76\%$$

4: 一粒子在一维无限深势阱中运动，其波函数为： $\psi_n=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin(\dfrac{n\pi x}{a}),\quad (0\le x\le a)$

求：1) 当 $n=2$ 时，粒子出现概率最大的位置和概率密度最大值；

2) 当 $n=2$ 时，在区间 $(a/2\sim a)$ 发现粒子的概率是多少？

解： 1）n=2时，波函数为： $\psi_2=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin(\dfrac{2\pi x}{a}),\quad (0\le x\le a)$

概率密度函数： $w(x)=|\psi_2|^2=\dfrac{2}{a}\sin^2(\dfrac{2\pi x}{a}),\quad (0\le x\le a)$

$\therefore$ 当 $\dfrac{2\pi x}{a}=(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$ 有极大值， $\Rightarrow x=(2k+1)\dfrac{a}{4},\quad 0\le x\le a$

粒子出现概率最大的位置： $x=\dfrac{a}{4},\ \dfrac{3a}{4}$ 概率最大值： $w_{\max}=\dfrac{2}{a}$

2） $W=\int_{\frac{a}{2}}^{a}|\psi_2|^2dx=\int_{\frac{a}{2}}^{a}\dfrac{2}{a}\sin^2(\dfrac{2\pi x}{a})dx=\int_{\frac{a}{2}}^{a}\dfrac{2}{a}\cdot\dfrac{1}{2}(1-\cos\dfrac{4\pi x}{a})dx$

$$\Rightarrow W=\frac{1}{a}(x-\frac{a}{4\pi}\sin\frac{4\pi x}{a})\Big|_{\frac{a}{2}}^{a}=\frac{1}{2}=50\%$$

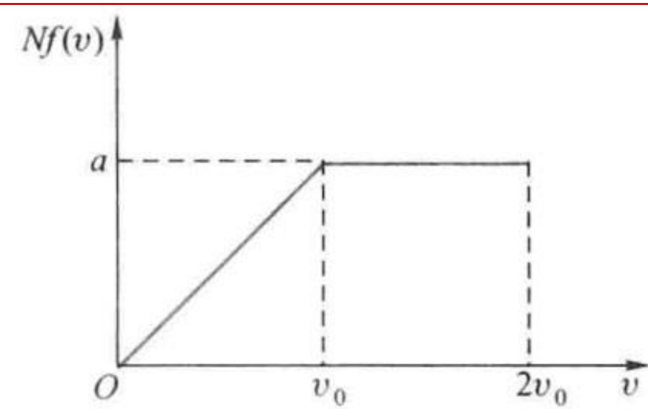
1、某气体中有N个分子，每个分子的质量为m，气体分子速率分布函数曲线如图，

求：1）说明曲线与横坐标所谓面积的意义，并求 a 的值（用N和 v_0 表示）；

2）求速率分布在 $\frac{v_0}{2} \sim \frac{3v_0}{2}$ 区间内的分子数；

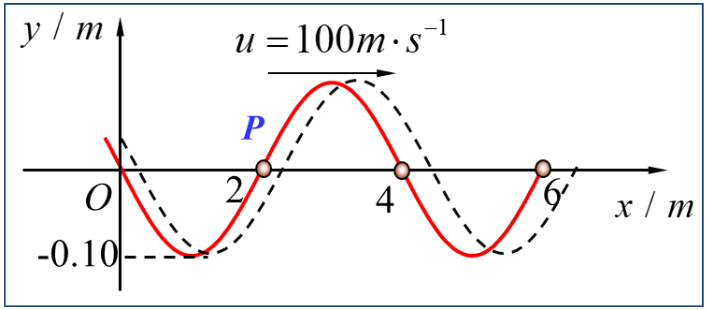
3）求分子的平均平均动能。

教材12-25 有 N 个质量均为 m 的同种气体分子，它们的速率分布如图所示.（1）说明曲线与横坐标所包围面积的含义；（2）由 N 和 v_0 求 a 值；（3）求在速率 $v_0/2$ 到 $3v_0/2$ 间隔内的分子数；（4）求分子的平均平动动能.



2：一平面简谐波在 $t_0=0$的波形曲线如图所示，

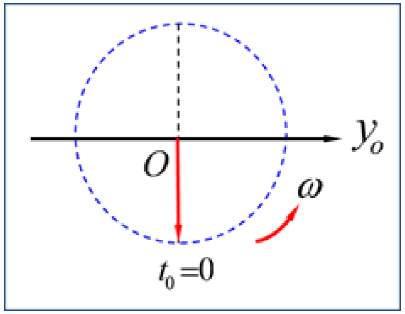
求：1）此平面简谐波的波动表达式；2）*P* 处质点的振动方程，及其在t=2s的振动速度。



解：1）设原点o处质点振动方程：$y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$

则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$

$A=0.10(\mathrm{m}),\ \lambda=4(\mathrm{m}),\ u=100(\mathrm{m/s}),\ u=\lambda\nu,\ \omega=2\pi\nu=50\pi$



O点：$y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$,

$t_0=0,\ y_o(t_0=0)=0,\ v(t_0=0)>0,\qquad \varphi_0=-\frac{\pi}{2}$

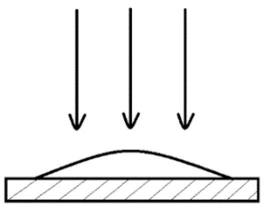
$$\boxed{y=0.10\cos\left[50\pi(t-\frac{x}{100})-\frac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})}$$

2) *p*点： $x_p=2\,\mathrm{m},\qquad y_p=0.10\cos\left[50\pi t-\frac{3\pi}{2}\right](\mathrm{m})$

$$v_p=\frac{dy_p}{dt}=-5\pi\sin\left[50\pi t-\frac{3\pi}{2}\right](\mathrm{m/s}),\qquad \Rightarrow v_p(t=2s)=-5\pi(\mathrm{m/s})$$

3：空气中，折射率为n的油滴落在折射率n_3=1.5平板玻璃上，形成一球冠型薄膜。用波长 λ=600nm 的单色光垂直照射，从油膜上方观察反射光干涉，

$1.0 < n < 1.5$



求：1）判断油膜周边，是明纹，还是暗纹？并给出判断依据；

2）若第3级明纹对应的油膜厚度为750nm，计算该油膜的折射率。

解： 1) 反射光光程差： $n_1 = 1.0 < n < n_3 = 1.5, \quad \Delta_0 = 0$

$$\Delta_r = 2n_2 d + \Delta_0 = 2nd,$$

油膜周边： $d = 0, \quad \Delta_r = 0,$ 明纹

2) 明纹条件： $\Delta_r = 2nd = 2k\dfrac{\lambda}{2} = k\lambda, , k = 0, 1, 2, \cdots,$

3级明纹： $k = 3, \quad d_3 = 750\text{nm}, \quad 2nd_3 = 3\lambda,$

$$n = \frac{3\lambda}{2d_3} = 1.2$$

4: 在康普顿效应中，波长为 $\lambda_0 = 0.10\text{nm}$ 的X 射线光子，与一静止的自由电子发生弹性碰撞，碰撞后，反冲电子获得的动能为 **294.4 eV** ，

求： 1）散射X光子的波长和散射角；

2）反冲电子的动量大小和运动方向（用反冲电子运动方向与入射光线方向夹角表示）

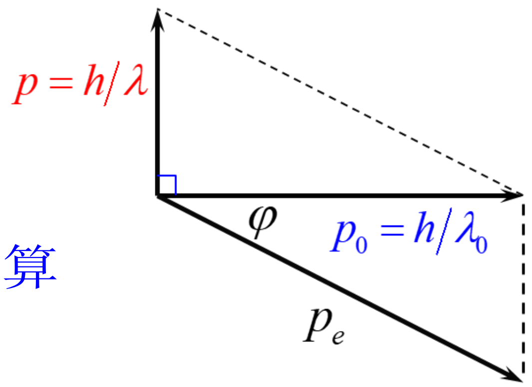
解： 1）能量守恒： $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$

反冲电子的动能：$E_k = mc^2 - m_0c^2 = h\nu_0 - h\nu = \dfrac{hc}{\lambda_0} - \dfrac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\lambda_0} - \dfrac{E_k}{hc}} = 0.10243\text{nm}$

波长偏移量： $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_C(1-\cos\theta),\quad \lambda_C = 0.00243\text{nm}$

$$\Rightarrow \cos\theta = 0 \ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

2） 动量守恒： $\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e$



$p_e = \sqrt{p^2 + p_0^2} = \sqrt{\left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\dfrac{h}{\lambda_0}\right)^2} = ?$代入数值计算

$$\tan\varphi = \frac{p}{p_0} = \frac{h/\lambda}{h/\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = 0.976 \ \Rightarrow \varphi = \arctan(0.976) = 44.3^\circ$$