二、平面简谐波的波函数（波动表达式）

掌握

原点O点的振动方程： $y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$$y(x,t) = A\cos\left[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$

“—”：沿 x 轴正方向传播；“+”：沿 x 轴负方向传播；

φ_0：坐标原点处质点（或波源）振动的初相。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[2\pi(\nu t \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0\right]$$

平面简谐波，是时间和空间的双重周期函数

例 1：一平面简谐波以波速 u 沿 x 轴负方向传播，

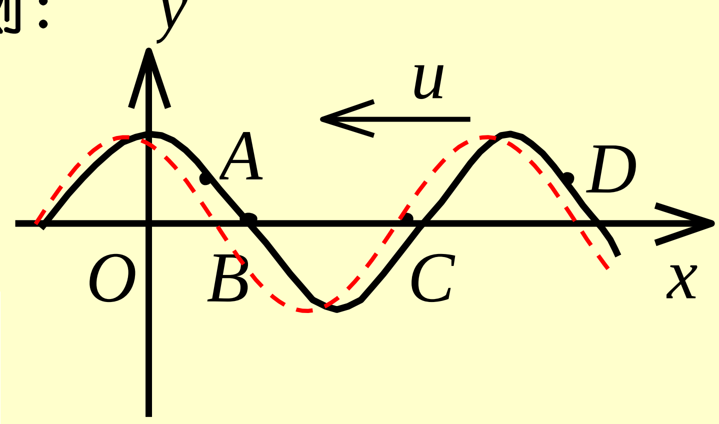
t 时刻波形曲线如图，则该时刻：

(A) A点振动速度大于零.

(B) B点静止不动.

(C) C点向下运动.

(D) D点振动速度小于零.



例 2: 一平面简谐波沿 x 轴正方向传播， 已知振幅 $A=2$ m， $T=2$ s， $\lambda=2$ m， 在 $t_0=0$ 时，坐标原点o处的质点位于平衡位置处、且向y轴正方向运动，

求：此平面简谐波的波动表达式。

解：设原点o处的质点振动方程为： $y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$

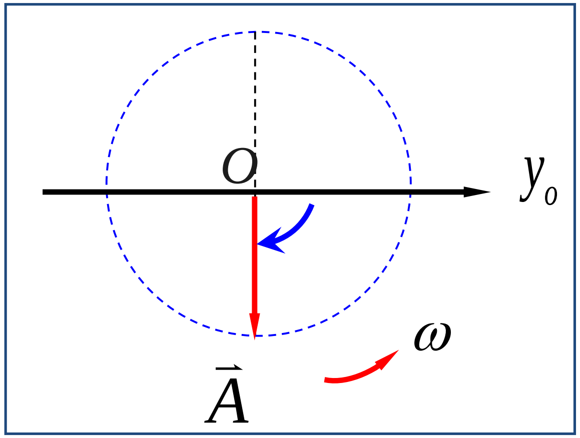
则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0\right] = A\cos\left[2\pi(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda})+\varphi_0\right]$

---

o点： $y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$, $t_0=0$, $y_o(t_0=0)=0$, $v_o(t_0=0)>0$

$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

$$y = 2\cos\left[2\pi(\frac{t}{2}-\frac{x}{2})-\frac{\pi}{2}\right]\text{(m)}$$



例 3：一平面简谐波在 $t_0=0$ 时刻的波形曲线如图所示，已知频率为 $\nu=250\text{Hz}$，

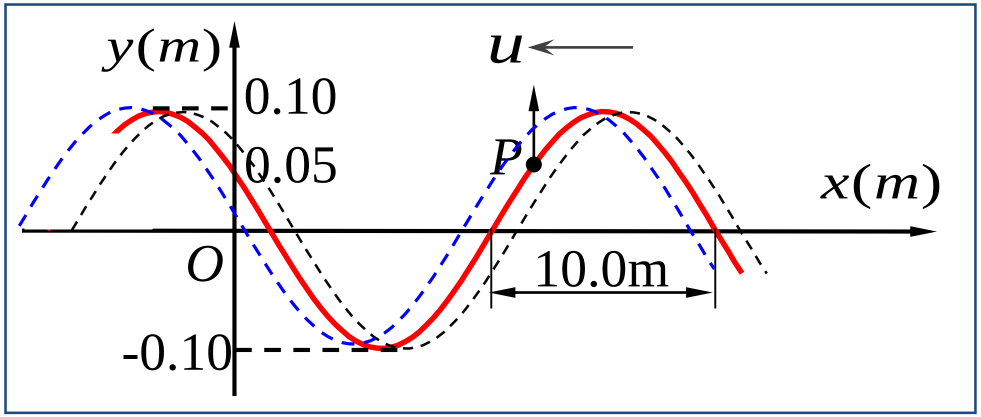
求：此平面简谐波的波动表达式。

解：设原点o处质点振动方程：

$$y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

则波动方程为：

$$y = A\cos\left[\omega(t+\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$



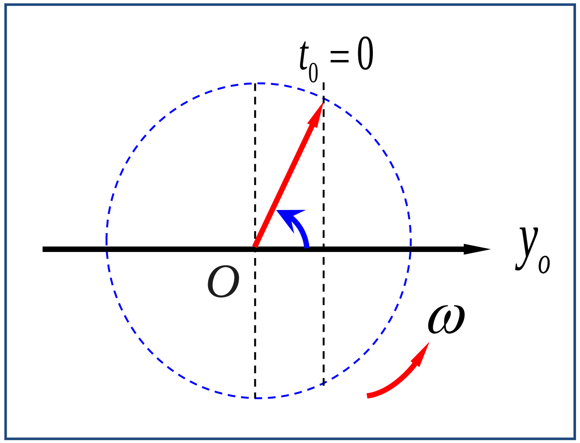
$$A=0.10(\text{m}),\ \omega=2\pi\nu=500\pi(\text{s}^{-1}),\qquad \lambda=20(\text{m}),\ u=\lambda\nu=5000(\text{m/s}),$$

---

o点：$y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$,

$$t_0=0,\ y_o(t_0=0)=+\frac{A}{2},\ v(t_0=0)<0,\qquad \varphi_0=+\frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{y=0.10\cos\left[500\pi(t+\frac{x}{5000})+\frac{\pi}{3}\right](\text{m})}$$



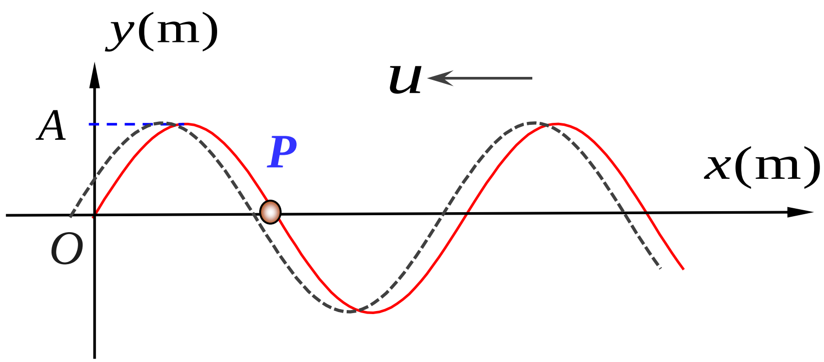
例 4：一平面简谐波在 $t=2\text{s}$ 的波形曲线如图所示，已知：λ，A，u，

求：1）此平面简谐波的波动表达式；2）P 处质点的振动方程。

解：1）设原点o处的质点振动方程为：

$$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega(t+\frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$



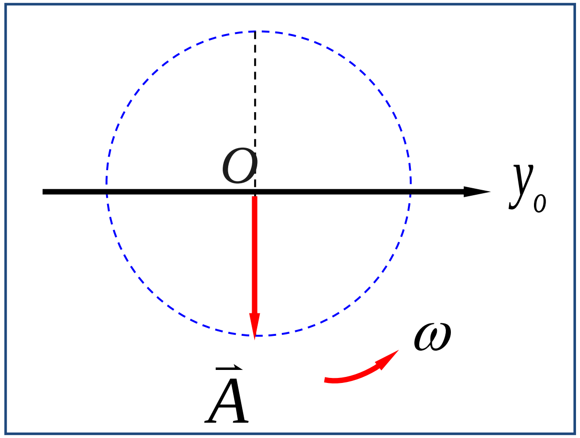
$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2\pi\frac{u}{\lambda}$$

O点：$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$，　　$t=2s$, $y_o(t=2)=0$, $v(t=2)>0$

$$\varphi(t=2) = 2\omega + \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = -2\omega - \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{y = A\cos\left[2\pi\frac{u}{\lambda}(t-2+\frac{x}{u}) - \frac{\pi}{2}\right]}$$



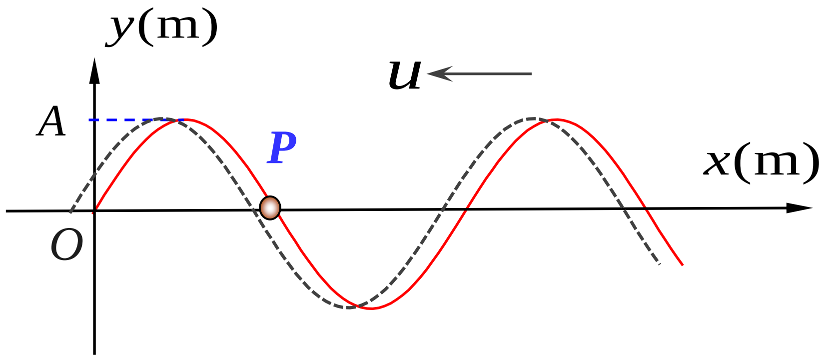
例 4：一平面简谐波在 $t=2\text{s}$ 的波形曲线如图所示，已知：λ，A，u，

求：1）此平面简谐波的波动表达式；2）P 处质点的振动方程。

解：1）设原点 o 处的质点振动方程为：

$$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega\left(t + \dfrac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

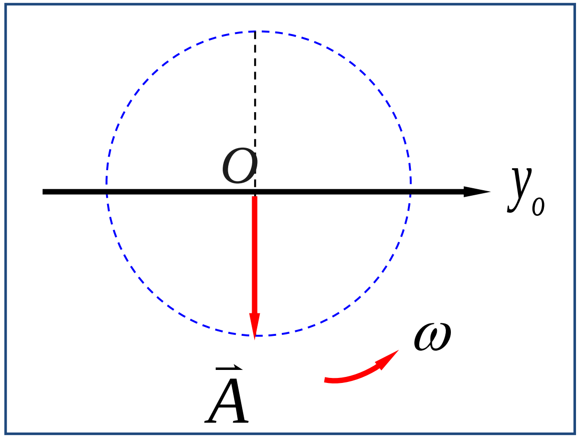


$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2\pi\frac{u}{\lambda}$$

2) p 点：

$$x_p = \frac{\lambda}{2},$$

$$y_p = A\cos\left[2\pi\frac{u}{\lambda}(t-2) + \frac{\pi}{2}\right]$$



$$\boxed{y = A\cos\left[2\pi\frac{u}{\lambda}\left(t-2+\frac{x}{u}\right) - \frac{\pi}{2}\right]}$$

例 5：一平面简谐波在 $t_0=0$的波形曲线如图所示，

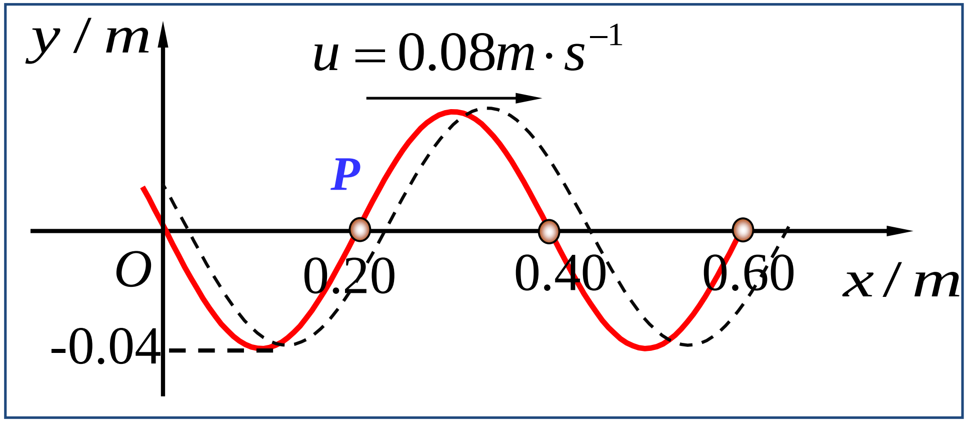
求：1）此平面简谐波的波动表达式；2）P 处质点的振动方程。

解：1）设原点o处质点振动方程：

$$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则波动方程为：

$$y = A\cos\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$

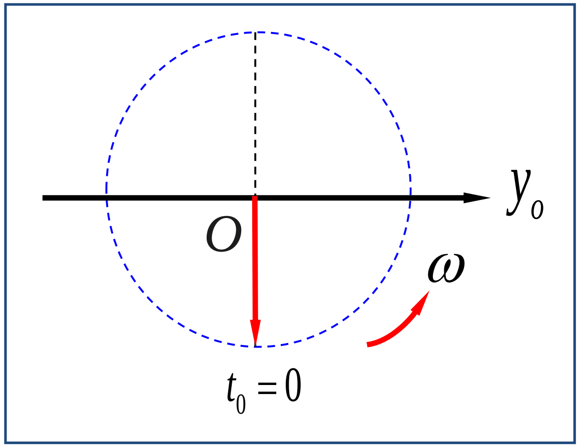


$A = 0.04(\mathrm{m}),\ \lambda = 0.40(\mathrm{m}),\ u = 0.08(\mathrm{m/s}),$ $u = \lambda\nu,\ \omega = 2\pi\nu = \frac{2}{5}\pi$

O点： $y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0),$

$t_0 = 0,\ y_o(t_0 = 0) = 0,\ v(t_0 = 0) > 0,$ $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$

$$\boxed{y = 0.04\cos\left[\frac{2}{5}\pi(t - \frac{x}{0.08}) - \frac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})}$$



例 5：一平面简谐波在 $t_0=0$的波形曲线如图所示，

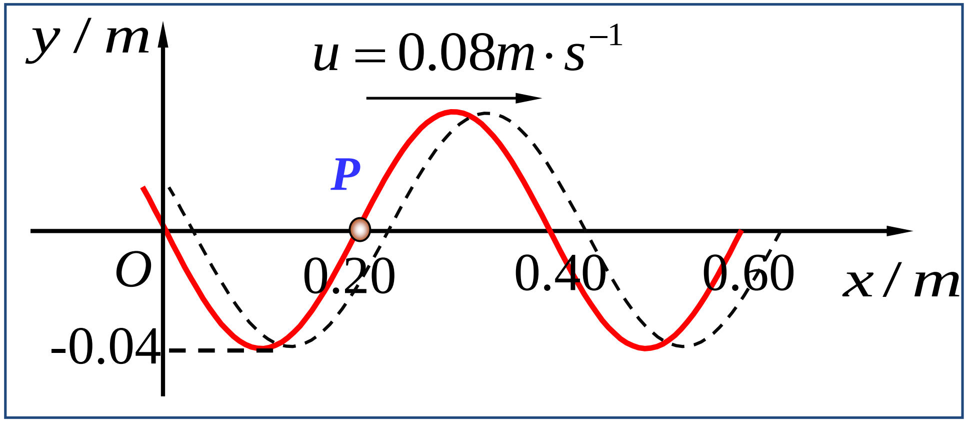
求：1）此平面简谐波的波动表达式；2）P 处质点的振动方程。

解：1）设原点o处质点振动方程：

$$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则波动方程为：

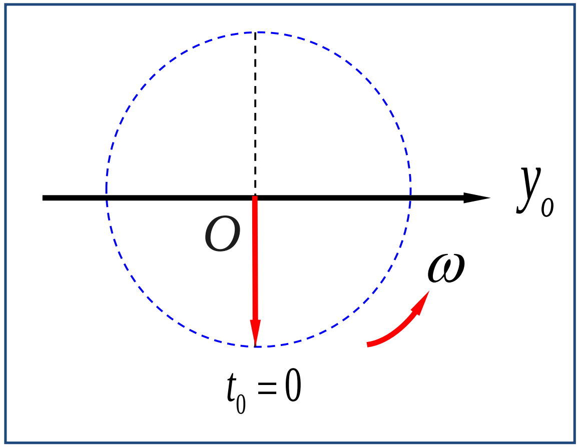
$$y = A\cos\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$



2) p点： $x_p = 0.20\ \text{m},$

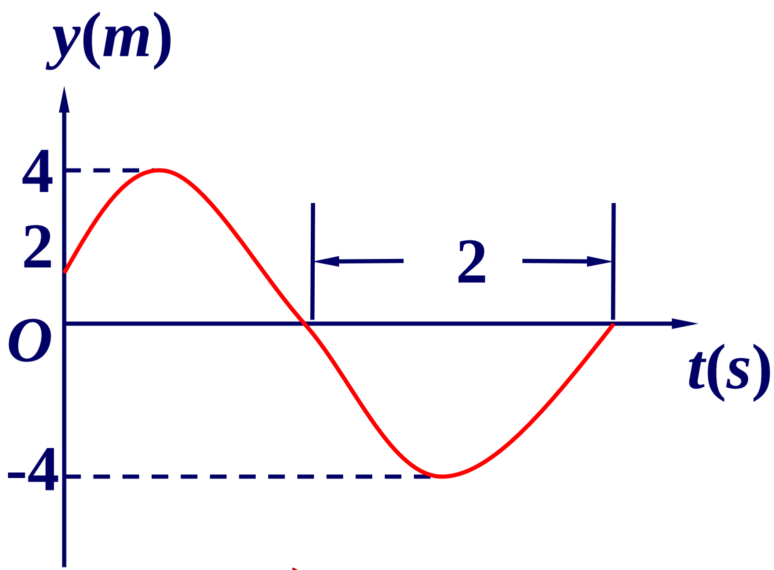
$$y_p = 0.04\cos\left[\frac{2}{5}\pi t - \frac{3\pi}{2}\right](\text{m})$$

$$\boxed{y = 0.04\cos\left[\frac{2}{5}\pi(t - \frac{x}{0.08}) - \frac{\pi}{2}\right](\text{m})}$$

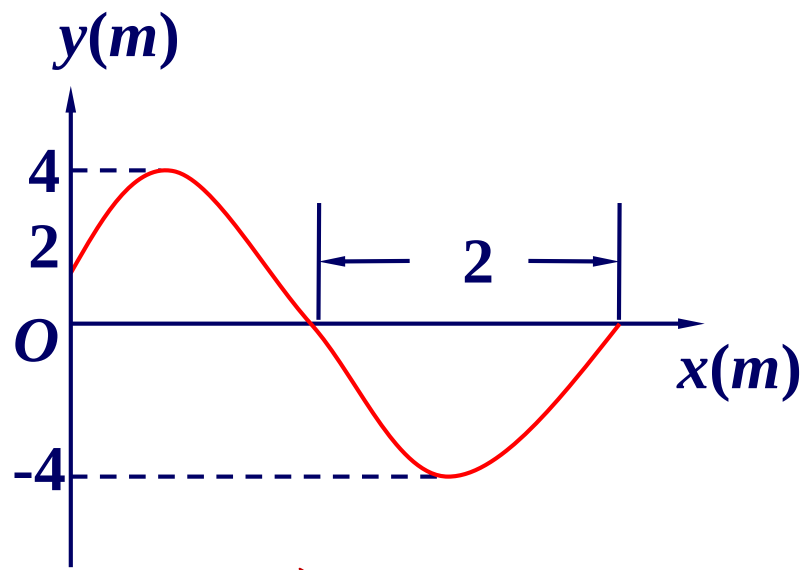


例 6：1）有一平面简谐波以波速 u=4m/s 沿x轴正方向传播，
已知位于坐标原点处的质元的振动曲线如图所示，
求：该平面简谐波函数。

2）有一平面简谐波以波速 u=4m/s 沿x轴正方向传播，
已知 t_0=0 时的波形曲线如图所示，
求：该平面简谐波函数。



1）



2）

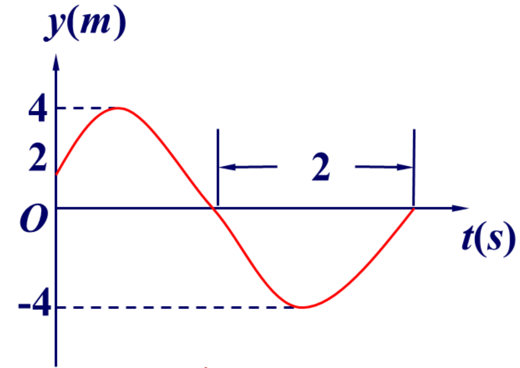
例 6：1）有一平面简谐波以波速 u=4m/s 沿x轴正方向传播，已知位于坐标原点处的质元的振动曲线如图所示，求：该平面简谐波函数。

解：1）设原点o处的质点振动方程为：

$$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi_0\right]$

$$A = 4\text{m},\ T = 4\text{s},\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}(\text{s}^{-1})$$

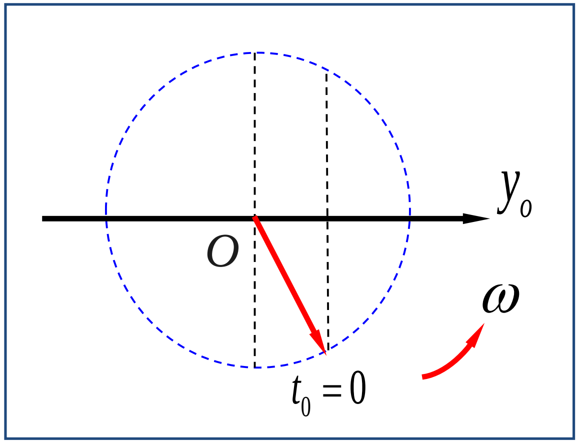


1）

o点：$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$,

$$t_0 = 0,\ y_o(t_0 = 0) = \frac{A}{2},\ v_0(t_0 = 0) > 0,\quad \varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{y = 4\cos\left[\frac{\pi}{2}(t - \frac{x}{4}) - \frac{\pi}{3}\right](\text{m})}$$



例 6： 2）有一平面简谐波以波速 u=4m/s 沿x轴正方向传播，

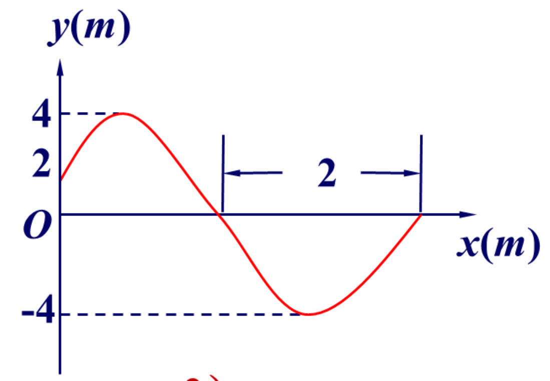
已知 t_0=0 时的波形曲线如图所示，

求： 该平面简谐波函数。

解： 2）设原点o处的质点振动方程为：

$$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi_0\right]$

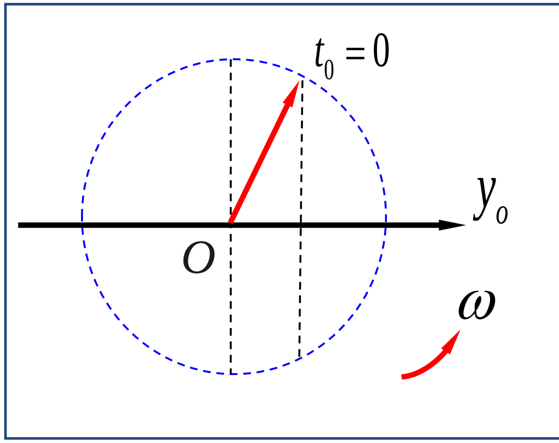


2）

$$A = 4\text{m},\ \lambda = 4\text{m},\ \omega = 2\pi\frac{u}{\lambda} = 2\pi(\text{s}^{-1})$$

O点：$y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$,

$$t_0 = 0,\ y_o(t_0 = 0) = \frac{A}{2},\ v_0(t_0 = 0) < 0, \qquad \varphi_0 = +\frac{\pi}{3}$$



$$\boxed{y = 4\cos\left[2\pi(t - \frac{x}{4}) + \frac{\pi}{3}\right](\text{m})}$$

例：

. 一平面简谐波在弹性介质中传播，某处介质质元在从最大位移处回到平衡位置的过程中：

（A）它的势能转换成动能

（B）它的动能转换成势能

（C）它从相邻的一段介质质元获得能量，其能量逐渐增加

（D）它把自己的能量传给了相邻一段介质质元，其能量逐渐减小

[ ]

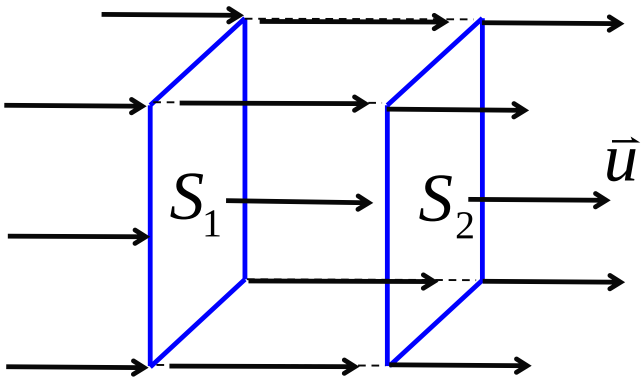
分析平面波和球面波的振幅

例题：证明在各向同性、均匀、不吸收能量的媒质中，传播的平面波在行进方向上振幅不变，球面波的振幅与离波源的距离成反比。

证明：1、平面波：

在一个周期 T 内通过 S_1 和 S_2 面的能量应该相等

$$S_1 = S_2 = S$$



$$I_1 S_1 T = I_2 S_2 T,$$

$$\frac{1}{2}\rho u\omega^2 A_1^2 ST = \frac{1}{2}\rho u\omega^2 A_2^2 ST$$

$$A_1 = A_2$$ 平面波振幅相等

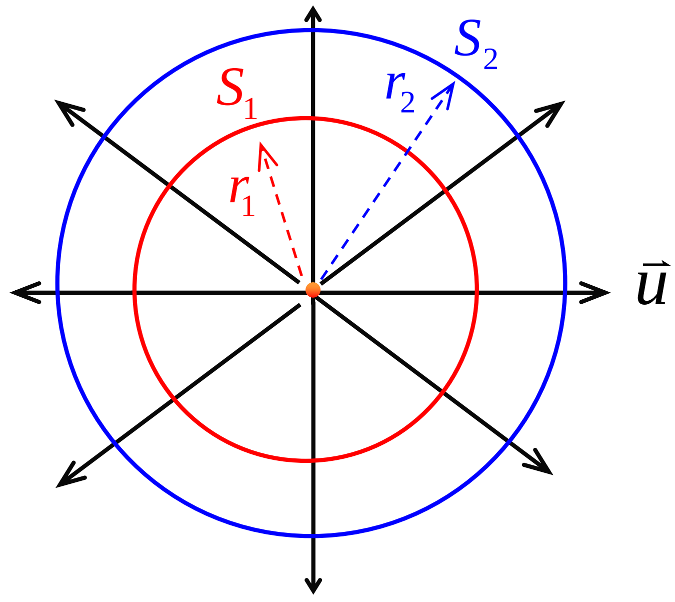
分析平面波和球面波的振幅

例题：证明在各向同性、均匀、不吸收能量的媒质中，传播的平面波在行进方向上振幅不变，球面波的振幅与离波源的距离成反比。

证明：2、球面波：

在一个周期T内通过半径r_1球面S_1和半径r_2球面S_2的能量应该相等

$$I_1 S_1 T = I_2 S_2 T,$$



$$S_1 = 4\pi r_1^2,\quad S_2 = 4\pi r_2^2$$

$$\frac{1}{2}\rho u \omega^2 A_1^2 S_1 T = \frac{1}{2}\rho u \omega^2 A_2^2 S_2 T$$

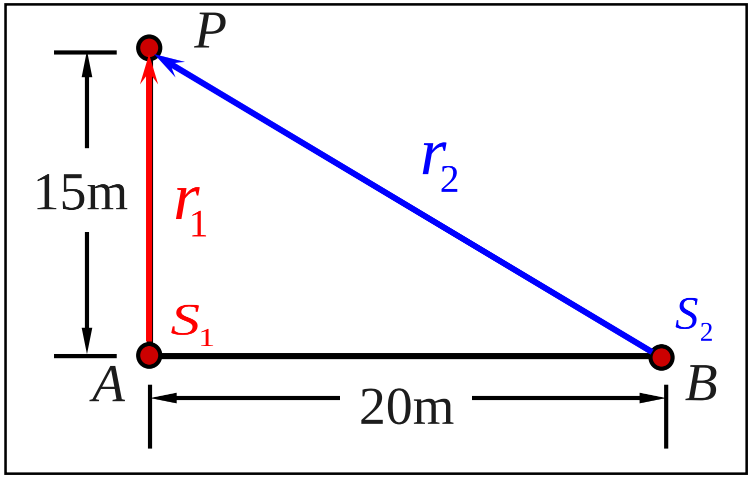
$$A_1 r_1 = A_2 r_2 \quad \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

球面波，振幅与离波源的距离成反比

例 7：A、B 两点为同一介质中两相干波源，振动方向相同、振幅皆为5cm，频率皆为100Hz，波速为10m/s，当点 A 为波峰时，点B 恰为波谷，

确定：两列波在P点干涉的结果。

解：$\lambda = \dfrac{u}{\nu} = 0.1\text{m}$，　取：$\varphi_{02} - \varphi_{01} = -\pi$



$r_1 = 15\text{m}$，　$r_2 = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\text{m}$

P点：

$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

$$= -\pi - 2\pi\frac{10}{0.1} = -201\pi$$

P点干涉减弱，　振幅：$A = |A_1 - A_2| = 0$，　P点因干涉而静止

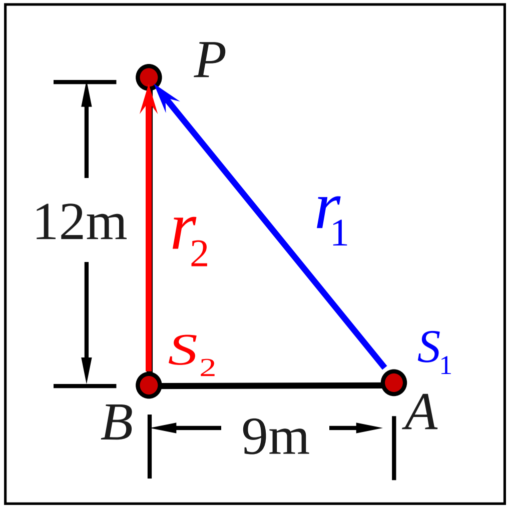
例 8： A、B 两点为同一介质中两相干波源，振动方向相同、振幅皆为10cm，频率皆为100Hz，波速为400m/s。当点 A 为波峰时，点B 恰为波谷，

求： P点的合振幅。

解：

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi=(\varphi_{02}-\varphi_{01})-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$$



$$\lambda=\frac{u}{\nu}=4\text{m},$$ 取：$\varphi_{02}-\varphi_{01}=-\pi$

$$r_1=\sqrt{12^2+9^2}=15\text{m}$$

P点： $$\Delta\varphi=(\varphi_{02}-\varphi_{01})-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{-3}{4}=\frac{\pi}{2}$$

振幅： $$A=\sqrt{10^2+10^2+2\times10\times10\times\cos\frac{\pi}{2}}=10\sqrt{2}(\text{m})$$

例 9：如图， 两个相干波源S_1和S_2相距L=9m，振动频率为 ν=100Hz，

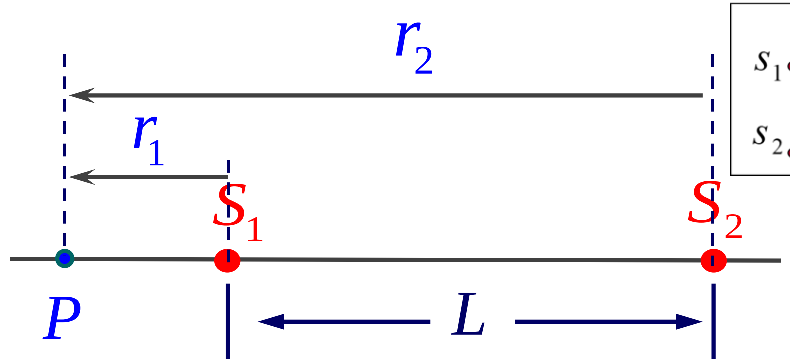
S_2的初相位比S_1超前 $\pi/2$ ，S_1和S_2发出的两简谐波的波速u=400m/s，

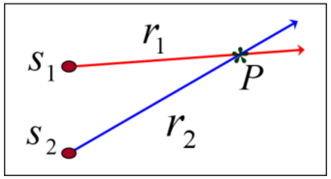
求： 在S_1和S_2的连线上，1）哪些点干涉加强？2）哪些点干涉减弱？

解：

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = 4\text{m},$$

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}$$





$$\boxed{\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}}$$

1、 S_1的左侧： $r_2 - r_1 = L = 9\text{m}$

$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{9}{4} = -4\pi$$

$\boxed{S_1\text{的左侧，所有点干涉加强}}$

例 9：如图， 两个相干波源 S_1 和 S_2 相距 L=9m，振动频率为 ν=100Hz，S_2 的初相位比 S_1 超前 $\pi/2$，S_1 和 S_2 发出的两简谐波的波速 u=400m/s，

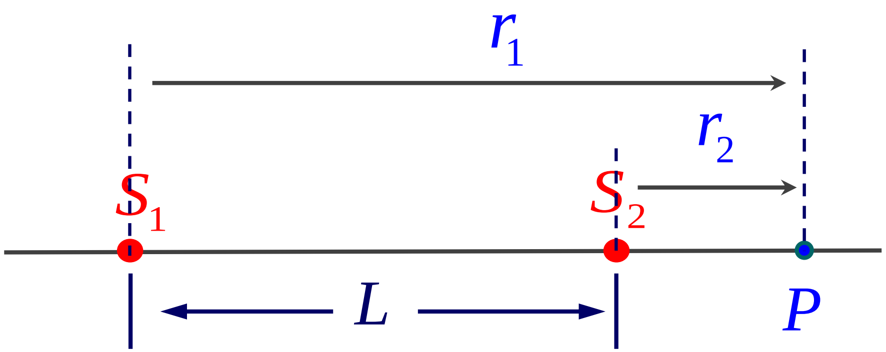
求：在 S_1 和 S_2 的连线上，1）哪些点干涉加强？2）哪些点干涉减弱？

解：

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = 4\text{m},$$

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}}$$



2、S_2 的右侧：　$r_2 - r_1 = -L = -9\text{m}$

$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{-9}{4} = 5\pi$$

S_2 的右侧，所有点干涉减弱

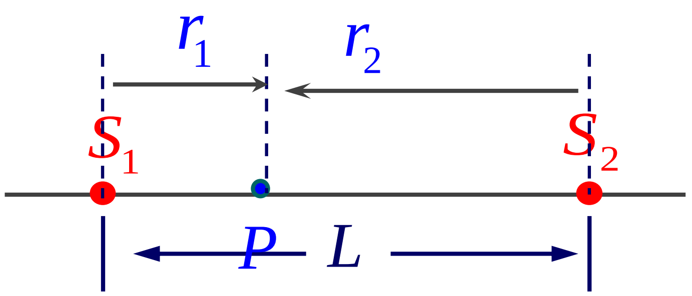
例 9：如图， 两个相干波源S_1和S_2相距$L=9$m，振动频率为 $\nu=100$Hz，S_2的初相位比S_1超前 $\pi/2$ ， S_1和S_2发出的两简谐波的波速$u=400$m/s，

求： 在S_1和S_2的连线上，1）哪些点干涉加强？2）哪些点干涉减弱？

解：

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = 4\text{m},$$

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}$$



3、 S_1和S_2之间： $r_2 + r_1 = L,\quad r_2 = 9 - r_1,\quad (0 \le r_1 \le 9)$

$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{9 - 2r_1}{4} = (r_1 - 4)\pi$$

① 干涉加强： $\boxed{\Delta\varphi = 2k\pi,\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots}$ $\Rightarrow r_1 = 2k + 4$

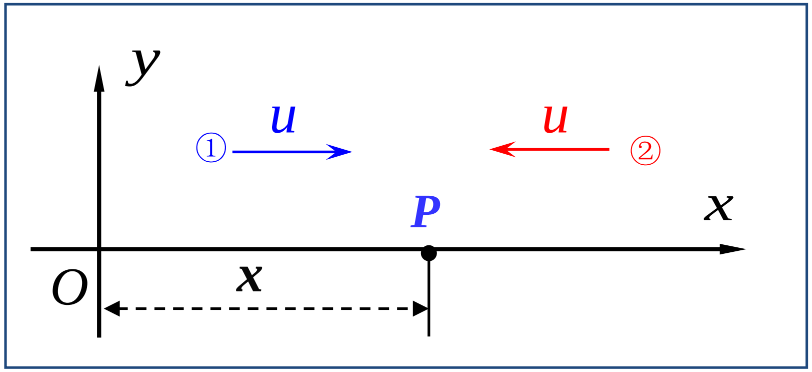
$$\Rightarrow r_1 = 0、2、4、6、8 \quad (\text{m})$$

②干涉减弱： $\boxed{\Delta\varphi = (2k+1)\pi,\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots}$ $\Rightarrow r_1 = 2k + 5$

$$\Rightarrow r_1 = 1、3、5、7、9 \quad (\text{m})$$

二、驻波的波动方程

1、驻波方程



波① $y_{o1} = A\cos(\omega t + \varphi_{01})$

$$y_1 = A\cos\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_{01}\right] = A\cos(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{01})$$

波② $y_{o2} = A\cos(\omega t + \varphi_{02})$

$$y_2 = A\cos\left[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_{02}\right] = A\cos(2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{02})$$

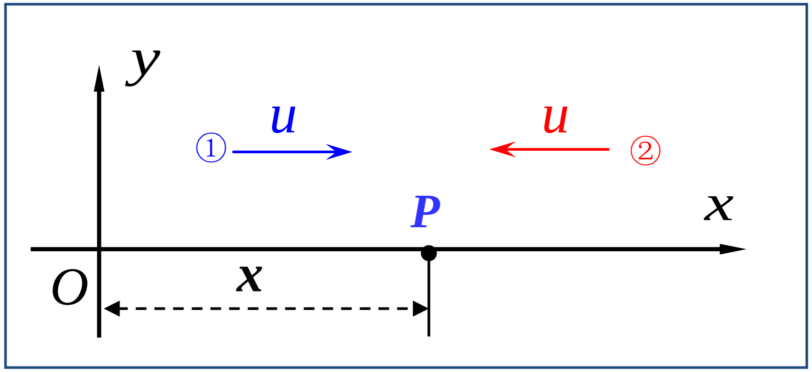
（合成波）**驻波方程:**

$$y = y_1 + y_2 \quad = 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{2})\cos(2\pi\nu t + \frac{\varphi_{02} + \varphi_{01}}{2})$$

注意： 教材里选取的是特例讨论，即 $\varphi_{02} = \varphi_{01} = 0$ 。
一般情况下，不一定满足以上条件

二、驻波的波动方程

2、波腹与波节位置



$$y=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2})\cos(2\pi\nu t+\frac{\varphi_{02}+\varphi_{01}}{2})$$

振幅： $A'=\left|2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2})\right|$

1）波腹：振幅最大的点： $A'_{max}=2A,\quad \left|\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2})\right|=1$

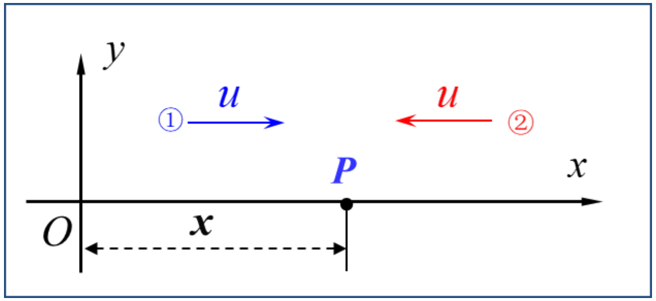
$$\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}=k\pi,\qquad \Rightarrow x=k\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02}-\varphi_{01}),\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

2）波节：振幅为零的点： $A'_{min}=0,\quad \left|\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2})\right|=0$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}=(2k+1)\frac{\pi}{2},\qquad \Rightarrow x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02}-\varphi_{01}),\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

二、驻波的波动方程

2、波腹与波节位置



利用干涉讨论

$$y_1 = A\cos(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{01}), \quad y_2 = A\cos(2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{02})$$

坐标为 x 处质点两振动相位差：

$$\Delta\varphi(x) = (2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{02}) - (2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{01}) = \frac{4\pi}{\lambda}x + (\varphi_{02} - \varphi_{01})$$

1）**波腹**：干涉加强： $\Delta\varphi = 2k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

$$\Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02} - \varphi_{01}), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

2）**波节**：干涉减弱： $\Delta\varphi = (2k+1)\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

$$\Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02} - \varphi_{01}), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

例 10： 在弦线上（x轴）有一平面简谐波，其波动表达式为：

$$y_1=2.0\times10^{-2}\cos[2\pi(\frac{t}{0.02}-\frac{x}{20})+\frac{\pi}{3}]\ \ \textbf{(SI)}$$

为了在此弦线上形成驻波，并且在$x_0=0$处为一波节，此弦线上还应有另一平面简谐波，求其表达式。

解： 设另一平面简谐波为： $$y_2=2.0\times10^{-2}\cos[2\pi(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{20})+\varphi_{02}]$$

x处，两振动相位差为：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=[2\pi(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{20})+\varphi_{02}]-[2\pi(\frac{t}{0.02}-\frac{x}{20})+\frac{\pi}{3}]=\frac{\pi}{5}x+\varphi_{02}-\frac{\pi}{3}$$

$x_0=0$处，为一波节：$\Delta\varphi(x_0=0)=\varphi_{02}-\dfrac{\pi}{3}=(2k+1)\pi,\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots$

取：$\varphi_{02}-\dfrac{\pi}{3}=\pi\Rightarrow\varphi_{02}=\dfrac{4}{3}\pi,$

$$\boxed{y_2=2.0\times10^{-2}\cos[2\pi(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{20})+\frac{4}{3}\pi]}$$

三、半波损失

当波从波疏媒质<u>**垂直入射**</u>到波密媒质，被反射到波疏媒质时，在反射点形成波节。入射波与反射波在此处的相位时时相反（反相），即反射波在分界处产生 π 的相位跃变，相当于出现了半个波长的波程差，称半波损失。

当波从波密媒质<u>**垂直入射**</u>到波疏媒质，被反射到波密媒质时，在反射点形成波腹。入射波与反射波在此处的相位时时相同（同相），即反射波在分界处不产生相位跃变，无半波损失。

例11:在弦线上(*x*轴)有一平面简谐波，其波动表达式为：$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})]$

波在$x_0 = 0$处发生反射，反射点为固定端。入射波与反射波叠加形成驻波，

求：1） 驻波表达式； 2）$x = \frac{2}{3}\lambda$ 处质点的振动振幅。 （活页册题）

解：1) 设反射波为： $y_2 = A\cos[2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_{02}]$

*x*处，两振动相位差为：

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = [2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_{02}] - [2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})] = -\frac{4\pi}{\lambda}x + \varphi_{02}$$

$x_0 = 0$处，为一波节：$\Delta\varphi(x_0 = 0) = \varphi_{02} = (2k+1)\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

取： $\varphi_{02} = \pi,$ $\quad y_2 = A\cos[2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \pi]$

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})\cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2})$$

例11:在弦线上(x轴)有一平面简谐波，其波动表达式为: $y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})]$

波在$x_0 = 0$处发生反射，反射点为固定端。入射波与反射波叠加形成驻波，

求： 1）驻波表达式； 2）$x = \frac{2}{3}\lambda$ 处质点的振动振幅。 （活页册题）

解：2） $x = \frac{2}{3}\lambda$ 处质点的振动振幅：

$$A'(x = \frac{2}{3}\lambda) = \left|2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})\right| = \left|2A\cos(\frac{5\pi}{6})\right| = \sqrt{3}A$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})\cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2})$$

例 12：如图，一沿x轴正方向传播的平面简谐波，其波动表达式为：

$$y_1 = 10^{-3}\cos[200\pi(t - \frac{x}{200})] \quad \text{(SI)}$$

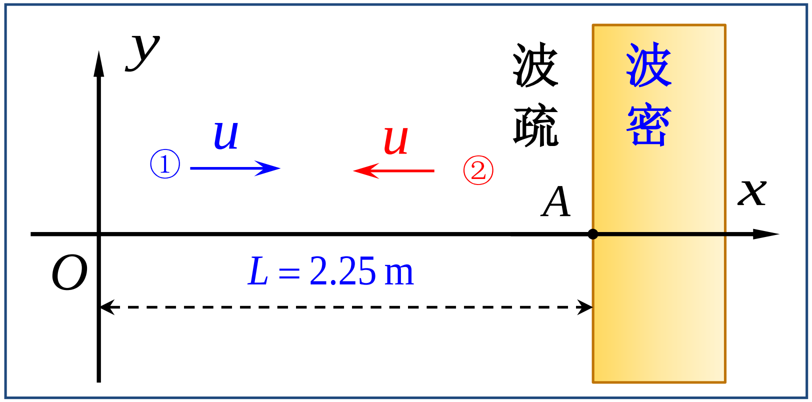
此波由波疏媒质垂直入射到波密媒质表面，入射点为 A点，

入射点 A与坐标原点O相距：L=2.25 m，设入射波与反射波振幅相等，

求：1）反射波的波动方程；

2）OA之间的驻波方程；

3）OA之间，波节和波腹的位置坐标。

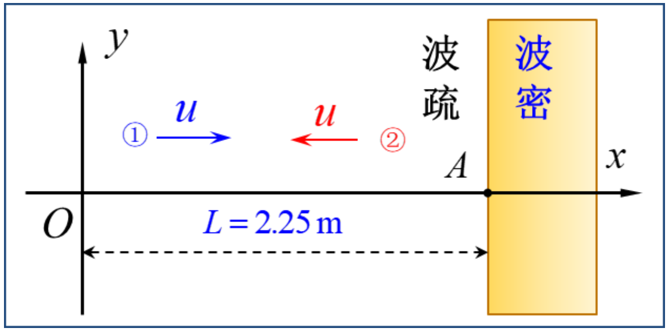


例 12：如图，一沿*x*轴正方向传播的平面简谐波，其波动表达式为：

$$y_1 = 10^{-3}\cos[200\pi(t-\frac{x}{200})]\ \text{(SI)}$$

此波由波疏媒质垂直入射到波密媒质表面，入射点为 *A* 点，入射点 *A* 与坐标原点 *O* 相距：***L*=2.25 m**，设入射波与反射波振幅相等，

求：1）反射波的波动方程；



解：1) 设反射波（反向波）为：

$$y_2 = 10^{-3}\cos[200\pi(t+\frac{x}{200})+\varphi_{02}]$$

*A*为一**波节**：　$x_A = 2.25\text{m},$

干涉减弱：$\Delta\varphi(x_A) = [200\pi(t+\frac{x_A}{200})+\varphi_{02}] - [200\pi(t-\frac{x_A}{200})]$

$$= 2\pi x_A + \varphi_{02} = 4.5\pi + \varphi_{02} = (2k+1)\pi,\quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

$\varphi_{02} = (2k-4)\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ 取：$\varphi_{02} = \frac{\pi}{2},$

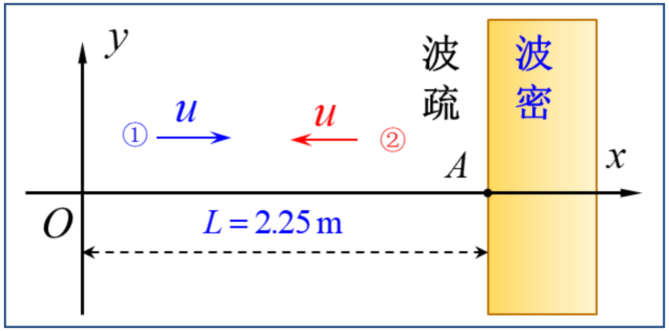
$$\boxed{y_2 = 10^{-3}\cos[200\pi(t+\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]}$$

例 12：如图，一沿*x*轴正方向传播的平面简谐波，其波动表达式为：

$$y_1 = 10^{-3}\cos[200\pi(t-\frac{x}{200})]\ \ \mathbf{(SI)}$$

此波由波疏媒质垂直入射到波密媒质表面，入射点为 *A* 点，入射点 *A* 与坐标原点 *O* 相距：***L*=2.25 m**，设入射波与反射波振幅相等，

求：2）*OA* 之间的驻波方程；



解：2）

$$\boxed{y_2 = 10^{-3}\cos[200\pi(t+\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]}$$

OA 之间的驻波方程：

$$y = y_1 + y_2$$

$$= 10^{-3}\cos[200\pi(t-\frac{x}{200})] + 10^{-3}\cos[200\pi(t+\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]$$

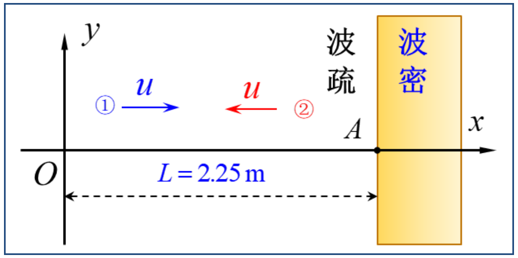
$$\Rightarrow y = 2\times10^{-3}\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})\cos(200\pi t+\frac{\pi}{4})$$

例 12：如图，一沿x轴正方向传播的平面简谐波，其波动表达式为：

$$y_1 = 10^{-3}\cos[200\pi(t-\frac{x}{200})] \ \text{(SI)}$$

此波由波疏媒质垂直入射到波密媒质表面，入射点为 *A*点，入射点 *A*与坐标原点*O*相距：*L*=2.25 m，设入射波与反射波振幅相等，

求：3）*OA*之间，波节和波腹的位置坐标。



解：3) *OA*之间，坐标为*x*处质点两振动相位差：

$$0 \le x \le 2.25\text{m}$$

$$\Delta\varphi = [200\pi(t+\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]-[200\pi(t-\frac{x}{200})] = 2\pi x+\frac{\pi}{2}$$

①波节（干涉减弱）： $\Delta\varphi = (2k+1)\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

$$x = k+\frac{1}{4}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots \quad \Rightarrow x = \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{9}{4}$$

②波腹（干涉加强）： $\Delta\varphi = 2k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

$$x = k-\frac{1}{4}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots \quad \Rightarrow x = \frac{3}{4}, \quad \frac{7}{4},$$