

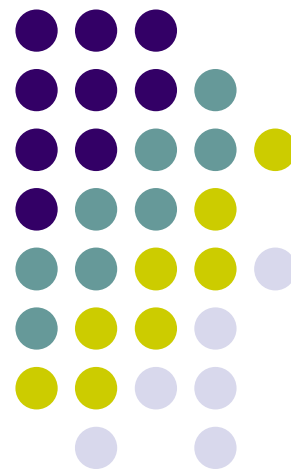
第四章 数字信号

4.1 数字信号的图示

4.2 数字信号的符号

4.3 数字函数

4.4 函数合成





《数字信号：信息世界的脉动》

在数字的世界里，信号是一串串跳跃的符号，如星辰般闪烁在信息的宇宙中。它们不再是连续的波浪，而是离散的光点，以零和一的节奏，编织出无形的网。每一个脉冲，都是时间的刻度，精准而坚定；每一次跳变，都是信息的传递，简洁而有力。

数字信号是现代文明的脉搏，它在光纤与电路中穿梭，无声却充满力量。它不像模拟信号那般细腻，却有着无与伦比的精确；它没有复杂的波形，却能承载海量的信息。它是时代的语言，用简单的二进制，诉说着复杂的世界。在数字的海洋中，信号化作一盏盏灯塔，照亮了人类探索未知的道路，连接着过去与未来，让世界在瞬间变得触手可及。



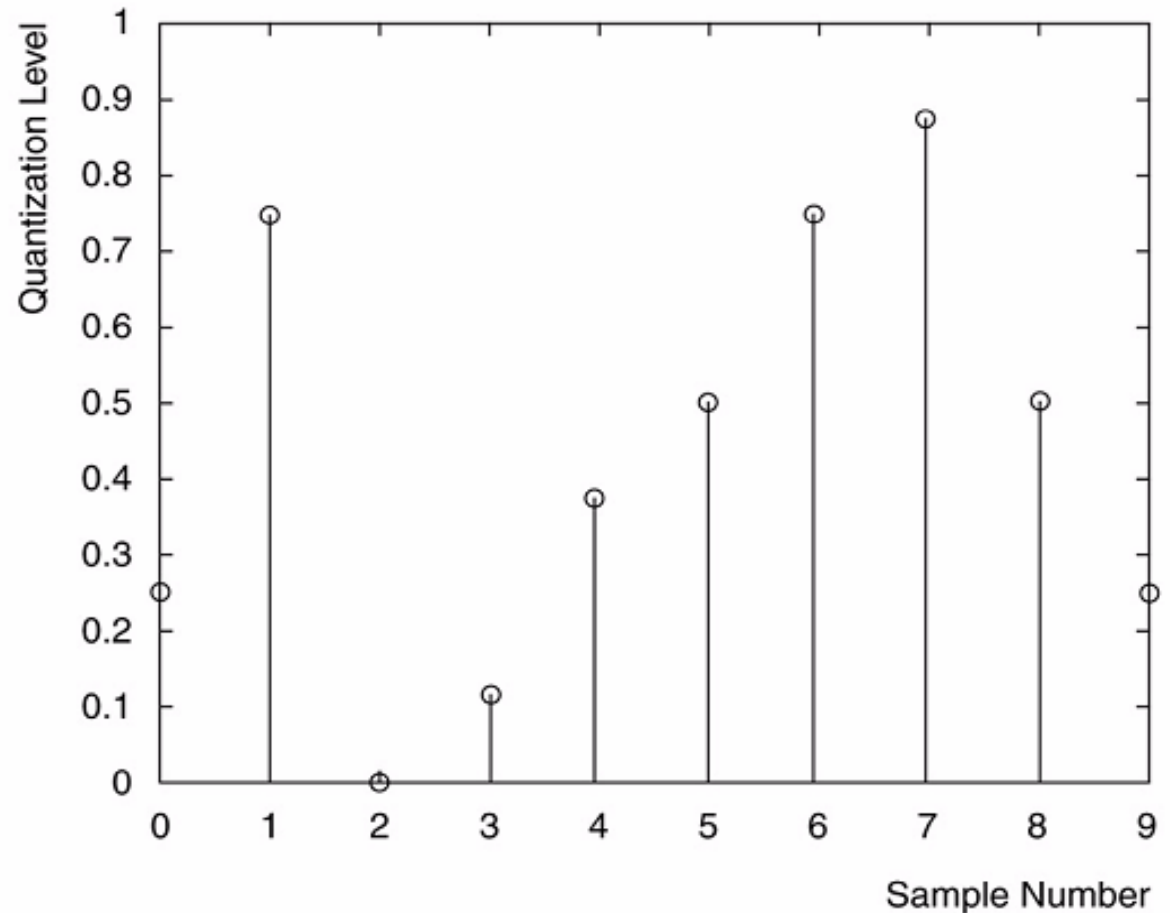
4.1 数字信号的图示

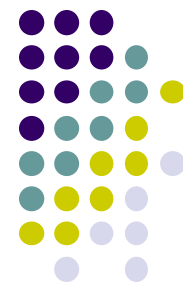
- 用顶部带圆圈的竖线表示，每条竖线表示一个采样点，并用整数标记。

4.1 数字信号的图示



FIGURE 3-1 Digital signal from codes for Example 3.1.



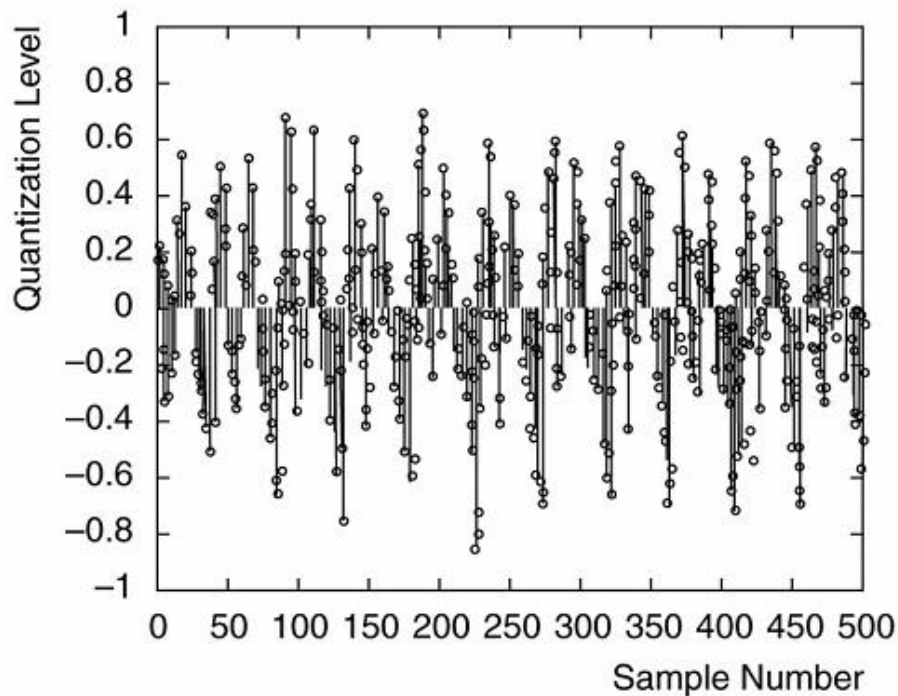


《数字信号：信息世界的脉动》



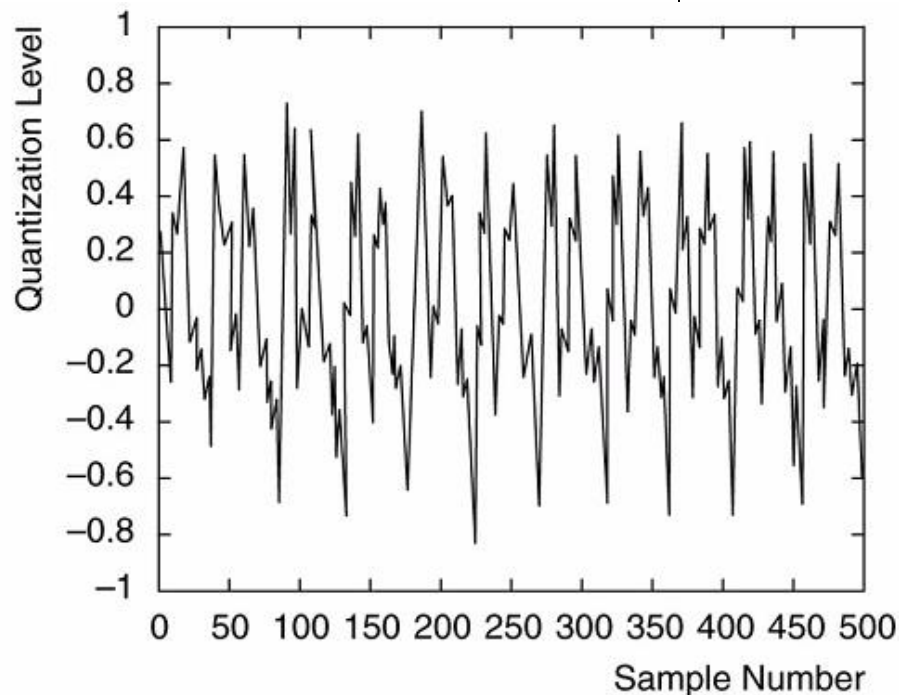
- 这是一幅数字信号的图形。图中展示的数字信号以离散的状态呈现，信号值在高低电平之间跃变。
- 波形由一系列清晰的矩形脉冲组成，高电平代表逻辑“1”，低电平代表逻辑“0”。脉冲的宽度和间隔有规律，信号的变化瞬间完成，没有渐变过程。
- 数字信号不连续、取值离散，有助于理解数字信号在时间和幅值上的特性。

4.1 数字信号的图示



(a) As Individual Samples

采样率大时，作为单个
采样点描述过于拥挤



(b) Samples Joined by Smooth Line

采样率大时，光滑曲线连
接采样点(信号包络线)



4.2 数字信号的符号

数字信号 x 表示成：

$x[n]$

n 为整数，表示采样编号

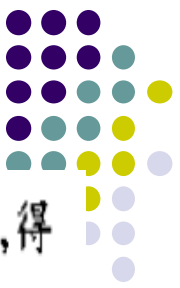


数字信号 x 表示成：

$x[0]$ ：表示第0个采样点

$x[1]$ ：表示第1个采样点

$x[2]$ ：表示第2个采样点



例 部分语音信号在 $0 \sim 1 \text{ V}$ 范围内取值。采用表 3.1 所给三比特量化方案进行 A/D 转换, 得到一系列数字代码: 010 110 000 001 011 100 110 111 100 010。画出该数字信号。

采样: 一共10个样点, 采样点数 $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

量化: 量化步长 (Q) : $Q = R/2^N$

这是一个3比特量化, $N=3$, $R=1$

$$Q = 1/2^3 = 0.125$$

双极性量化 (最大误差=半步长) $Q/2 = 0.125/2 = 0.0625$

$$0.000 \leq x < 0.0625$$



图 3.1 表示该数字信号的图形,此信号只能取有限个数的值,这些数值就是表 3.1 中的量化电平,它与数字代码相对应。一旦量化,就不能再取其他任何数值。

表 3.1 例 3.1 的三比特量化表

数字代码	量化电平 (V)	对应此数字代码的模拟输入范围 (V)
000	0.000	$0.000 \leq x < 0.0625$
001	0.125	$0.0625 \leq x < 0.1875$
010	0.250	$0.1875 \leq x < 0.3125$
011	0.375	$0.3125 \leq x < 0.4375$
100	0.500	$0.4375 \leq x < 0.5625$
101	0.625	$0.5625 \leq x < 0.6875$
110	0.750	$0.6875 \leq x < 0.8125$
111	0.875	$0.8125 \leq x \leq 1.000$

4.1 数字信号的图示

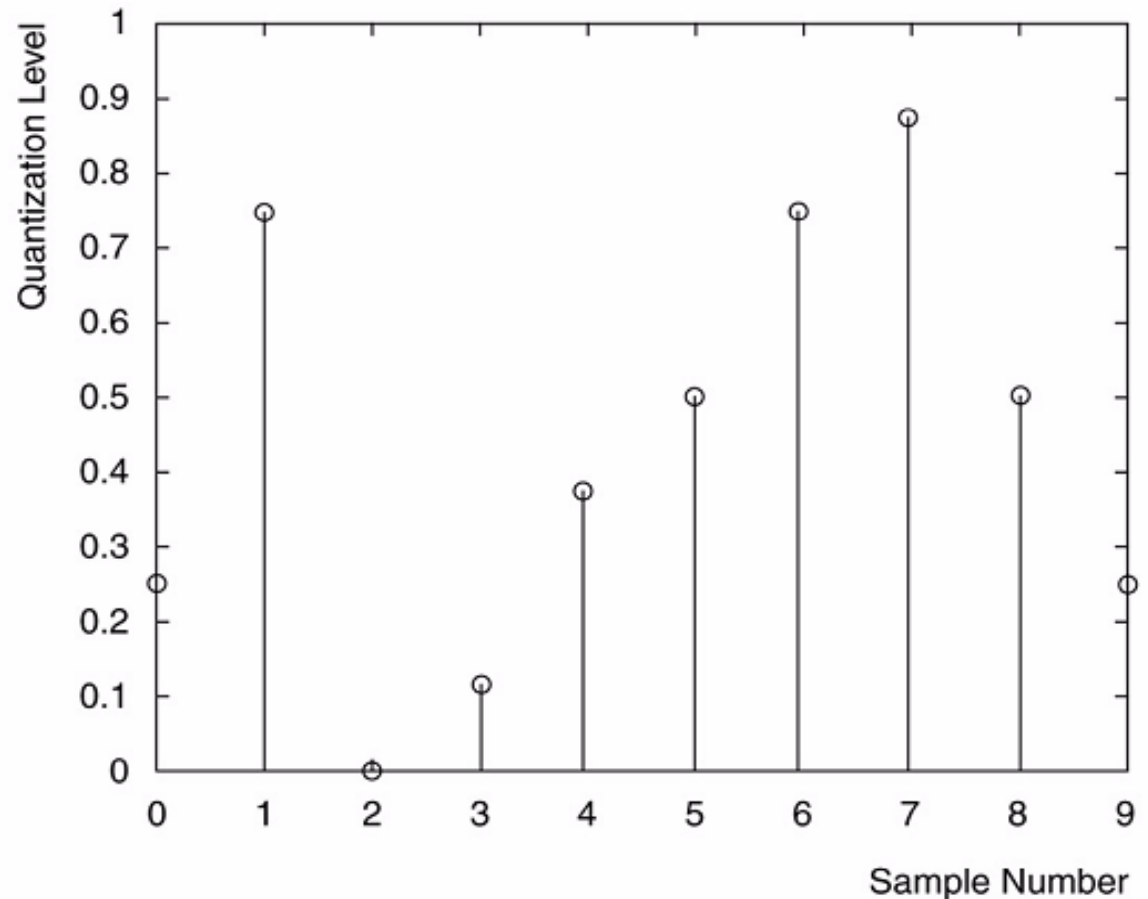


FIGURE 3-1 Digital signal from codes for Example 3.1.

010 110 000 001 011 100 110 111 100 010

$x[0] = 0.25$

$x[5] = 0.5$





$x[n+1]$ 、 $x[n-1]$ 与 $x[n]$ 的关系

$x[n-1]$: 表示把 $x[n]$ 采样序列右移动一个采样点

$x[n+1]$: 表示把 $x[n]$ 采样序列左移动一个采样点

例3.2



FIGURE 3-1 Digital signal from codes for Example 3.1.

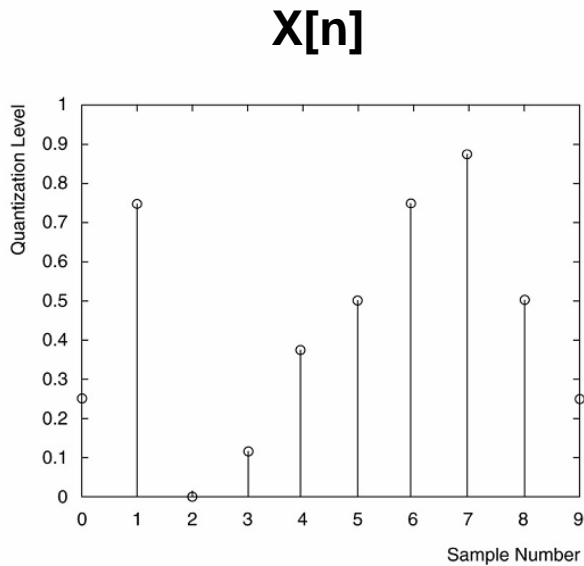


FIGURE 3-5 Digital signal $x[n-2]$ for Example 3.2.

$X[n-2]$ 是 $X[n-1]$ 右移动一个采样单位

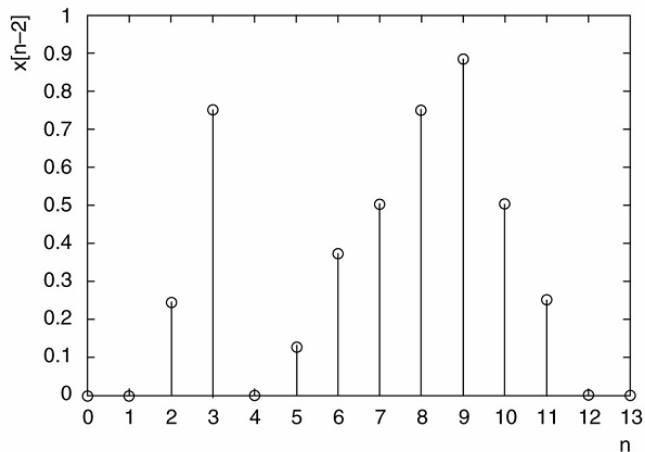


FIGURE 3-4 Digital signal $x[n-1]$ for Example 3.2.

$X[n-1]$ 是 $X[n]$ 右移动一个采样单位

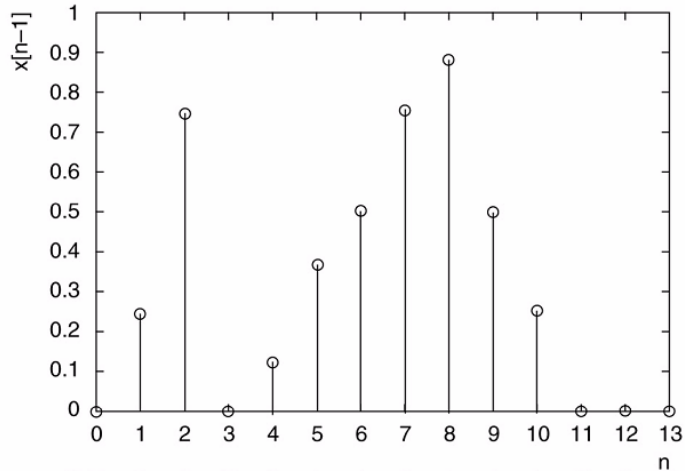
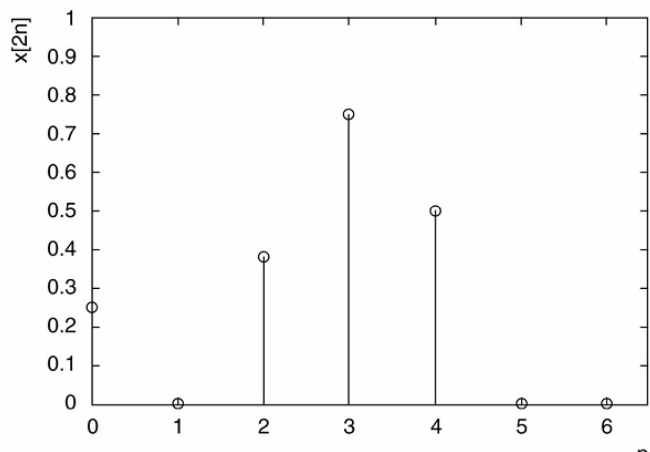


FIGURE 3-6 Digital signal $x[2n]$ for Example 3.2.

$X[2n]$ 是 $X[n]$ 采样间隔的二倍



$X[n-1]$ 是 $X[n]$ 右移动一个采样单位



TABLE 3.2

Calculating $x[n-1]$ for Example 3.2

n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x[n]$	0.0	0.0	0.25	0.75	0.0	0.125	0.375	0.5	0.75	0.875	0.5	0.25	0	0	0	0
$n-1$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$x[n-1]$	0.0	0.0	0.0	0.25	0.75	0.0	0.125	0.375	0.5	0.75	0.875	0.5	0.25	0.0	0.0	0.0

横坐标: $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$

纵坐标: $\begin{cases} x[n-1] = x[-1], x[0], x[1], x[2], x[3], x[4], x[5], x[6], x[7], x[8] \dots \\ x[n-1] = 0, 0.25, 0.75, 0, 0.123, 0.375, 0.5, 0.75, 0.875, 0.5 \dots \end{cases}$

FIGURE 3-1 Digital signal from codes for Example 3.1.

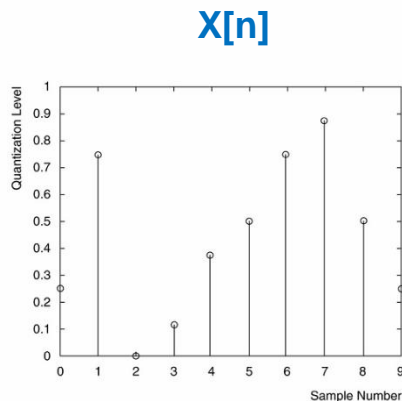
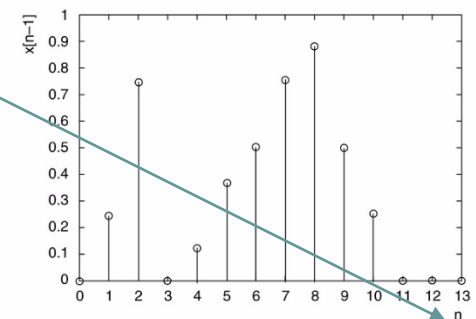


FIGURE 3-4 Digital signal $x[n-1]$ for Example 3.2.

$X[n-1]$ 是 $X[n]$ 右移动一个采样单位

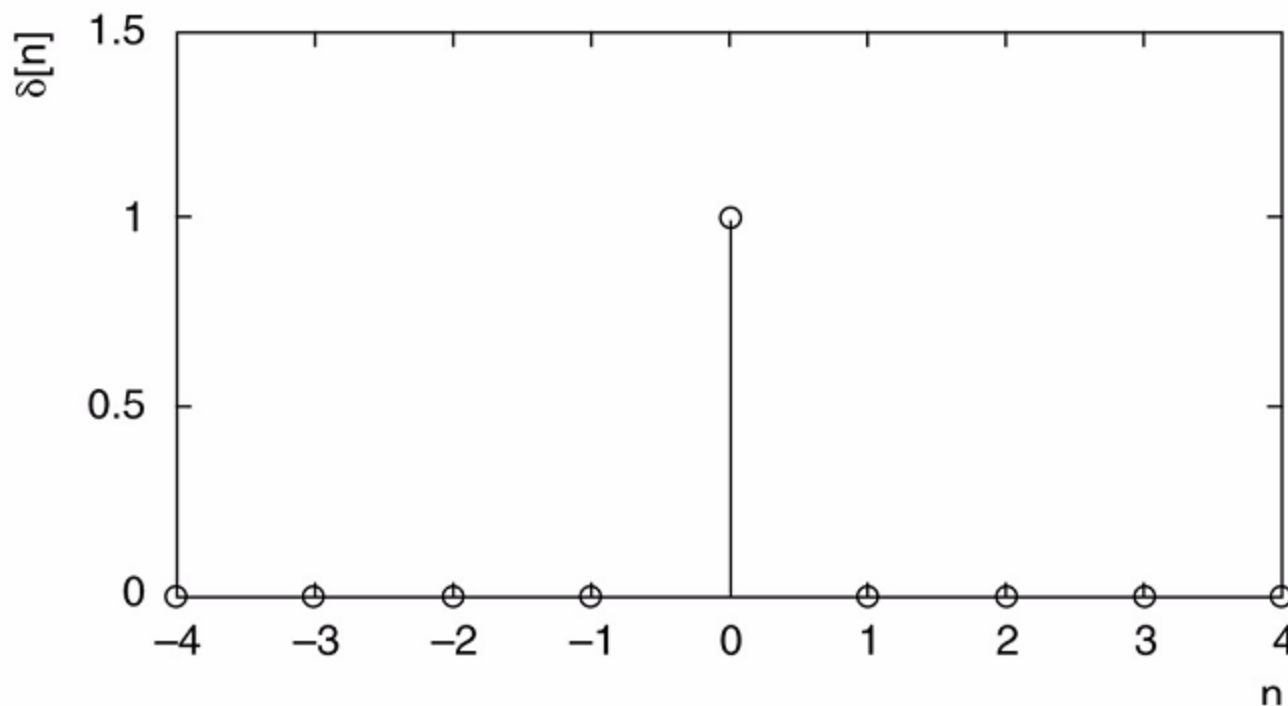


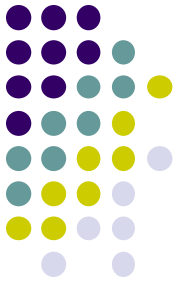
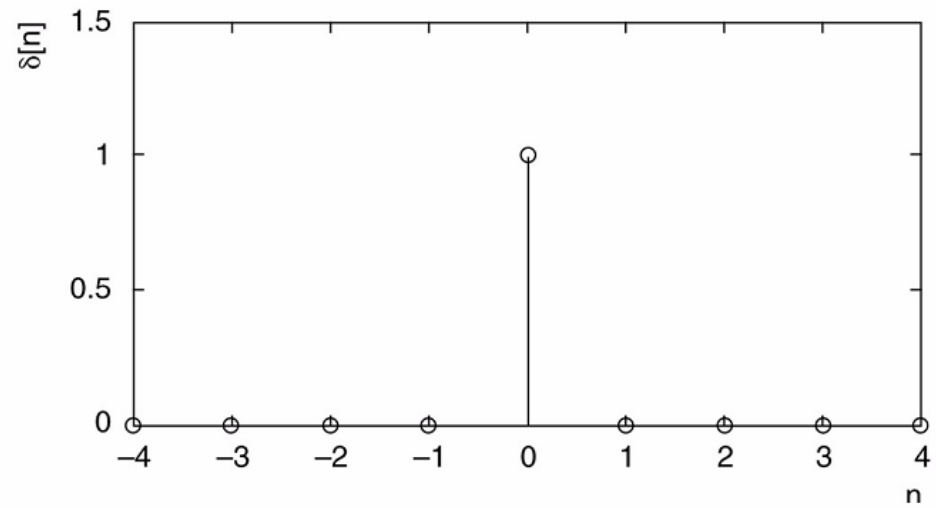
4.3 数字函数/ Digital function



- 脉冲函数

$$\delta[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$



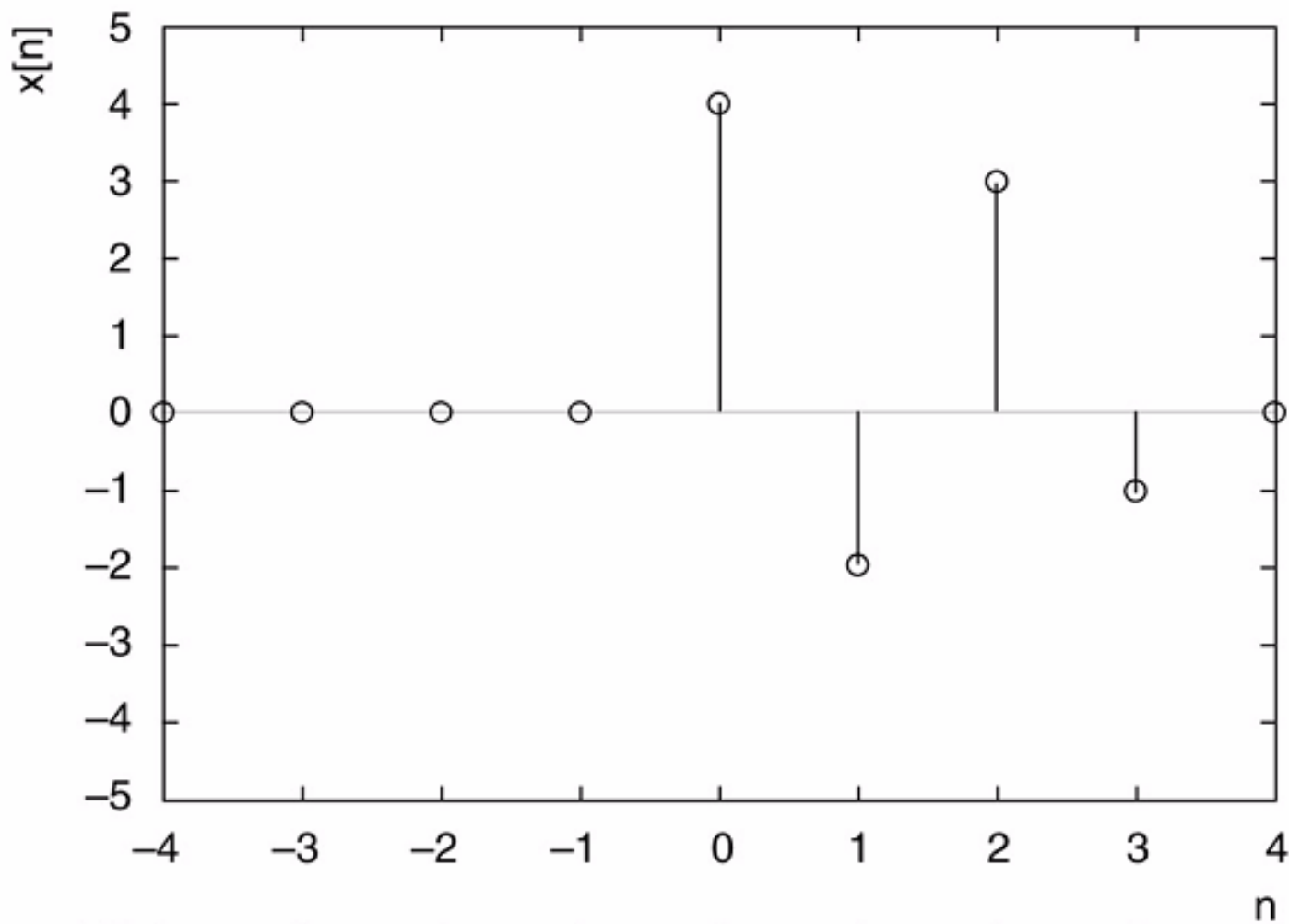


$$\delta[0] = ?$$

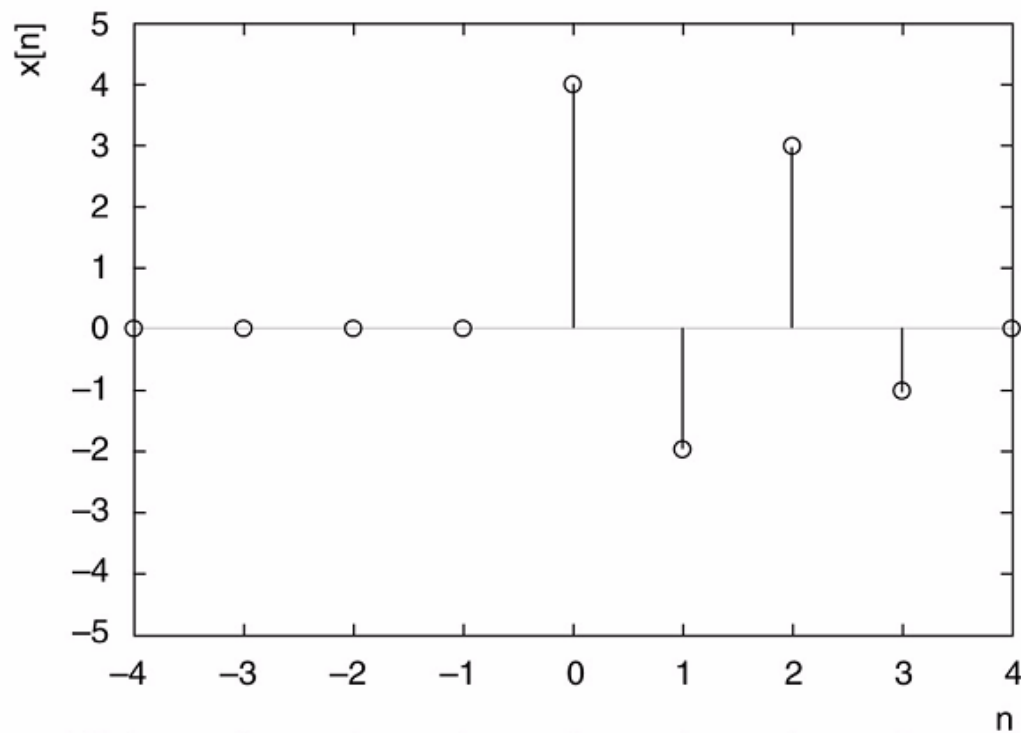
$$\delta[3] = ?$$

$$\delta[-2] = ?$$

例1



例1



$$x[n] = 4\delta[n] - 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2] - \delta[n-3]$$



例2

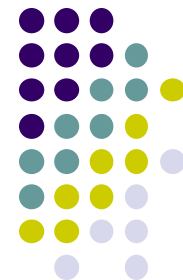
求出下面数字信号前 5 个样点的值

$$x[n] = 4\delta[n] - 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2] - \delta[n-3]$$



例2

求出下面数字信号前 5 个样点的值



$$x[n] = 4\delta[n] - 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2] - \delta[n-3]$$

$$n = 0, \quad x[0] = 4\delta[0] - 2\delta[-1] + 3\delta[-2] - \delta[-3] = 4$$

$$n = 1, \quad x[1] = 4\delta[1] - 2\delta[1-1] + 3\delta[1-2] - \delta[1-3] = -2$$

$$n = 2, \quad x[2] = 4\delta[2] - 2\delta[2-1] + 3\delta[2-2] - \delta[2-3] = 3$$

$$n = 3, \quad x[3] = 4\delta[3] - 2\delta[3-1] + 3\delta[3-2] - \delta[3-3] = -1$$

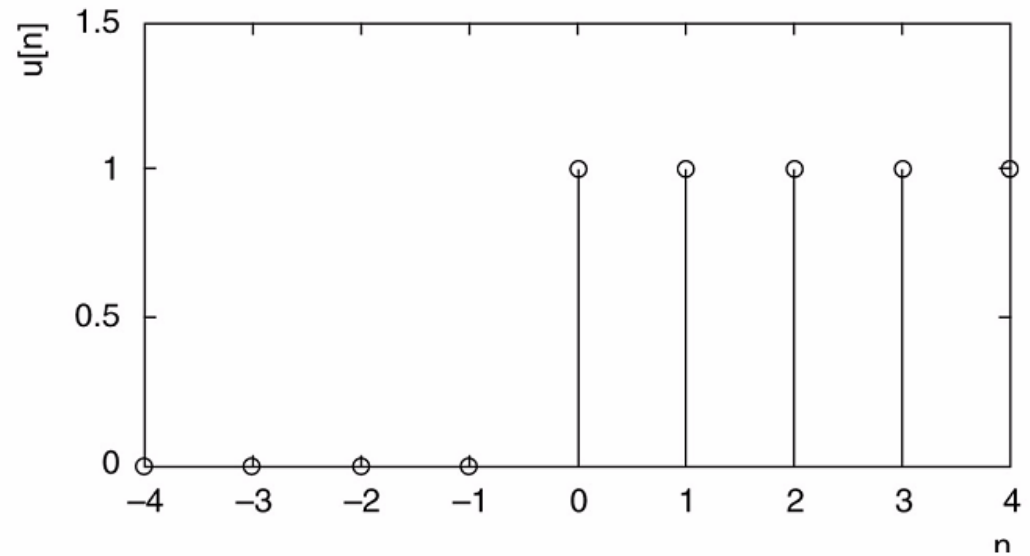
$$n = 4, \quad x[4] = 4\delta[4] - 2\delta[4-1] + 3\delta[4-2] - \delta[4-3] = 0$$



阶跃函数 / Step function

$$u[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{cases}$$

表示 “接通” 过程



$$u[0] = ?$$

$$u[-1] = ?$$

$$u[1] = ?$$

例3

画出数字信号 $x[n] = 3u[n]$



$$x[n] = 3u[n]$$

$$n = -2, \quad x[-2] = 3u[-2] = 0$$

$$n = -1, \quad x[-1] = 3u[-1] = 0$$

$$n = 0, \quad x[0] = 3u[0] = 3$$

$$n = 1, \quad x[1] = 3u[1] = 3$$

$$n = 2, \quad x[2] = 3u[2] = 3$$

$$n = 3, \quad x[3] = 3u[3] = 3$$

$$n = 4, \quad x[4] = 3u[4] = 3$$

例4

画出数字信号 $x[n] = u[-n]$



例5

分别画出数字信号 $x[n] = u[n-3]$, $x[n] = n[3-n]$



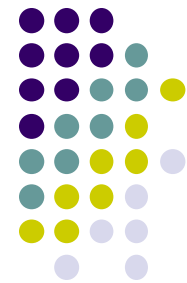
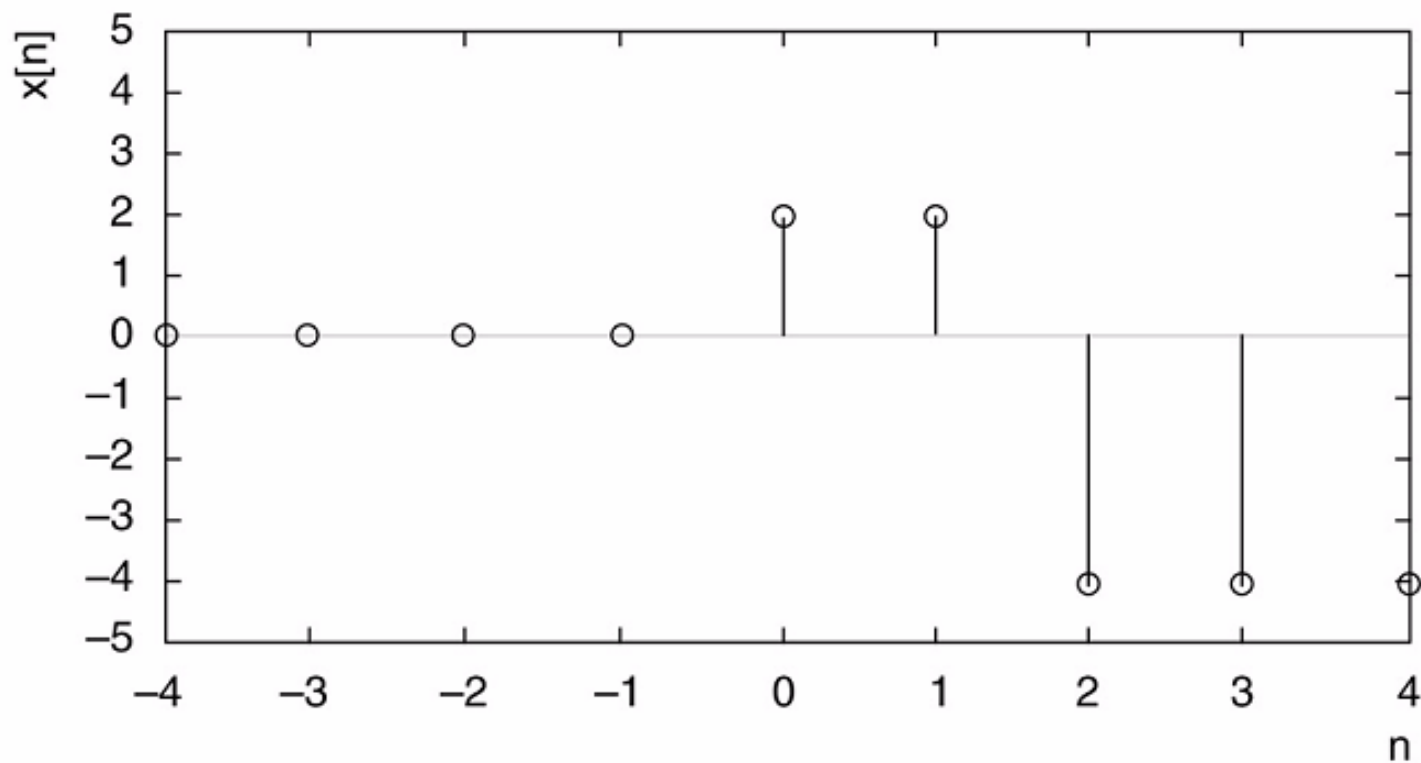
例6

画出数字信号 $x[n] = u[n] + 2 u[n-2]$



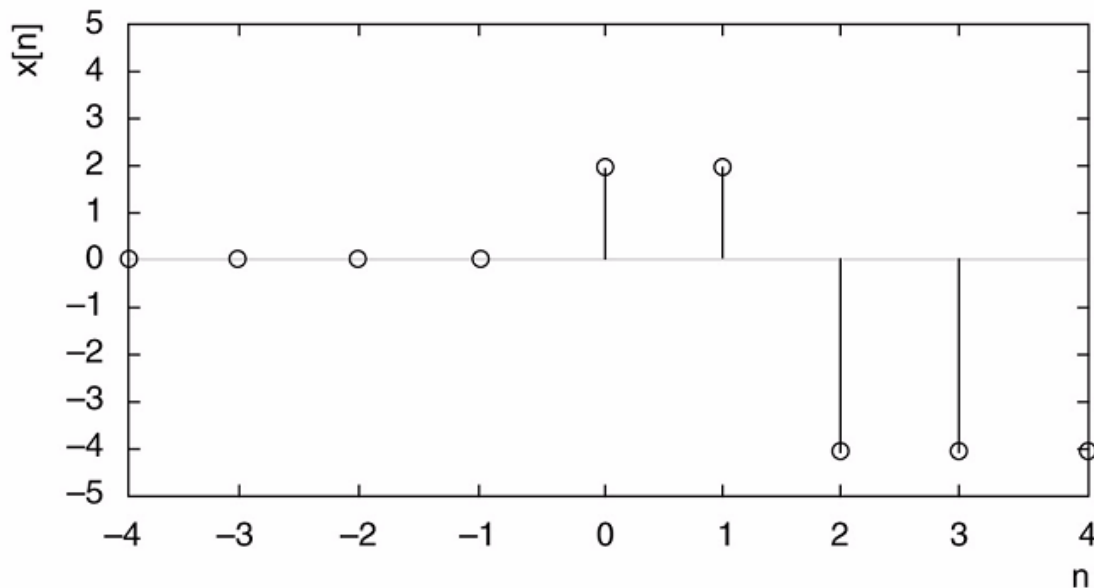
例7

用函数描述下图所示数字信号

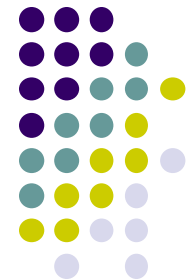


例7

用函数描述下图所示数字信号



$$x[n] = 2u[n] - 6u[n - 2]$$





幂函数和指数函数

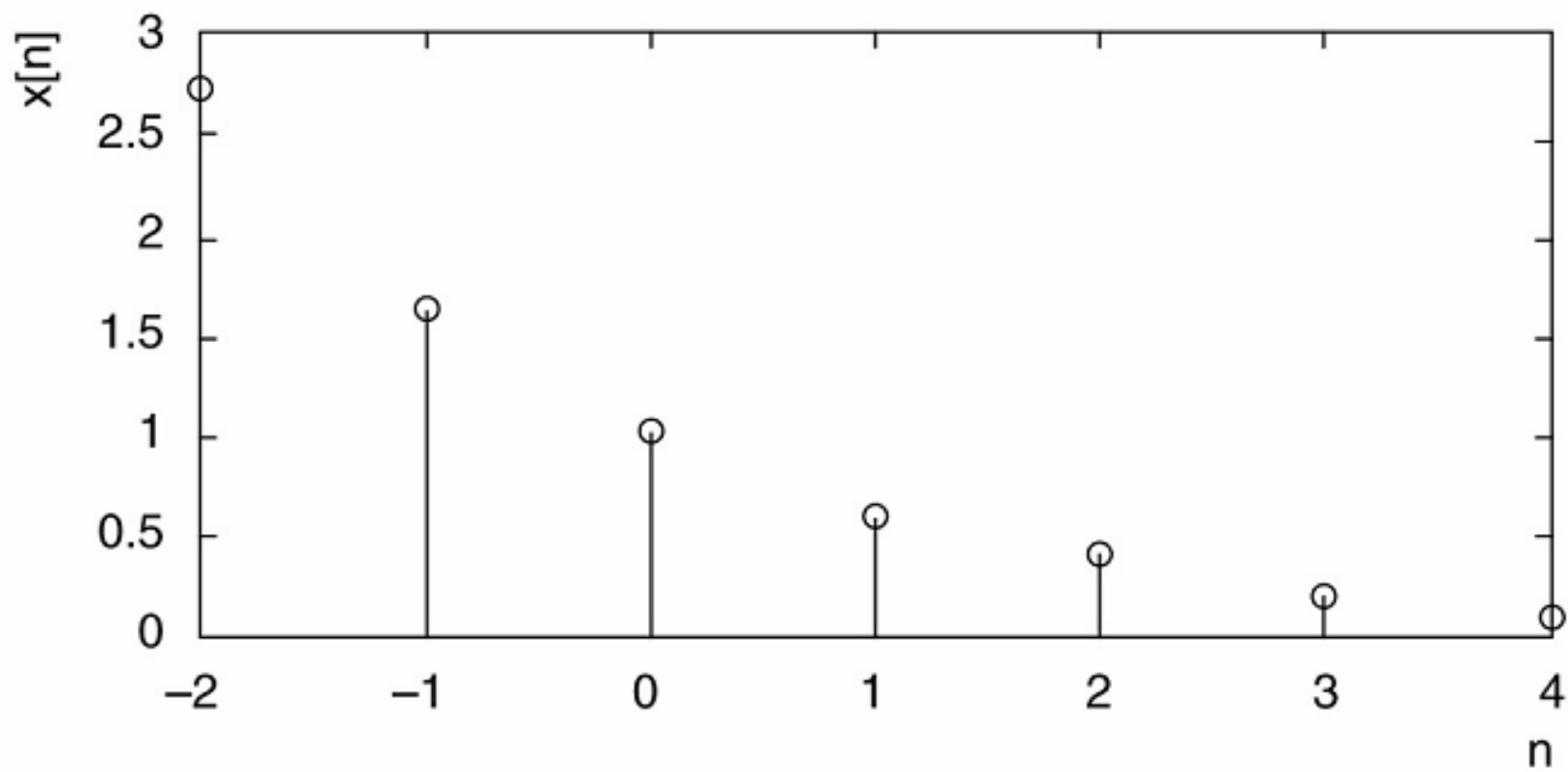
- 数字幂函数

$$x[n] = A\alpha^{\beta n}$$

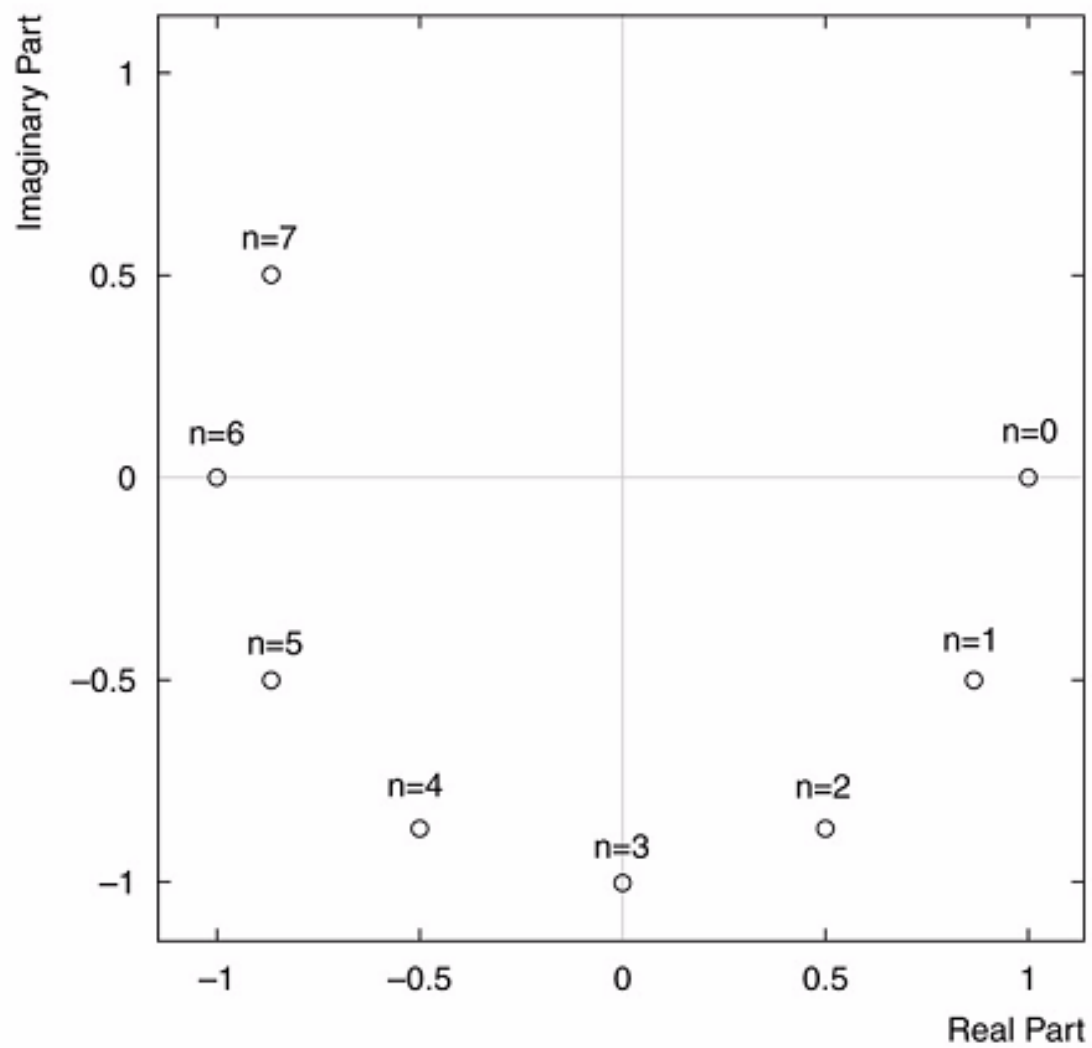
- 指数函数

$$x[n] = Ae^{\beta n}$$

例



例



数字正弦函数和余弦函数



$$x[n] = A \sin(n\Omega)$$

$$x[n] = A \cos(n\Omega)$$

A: 振幅

Ω : 数字频率

数字正弦（余弦）函数不一定是周期的，数字频率也不等于模拟频率

数字频率与模拟频率间的关系

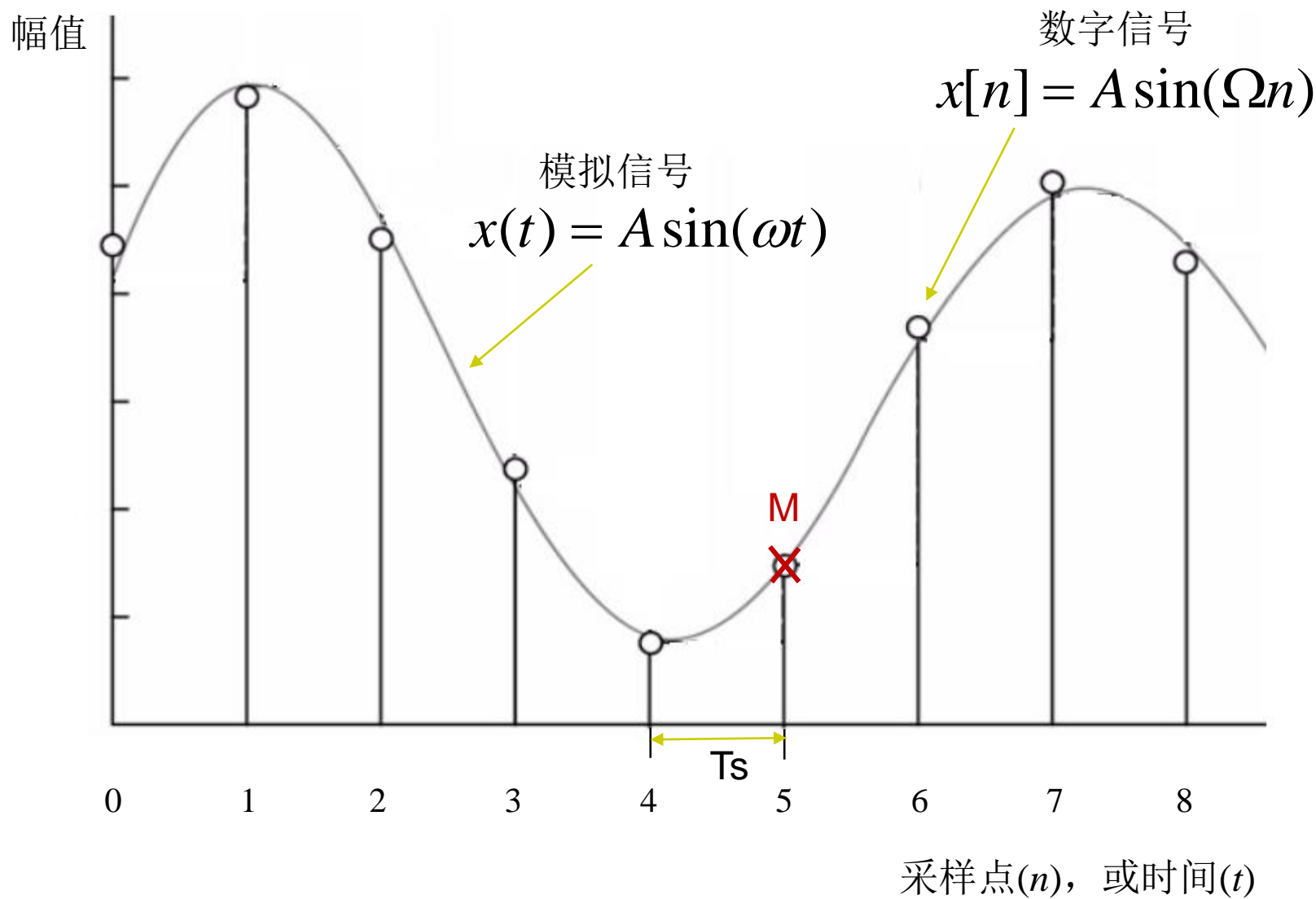


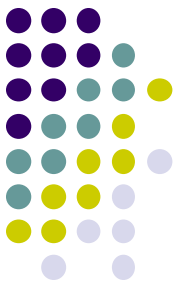
$$\Omega = 2\pi \frac{f}{f_s}$$

f: 模拟线频率, 单位Hz

f_s: 采样频率

Ω : 数字频率, 单位弧度





数字正弦

$$x[n] = A \sin(\Omega n)$$

模拟正弦

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

Diagram illustrating the relationship between digital and analog sine waves:

Substituting $t = nT_s$ into the analog sine wave equation:

$$x(nT_s) = A \sin(\omega nT_s)$$

Using the relationship $\omega = 2\pi f$ and $T_s = \frac{1}{f_s}$:

$$x(nT_s) = A \sin\left(\frac{2\pi f}{f_s} n\right)$$

The resulting digital sine wave equation is:

$$x[n] = A \sin\left(\frac{2\pi f}{f_s} n\right)$$

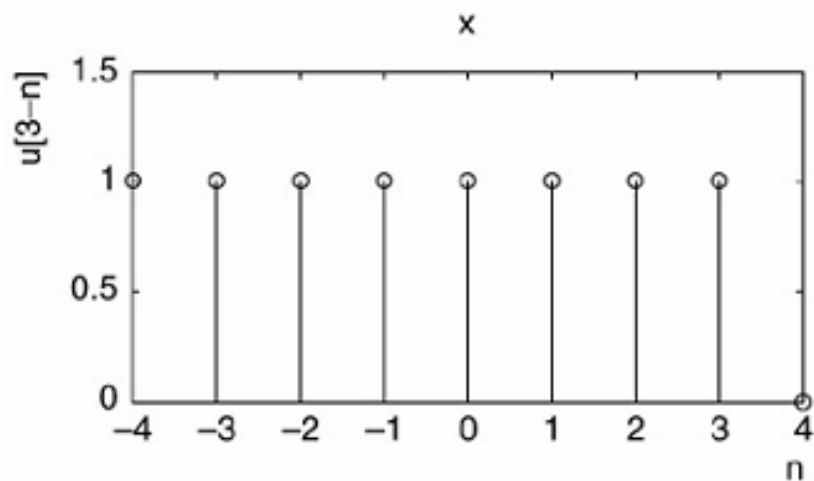
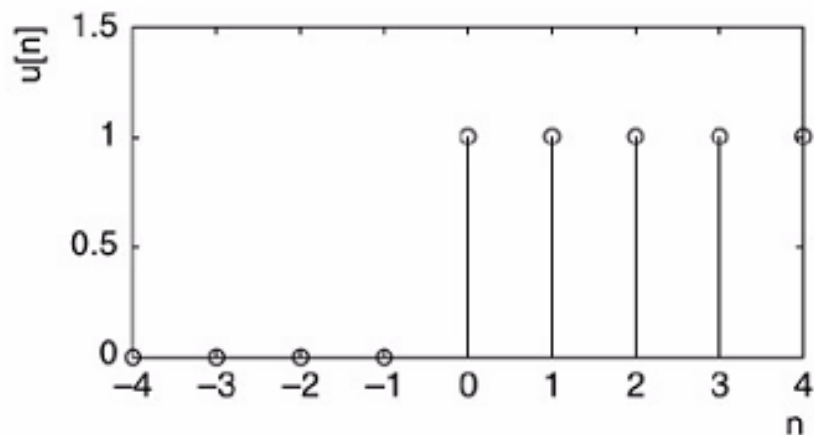
在上图M点，模拟信号与数字信号重合，可写成：

$$x[n] = A \sin(\Omega n) = x(nT_s) = A \sin\left(\frac{2\pi f}{f_s} n\right)$$

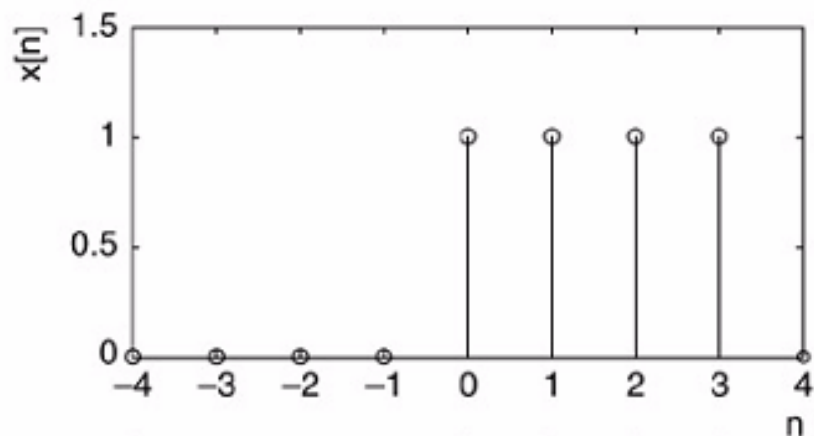
$$\Omega = 2\pi \frac{f}{f_s}$$

4.4, 函数合成

$$x[n] = u[n]u[3-n]$$



=





产生数字信号的 Matlab 代码

```
% t = tmin:1/fs (周期): tmax
```

```
% fs is the desired sampling frequency
```

```
n = 0:1/100:0.05;
```

```
y = sin(2*n)-1;
```

```
stem(n,y); title('signal'), xlabel('time'), ylabel('amplitude'), legend(['sin(x)'])
```



产生数字信号的 Python 代码

```
import numpy as np #读取信号模块
import matplotlib.pyplot as plt #画图模块

#生成离散信号

x=np.linspace(0, 2*np.pi, 50) #(起点, 终点, 点数)
y=np.sin(x)
#绘制离散信号图

plt.stem(x,y)#变成离散点
plt.title('signal')#图题目
plt.xlabel('time')#x坐标
plt.ylabel('amplitude')#y坐标
plt.legend(['sin(x)'])#图中点的说明

#显示图
plt.show()
```

作业



一、《数字传感技术与机器人控制》书中第4章思考题

二、《数字信号处理基础》书中练习

3.1

3.2

3.3

3.4

3.5

3.6

3.7

3.8

3.9

3.10