一、波的特征量

1、波 长 λ ： 沿波的传播方向，两个相邻的、相位差为 2π 的振动质点之间的距离，即一个完整波形的长度。

2、周 期 T ： 波传播一个波长的距离所需时间

或一完整波通过波线上某点所需的时间

3、波的频率 ν： 单位时间内波动所传播的完整波的数目，即周期的倒数.

通常： 波的频率 = 波源的振动频率

4、波 速 u ： 单位时间内，波所传播的距离

波速u又称相速度(相位传播速度)

$$u=\frac{\lambda}{T}=\lambda\nu$$

特征量的联系：

$$\nu=\frac{1}{T},\quad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu,\quad u=\frac{\lambda}{T}=\lambda\nu,\quad \lambda=\frac{u}{\nu}=Tu$$

二、平面简谐波的波函数（波动表达式）

原点O点的振动方程： $y_o = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$$y(x,t) = A\cos\left[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$

“—”： 沿 x 轴正方向传播； “＋”：沿 x 轴负方向传播；

φ_0 ： 坐标原点处质点（或波源）振动的初相。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[2\pi(\nu t \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0\right]$$

平面简谐波，是时间和空间的双重周期函数

质点的振动速度和振动加速度

以波沿 x 轴正方向传播为例

$$\boxed{y(x,t)=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]}$$

1、质点的振动速度

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

2、质点的振动加速度

$$a=\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\omega^2 A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

三、波的能量

1、平均能量密度: 能量密度在一个周期内的平均值

$$\bar{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

2、平均能流： 单位时间内垂直通过某一面积的平均能量

$$\boxed{\bar{P} = \bar{w}uS}$$

3、能流密度 (波的强度): I

通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流

$$\boxed{\vec{I} = \bar{w}\vec{u}} \qquad \boxed{I = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u}$$

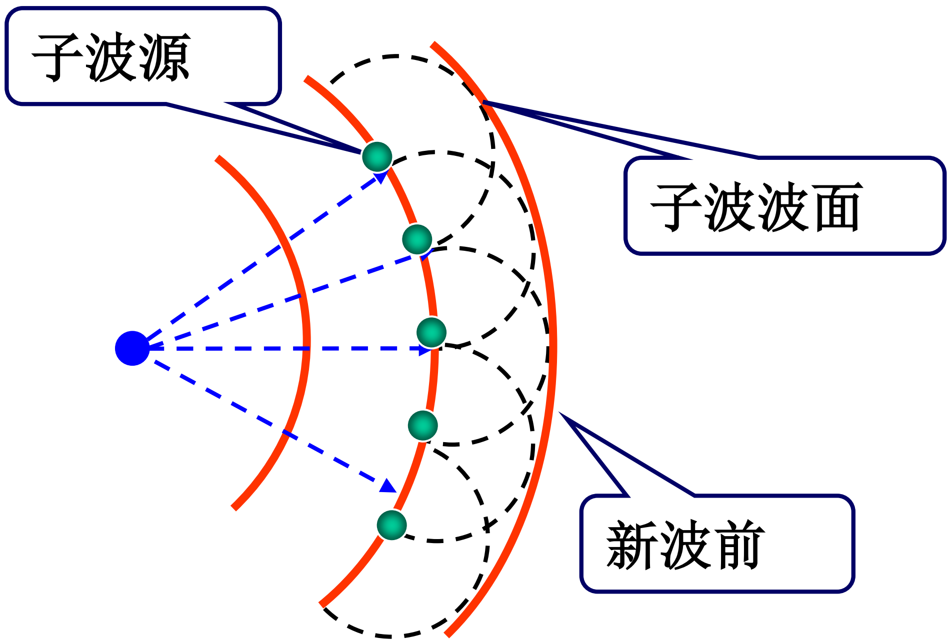
四、波的衍射和惠更斯原理

1、波的衍射

波在传播过程中，遇到障碍物后不沿直线传播，能绕过障碍物的边缘，在障碍物的阴影区内继续传播。

2、惠更斯原理

波阵面（波前）上的每一点都可视为发射次波（子波）的波源，在其后的任一时刻，这些次波（子波）的包络面就是该时刻的波阵面（波前）。



五、波的干涉

频率相同、振动方向相同、相位相同或相位差恒定的两列波相遇时，使某些地方振动始终加强，而使另一些地方振动始终减弱的现象——波的干涉现象

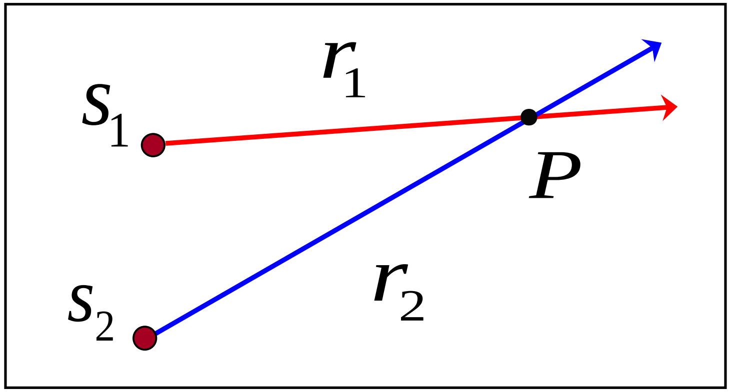
1、相干条件：

1) 频率相同、
2) 振动方向相同、
3) 相位相同或相位差恒定。

满足相干条件的波称为相干波

满足相干条件的波源称为相干波源

2、干涉加强(相长)与干涉减弱（相消）的条件



波源S_1、S_2振动方程：

$$\begin{cases} y_{01} = A_1\cos(\omega t + \varphi_{01}) \\ y_{02} = A_2\cos(\omega t + \varphi_{02}) \end{cases}$$

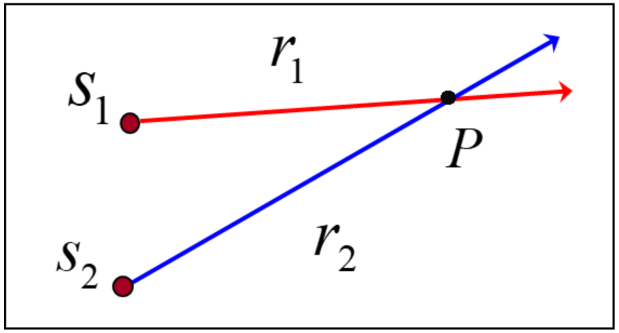
波程：r_1、r_2

$$y_{1p} = A_1\cos[\omega(t - \frac{r_1}{u}) + \varphi_{01}]$$

P点的两个分振动

$$\begin{cases} y_{1p} = A_1\cos(\omega t + \underline{\varphi_{01} - 2\pi\frac{r_1}{\lambda}}) \\ y_{2p} = A_2\cos(\omega t + \underline{\varphi_{02} - 2\pi\frac{r_2}{\lambda}}) \end{cases}$$

2、干涉加强(相长)与干涉减弱（相消）的条件



***P*点的两个分振动**

$$\begin{cases} y_{1p} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01} - 2\pi \dfrac{r_1}{\lambda}) \\ y_{2p} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02} - 2\pi \dfrac{r_2}{\lambda}) \end{cases}$$

***P* 点合振动：**

$$y_p = y_{1p} + y_{2p} = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\tan\varphi_0 = \frac{A_1 \sin(\varphi_{01} - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2 \sin(\varphi_{02} - \frac{2\pi r_2}{\lambda})}{A_1 \cos(\varphi_{01} - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2 \cos(\varphi_{02} - \frac{2\pi r_1}{\lambda})}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

2、干涉加强(相长)与干涉减弱（相消）的条件

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi=(\varphi_{02}-\varphi_{01})-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$$

(1) 干涉加强（相长）条件：

$$\Delta\varphi=\pm 2k\pi,\quad k=0,1,2,\cdots$$

$$A_{\max}=A_1+A_2$$

$$I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$$

振动始终加强

(2) 干涉减弱（相消）条件：

$$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi,\quad k=0,1,2,\cdots$$

$$A_{\min}=\left|A_1-A_2\right|$$

$$I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$$

振动始终减弱

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi=(\varphi_{02}-\varphi_{01})-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$$

波程差：$\delta=r_1-r_2$

若：$\varphi_{01}=\varphi_{02}$

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{r_1-r_2}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

(1) 干涉加强条件：$\Delta\varphi=\pm2k\pi,\ k=0,1,2,\cdots$

$$\delta=\pm2k\frac{\lambda}{2},\ k=0,1,2,\cdots$$

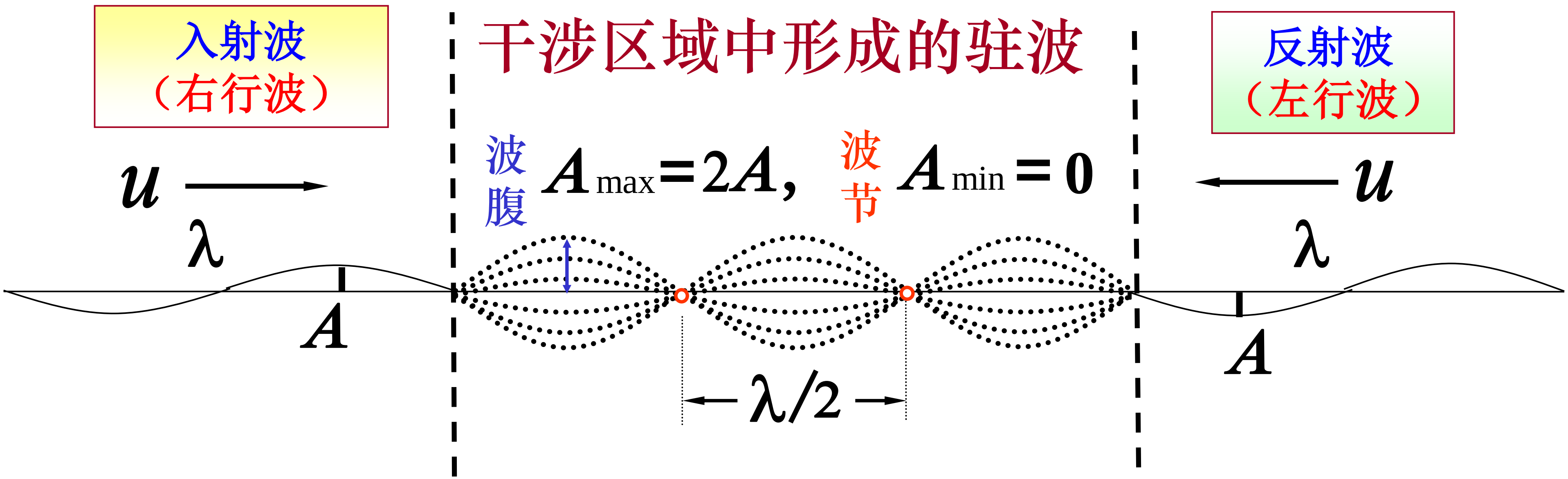
(2) 干涉减弱条件：$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi,\ k=0,1,2,\cdots$

$$\delta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},\ k=0,1,2,\cdots$$

六、驻波和半波损失

1、驻波

振幅相同的两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时，叠加而形成的一种特殊干涉现象.



六、驻波和半波损失

1、驻波

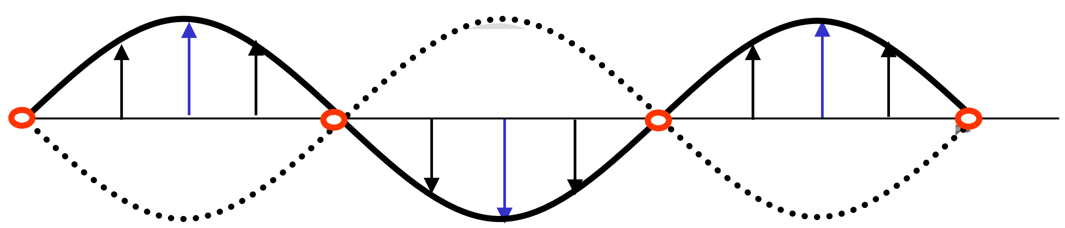
（1）有些点始终不振动（始终静止不动）—波节(干涉减弱)，
有些点始终振幅最大—波腹(干涉加强)

相邻波腹间距 $=\lambda/2$ ， 相邻波节间距 $=\lambda/2$

相邻波腹和波节间距 $=\lambda/4$

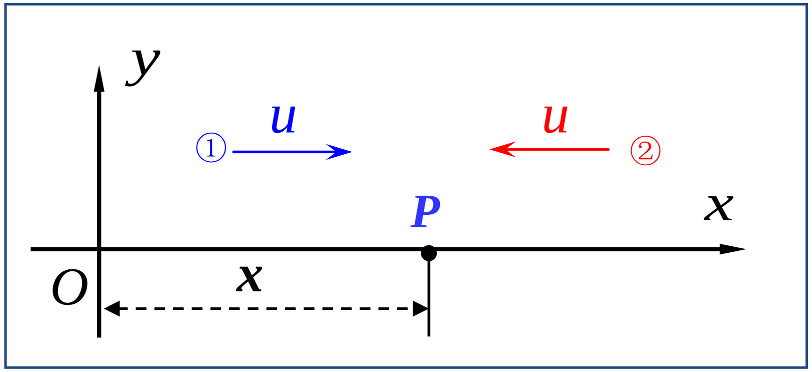
（2）相邻两波节之间的各质点的振动相位同相；
同时达到最大或同时达到最小，速度方向相同。

（3）波节两侧的各质点的振动相位反相。
同时达到反向最大或同时达到反向最小,速度方向相反。



六、驻波和半波损失

2、驻波方程



波① $y_{o1} = A\cos(\omega t + \varphi_{01})$

$$y_1 = A\cos\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_{01}\right] = A\cos(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{01})$$

波② $y_{o2} = A\cos(\omega t + \varphi_{02})$

$$y_2 = A\cos\left[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_{02}\right] = A\cos(2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{02})$$

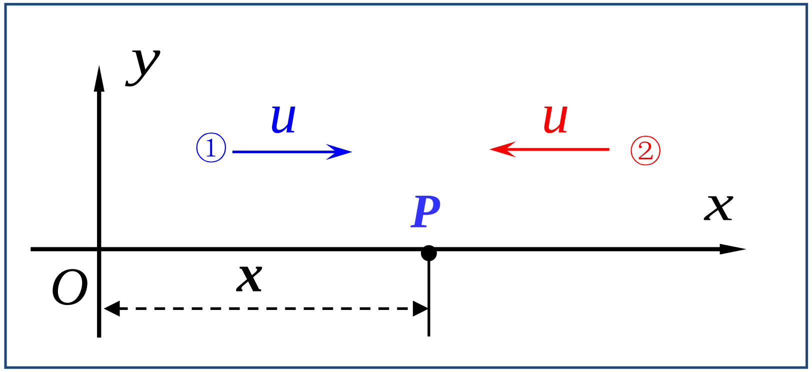
（合成波）**驻波方程:**

$$y = y_1 + y_2 \quad = 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{2})\cos(2\pi\nu t + \frac{\varphi_{02} + \varphi_{01}}{2})$$

注意: 教材里选取的是特例讨论，即 $\varphi_{02} = \varphi_{01} = 0$ 。
一般情况下，不一定满足以上条件

六、驻波和半波损失

3、波腹与波节位置



$$y = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}\right)\cos\left(2\pi\nu t + \frac{\varphi_{02}+\varphi_{01}}{2}\right)$$

振幅： $A' = \left|2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}\right)\right|$

1）波腹：振幅最大的点： $A'_{max} = 2A,\quad \left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}\right)\right| = 1$

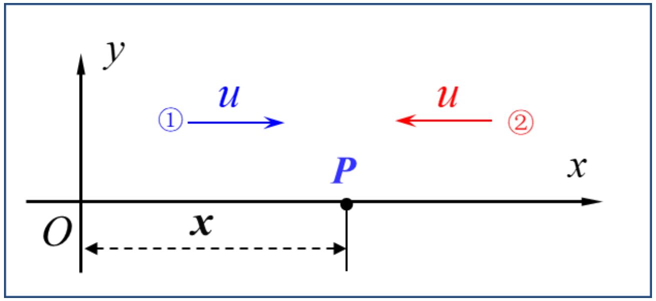
$$\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2} = k\pi, \qquad \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02}-\varphi_{01}), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

2）波节：振幅为零的点： $A'_{min} = 0,\quad \left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}\right)\right| = 0$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \qquad \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02}-\varphi_{01}), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

六、驻波和半波损失

3、波腹与波节位置



利用干涉讨论

$$y_1 = A\cos(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{01}), \qquad y_2 = A\cos(2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{02})$$

坐标为 x 处质点两振动相位差：

$$\Delta\varphi(x) = (2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{02}) - (2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_{01}) = \frac{4\pi}{\lambda}x + (\varphi_{02} - \varphi_{01})$$

1）波腹： 干涉加强： $\Delta\varphi = 2k\pi, \quad k = 0, \pm1, \pm2, \cdots$

$$\Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02} - \varphi_{01}), \quad k = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

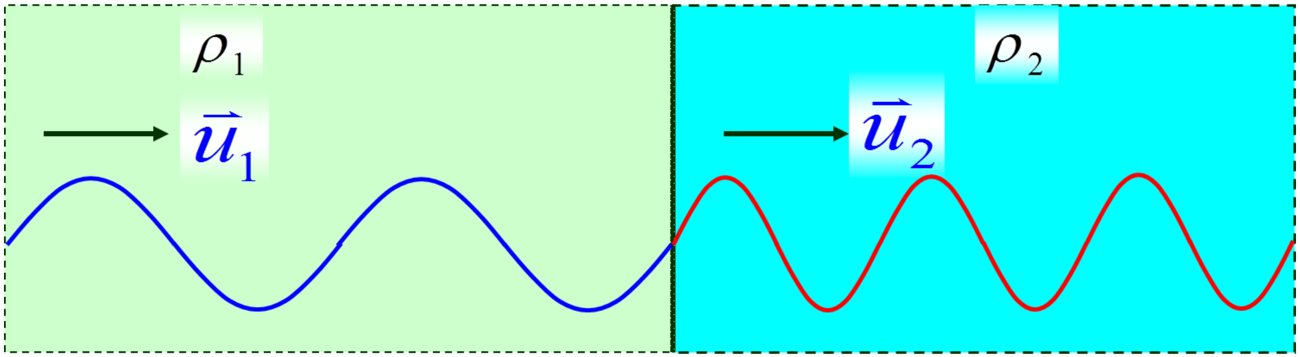
2）波节： 干涉减弱： $\Delta\varphi = (2k+1)\pi, \quad k = 0, \pm1, \pm2, \cdots$

$$\Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi_{02} - \varphi_{01}), \quad k = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

六、驻波和半波损失

4、半波损失

介质分类：波疏介质，波密介质



波疏介质 $\rho_1 u_1$较小　　波密介质 $\rho_2 u_2$较大

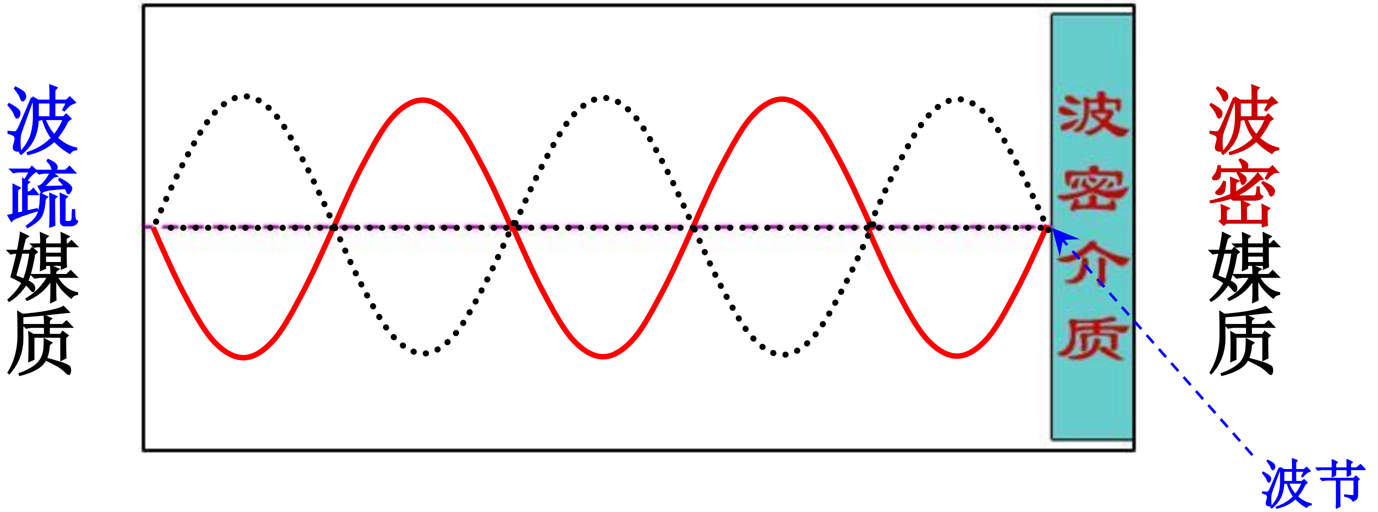
$$\boxed{\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2}$$

波密媒质：密度ρ与波速u的乘积，ρ较大的介质。

波疏媒质：密度ρ与波速u的乘积，ρu较小的介质。

六、驻波和半波损失

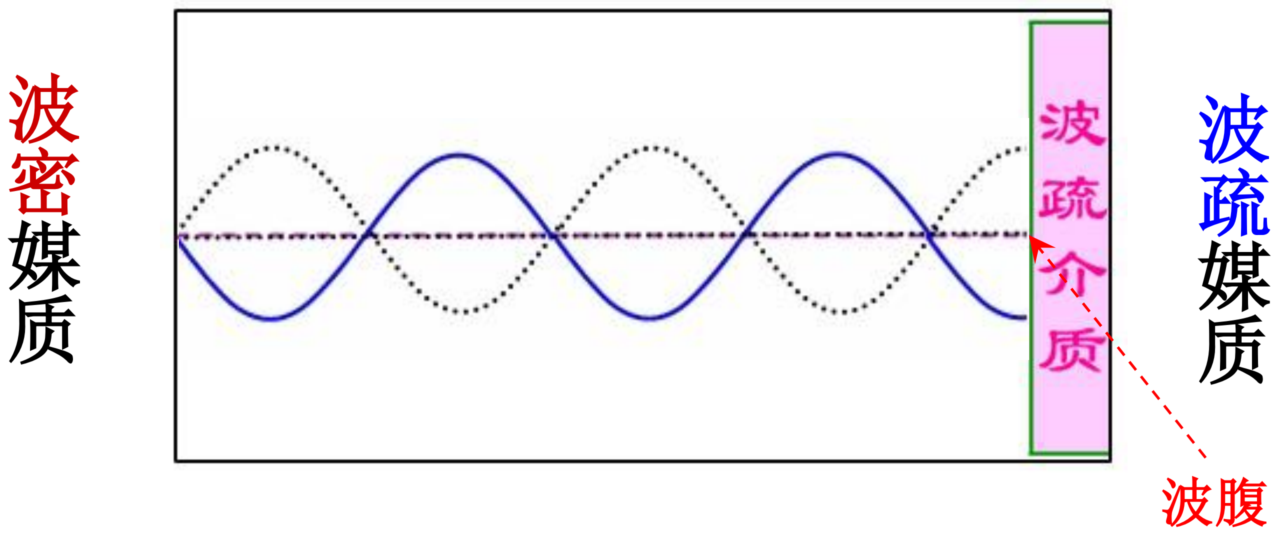
4、半波损失



当波从波疏媒质<u>垂直入射</u>到波密媒质，被反射到波疏媒质时，在反射点形成波节。入射波与反射波在此处的相位时时相反（反相），即反射波在分界处产生 π 的相位跃变，相当于出现了半个波长的波程差，称半波损失。

六、驻波和半波损失

4、半波损失



当波从波密媒质**垂直入射**到波疏媒质，被反射到波密媒质时，在反射点形成波腹。入射波与反射波在此处的相位时时相同（同相），即反射波在分界处不产生相位跃变，无半波损失。