两弹簧振子1与2分别沿 Ox轴作简谐振动。已知它们的振动周期分别为T_1 、T_2 ,且$T_1=2T_2=2$ s ,在 t=0 时,振子都在平衡位置上,且振子1向 x 轴正方向运动,振子2向 x 轴负方向运动。当 $t=\frac{1}{3}$ s 时,振子2与振子1的相位差为( )

A - π/3

B π/3

C - 4π/3

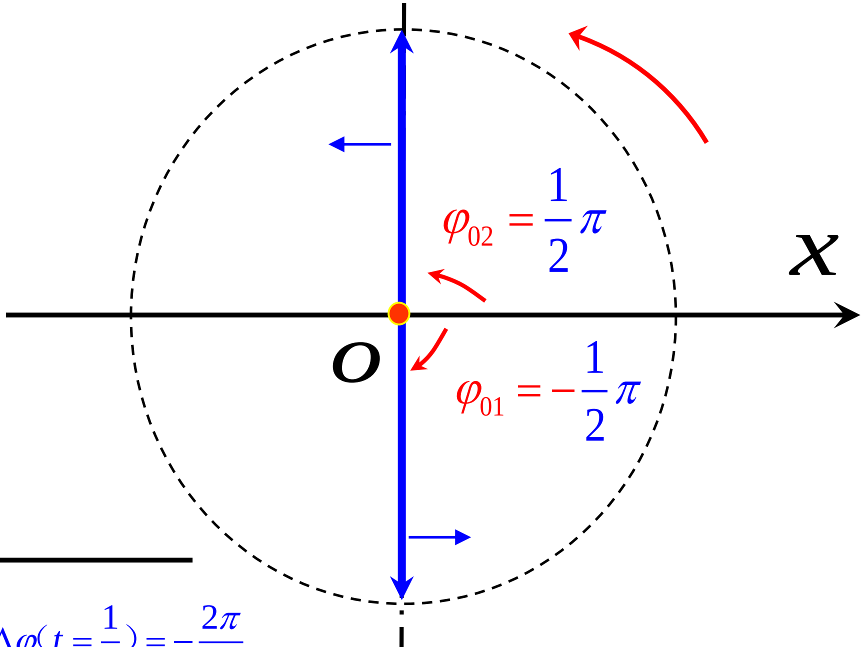
D 4π/3

解：D　　初相：$-\pi \le \varphi_0 < \pi$

$$x_1 = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) = A_1\cos(\frac{2\pi}{2}t - \frac{\pi}{2})$$

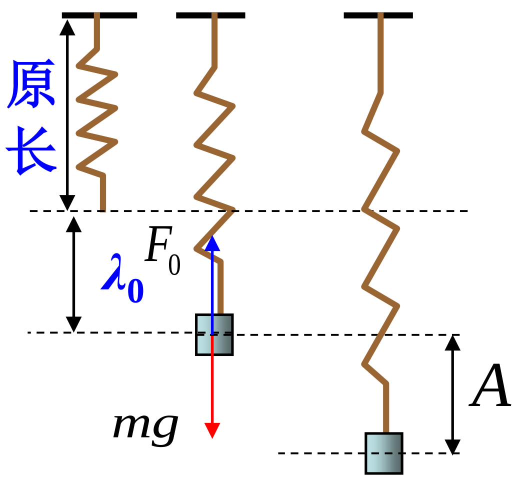
$$x_2 = A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) = A_2\cos(\frac{2\pi}{1}t + \frac{\pi}{2})$$

$$\Delta\varphi(t = \frac{1}{3}) = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{4\pi}{3}$$



另，初相如在 $0 \le \varphi_0 < 2\pi$之间取值，$\varphi_{01} = \frac{3}{2}\pi$，$\Delta\varphi(t = \frac{1}{3}) = -\frac{2\pi}{3}$

将一重为0.2N的物体轻放[可视为初速度为零]在一自由竖直悬挂的弹簧末端,弹簧弹性系数为k=2.0 N/m ,物体下落距离20cm后停止并开始反向运动,则系统的振幅为[填空1]cm。[结果请填入一个整数,如3, 15, 20等]



平衡时： $mg = F_0 = k\lambda_0$

$$\lambda_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0.2}{2} = 0.1\text{m}=10\text{cm}$$

$$A = 20 - 10 = 10\text{cm}$$

一质量为M的匀质细杆,可绕一端为轴竖直微小角度摆动[可视为复摆],杆的长度为L=30cm,已知细杆绕一端旋转的转动惯量为 $ML^2/3$ 。若此复摆的周期和一单摆的摆动周期相同,则单摆的摆长为[填空1]cm。[结果请填入一个整数,如3, 15, 20等]

弹簧振子: $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

单 摆: $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

复 摆: $\omega=\sqrt{\dfrac{mgl}{J_z}}$

l 为质心到转轴的垂直距离

周期相同,圆频率也相等。
均质细杆质心在中点

$$\sqrt{\frac{MgL_0}{J_z}}=\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\sqrt{\frac{Mg\dfrac{L}{2}}{\dfrac{ML^2}{3}}}=\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$l=\frac{2L}{3}=20\text{cm}$$

关于驻波以下说法正确的是()

A 长为L且两端固定的弦上,可产生任意频率的驻波

B 长为L且两端自由的弦上,可产生任意频率的驻波

C 当弦上各点达到各自最大位移时,波腹处的质元势能最大

D 当弦上各点达到各自最大位移时,波节处的质元势能最大

D

在弦线驻波区域，

当弦上各点都达到各自最大位移时，

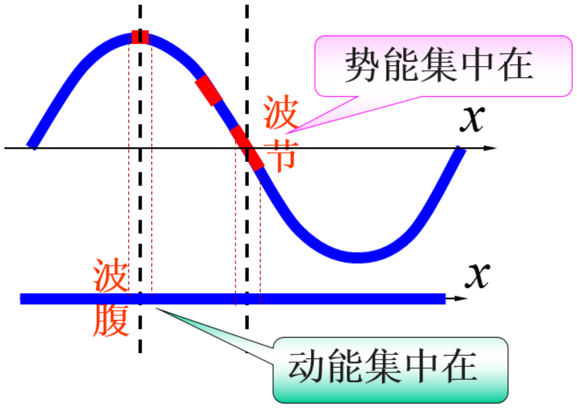
波节处质元形变最大，

势能最大

一、驻波的产生

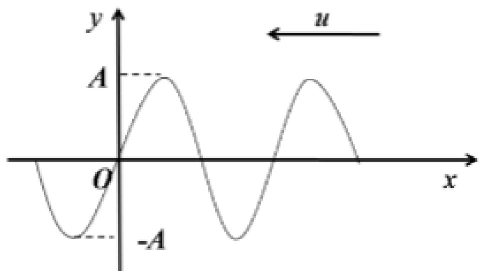
能量特点（定性分析）

以弦线上的驻波为例



一平面简谐波沿x轴负方向传播,角频率为ω ,波速为u, $t=T/2$ 时刻的波形图如图所示,则

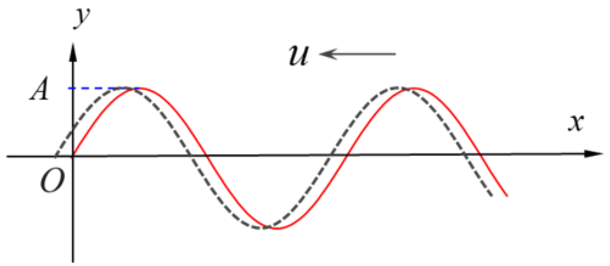
该波的表达式为()



解：1）设原点o处的质点振动方程为：

$$y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

则波动方程为：$y = A\cos\left[\omega(t+\dfrac{x}{u})+\varphi_0\right]$



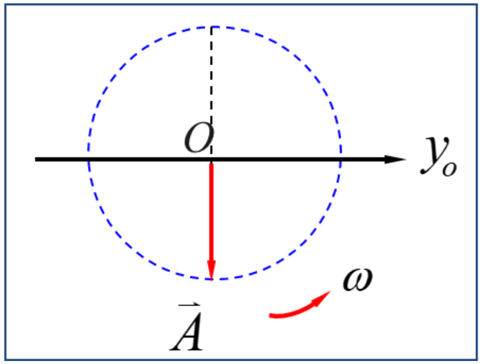
O点：$y_o = A\cos(\omega t+\varphi_0)$,

$t=\dfrac{T}{2}s,\ y_o(t=\dfrac{T}{2})=0,\ v(t=\dfrac{T}{2})>0$

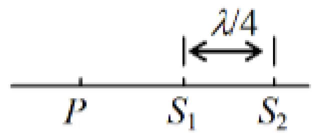
$$\varphi(t=\frac{T}{2}) = \omega\times\frac{T}{2}+\varphi_0 = \frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{2}+\varphi_0 = \pi+\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

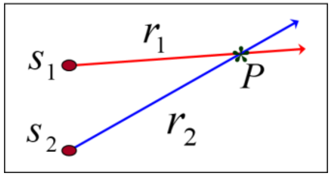
$$\boxed{y = A\cos\left[\omega(t+\frac{x}{u})+\frac{\pi}{2}\right]}$$



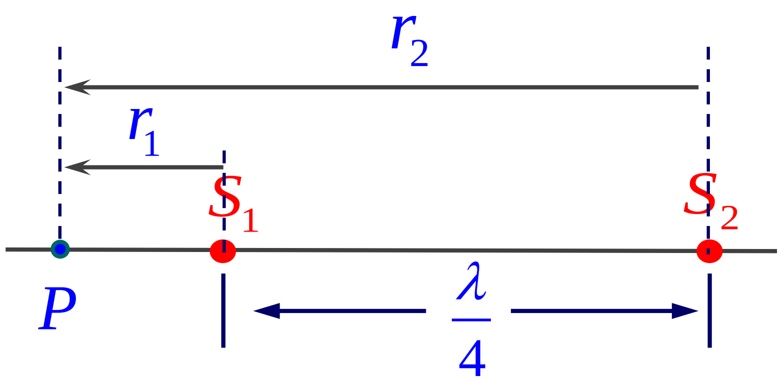
两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\lambda/4$，它们发出的波在同一种均匀介质中匀速传播，S_1 的相位比 S_2 的相位超前 π，则在 S_1 和 S_2 的连线上，在 S_1 左侧各点，例如P点，两谐振动的相位差的绝对值是[填空1] π。[结果请保留到小数点后一位;答案不能用科学记数法表示,只能用数值表示;小数点用英文输入法输入,如:0.5,10.0]



$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$



解： $\varphi_{02} - \varphi_{01} = -\pi$



P点： $r_2 - r_1 = \dfrac{\lambda}{4}$

$$\Delta\varphi = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = -\pi - \frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4} = -\frac{3}{2}\pi$$

波速为420 $\mathrm{m/s}$ 的波,其频率为70 Hz ,则相位差为 $2\pi/3$ 的两点间距离为[填空1]m,要求该距离小于二分之一波长。[结果请填入一个整数]

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right] = A\cos\left[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0\right],\qquad \lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{420}{70}=6\mathrm{m}$$

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,\qquad |\Delta x|=\frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi=\frac{6}{2\pi}\times\frac{2\pi}{3}=2\mathrm{m}$$

已知一根弦线上产生了驻波,该驻波的方程为 $y=0.08\sin 5\pi x\cos 4\pi t$,其中y和x以m为单位,t以s为单位,则在 $0.1<x<0.7$ m的范围内包含[填空1]个波节。[结果请填入一个整数]

振幅: $A'=|0.08\sin(5\pi x)|$

波节:振幅为零的点: $A'_{\min}=0,\quad |0.08\sin(5\pi x)|=0$

$$5\pi x=k\pi,\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots\quad\Rightarrow x=k\frac{1}{5},$$

$$0.1<x<0.7,\qquad 0.5<k<3.5,\qquad k=1,2,3$$

波节: $x=\frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5}$

一根绷紧的细绳长4.0m、质量为60g。现有一频率为330 Hz 、波长为0.20m、振幅为7.0mm的横波在细绳中传播,则细绳中各点振动速度的最大值为[填空1] m / s 。[结果请保留到小数点后一位;答案不能用科学记数法表示,只能用数值表示;小数点用英文输入法输入,如:0.5,10.0]

质点的振动速度和振动加速度

以波沿 x 轴正方向传播为例

$$\boxed{y(x,t)=A\cos\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]}$$

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

$$a=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\omega^2 A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

$$v_m=\omega A=2\pi\nu A=2\pi\times 330\times 7\times 10^{-3}=14.5\text{m/s}$$

同一介质中有两个相干波源 S_1 和 S_2 ,振幅相同,均为40cm,且当 S_1 点为波峰时, S_2 正好为波谷,两相干波源距相遇点P的距离分别为50cm和60cm,波在介质中的传播速度为100 $\mathrm{m/s}$,若要使两列波在P点干涉加强,则这两列波的最小频率为[填空1] Hz 。[结果请填入一个整数]

取: $\varphi_{02}-\varphi_{01}=-\pi$ $\qquad$ $\lambda=\dfrac{u}{\nu}$

***P*点干涉加强:**

$$\Delta\varphi=(\varphi_{02}-\varphi_{01})-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=\pm 2k\pi$$

$$-\pi-\frac{2\pi\nu}{u}0.1=-\pi-\frac{2\pi\nu}{100}0.1=-\pi-\frac{\pi\nu}{500}=\pm 2k\pi$$

$$\nu_{\min}=500\mathrm{Hz}$$