第十章　数字信号的频谱

- 频谱的意义
- 非周期数字信号
- 周期数字信号

频谱的意义

- 信号的频谱：描述信号所包含的频率分量

- 信号的频谱分为两部分：

  - 幅度频谱：反映每一频率分量的大小、幅度

  - 相位频谱：反映不同频率分量之间的相位关系

非周期数字信号

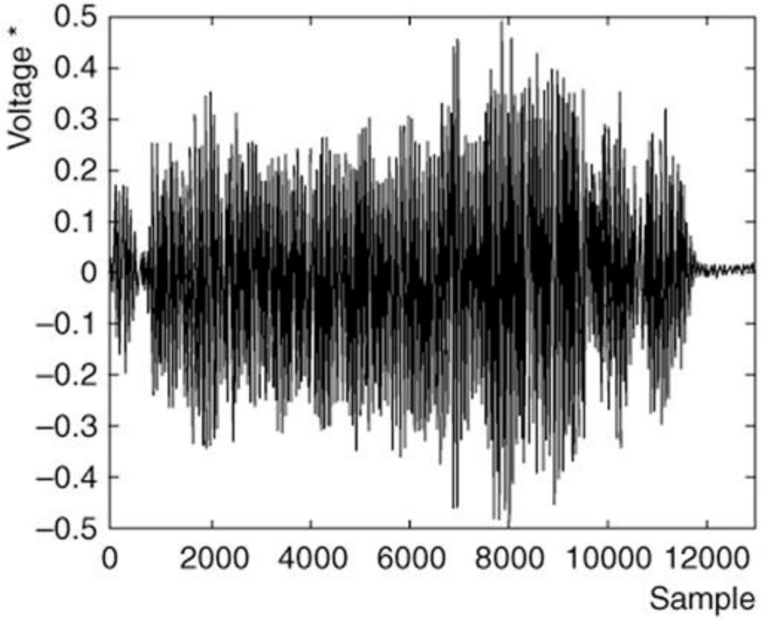
- **计算非周期数字信号频谱的工具是离散时间傅里叶变换（DTFT）**

$$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-jn\Omega}$$

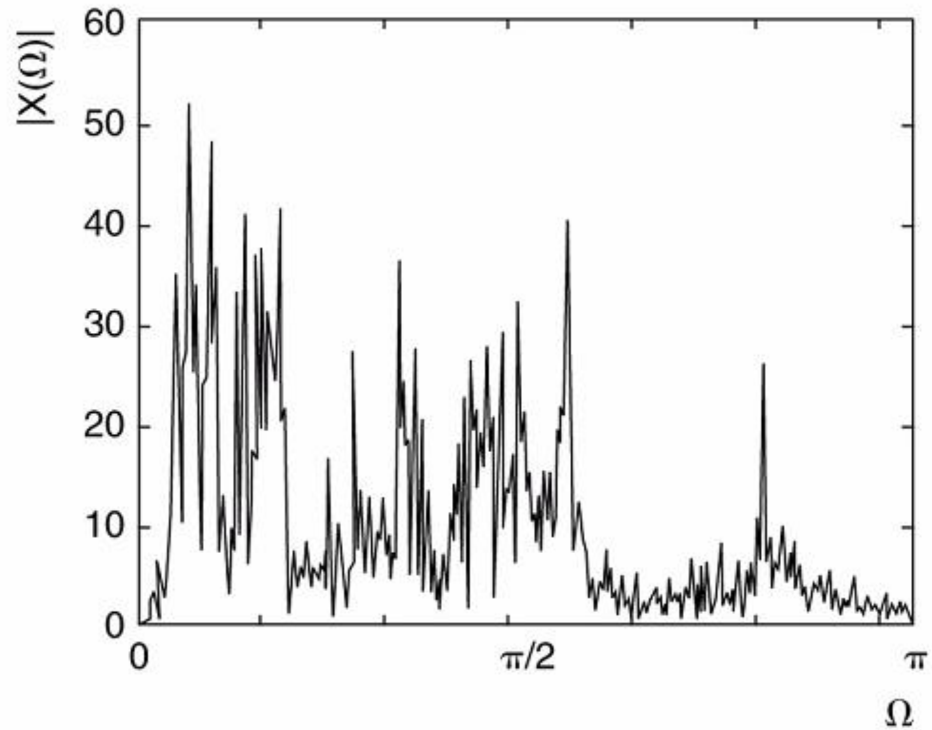
$\left|X(\Omega)\right|$：　傅里叶谱

$\left|X(\Omega)\right|^2$：　傅里叶能量谱

非周期数字信号 - 马嘶叫

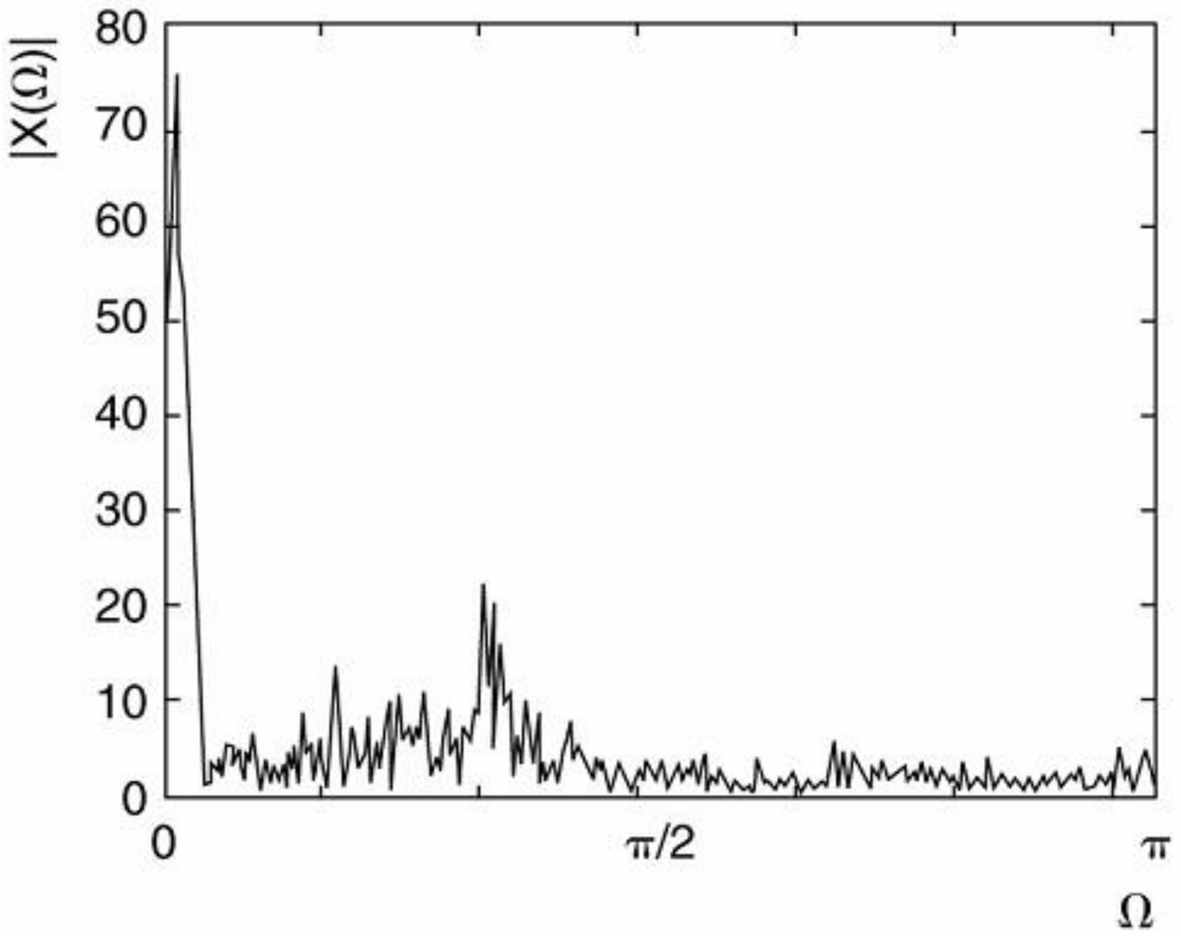


(c) Horse Whinny (f_s = 8 kHz)



(b) Magnitude Spectrum of Horse Whinny

非周期数字信号频谱



(a) Magnitude Spectrum of Whispered "Pa"

非周期数字信号

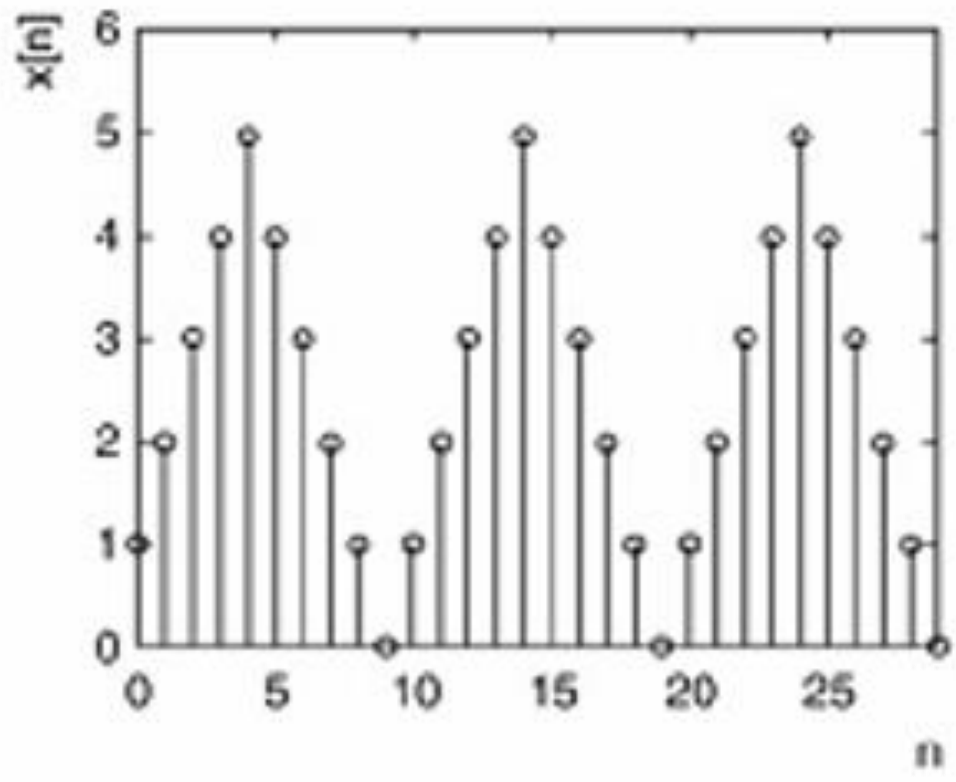
- 幅度频谱由 $|X(\Omega)|$ 对 Ω 的曲线表示。
- 相位频谱由 $\theta(\Omega)$ 对 Ω 的曲线表示。

周期数字信号

- **周期数字信号**

不能使用下面公式

$$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-jn\Omega}$$



周期数字信号

- **计算周期数字信号频谱的工具是傅里叶级数**

$$x[n]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}c_k e^{j2\pi n\frac{k}{N}}$$

傅里叶级数的系数

$$c_k=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x[n]e^{-j2\pi n\frac{k}{N}}$$

傅里叶展开式的意义

理论意义： 把复杂的周期函数用简单的三角级数表示；

应用意义： 用三角函数之和近似表示复杂的周期函数。

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi n\frac{k}{N}}$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} c_k[\cos(2\pi n\frac{k}{N}) - j\sin(2\pi n\frac{k}{N})]$$

周期数字信号

- **计算周期数字信号频谱**

傅里叶级数的系数

$$c_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi n\frac{k}{N}}$$

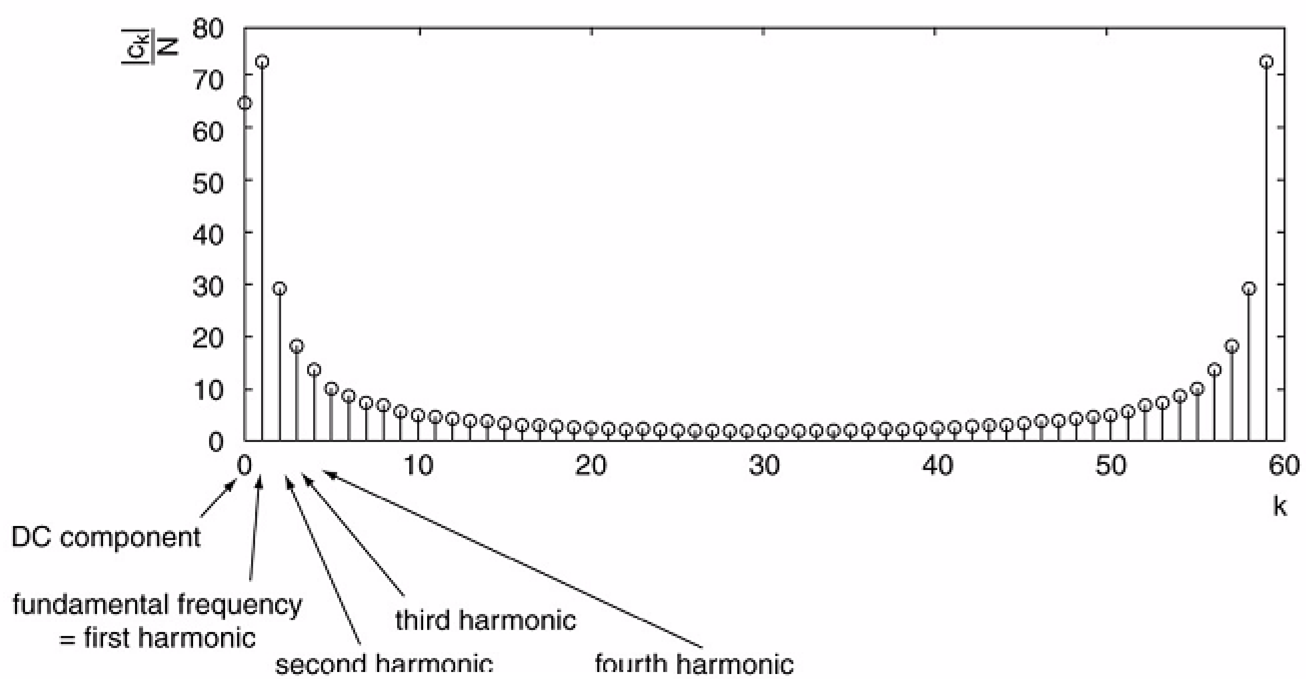
非周期数字信号

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jn\Omega}$$

$$\Omega \Leftrightarrow 2\pi\frac{k}{N}$$

周期数字信号

- k=0 时，频率=0, 得到信号的直流分量
- k=1时的频率称为周期信号的一次谐波，也称为基频
- K>0的频率称为周期信号的谐波



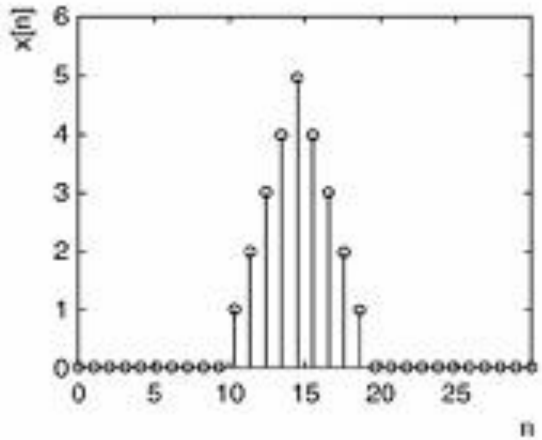
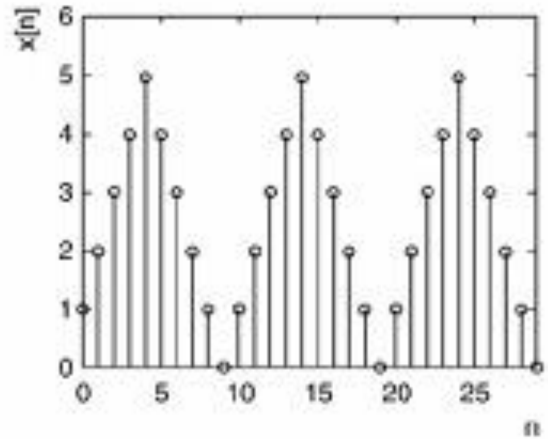
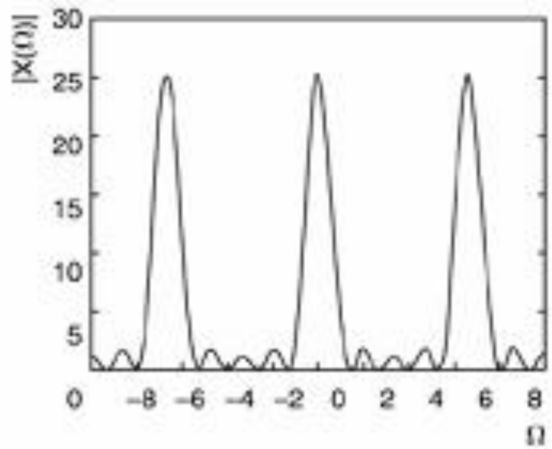
周期数字信号

- 周期数字信号的幅度频谱：
$|c_k/N|$对k的关系图形。

- 信号的相位频谱：
φ_k对k的关系图形。

周期信号频谱与非周期信号频谱的区别

- 非周期信号DTFT的频谱和相位均为连续曲线
- 而周期信号傅里叶级数得到的频谱和相位是离散的，它由相等间隔的竖线组成

	Discrete Time Fourier Transform	Discrete Fourier Series
Type of Signal TIME DOMAIN	nonperiodic 	periodic 
Type of Spectrum FREQUENCY DOMAIN	continuous, periodic 	line, periodic