



第十一章 光 学

11-8 衍射光栅

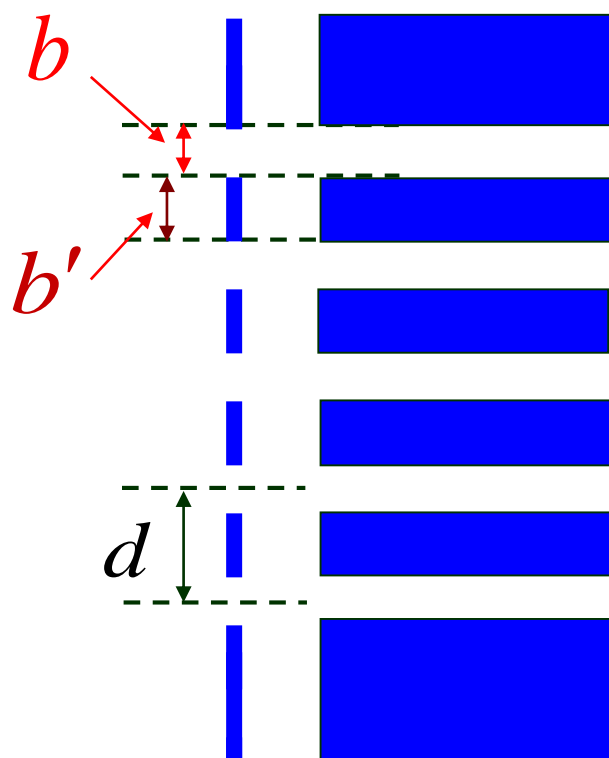
(光栅衍射)

重点掌握:

- 1、**光栅方程**(主极大条纹, 垂直入射和斜入射情况);
- 2、**缺级现象**。

一、光栅

许多**等宽度**、**等距离**的狭缝排列起来形成的光学元件。



b —— 缝宽 (透光部分宽度)

b' —— 不透光部分宽度

相邻两缝间距为:

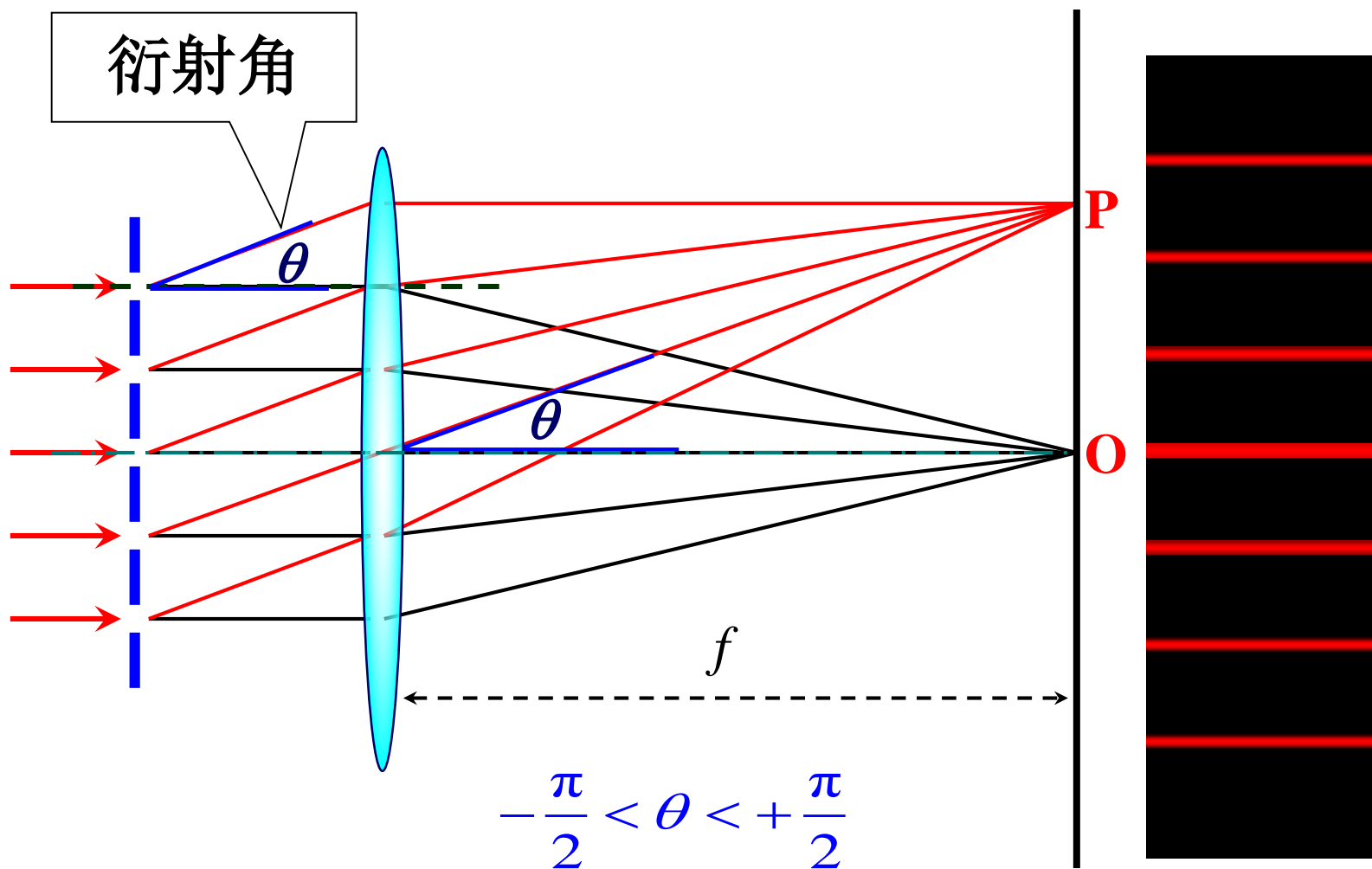
光栅常数: $d = b + b'$

光栅常数: $10^{-5} \sim 10^{-6} \text{ m}$

二、光栅衍射 (重要)

1、光栅衍射

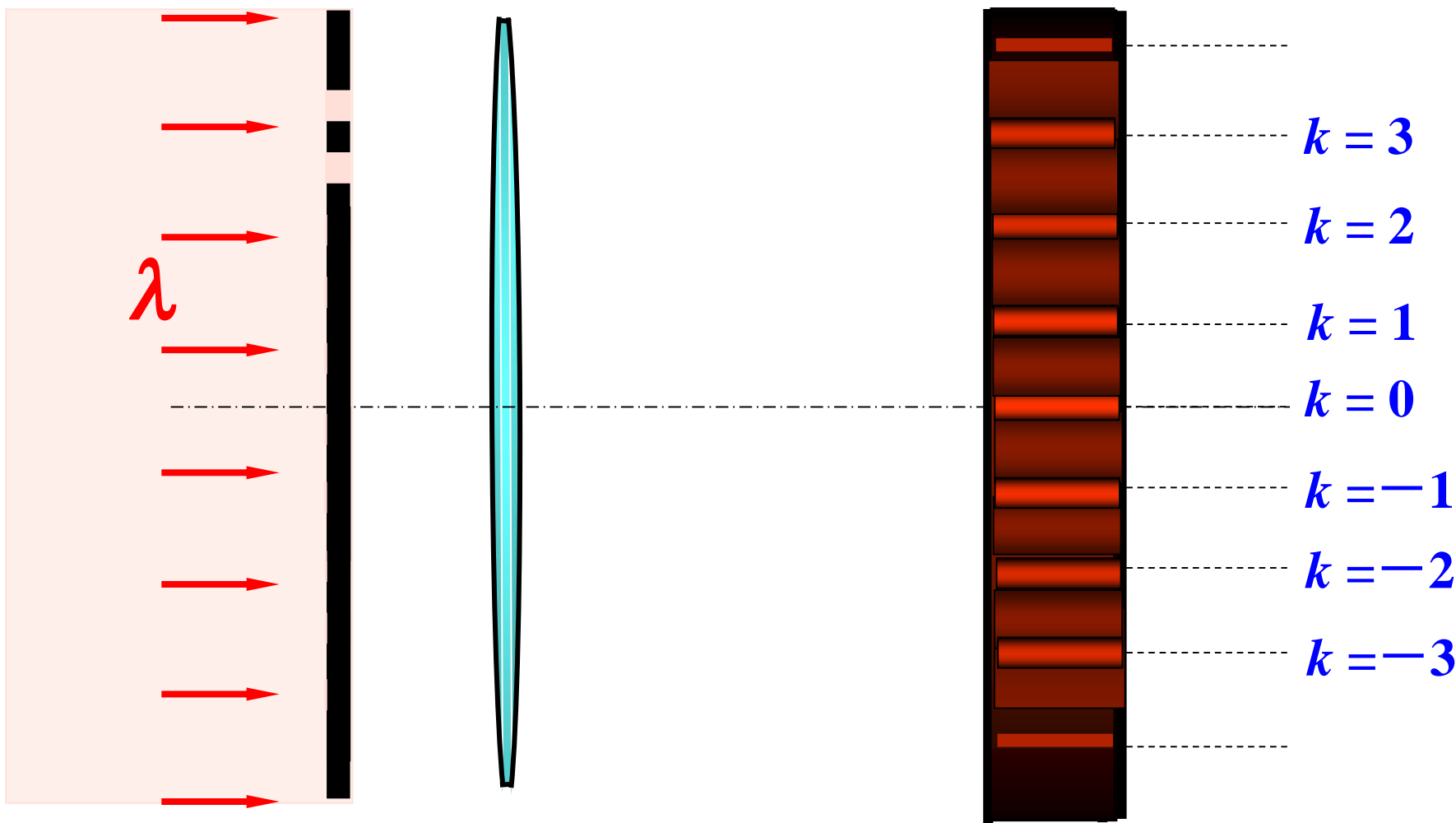
主极大条纹



二、光栅衍射 (重要)

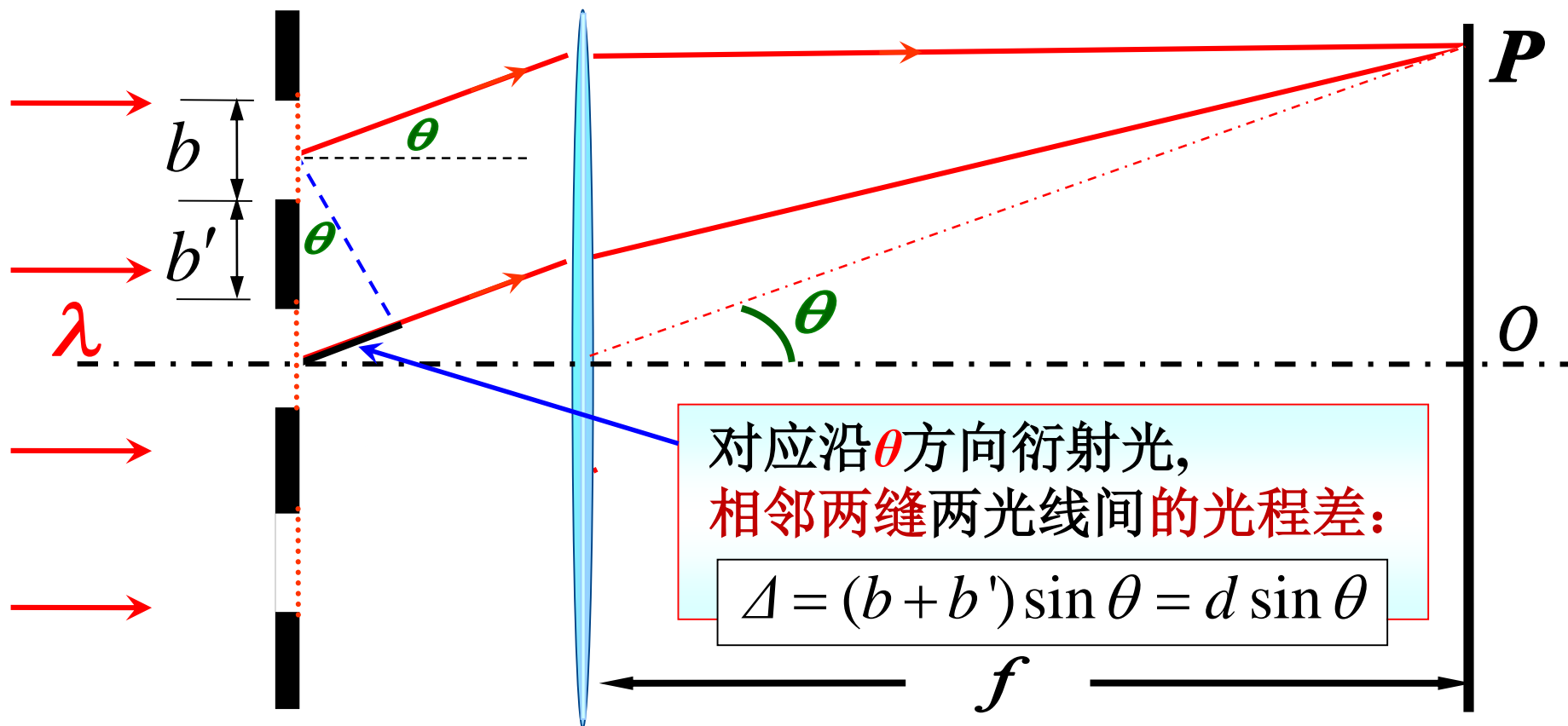
1、光栅衍射

主极大条纹



2、光栅方程(主极大, 垂直入射)

$$n = 1.0$$



光栅方程（主极大）（垂直入射，相邻双缝干涉加强）

明纹中心:

$$d \sin \theta = (b + b') \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

2、光栅方程(主极大, 垂直入射)

明纹中心: $d \sin \theta = (b + b') \sin \theta = \pm k \lambda, (k = 0, 1, 2, \dots)$

◆ 1、条纹最高级数

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}, \quad -1 < \sin \theta < +1$$

$$-1 < \sin \theta = \frac{k \lambda}{b + b'} < 1,$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$-\frac{b + b'}{\lambda} < k < \frac{b + b'}{\lambda}$$

◆ 2、光栅常数越小, 明纹越窄, 明纹间相隔越远。

◆ 3、入射光波长越大, 明纹间相隔越远。

3、光栅方程（主极大，斜入射情况，相邻双缝干涉加强）

斜入射，入射角 i ，

主极大条件：

（相邻两缝干涉加强）

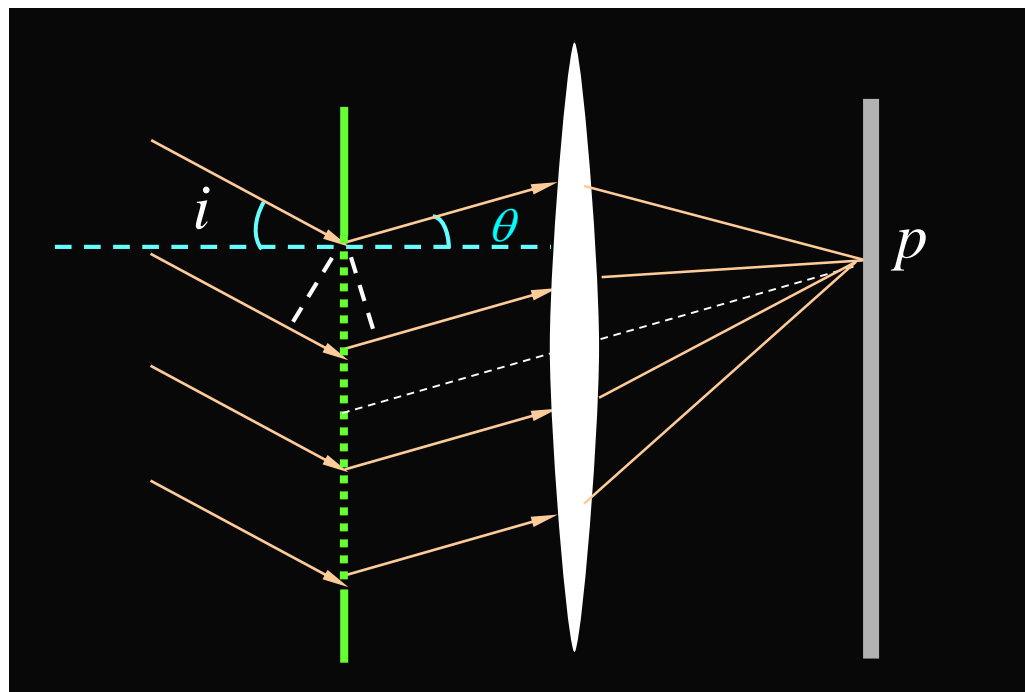
$$d(\sin i + \sin \theta) = \pm k \lambda$$

$$k = 0, 1, 2, 3 \dots$$

条纹最高级数：

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2},$$

$$-1 < \sin \theta < 1$$



$$\frac{d}{\lambda} (\sin i - 1) < k < \frac{d}{\lambda} (\sin i + 1)$$

例 18: 用**每毫米500条栅纹**的光栅, 观察钠光谱线 ($\lambda=590\text{nm}$), $f=1\text{ m}$,
求: 1) 光线垂直入射时, 最多能看到几级条纹?
 2) 光线以入射角 30° 入射时, 最多能看到几级条纹?

解: 1)
$$d = b + b' \approx \frac{1}{500} \text{ mm}$$

$$(b + b') \sin \theta = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}, \quad -1 < \sin \theta < 1$$

$$-1 < \sin \theta = \frac{k\lambda}{b + b'} < 1, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$-\frac{b + b'}{\lambda} < k < \frac{b + b'}{\lambda} \Rightarrow -3.39 < k < 3.39$$

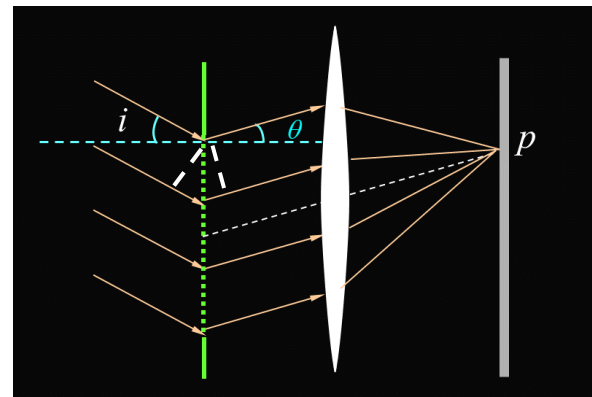
$$\Rightarrow k = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$$

7条主极大, 最多能看到第3级主极大条纹

例 18: 用**每毫米500条栅纹**的光栅, 观察钠光谱线 ($\lambda=590\text{nm}$), $f=1\text{ m}$,
求: 1) 光线垂直入射时, 最多能看到几级条纹?
 2) 光线以入射角 30° 入射时, 最多能看到几级条纹?

解: 2) $d(\sin i + \sin \theta) = k\lambda,$
 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}, \quad -1 < \sin \theta < 1$$



$$\frac{d}{\lambda}(\sin 30^\circ - 1) < k < \frac{d}{\lambda}(\sin 30^\circ + 1), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$-\frac{1}{2} \frac{d}{\lambda} < k < \frac{3}{2} \frac{d}{\lambda} \quad \Rightarrow -1.7 < k < 5.1$$

$$\Rightarrow k = -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5$$

7条主极大, 最多能看到第5级主极大条纹

例 18: 用**每毫米500条栅纹**的光栅, 观察钠光谱线 ($\lambda=590\text{nm}$), $f=1\text{ m}$,

求: 1) 光线垂直入射时, 最多能看到几级条纹?

2) 光线以入射角 30° 入射时, 最多能看到几级条纹?

3) 用白光垂直入射时, 第1级光谱在焦平面的宽度?

题中, 垂直入射级数

$$k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

斜入射级数

$$k = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

★ 说明

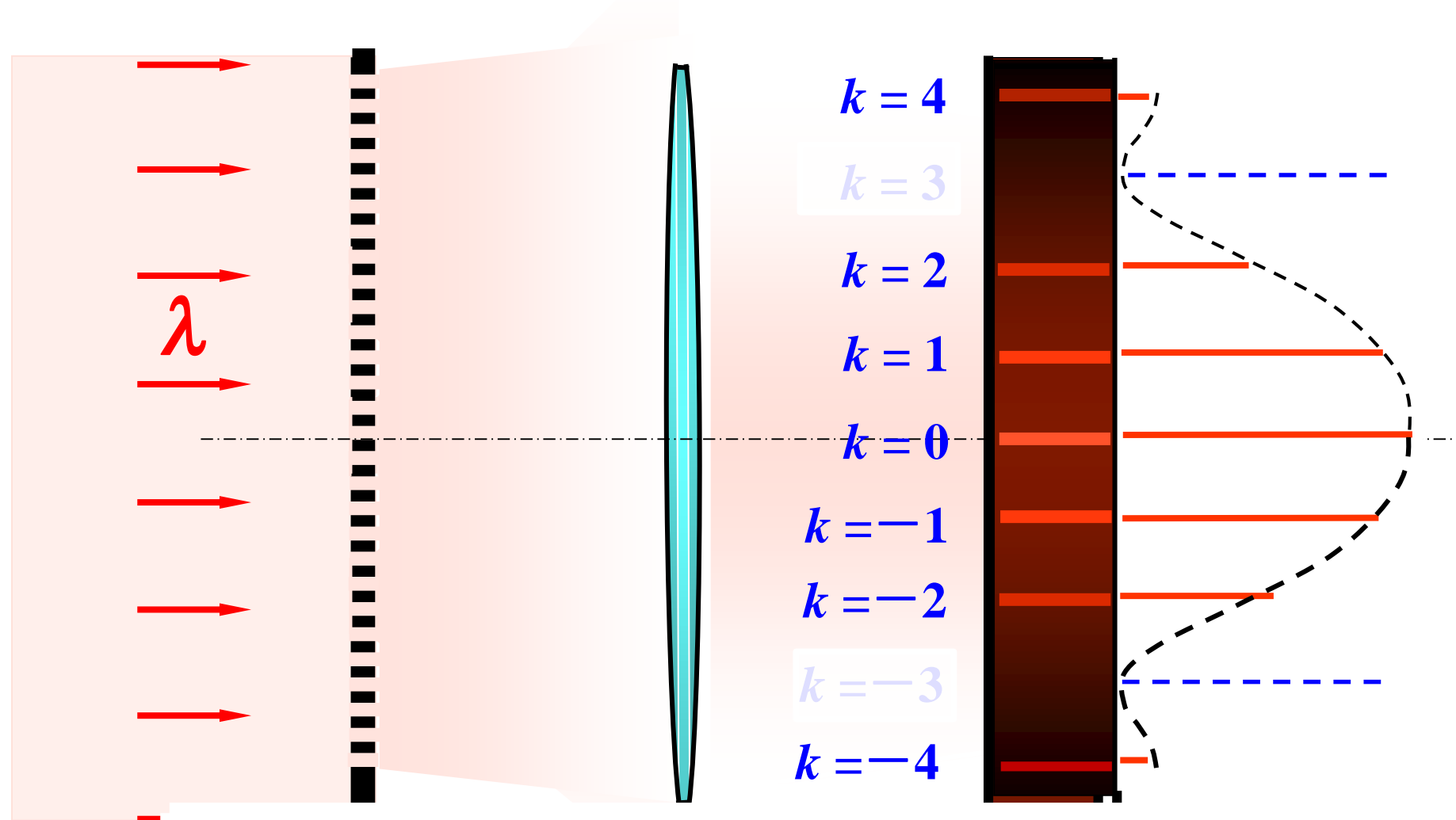
(1) 斜入射, 级次分布不对称。

(2) 斜入射时, 可得到更高级次的光谱。

(3) 垂直入射和斜入射相比, 主极大条纹个数不变。

二、光栅衍射 (重要)

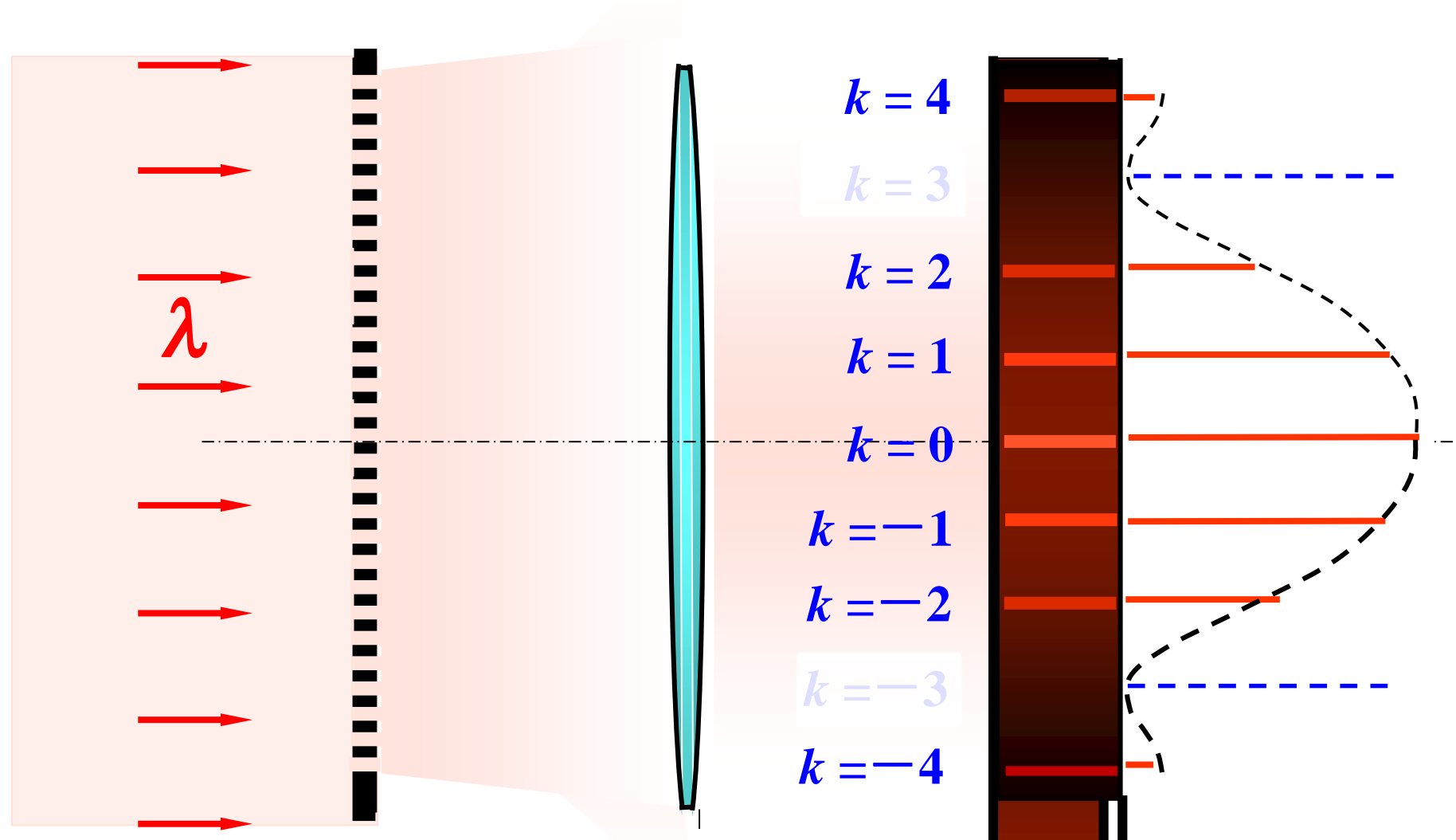
4、缺级现象



缝数很多,缝间干涉形成一系列很细的干涉明纹,
各明纹的强度受单缝衍射因素的调制.

二、光栅衍射 (重要)

4、缺级现象

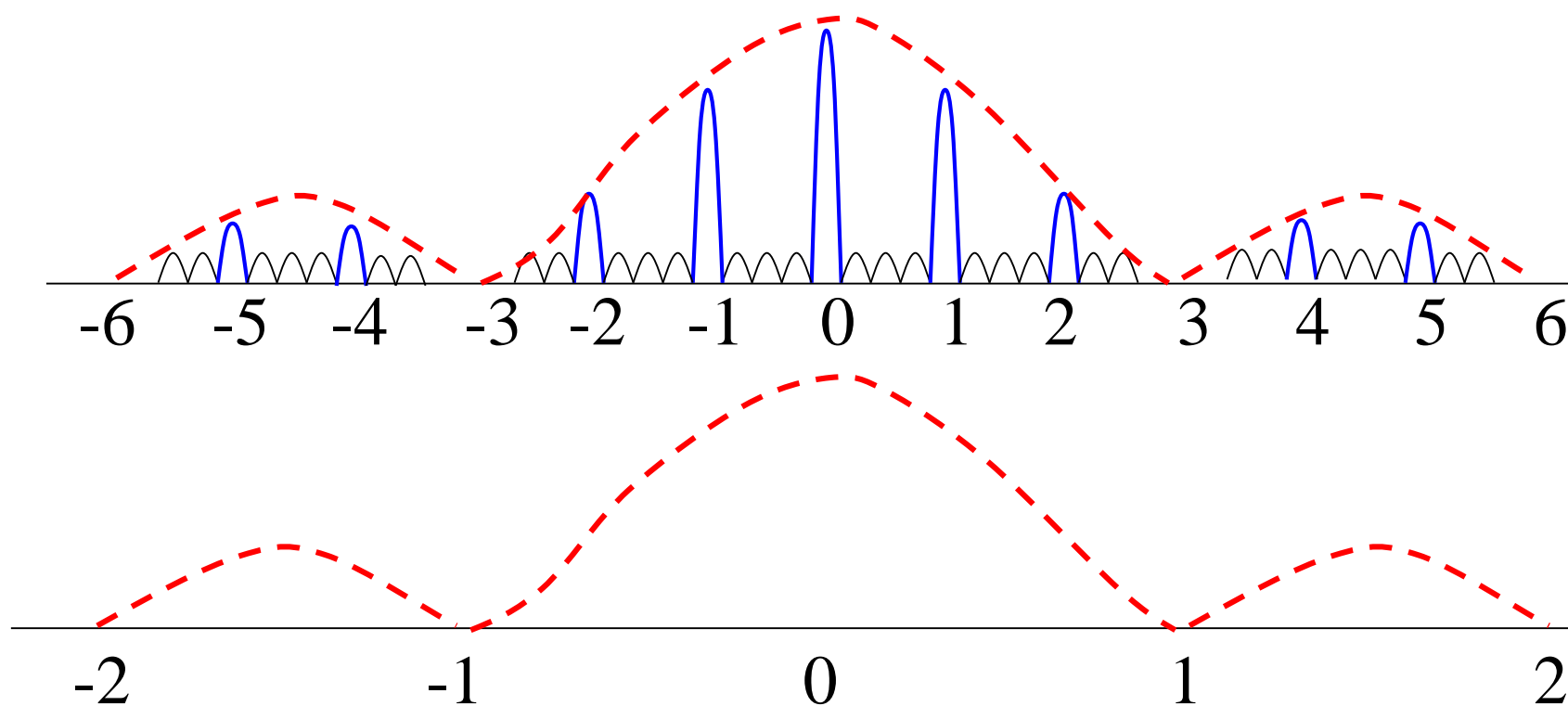


缺级现象：多缝干涉应出现的明纹处，
由于衍射，却成为暗纹的现象。

二、光栅衍射 (重要)

4、缺级现象

衍射对多缝干涉的影响



$$\frac{b+b'}{b} = 3 \text{ 时的缺级情况}$$

$k = \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$, 主极大光强为零 \rightarrow 缺级

缺级现象

单缝衍射暗纹位置

$$b \sin \theta = \pm k' \lambda$$

$$(k' = 1, 2, 3, \dots)$$

相邻双缝间干涉明纹位置

$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda$$

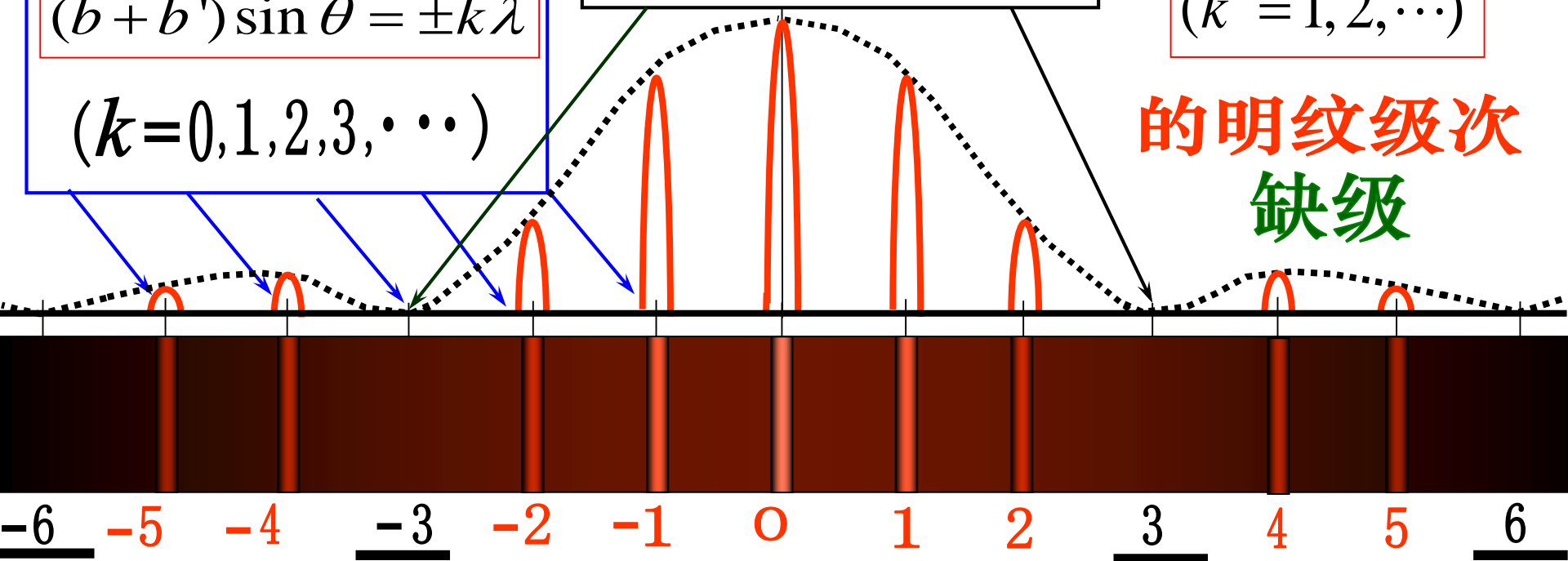
$$(k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

故

$$k = \frac{b + b'}{b} k',$$

$$(k' = 1, 2, \dots)$$

的明纹级次
缺级



图为 $(b + b')/b = 3$ 时的缺级情况

二、光栅衍射 (重要)

4、缺级现象

各级主极大的光强受到单缝衍射的调制,
若P点的位置 (由 θ 决定) 同时满足:

$$\begin{cases} (b + b') \sin \theta = \pm k \lambda, & (k = 0, 1, 2, \dots) \\ b \sin \theta = \pm k' \lambda, & (k' = 1, 2, \dots) \end{cases}$$

则位于P点的第 k 级主极大的光强为零,
该级主极大实际观察不到, 称为缺级。

缺级级数:

$$k = \frac{b + b'}{b} k', \quad (k' = 1, 2, \dots)$$

k' : 单缝衍射的暗纹级数

二、光栅衍射 (重要)

4、缺级现象

缺级级数:

$$k = \frac{b+b'}{b} k', \quad (k' = 1, 2, \dots)$$

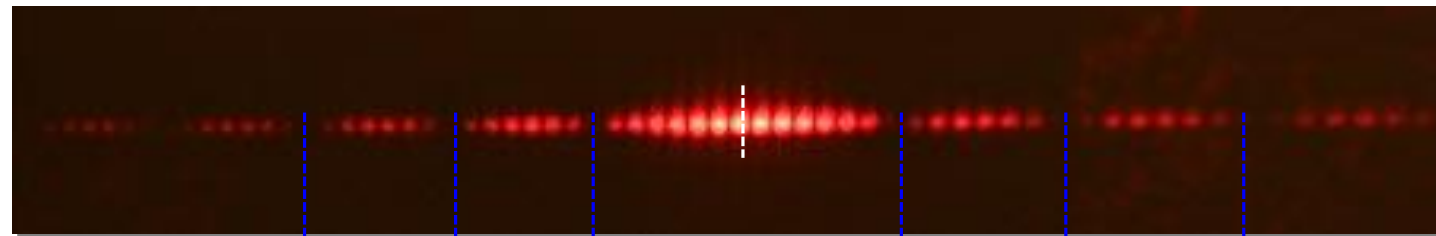
k' : 单缝衍射的暗纹级数

例: $\frac{b+b'}{b} = 7, \quad \therefore k = \pm 7, \pm 14, \pm 21, \dots$ 缺级

单缝:



双缝:



缺级级数

$k: -21 \quad -14 \quad -7 \quad 7 \quad 14 \quad 21$

二、光栅衍射 (重要)

4、缺级现象

缺级级数:

$$k = \frac{b+b'}{b} k', \quad (k' = 1, 2, \dots)$$

例: $\frac{b+b'}{b} = 7, \therefore k = \pm 7, \pm 14, \pm 21, \dots$ 缺级

1、 n 级缺级, n 的整数倍级数都看不见, 即:

$$k = \pm n, \pm 2n, \pm 3n, \dots \quad \text{缺级}$$

2、 n 级缺级, 有:

$$\frac{d}{b} = \frac{b+b'}{b} = \frac{n}{1}, \text{或} \frac{n}{2}, \text{或} \frac{n}{3}, \dots, \text{或} \frac{n}{n-1}$$

例 19: 空气中，用波长为 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 的单色光垂直照射光栅，观察到第2级、第3级主极大分别出现在 $\sin \theta = 0.20$ 和 $\sin \theta = 0.30$ 处，第4级缺级，
求： 1) 光栅常数？ 2) 狭缝的最小宽度？ 3) 列出全部主极大条纹的级数。

解： 1) 第二级主极大： $d \sin \theta = (b + b') \sin \theta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

$$\Rightarrow d = b + b' = \frac{k\lambda}{\sin \theta} = \frac{2 \times 600 \times 10^{-9}}{0.2} \text{ m} = 6 \times 10^{-6} \text{ m}$$

2) 第四级缺级： $\frac{b+b'}{b} = \frac{4}{1}$ ，或 ~~$\frac{4}{2}$~~ ，或 $\frac{4}{3}$ $\Rightarrow b_{\min} = \frac{(b+b')}{4} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$

2级不缺级

3) $-1 < \sin \theta < +1$, $-\frac{b+b'}{\lambda} < k < \frac{b+b'}{\lambda} \Rightarrow -10 < k < +10$

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \text{X}, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \text{X}, \pm 9$

15条主极大，最高级次： $k_{\max} = 9$

二、光栅衍射

5、衍射图样

条纹的形成：

——光栅衍射是单缝衍射与多缝干涉的综合结果

1) 主极大

当P点的位置（由 θ 决定）满足光栅方程（垂直入射）：

$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

则P点为第 k 级主极大，在此处形成一亮而细的条纹。

2) 暗纹与次极大（了解）

相邻两主极大之间有 $N-1$ 个暗纹中心， $N-2$ 个次极大，次极大的强度比主极大强度小得多。

二、光栅衍射

5、衍射图样

条纹的形成：

——光栅衍射是单缝衍射与多缝干涉的综合结果

3) 缺级 若P点的位置（由 θ 决定）同时满足：

$$\begin{cases} (b + b') \sin \theta = \pm k \lambda, & (k = 0, 1, 2, \dots) \\ b \sin \theta = \pm k' \lambda, & (k' = 1, 2, \dots) \end{cases}$$

则位于P点的第 k 级主极大的光强为零，
该级主极大实际观察不到，称为缺级。

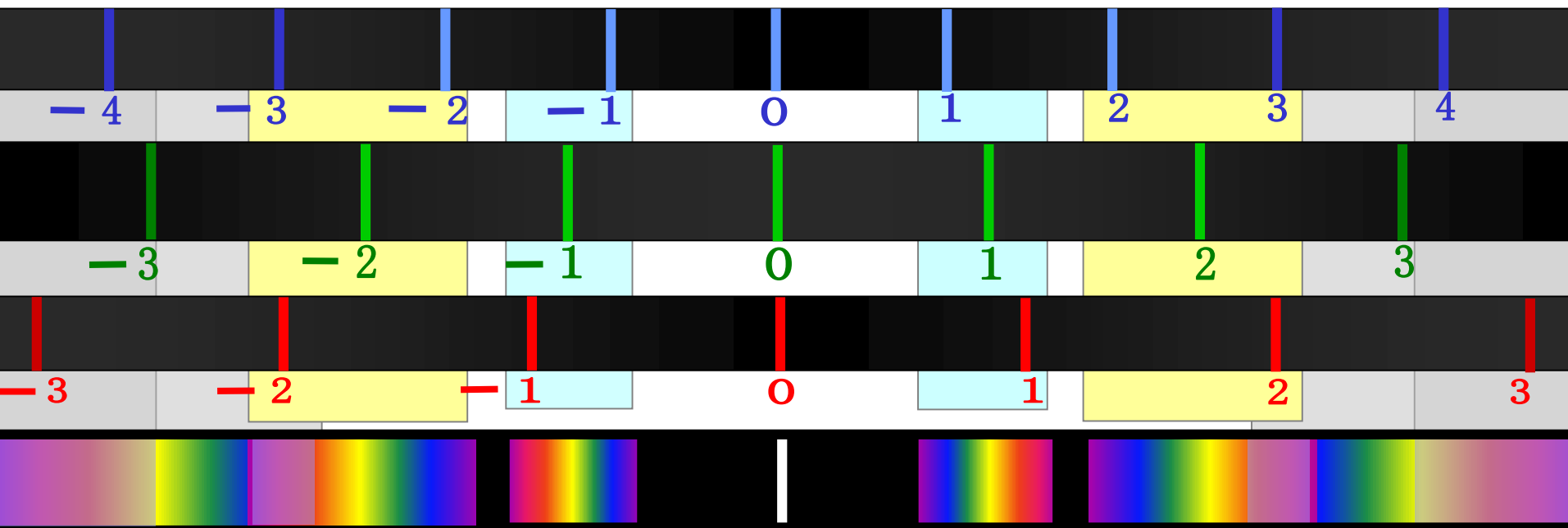
缺级级数：

$$k = \frac{b + b'}{b} k', \quad (k' = 1, 2, \dots)$$

二、光栅衍射

5、衍射图样

入射光为白光时，形成彩色光谱



$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda, \quad \text{若 } (b + b') \text{ 一定}$$

- ※ 对同级明纹，波长较长的光波衍射角较大。
- ※ 白光或复色光入射，高级次光谱会相互重叠。

例：可见光波长范围：**400nm~760nm**，用平行的白光垂直入射一光栅上时，它产生的不与另一级光谱重叠的完整的可见光光谱是第几级光谱？

解： 设 k 级光谱不与其他高几次光谱重叠

k 级光谱中，
白光中，波长最大对应的衍射角：

$$d \sin \theta_{\max} = k \lambda_{\max}, \quad \lambda_{\max} = 760\text{nm}$$

相邻， $(k+1)$ 级光谱中，
白光中，波长最小对应的衍射角：

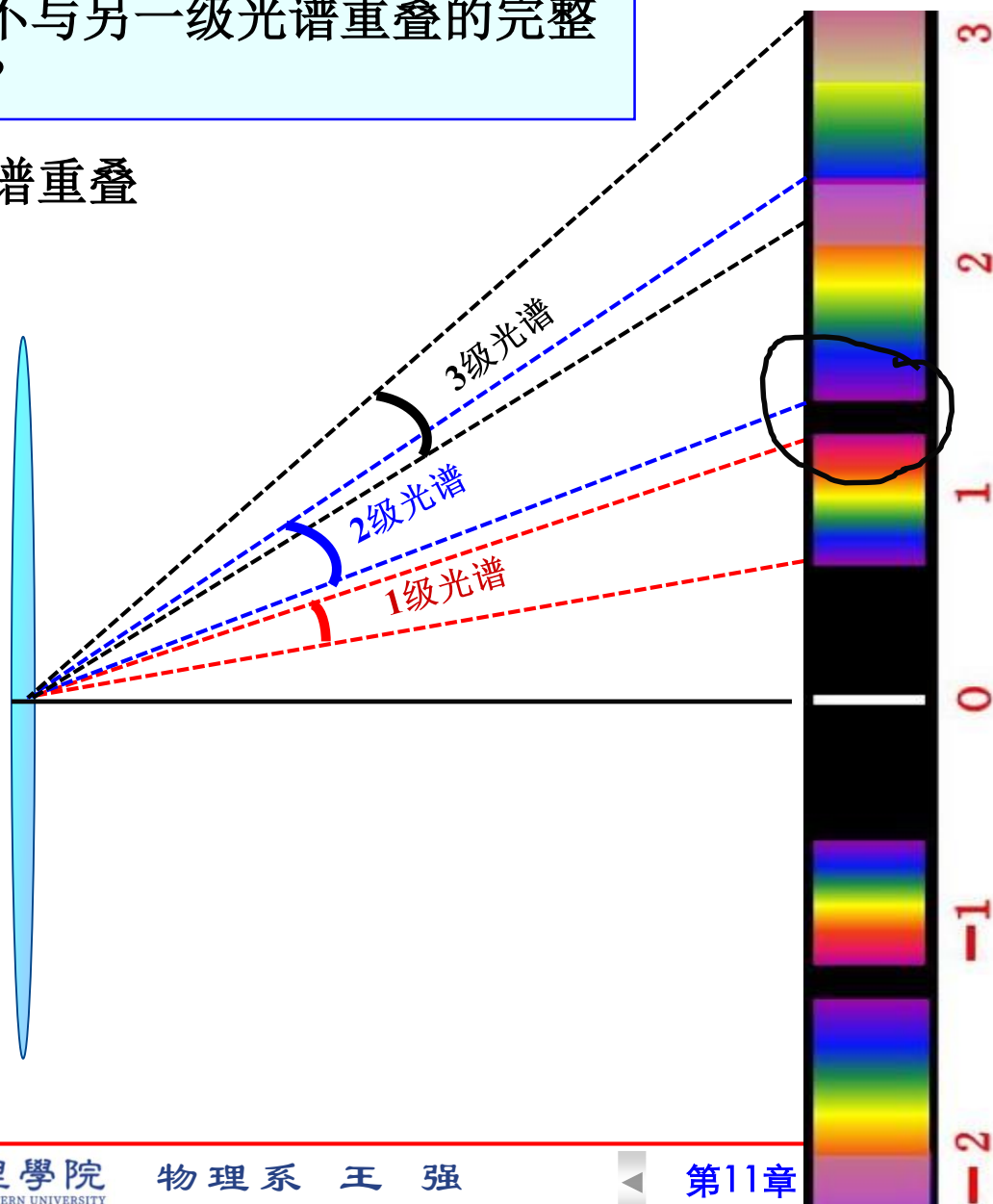
$$d \sin \theta_{\min} = (k+1) \lambda_{\min}, \quad \lambda_{\min} = 400\text{nm}$$

不重叠： $\theta_{\max} < \theta_{\min}$

$$\Rightarrow k \lambda_{\max} < (k+1) \lambda_{\min}$$

$$\Rightarrow k < \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} = \frac{400\text{nm}}{760\text{nm} - 400\text{nm}} \approx 1.1$$

$k=1$ ，1级光谱不与其他光谱重叠



例 18: 用**每毫米500条栅纹**的光栅, 观察钠光谱线 ($\lambda=590\text{nm}$), $f=1\text{ m}$,

求: 1) 光线垂直入射时, 最多能看到几级条纹?

2) 光线以入射角 30° 入射时, 最多能看到几级条纹?

3) 用白光垂直入射时, 第1级光谱在焦平面的宽度?

解: 3) 光栅方程: $d \sin \theta = (b + b') \sin \theta = 2k \frac{\lambda}{2} = k \lambda$

1级主极大, $k=1$: $d \sin \theta_1 = \lambda$

白光 (可见光) 波长范围: **400nm ~ 760nm**

$$d \sin \theta_{1\max} = \lambda_{\max}, \quad \lambda_{\max} = 760\text{nm}$$

$$\sin \theta_{1\max} = \frac{\lambda_{\max}}{d} = 0.38, \quad \theta_{1\max} \approx 22.3^\circ$$

$$\tan \theta_{1\max} = \frac{x_1}{f}, \quad x_1 = f \tan \theta_{1\max} = 0.41\text{m}$$

同理: $d \sin \theta_{1\min} = \lambda_{\min}, \quad \lambda_{\min} = 400\text{nm}$

$$\sin \theta_{1\min} = \frac{\lambda_{\min}}{d} = 0.2, \quad \theta_{1\min} \approx 11.5^\circ$$

$$\tan \theta_{1\min} = \frac{x'_1}{f}, \quad x'_1 = f \tan \theta_{1\min} = 0.20\text{m}$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_1 - x'_1 = 0.21\text{m}$$

