

1.

$$P(B) = 0,01$$

$$P(TB) = 0,99$$

$$P(T+|B) = 0,95 \Rightarrow P(T-|B) = 1 - 0,95 = 0,05$$

$$P(T-|TB) = 0,90 \Rightarrow P(T+|TB) = 1 - 0,9 = 0,10$$

a) Prob ca o perso să fie bolnavă, dacă testul e pozitiv

Teorema lui Bayes

$$P(B|T+) = \frac{P(T+|B) P(B)}{P(T+)} = \frac{P(T+|B) \cdot P(B)}{P(T+|B) \cdot P(B) + P(T+|TB) \cdot P(TB)}$$

$$P(B|T+) = \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,99} = \frac{0,0095}{0,0095 + 0,099} = \frac{0,0095}{0,1085} = 0,0876 \approx 8,76\%$$

Justificare: Dacă testul are sensibilitate 95% și specificitate 90%, bula e rară. Astfel, aprox 9 (8,76%) din 100 persoane care au o boala reală sunt pozitive.

b) Specificitatea minima pt $P(B|T+) = 0,5$

$$\text{Spec Albam} \text{ specificitatea cu } \delta = P(T-|TB) \Rightarrow P(T+|TB) = 1 - \delta$$

$$0,5 = \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,01 + (1-\delta) \cdot 0,99}$$

$$0,5 / (0,95 \cdot 0,01 + (1-\delta) \cdot 0,99) = 0,95 \cdot 0,01$$

$$0,00475 / 0,955(1-\delta) = 0,0095$$

$$0,955 - 0,955\delta = 0,0095$$

$$495\delta = 0,955 - 0,0095$$

$$\delta = 0,9504 \approx 95,04\%$$