大学物理(上)_半期复习

运动学

位置矢量

在参考系选定后，为定量地描述质点的位置和位置随时间的变化，须在参考系上选择一个坐标系。在时刻t，质点P在坐标系里的位置可用位置矢量 `r（t）`表示。位置矢量简称**位矢**

```
位矢：r(t)=xi+yj+zj
```

直角坐标系

运动学方程

质点的运动学方程为：

```
r = r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k
即三个方向的运动方程的矢量和
```

> v,a本质上是x关于t的一阶(二阶)导数，故将上述方程关于t求一阶(二阶)导数就能得到v和a的运动学方程

在运动学方程中，消去时间t，得到质点的空间运动轨道方程，称为质点的**轨道方程**。运动学的根本任务之一就是要给出物体的运动学方程。

自然坐标系

自然坐标系将矢量分解到法向和切向进行研究，法向分量与轨道的曲率有关. 设轨道上 P_1 和邻近点 P_2 切线之间的夹角为 $\Delta\theta$，两点间的路成为 Δs，则 P_1 的曲率为

$$k = \lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} \tag{1.1.5}$$

P_1 的曲率半径为

$$\rho \equiv \frac{1}{k} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta} \tag{1.1.6}$$

过轨道上一点 P_1，可以作很多与轨道相切的圆，如果圆的曲率半径与 P_1 的曲率半径相等，称这个圆为 P_1 的**曲率圆**. 曲率和曲率半径反映了曲线的弯曲程度.

在自然坐标系中，任意矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{A} = A_n\boldsymbol{n} + A_\tau\boldsymbol{\tau} \tag{1.1.7}$$

自然坐标系下速度加速度的表示

速度：

$$\boldsymbol{v} \equiv \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\boldsymbol{\tau} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} = v\boldsymbol{\tau}$$

加速度：

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\tau} + \frac{v^2}{\rho}\overrightarrow{e_n}$$

自然坐标系相当于每一个瞬时时刻都看做变速圆周运动。

极坐标系

r(t) = r(t)**r0**

v(t) = **vn(t)** + **vr(t)** $\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r} = \frac{d}{dt}r\overrightarrow{e_r} = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\frac{d\overrightarrow{e_r}}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{e_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{e_\theta}$$

照着矢量求导就行，注意一下方向矢量的求导法则。

运动学方程

表 1.3.1 匀变速运动规律的描述

		匀变速直线运动	匀变速圆周运动
状态参量	位置，位移	$\boldsymbol{r}, \Delta\boldsymbol{r}$	$\theta, \Delta\theta$
	速度	$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$，方向按右手螺旋定则
	加速度	$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$	$\beta = \frac{d\omega}{dt}$
运动规律的描述	匀速运动	$s = s_0 + vt, v = \text{const}, a = 0$	$\theta = \theta_0 + \omega t, \omega = \text{const}, \beta = 0$
	匀变速运动	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}vt^2$ $v_t^2 - v_0^2 = 2a(s - s_0)$ $v_t = v_0 + at$ $\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}, a = \text{const}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$ $\omega_t^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0)$ $\omega_t = \omega_0 + \beta t$ $\bar{\omega} = \frac{\omega_0 + \omega_t}{2}, \beta = \text{const}$

相对运动——伽利略变换

$$\boldsymbol{r}_S = \boldsymbol{r}_{S'} + \boldsymbol{r}_{SS'}$$

$$\boldsymbol{v}_S = \boldsymbol{v}_{S'} + \boldsymbol{v}_{SS'}$$

$$\boldsymbol{a}_S = \boldsymbol{a}_{S'} + \boldsymbol{a}_{SS'}$$

上述三个为位移速度加速度的伽利略变换方式.

> 注意一下相对参量的方向正负就好。

质点动力学

牛顿三定律

本质：

$$F = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}$$

科里奥利

人们习惯把在转动系中沿侧向方向的惯性力称为科里奥利力。

$$F_c = 2m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}$$

注意方向就是了，本质还是极坐标下速度关于时间的求导，自己推一遍就行。

动量定理

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}$$

就是牛顿定理的变形，`Fdt=dp=d(mv)`

动量守恒定理描述：

```
质点所受合外力的冲量等于质点动量的增量--动量定理
也就是说，质点所受合外力为0则动量守恒。[可以推广到系统]---动量守恒定理
```

应用：

- **小结论：完全非弹性碰撞机械能损失：**`0.5μ（u^2）`
- 质心运动定理，质点系在合外力的作用下运动状态的改变等同于质点系合外力对质心运动状态产生的改变。
- 不论质心系为惯性系还是非惯性系，质点系的总动量都等于0[零动量系]

能量

势能(位能)：与位置相联系的能量

> 质点内部的作用力为保守力，内力做功的代数和仅与质点间的相对位置有关。
>
> 重力，弹力，万有引力，静电引力都是保守力

- 只有在保守力场中，才可以引入势能函数。
- 保守力场中质点势能的含义：势能属于相互作用的物体所组成的系统的而不是某一个单一质点。
- **保守力做的功等于质点势能增量的负值。---势能定理**

动能

物体因为具有一定的额速度而具备对外做功的能力，称为动能

- 动能与参考系的选择有关(相对速度)
- 力在空间上的累计是动能概念的原因，这个力可以是保守的也可以是非保守的
- 质点所受外力做功的代数和为0，动能守恒。

机械能

物体系动能与势能的总和为其机械能。

```
质点系的功能原理：
E = Ek + Ep
```

上述式子表明：外力与非保守内力【摩擦力】对物体系做的功的和等于体系机械能的增量。

> 唯一要注意的就是非保守内力做功会使系统机械能改变。

注：功能原理仅适用于惯性系[功能原理来源于牛顿定理而牛顿定律仅适用于惯性系]，对于非惯性系需要加上惯性力来考虑。

刚体力学

基础引入

基本量

力矩：力与力臂的乘积

力臂：力与转轴的距离

```
M = rFsinθ
矢量形式：
M = r × F
```

转动惯量

转动惯量:代表了缸体保持其原有转动状态的能力。

> 和质量惯量一样。质量的概念是作为物体惯性的量度而提出的，也就是物体保持其原有运动状态的能力，转动惯量类似，是物体保持其原有转动状态的能力。**很多情况下我们可以把转动惯量和质量(惯量)做类比**

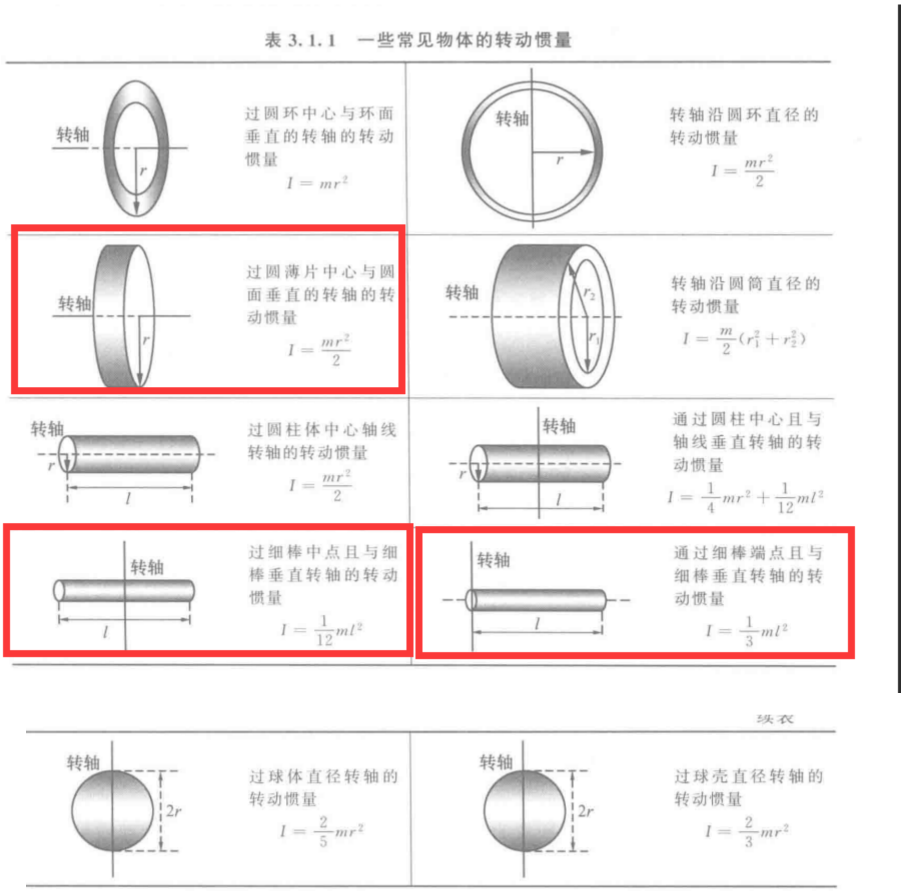
离散体的转动惯量

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2$$

连续体的转动惯量

$$I = \int_V r^2 \mathrm{d}m$$

常见绕固定轴的转动惯量



推广定理：

- 平行轴定理
- 垂直轴定理

貌似用不到。。

刚体转动定理(固定轴)

```
M = I × β
```

角加速度与合外力矩的关系：$\boxed{M = I\beta = I\frac{d\omega}{dt}}$，式中，M为合外力矩，β为角加速度。

可以看出这个式子与牛顿第二定律具有类似的形式。

角动量：$\boxed{L = I\omega}$

刚体的定轴转动动能：$E_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$

刚体的角动量定理

定义角动量：`L=I·ω`

```
dJ = M·dt = d(I·ω)
规定冲量矩(J)：dJ = M·dt
```

一些类比

角动量 `L=I·ω` --> 动量 `p = m·v`

冲量矩 `M·dt` --> 冲量 `p·dt`

转动动能 `E=0.5Iω^2` --> 动能 `E=0.5mv^2`

其他形式

$$\mathrm{d}\boldsymbol{J} = \mathrm{d}(m\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}) = \mathrm{d}\boldsymbol{L}$$

$$\boldsymbol{L} = m\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$$

(自行推导，直接用量纲。)

刚体机械能定律

外力矩对刚体做的功等于刚体机械能的增量。---刚体的功能原理

如果刚体系运动过程中之后保守力做功，则刚体系机械能守恒。---刚体的机械能守恒定律

振动学(简谐)

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$$

$$x_0=A\cos\varphi$$
$$v_0=-\omega A\sin\varphi$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

$$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

最后四个重要