电子科技大学 2023 -2024 学年第一学期期中考试 A 卷

考试科目：微积分 I 考试形式：闭卷 考试日期：2023 年 11 月 12 日

本试卷由 九 部分构成，共 2 页。考试时长：90 分钟

成绩构成比例：平时成绩 50 %，期末成绩 50 %

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分，每题选项中只有一个正确答案）.

1. 当 $x\to 0$ 时，下列 4 个无穷小量中比其他 3 个更高阶的无穷小量是……………（ ）.

   (A) $\ln(1+x^2)$； (B) $e^{-x}-1$； (C) $\sqrt[5]{1+x\sin x}-1$； (D) $x(1-\cos x)$.

2. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{ax}, & x>0\\ b, & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 连续，则 $ab=$…………………………（ ）.

   (A) 2； (B) 1； (C) $\dfrac{1}{2}$； (D) $\dfrac{1}{4}$.

3. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{e^{\frac{x}{x-1}}-1}$，则 ……………………………………………………………（ ）.

   (A) $x=0, x=1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点；

   (B) $x=0, x=1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点；

   (C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点；

   (D) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

4. 设 $g(x)$ 可微，$f(x)=e^{1+g(x)}$，$f'(1)=1$，$g'(1)=2$，则 $g(1)=$ ………………（ ）.

   (A) $\ln 3-1$； (B) $-\ln 3-1$；

   (C) $-\ln 2-1$； (D) $\ln 2-1$.

5. 若 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ 存在，$\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ 不存在，则……………………………………………（ ）

   (A) $\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|$ 必不存在； (B) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)g(x)$ 必不存在；

   (C) $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)+g(x)]$ 必不存在； (D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 必不存在.

6. 当 $h\to 0$ 时，$f(x_0-3h)-f(x_0)+2h$ 是 h 的高阶无穷小，则 $f'(x_0)=$………..（ ）

   (A) 0； (B) $\dfrac{2}{3}$； (C) $\dfrac{3}{2}$； (D) 2.

学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

密 封 线 以 内 答 题 无 效

二、计算题（每小题 7 分，共 14 分）

1、求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x(\sqrt[3]{1+x^2}-1)}{x-\sin x}$.

2、求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+e^x}{2}\right)^{\cot x}$.

三、计题题（每小题 7 分，共 14 分）

1、设 $y=x+x^x+\sqrt[x]{x}\ (x>0)$，求 $\dfrac{dy}{dx}$.

2、设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\sqrt{1-t^2}, \\ y=\arcsin t, \end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

四、（9 分）设 $0<x_1<1$，当 $n\geq 1$ 时，有 $x_{n+1}=2x_n-x_n^2$，证明数列 $\{x_n\}$ 极限存在，并求其极限值.

五、（9 分）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{x+y}+2x^2+3y-1=0$ 确定，求 $y'(0), y''(0)$.

六、（8 分）讨论函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}x$ 的连续性. 若有间断点，判别其类型.

七、（8 分）选取 a,b 的值，使当 $x\to-\infty$ 时，$f(x)=\sqrt{x^2-4x+5}-(ax+b)$ 为无穷小.

八、（8 分）设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有一阶连续导数，且 $f(0)=0$ 并 $f''(0)$ 存在. 若

$$F(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{x}, x\neq 0, \\ f'(0), x=0, \end{cases}$$ ，求 $F'(x)$，并证明 $F'(x)$ 在 $x=0$ 连续.

九、（6 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$，试证对任意实数 λ，必存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f'(\xi)-\lambda[f(\xi)-\xi]=1$.