电子科技大学 2022-2023 学年第 2 学期期中考试试卷

考试科目：微积分 II 考试形式：闭卷 考试日期：2023 年 5 月 13 日

本试卷由 八 部分构成，共 2 页。考试时长：90 分钟

成绩构成比例：平时成绩 50 %，期末成绩 50 %，备注：不使用计算器

学院____ 姓名____ 学号____ 任课教师____ 考场教室____ 座位号____

密封线以内答题无效

一、单项选择题（每小题 3 分, 共 15 分）

1. 记 A: 二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 可微, B: 二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 有一阶连续偏导数, 则（　　）

(A) A 是 B 是充分条件;　　(B) A 是 B 的必要条件;

(C) A 是 B 的充分必要条件;　　(D) A 和 B 没有必然的关系.

2. 设 $x+y^3-e^z=z$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（　　）

(A) $\dfrac{1}{1+3y^2-e^z}$;　(B) $\dfrac{1}{1-e^z}$;　(C) $\dfrac{1}{1-3y^2+e^z}$;　(D) $\dfrac{1}{1+e^z}$.

3. 设 $z=\ln(x^2y)+e^{x+y}$, 则梯度 $\mathrm{grad}z\big|_{(1,1)}=$（　　）

(A) $(2+e^2)\vec{i}+(1+e^2)\vec{j}$;　(B) $(1+e^2)\vec{i}+(2+e^2)\vec{j}$;

(C) $3+2e^2$;　(D) $(2+e^2)\vec{i}+(2+e^2)\vec{j}$.

4. 设 $f(x,y)$ 为连续函数, 则 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y=$（　　）

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$;　(B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)\mathrm{d}r$;

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$;　(D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)\mathrm{d}r$.

5. 设区域 D 由直线 $y=x$、$y=-x$ 和曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 围成, 则 $\iint\limits_D xy^2\mathrm{d}\sigma=$（　　）

(A) π;　(B) $\dfrac{\pi}{2}$;　(C) $\dfrac{\pi}{4}$;　(D) 0.

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\sin(x^2y)}{xy}=$______________.

2. 函数$u=x^{yz}$在点$(1,1,2)$处的全微分$\mathrm{d}u=$______________.

3. 曲线$y=x^2,z=x^3$在$x=1$处的切向量为______________.

4. 设曲线$L:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$的周长为$a$，则积分$\int_L(4x^2+9y^2)\mathrm{d}s=$___________.

5. 函数$z=x^2+y^2$在点$(1,2)$处沿从点$(1,2)$到点$(2,2+\sqrt{3})$的方向的方向导数为

________________.

三、(14 分)设$f(u,v)$具有二阶连续偏导数，$z=f(x-y,xy)$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四、(14 分)讨论函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$在点$(0,0)$的可微性.

五、(12 分)计算$I=\iint\limits_D\left|x^2+y^2-1\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$D:x^2+y^2\le 4$.

六、(12 分)设$F(t)=\iiint\limits_V[z^2+f(x^2+y^2)]\mathrm{d}V$，$V:x^2+y^2\le t^2,0\le z\le h$，$f$在$V$上连续，求

$F'(t)$.

七、(10 分)若点$M_0(x_0,y_0,z_0)$是光滑曲面$F(x,y,z)=0$上与原点相距最近的点，试证过点M_0的法线必过原点.

八、(8 分) 设P为椭球面$\Sigma:x^2+y^2+z^2-yz=1$上的动点，若Σ在点P处的切平面与xOy面垂直，求点P的轨迹L，并计算曲面积分$I=\iint\limits_S\dfrac{(x+\sqrt{3})\left|y-2z\right|}{\sqrt{4+y^2+z^2-4yz}}\mathrm{d}S$，其中$S$是椭球面$\Sigma$位于曲线$L$上方的部分.