Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

КАФЕДРА МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

Направление: 01.03.03 – «Механика и математическое моделирование»

КУРСОВАЯ РАБОТА

анализ зависимости численных решений задачи  
баклея-лаверетта от начальных и граничных условий

Студент 3 курса   
группы 05-601   
«\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2019 г \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Гилязеев А. Р.

Научный руководитель:  
д. ф.-м. н., доц.  
«\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2019 г \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Поташев К. А.

# Введение

Теория фильтрации изучает движения жидкостей через пористые среды, тела пронизанные системой сообщающихся между собой пустот (пор). Движение жидкостей, газов и их примесей через пористые среды называется фильтрацией. Движения жидкостей и газов в пористых средах происходят либо естественным путем (в следствий миграций углеводородов), либо при воздействий человека (как при добыче). К пористым средам относят многие природные тела такие как: грунты, кожа, кость, горные породы, древесина, мягкие ткани животных. Так же относят материалы созданные человеком такие как: строительные (бетон, кирпич), пищевые (сыр, булка), искусственная кожа, керамика и т.д. Это далеко не весь список областей, где есть пористые среды и понятно, что они играют огромную роль в жизнедеятельности человека. Важным свойством всех этих материалов является - способность накапливать в себе жидкость и позволять ей двигаться под действием внешних сил. Отметим, некоторые из важнейших сторон нашей жизни имеющую непосредственную зависимость от движения жидкостей через пористые среды. Это движение влаги в почве, движение жидкостей через пористые биоматериалы в живых организмах и основные источники энергии XX века - нефть и газ, добывающиеся из недр земли, находящиеся под толщей земных пластов. Накопление нефти и газа в этих пористых пластах - коллекторах и основные технологии их извлечения (добычи) управляются законами теории фильтрации и являются одним из основных направлений, где находит свое применение для решения сопутствующих задач. Пласты, породы которые могут хранить нефть и газ и могут отдавать их при извлечении (добыче) называют пласт - коллекторами. Пример пористой среды показано на примере шлиф нефтяного торфяника (см. рисунок 1).

В связи с необходимостью решать задачи по проектированию и анализу добычи газовых и нефтяных месторождений приходится обращать внимание на совместное течение нефти, газа и воды, представляющие собой несмешивающиеся, обособленные между собой фазы.

Образование залежей происходит путем вытеснения находящихся первоначальной воды из пластов-коллекторов. Поэтому вместе с нефтью и газом в коллекторах находится некоторое количество воды (погребная вода). В некоторых пластах газ и нефть заполняют лишь верхнюю часть пласта, а нижние части заполнены краевой водой. Самые верхней части находиться газ (газовые шапки) которые может быт изначально или появиться в процессе добычи. Из этого следует, что в пласте изначально могут находиться несколько подвижных фаз. При разработке нефтяных месторождений в большинстве своем возникает двух или трех фазное течение. При этом силы заставляющие нефть двигаться, являются следствием упругости или гидродинамического напора газа или воды.

При добыче нефти основным способом разработки месторождения является вытеснение нефти водой или газом. Этот метод является основным при естественном водонапорном режиме (при вторжений в пласт краевой воды или газовой шапки выталкивающих нефть к местам выкачивания нефти), так и при вторичных методах добычи нефти путем закачки вытесняющих жидкостей или газа в пласт через нагнетательные скважины для поддержания давления в пласте и вытеснения нефти к добывающей скважине.

В данной работе рассмотрим случай одномерного течения несжимаемых несмешивающихся жидкостей. В том случае, когда поверхностное натяжение между жидкостями мало и капиллярным давлением, а также влиянием силы тяжести можно пренебречь, процесс вытеснения допускает математическое описание, впервые предложенное американскими исследователями С. Баклии М. Леверетом (1942 г.) и названо их именем. Математическое описание основано на введении понятий насыщенности, относительной фазовой проницаемости; использовании обобщенного закона Дарси. Анализ одномерных течений позволяет, выявит особенности совместной фильтраций двух жидкостей, и сравнить их с результатами, полученными с помощью численных методов.

# Представление и описание процесса вытеснения одной жидкости другой.

Рассмотрим случай, когда вытеснение воды происходит в прямолинейном тонком горизонтальном образце (см. рисунок 2), который представляет собой одномерную и изотропную пористую среду, что означает, что его пористость и проницаемость постоянны. Значения координат отложим вдоль рассматриваемого образца, течение тоже происходить вдоль образца. Сечение, проходящее поперек образца (%mu% - площадь сечения ) полагаем достаточно малым , так что давление и насыщенность можно считать неизменными в сечениях.

Рис. 1 – Схема прямолинейно – параллельного вытеснения нефти водой.

ω

Вода

0

x

x+∆x

L

Нефть

Наш образец изначально был заполнен нефтью, потом через сечение х=0 закачиваем воду. В этом процессе, когда закачивается вода, образуется область совместного движения воды и нефти. При совместном течений воды и нефти в пористой среде хотя бы одна из них должна образовать связную систему, граничащую со скелетом породы и частично с другой жидкостью. Поскольку происходит избирательное смачивание твердой породы водой область контакта каждой из жидкости со скелетом пористой среды значительно превышает области контакта между фазами. Из этого можно сделать вывод, что основное сопротивление движению жидкости оказывает взаимодействие флюида с твердым скелетом пласта, и это позволяет в первом приближений пренебречь эффектом увлечения одной фазы другой. Логично, что сопротивление движению оказываемое на совместное течение жидкости отличается от того которое было бы если это происходило по одиночке. Расход каждой фазы растет с увеличением насыщенности и градиентом давления.

## Математическая модель

[file:///C:/Users/admin/Downloads/%D0%92%D0%9A%D0%A0.pdf.pdf](file:///C:\Users\admin\Downloads\%D0%92%D0%9A%D0%A0.pdf.pdf)

# Исходные уравнения многофазной фильтрации

Для рассматриваемой задачи уравнение закона сохранения массы будет выглядеть следующим образом

Где  – пористость среды,  – плотность фазы,  – насыщенность пористой среды фазой ,  – скорость фильтрации фазы.

Обобщённый закон Дарси для нашей задачи сводится к уравнению

Где  – относительная фазовая проницаемость (ОФП),  – давление фазы,  – абсолютная проницаемость пористой среды,  – динамическая вязкость фазы.

Условие полного насыщения

Для рассматриваемой задачи, вышестоящие уравнения примут следующий вид

Будем считать что , а , тогда , а ,

Складывая уравнения неразрывности двух фаз, получим уравнение неразрывности сплошной среды

Откуда следует, что , где  – суммарная фазовая скорость. Сложив уравнения закона Дарси для двух фаз, получим:

Где  – отношение двух вязкостей, а  – суммарная подвижность смеси.

Из закона Дарси выразим скорость первой фазы через суммарную фазовую скорость

Где  – функция Баклея ‑ Леверетта.

Конечное уравнение описывающее насыщенность всей среды первой фазой выглядит как: