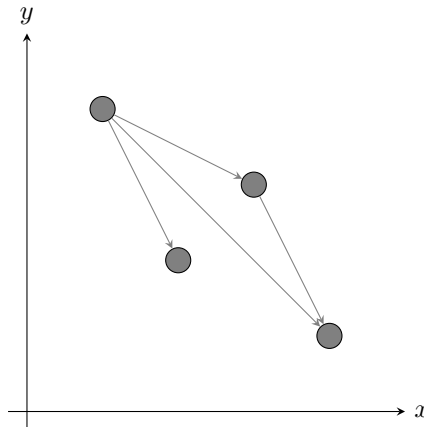


نابه جایی

مسئله شمردن تعداد نابه جایی‌های یک جایگشت را در نظر بگیرید. تعداد نابه جایی‌های جایگشت p برابر تعداد زوج مرتب‌های $i < j$ است که $p_i > p_j$. تعداد نابه جایی‌ها را می‌توانیم با استفاده از الگوریتم merge sort در زمان $O(n \log n)$ پیدا کنیم، اما به دنبال راه دیگری برای حل آن هستیم.

برای عضو i - ام جایگشت یک نقطه در فضای دوبعدی در جایگاه (i, p_i) رسم می‌کنیم. روشن است که تعداد نابه جایی‌های جایگشت p با تعداد زوج نقطه‌هایی که نقطه‌ی سمت راست‌تر، پایین‌تر نیز می‌باشد، برابر است.



شکل ۱: نقاط و نابه جایی‌های جایگشت $p = \langle 4, 2, 3, 1 \rangle$

تکنیکی که در این مسئله استفاده می‌کنیم، خطی عمودی فرضی‌ای است که از $x = -\infty$ شروع می‌شود و به سمت $x = \infty$ حرکت می‌کند. به نقاط یک لامپ وصل می‌کنیم و در ابتدا همه‌ی آن‌ها را خاموش فرض می‌کنیم. خط فرضی از روی هر نقطه‌ای که گذر کند، لامپ آن نقطه روشن می‌شود. می‌توانید حدس بزنید که وقتی خط فرضی به x نقطه‌ای می‌رسد، چگونه می‌توانیم نقاطی را پیدا کنیم که سمت چپ و بالای نقطه فرض شده باشد.

در واقع با استفاده از تکنیک لامپ خاموش و روشن، وقتی به نقطه‌ای می‌رسیم، تنها لامپ نقاطی روشن است که سمت چپ آن باشند. انگار که یکی از شرط‌های $x_1 < x_2$ و $y_1 < y_2$ را با استفاده از این تکنیک مدیریت کرده‌ایم و تنها کافی است که تعداد نقاط روشن i را پیدا کنیم که $y_i > y_{now}$ هستند.

در اکثر مواقع این بخش از مسئله با استفاده از Segment Tree قابل حل است. در این مثال وقتی لامپ نقطه‌ی (x, y) را روشن می‌کنیم، از سگمنت می‌خواهیم مقدار خانه y را با $+1$ جمع بزنند. و وقتی می‌خواهیم تعداد نقاط سمت چپ و بالای نقطه (x, y) را پیدا کنیم، هنگامی که خط فرضی به x رسید، جمع بازه‌ی $[y + 1, \infty]$ را از سگمنت دریافت می‌کنیم. پس با سگمنتی که دو عملیات زیر را انجام می‌دهد، مسئله را حل کردیم.

۱. مقدار خانه idx را با $value$ جمع بزن.

۲. جمع بازه‌ی L تا R از آرایه چند است؟

توپ

سوال ۱۲D Codeforces را می‌خواهیم با همین روش حل کنیم.

در این مسئله n نفر به یک مهمانی دعوت شده‌اند. هر فرد ۳ مشخصه زیبایی، هوش و دارایی دارد که آن‌ها را به ترتیب با I_i ، B_i و R_i نشان می‌دهیم. فرد i بعد از مهمانی افسردگی می‌گیرد اگر فردی (j) در مهمانی باشد که $I_j > I_i$ ، $B_j > B_i$ و $R_j > R_i$ باشد. تعداد افرادی که بعد از مهمانی افسردگی می‌گیرند را پیدا کنید.

این بار نقاط در فضای ۳ بعدی هستند. با استفاده از Sweepline و روشن-خاموش بودن نقطه‌ها یکی از ابعاد را کاهش می‌دهیم. فرض کنید افراد را بر اساس B به صورت نزولی مرتب می‌کنیم. برای سادگی فرض کنید که هیچ دو نفری B یکسان ندارند. در این صورت با حرکت کردن سوییپ‌لاین به هر نقطه که می‌رسیم، تنها نقاطی روشن هستند که در مشخصه B بزرگ‌تر هستند. حال در میان نقطه‌های روشن، بدنبال نقطه‌ای هستیم که $I_i > I_{now}$ و $R_i > R_{now}$ باشد.

خوش‌بختانه این مسئله نیز با استفاده از سگمنت قابل حل است. این بار هنگام روشن شدن یک نقطه، مقدار خانه I_i را برابر با R_i می‌کنیم. وقتی به نقطه‌ای می‌رسیم، برای بررسی کردن اینکه افسردگی می‌گیرد یا نه، باید در میان نقاط روشنی که I آن‌ها در بازه $[I_{now} + 1, \infty]$ قرار دارد وجود یا عدم وجود نقطه‌ای که $R_i > R_{now}$ باشد را بررسی کنیم. با گرفتن مقدار بیشینه بازه $[I_{now} + 1, \infty]$ به خواسته خود می‌رسیم.

در این مسئله نیز به کمک Sweepline و Segment Tree که درخواست‌های زیر را انجام می‌دهد، مسئله حل شد. حواستان به مساوی بودن مقادیر مشخصه‌ها باشد.

۱. مقدار خانه idx را به $value$ تغییر بده.

۲. بیشینه بازه L تا R را بگو.