

## 版权声明

本实验教程的版权归西安唐都科教仪器开发有限责任公司所有，保留一切权利。未经本公司书面许可，任何单位和个人不得擅自摘抄、复制本实验教程的部分或全部，并以任何形式传播。

西安唐都科教仪器开发有限责任公司，1995～2012 ©，All rights reserved.

自动控制原理实验教程

©版权所有 未经许可 严禁复制

唐都公司网址: <http://www.tangdu.com>

技术支持邮箱: [tangdukejiao@126.com](mailto:tangdukejiao@126.com)

技术支持 QQ: [826435224](https://www.qq.com/826435224)

# 目 录

<b>第 1 章 线性系统的时域分析 .....</b>	<b>1</b>
1.1 典型环节的时域响应 .....	1
1.2 典型系统的时域响应和稳定性分析 .....	10
1.3 线性系统的校正 .....	15
<b>第 2 章 线性系统的根轨迹分析 .....</b>	<b>19</b>
2.1 线性系统的根轨迹分析 .....	20
<b>第 3 章 线性系统的频率响应分析 .....</b>	<b>23</b>
3.1 线性系统的频率响应分析 .....	23
<b>第 4 章 非线性系统的相平面分析 .....</b>	<b>31</b>
4.1 典型非线性环节 .....	31
4.2 二阶非线性系统实验 .....	37
4.3 三阶非线性系统实验 .....	44
<b>第 5 章 离散（采样）系统的稳定性分析与校正 .....</b>	<b>49</b>
5.1 采样系统的稳定性分析 .....	49
5.2 采样控制系统的校正 .....	54
<b>第 6 章 线性系统的状态空间分析 .....</b>	<b>58</b>
<b>第 7 章 模拟 PID 闭环温度控制系统的设计和实现 .....</b>	<b>64</b>
<b>附录 1 对象整定的方法 .....</b>	<b>68</b>
<b>附录 2 模拟平台布局图 .....</b>	<b>69</b>

## 第1章 线性系统的时域分析

时域分析法是在时间域内研究控制系统在各种典型信号的作用下系统响应（或输出）随时间变化规律的方法。因为它是直接在时间域中对系统进行分析的方法，所以具有直观、准确的优点，并且可以提供系统响应的全部信息。下面就实验中将要遇到的一些概念做以简单介绍：

**1、稳态分量和暂态分量：**对于任何一个控制系统来说，它的微分方程的解，总是包括两部分：暂态分量和稳态分量。稳态分量反映了系统的稳态指标或误差，而暂态分量则提供了系统在过渡过程中的各项动态性能信息。

**2、稳态性能和暂态性能：**稳态性能是指稳态误差，通常是在阶跃函数、斜坡函数或加速度函数作用下进行测定或计算的。若时间趋于无穷时，系统的输出量不等于输入量或输入量的确定函数，则系统存在稳态误差。稳态误差是对系统控制精度或抗扰动能力的一种度量。暂态性能又称动态性能，指稳定系统在单位阶跃函数作用下，动态过程随时间  $t$  的变化规律的指标。其动态性能指标通常为：

- 延迟时间  $t_d$ ：指响应曲线第一次达到其终值一半所需的时间。
- 上升时间  $t_r$ ：指响应从终值 10% 上升到终值 90% 所需的时间。对于有振荡的系统，亦可定义为响应从第一次上升到终值所需的时间。上升时间是系统响应速度的一种度量，上升时间越短，响应速度越快。
- 峰值时间  $t_p$ ：指响应超过其终值到达第一个峰值所需的时间。
- 调节时间  $t_s$ ：指响应到达并保持在终值  $\pm 5\%$  或  $\pm 2\%$  内所需的时间。
- 超调量  $\delta\%$ ：指响应的最大偏离量  $h(t_p)$  与终值  $h(\infty)$  之差的百分比。

上述五个动态性能指标基本上可以体现系统动态过程的特征。在实际应用中，常用的动态性能指标多为上升时间、调节时间和超调量。通常，用  $t_r$  或  $t_p$  评价系统的响应速度；用  $\delta\%$  评价系统的阻尼程度；而  $t_s$  是反映系统响应振荡衰减的速度和阻尼程度的综合性能指标。应当指出，除简单的一、二阶系统外，要精确确定这些动态性能指标的解析表达式是很困难的。本章通过对典型环节、典型系统的时域特性的实验研究来加深对以上概念的认识和理解。

### 1.1 典型环节的时域响应

#### 1.1.1 实验目的

1. 熟悉并掌握 TD-ACC+(或 TD-ACS)设备的使用方法及各典型环节模拟电路的构成方法。
2. 熟悉各种典型环节的理想阶跃响应曲线和实际阶跃响应曲线。对比差异、分析原因。
3. 了解参数变化对典型环节动态特性的影响。

### 1.1.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)实验系统一套。

### 1.1.3 实验原理及内容

下面列出各典型环节的方框图、传递函数、模拟电路图、阶跃响应，实验前应熟悉了解。

#### 1. 比例环节 (P)

(1) 方框图：如图 1.1-1 所示。

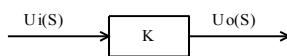


图 1.1-1

(2) 传递函数：
$$\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = K$$

(3) 阶跃响应： $U_o(t) = K \quad (t \geq 0)$  其中  $K = R_1 / R_0$

(4) 模拟电路图：如图 1.1-2 所示。

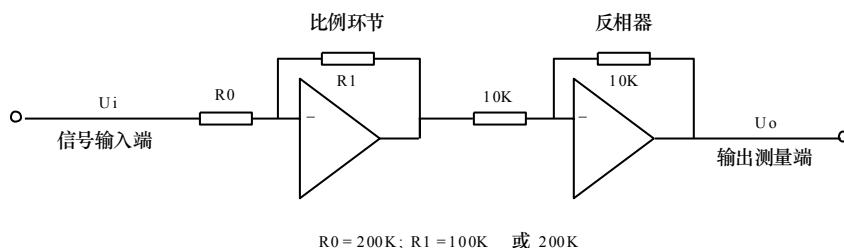
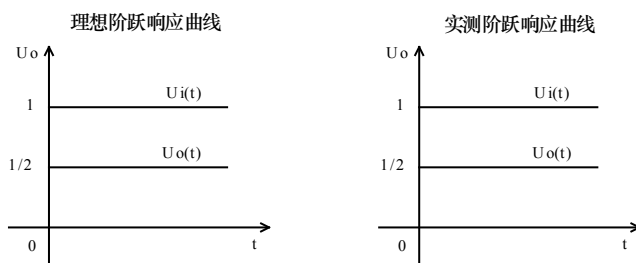


图 1.1-2

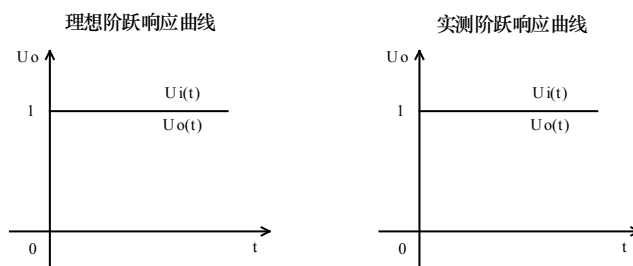
注意：图中运算放大器的正相输入端已经对地接了 100K 的电阻，实验中不需要再接。以后的实验中用到的运放也如此。

(5) 理想与实际阶跃响应对照曲线：

① 取  $R_0 = 200K$ ;  $R_1 = 100K$ 。



② 取  $R_0 = 200K$ ;  $R_1 = 200K$ 。



## 2. 积分环节 (I)

(1) 方框图：如右图 1.1-3 所示。

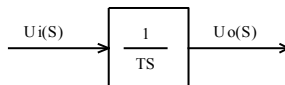


图 1.1-3

(2) 传递函数：  $\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = \frac{1}{TS}$

(3) 阶跃响应：  $U_o(t) = \frac{1}{T}t$  ( $t \geq 0$ ) 其中  $T = R_0C$

(4) 模拟电路图：如图 1.1-4 所示。

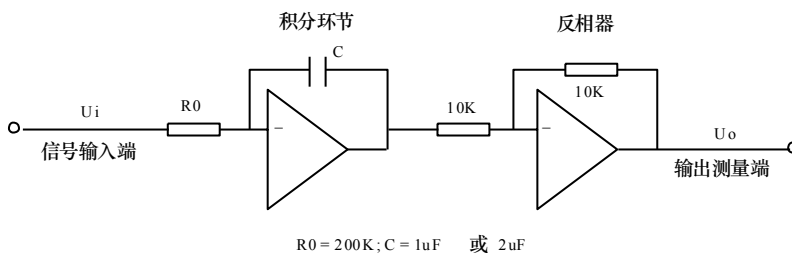
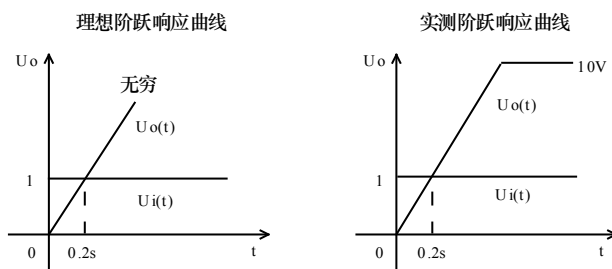


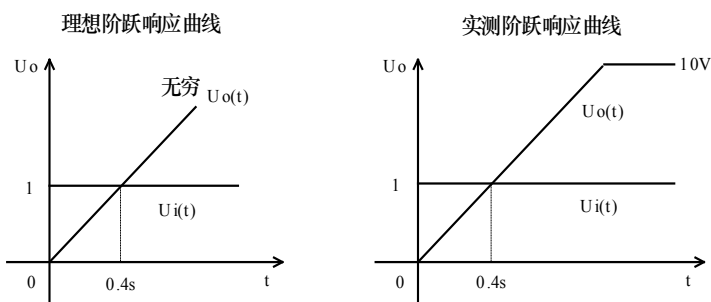
图 1.1-4

(5) 理想与实际阶跃响应曲线对照：

① 取  $R_0 = 200K$ ;  $C = 1\mu F$ 。



② 取  $R_0 = 200K$ ;  $C = 2\mu F$ 。



### 3. 比例积分环节 (PI)

(1) 方框图：如图 1.1-5 所示。

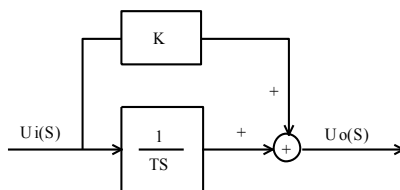


图 1.1-5

(2) 传递函数：  $\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = K + \frac{1}{TS}$

(3) 阶跃响应：  $U_o(t) = K + \frac{1}{T}t \quad (t \geq 0)$  其中  $K = R_1 / R_0$ ;  $T = R_0 C$

(4) 模拟电路图：如图 1.1-6 所示。

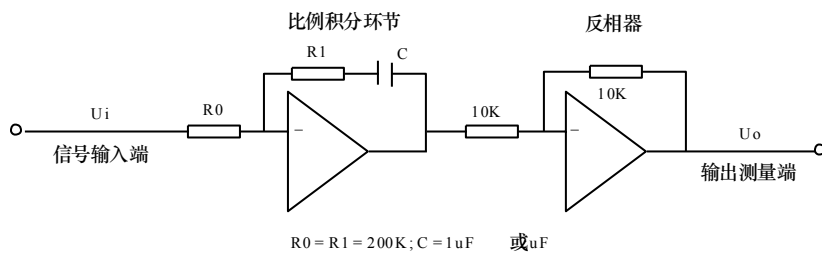
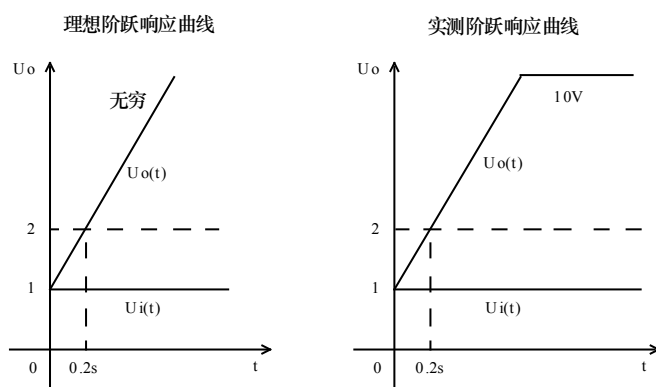


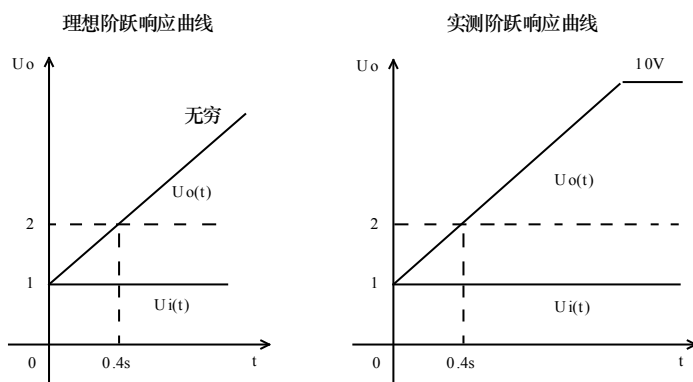
图 1.1-6

(5) 理想与实际阶跃响应曲线对照:

① 取  $R_0 = R_1 = 200\text{K}; C = 1\mu\text{F}$ 。



② 取  $R_0 = R_1 = 200\text{K}; C = 2\mu\text{F}$ 。



#### 4. 惯性环节 (T)

(1) 方框图: 如图 1.1-7 所示。

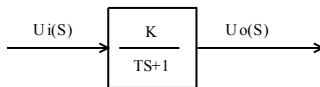


图 1.1-7

(2) 传递函数:  $\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = \frac{K}{TS+1}$ 。

(3) 模拟电路图: 如图 1.1-8 所示。

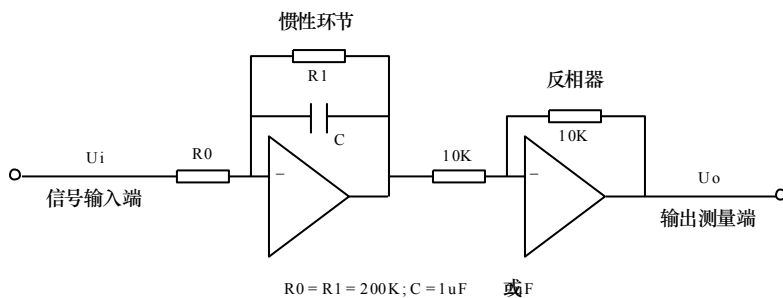
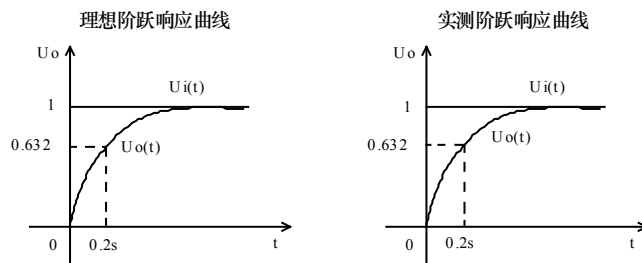


图 1.1-8

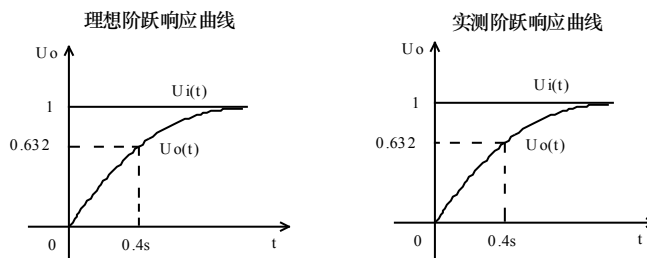
(4) 阶跃响应:  $U_o(t) = K(1 - e^{-t/T})$ , 其中  $K = R_1/R_0$ ;  $T = R_1C$

(5) 理想与实际阶跃响应曲线对照:

① 取  $R_0=R_1=200\text{K}$ ;  $C=1\mu\text{F}$ 。



② 取  $R_0=R_1=200\text{K}$ ;  $C=2\mu\text{F}$ 。





## 5. 比例微分环节 (PD)

(1) 方框图：如图 1.1-9 所示。

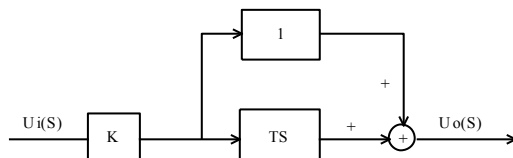


图 1.1-9

(2) 传递函数： $\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = K \left( \frac{1+TS}{1+\tau S} \right)$

(3) 阶跃响应： $U_o(t) = KT\delta(t) + K$ 。

其中  $K = \frac{R_1 + R_2}{R_0}$ ,  $T = \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) C$ ,  $\tau = R_3 C$ ,  $\delta(t)$  为单位脉冲函数，这是一个面积为  $t$  的脉冲函数，脉冲宽度为零，幅值为无穷大，在实际中是得不到的。

(4) 模拟电路图：如图 1.1-10 所示。

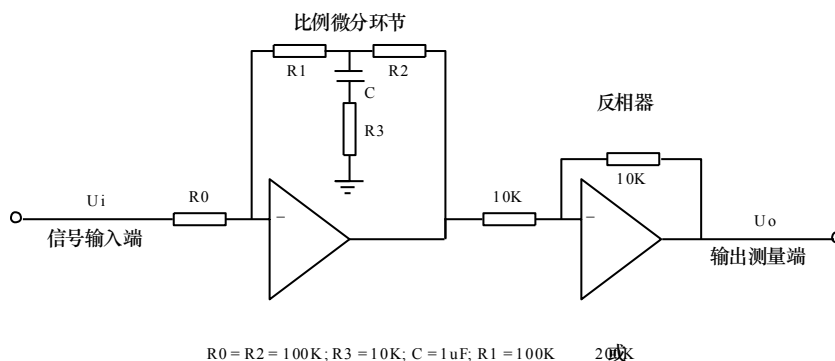
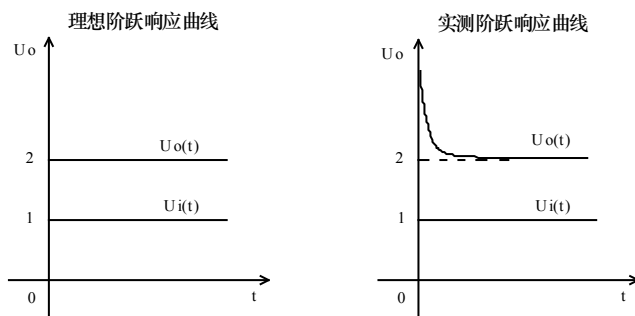


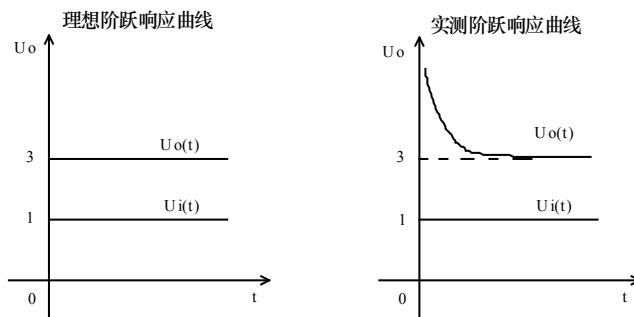
图 1.1-10

(5) 理想与实际阶跃响应曲线对照：

① 取  $R_0 = R_2 = 100K$ ,  $R_3 = 10K$ ,  $C = 1\mu F$ ;  $R_1 = 100K$ 。



② 取  $R_0=R_2=100K$ ,  $R_3=10K$ ,  $C=1\mu F$ ;  $R_1=200K$ 。



## 6. 比例积分微分环节 (PID)

(1) 方框图：如图 1.1-11 所示。

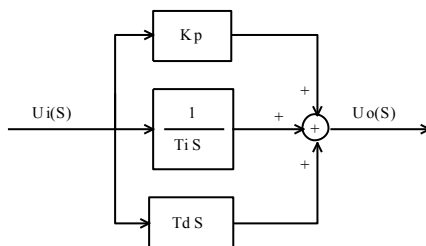


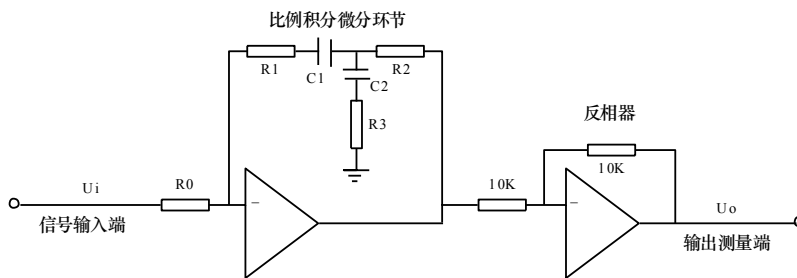
图 1.1-11

(2) 传递函数：  $\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = K_p + \frac{1}{T_i S} + T_d S$

(3) 阶跃响应：  $U_o(t) = T_d \delta(t) + K_p + \frac{1}{T_i} t$ 。

其中  $\delta(t)$  为单位脉冲函数，  $K_p = \frac{R_1}{R_0}$ ；  $T_i = R_0 C_1$ ；  $T_d = \frac{R_1 R_2 C_2}{R_0}$

(4) 模拟电路图：如图 1.1-12 所示。

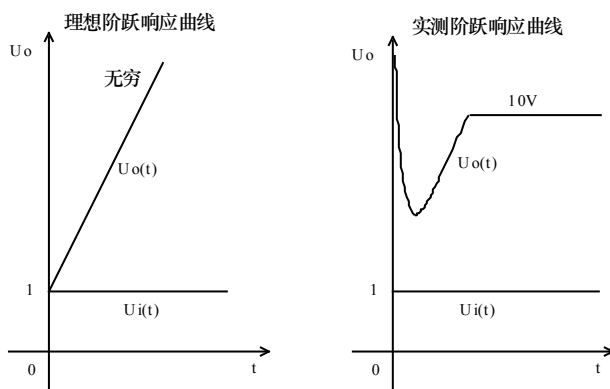


$R_2 = R_3 = 10K$ ;  $R_0 = 100K$ ;  $C_1 = C_2 = 1\mu F$ ;  $R_1 = 100K$  200或

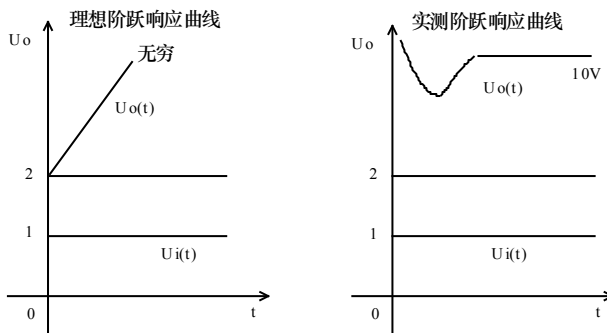
图 1.1-12

(5) 理想与实际阶跃响应曲线对照：

① 取  $R_2 = R_3 = 10K$ ,  $R_0 = 100K$ ,  $C_1 = C_2 = 1\mu F$ ;  $R_1 = 100K$ 。



② 取  $R_2 = R_3 = 10K$ ,  $R_0 = 100K$ ,  $C_1 = C_2 = 1\mu F$ ;  $R_1 = 200K$ 。



### 1.1.4 实验步骤

1. 按 1.1.3 节中所列举的比例环节的模拟电路图将线接好。检查无误后开启设备电源。
2. 将信号源单元的“ST”端插针与“S”端插针用“短路块”短接。由于每个运放单元均设置了锁零场效应管，所以运放具有锁零功能。将开关设在“方波”档，分别调节调幅和调频电位器，使得“OUT”端输出的方波幅值为 1V，周期为 10s 左右。
3. 将 2 中的方波信号加至环节的输入端  $U_i$ ，用示波器的“CH1”和“CH2”表笔分别监测模拟电路的输入  $U_i$  端和输出  $U_o$  端，观测输出端的实际响应曲线  $U_o(t)$ ，记录实验波形及结果。
4. 改变几组参数，重新观测结果。
5. 用同样的方法分别搭接积分环节、比例积分环节、比例微分环节、惯性环节和比例积分微分环节的模拟电路图。观测这些环节对阶跃信号的实际响应曲线，分别记录实验波形及结果。

## 1.2 典型系统的时域响应和稳定性分析

### 1.2.1 实验目的

1. 研究二阶系统的特征参量 ( $\xi$ 、 $\omega_n$ ) 对过渡过程的影响。
2. 研究二阶对象的三种阻尼比下的响应曲线及系统的稳定性。
3. 熟悉 Routh 判据，用 Routh 判据对三阶系统进行稳定性分析。

### 1.2.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 1.2.3 实验原理及内容

#### 1. 典型的二阶系统稳定性分析

(1) 结构框图：如图 1.2-1 所示。

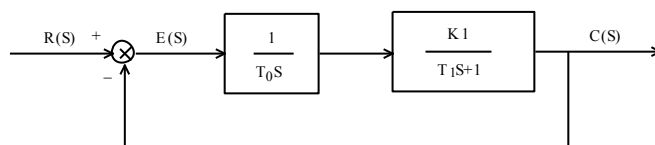


图 1.2-1

(2) 对应的模拟电路图：如图 1.2-2 所示。

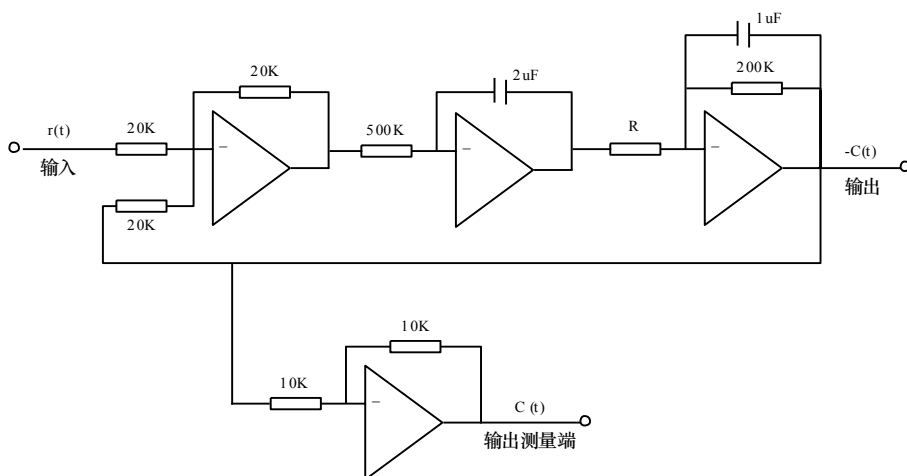


图 1.2-2

### (3) 理论分析

系统开环传递函数为：  $G(S) = \frac{K_1}{T_0 S(T_1 S + 1)} = \frac{K_1 / T_0}{S(T_1 S + 1)}$ ；开环增益  $K = K_1 / T_0$ 。

### (4) 实验内容

先算出临界阻尼、欠阻尼、过阻尼时电阻  $R$  的理论值，再将理论值应用于模拟电路中，观察二阶系统的动态性能及稳定性，应与理论分析基本吻合。在此实验中(图 1.2-2)，

$$T_0 = 1s, \quad T_1 = 0.2s, \quad K_1 = 200/R \Rightarrow K = 200/R$$

系统闭环传递函数为：  $W(S) = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2} = \frac{K}{S^2 + 5S + K}$

其中自然振荡角频率：  $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T_1}} = 10\sqrt{\frac{10}{R}}$ ；阻尼比：  $\zeta = \frac{5}{2\omega_n} = \frac{\sqrt{10R}}{40}$ 。

## 2. 典型的三阶系统稳定性分析

(1) 结构框图：如图 1.2-3 所示。

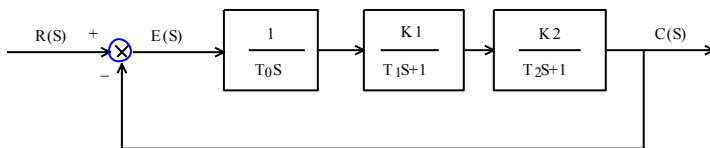


图 1.2-3

(2) 模拟电路图：如图 1.2-4 所示。

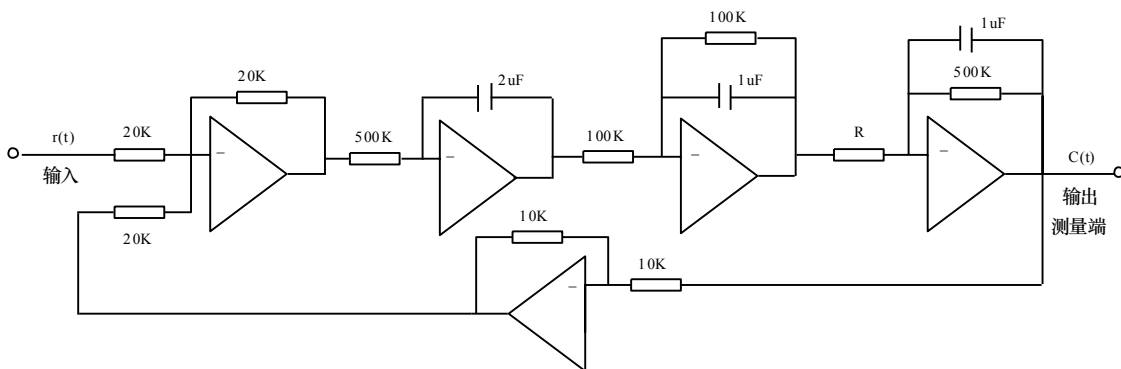


图 1.2-4

### (3) 理论分析

系统的开环传函为:  $G(S)H(S) = \frac{500/R}{S(0.1S+1)(0.5S+1)}$  (其中  $K = 500/R$ ),

系统的特征方程为:  $1 + G(S)H(S) = 0 \Rightarrow S^3 + 12S^2 + 20S + 20K = 0$ 。

### (4) 实验内容

实验前由 Routh 判断得 Routh 行列式为:

$S^3$	1	20
$S^2$	12	20K
$S^1$	$(-5K/3)+20$	0
$S^0$	20K	0

为了保证系统稳定, 第一列各值应为正数, 所以有 
$$\begin{cases} -\frac{5}{3}K + 20 > 0 \\ 20K > 0 \end{cases}$$

得:  $0 < K < 12 \Rightarrow R > 41.7K\Omega$       系统稳定  
 $K = 12 \Rightarrow R = 41.7K\Omega$       系统临界稳定  
 $K > 12 \Rightarrow R < 41.7K\Omega$       系统不稳定

## 1.2.4 实验步骤

1. 将信号源单元的“ST”端插针与“S”端插针用“短路块”短接。由于每个运放单元均设置了锁零场效应管, 所以运放具有锁零功能。将开关设在“方波”档, 分别调节调幅和调频电位器, 使得“OUT”端输出的方波幅值为 1V, 周期为 10s 左右。

### 2. 典型二阶系统瞬态性能指标的测试

- (1) 按模拟电路图 1.2-2 接线, 将 1 中的方波信号接至输入端, 取  $R = 10K$ 。
- (2) 用示波器观察系统响应曲线  $C(t)$ , 测量并记录超调  $M_p$ 、峰值时间  $t_p$  和调节时间  $t_s$ 。
- (3) 分别按  $R = 50K; 160K; 200K$ ; 改变系统开环增益, 观察响应曲线  $C(t)$ , 测量并记录性能指标  $M_p$ 、 $t_p$  和  $t_s$ , 及系统的稳定性。并将测量值和计算值进行比较 (实验前必须按公式计算出)。将实验结果填入表 1.2-1 中。表 1.2-2 中已填入了一组参考测量值, 供参照。

### 3. 典型三阶系统的性能

- (1) 按图 1.2-4 接线, 将 1 中的方波信号接至输入端, 取  $R = 30K$ 。
- (2) 观察系统的响应曲线, 并记录波形。
- (3) 减小开环增益 ( $R = 41.7K; 100K$ ), 观察响应曲线, 并将实验结果填入表 1.2-3 中。表 1.2-4 中已填入了一组参考测量值, 供参照。

### 1.2.5 实验现象分析

1. 典型二阶系统瞬态性能指标实验参考测试值见表 1.2-2

表 1.2-1

参数 项目	R (KΩ)	K	$\omega_n$	$\xi$	C (tp)	C (∞)	Mp (%)		tp (s)		ts (s)		响 应 情 况
							理 论 值	测 量 值	理 论 值	测 量 值	理 论 值	测 量 值	
0< $\xi$ <1 欠阻尼													
$\xi=1$ 临界 阻尼													
$\xi>1$ 过阻尼													

表 1.2-2

参数 项目	R (KΩ)	K	$\omega_n$	$\xi$	C (tp)	C (∞)	Mp (%)		tp (s)		ts (s)		响 应 情 况
							理 论 值	测 量 值	理 论 值	测 量 值	理 论 值	测 量 值	
0< $\xi$ <1 欠阻尼	10	20	10	$\frac{1}{4}$	1.4	1	44	43	0.32	0.38	1.6	1.5	衰 减 振 荡
	50	4	$2\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{4}$	1.1	1	11	10	0.85	0.9	1.6	1.7	
$\xi=1$ 临界 阻尼	160	$\frac{5}{4}$	2.5	1	无	1	无		无		1.9	2.5	单 调 指 数
$\xi>1$ 过阻尼	200	1	$\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	无	1	无		无		2.9	3.5	单 调 指 数

$$\text{其中 } M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}, \quad C(t_p) = 1 + e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

2. 典型三阶系统在不同开环增益下的响应情况实验参考测试值见表 1.2-4

表 1.2-3

R(KΩ)	开环增益 K	稳定性

表 1.2-4

R(KΩ)	开环增益 K	稳定性
30	16.7	不稳定发散
41.7	12	临界稳定等幅振荡
100	5	稳定衰减收敛

注意：在做实验前一定要进行对象整定（详见附录一），否则将会导致理论值和实际测量值相差较大。



## 1.3 线性系统的校正

### 1.3.1 实验目的

1. 掌握系统校正的方法，重点了解串联校正。
2. 根据期望的时域性能指标推导出二阶系统的串联校正环节的传递函数。

### 1.3.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 1.3.3 实验原理及内容

所谓校正就是指在系统中加入一些机构或装置（其参数可以根据需要而调整），使系统特性发生变化，从而满足系统的各项性能指标。按校正装置在系统中的连接方式，可分为：串联校正、反馈校正和复合控制校正三种。串联校正是在主反馈回路之内采用的校正方式，串联校正装置串联在前向通路上，一般接在误差检测点之后和放大器之前。本次实验主要介绍串联校正方法。

#### 1. 原系统的结构框图及性能指标

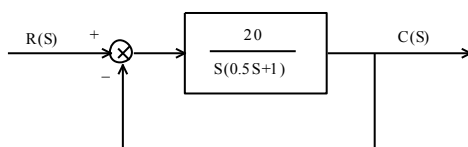


图 1.3-1

对应的模拟电路图

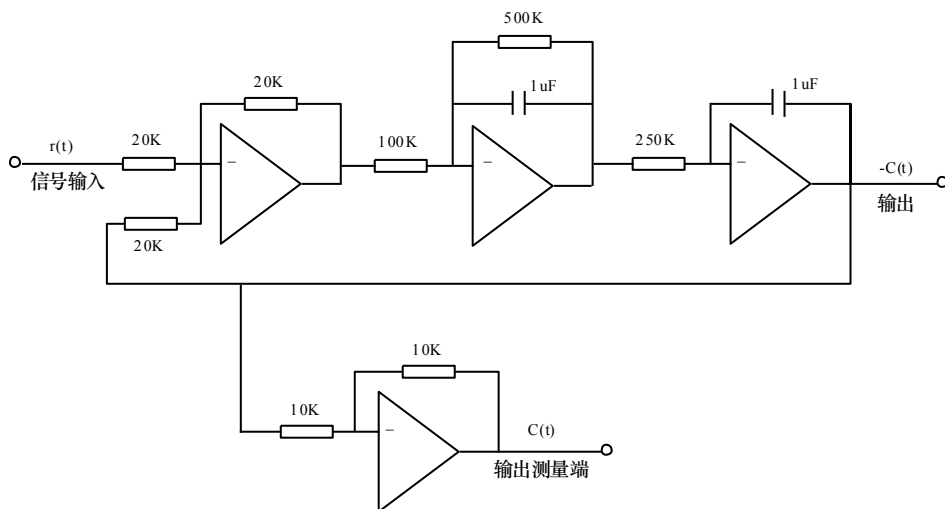


图 1.3-2

由图可知系统开环传函：  $G(S) = \frac{20}{S(0.5S+1)}$ ，系统闭环传函：  $W(S) = \frac{40}{S^2 + 2S + 40}$

系统的特征参量：  $\omega_n = 6.32, \xi = 0.158$

系统的性能指标：  $M_p = 60\%, t_s = 4s$ ，静态误差系数  $K_v = 20 (1/s)$

## 2. 期望校正后系统的性能指标

要求采用串联校正的方法，使系统满足下述性能指标：

$M_p \leq 25\%, t_s \leq 1s$ ，静态误差系数  $K_v \geq 20 (1/s)$

## 3. 串联校正环节的理论推导

由公式  $M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \leq 25\%$ ，  $t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \leq 1s$  得：  $\xi \geq 0.4, \omega_n \geq 10$ ，设校正后的系统开环传函为：

$G(S) = \frac{K}{S(TS+1)}$ ，由期望值得：  $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} SG(S) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{TS+1} \geq 20$ ，则  $K \geq 20$ 。校正后系统的闭环传函为：

$$W(S) = \frac{20/T}{S^2 + \frac{1}{T}S + \frac{20}{T}}; \quad \omega_n^2 = 20/T, \xi = \frac{1}{2\omega_n T} = \frac{1}{4\sqrt{5T}};$$

取  $\xi = 0.5$ ，则  $T = 0.05s, \omega_n = 20$  满足  $\omega_n \geq 10$ ，得校正后开环传函为：  $G(S) = \frac{20}{S(0.05S+1)}$

因为原系统开环传函为：  $G(S) = \frac{20}{S(0.5S+1)}$ ，且采用串联校正，所以串联校正环节的传函为：

$G_c = \frac{0.5S+1}{0.05S+1}$ ，加校正环节后的系统结构框图为：

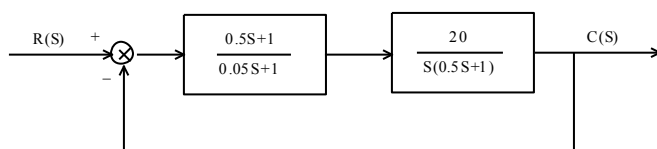


图 1.3-3

对应的模拟电路图：见图 1.3-4

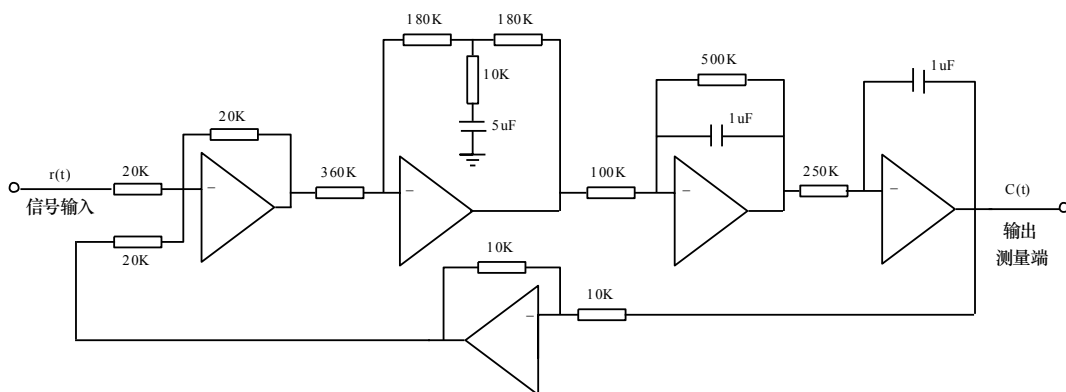


图 1.3-4

### 1.3.4 实验步骤

1. 将信号源单元的“ST”端插针与“S”端插针用“短路块”短接。由于每个运放单元均设置了锁零场效应管，所以运放具有锁零功能。将开关设在“方波”档，分别调节调幅和调频电位器，使得“OUT”端输出的方波幅值为 1V，周期为 10s 左右。

2. 测量原系统的性能指标。

(1) 按图 1.3-2 接线。将 1 中的方波信号加至输入端。

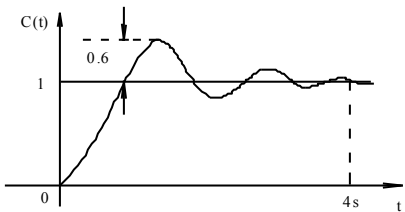
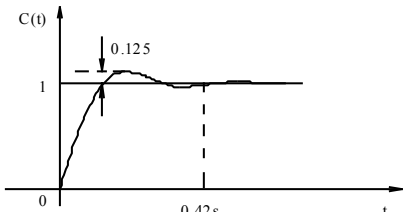
(2) 用示波器的“CH1”和“CH2”表笔测量输入端和输出端。计算响应曲线的超调量  $M_p$  和调节时间  $t_s$ 。

3. 测量校正系统的性能指标。

(1) 按图 1.3-4 接线。将 1 中的方波信号加至输入端。

(2) 用示波器的“CH1”和“CH2”表笔测量输入端和输出端。计算响应曲线的超调量  $M_p$  和调节时间  $t_s$ ，是否达到期望值，若未达到，请仔细检查接线（包括阻容值）。

### 1.3.5 实验现象分析：下面列出未校正和校正后系统的动态性能指标。

参数 项目	Mp (%)	ts (s)	响应曲线
未校正	60	4	 <p>The graph shows the step response of the uncorrected system. The vertical axis is labeled <math>C(t)</math> and the horizontal axis is labeled <math>t</math>. The curve starts at the origin (0,0) and rises to a steady-state value of 1. The peak overshoot is indicated by a dashed line at 0.6. The settling time is indicated by a dashed line at 4s.</p>
校正后	12.5	0.42	 <p>The graph shows the step response of the corrected system. The vertical axis is labeled <math>C(t)</math> and the horizontal axis is labeled <math>t</math>. The curve starts at the origin (0,0) and rises to a steady-state value of 1. The peak overshoot is indicated by a dashed line at 0.125. The settling time is indicated by a dashed line at 0.42s.</p>

## 第2章 线性系统的根轨迹分析

在第一章中我们在时域范围内分析了二阶对象的性能指标。可以看到时域分析法用于对控制系统的研究具有直观、准确的优点，但它是通过研究闭环传递函数的特征根来了解系统的性能指标的，而闭环系统的特征方程一般是高次代数方程，求解根的工作量很大，且不能看出系统参数对闭环极点分布的影响。

根轨迹法是一种直接由开环传递函数来确定闭环特征根的图解法。所谓根轨迹，也就是指系统开环传函的某一参数变化时，闭环特征根在  $S$  平面上移动的轨迹。根轨迹法是以系统的传递函数为基础，因此它只适用于线性系统，一般取开环增益  $K$  为可变参数。由于根轨迹是根据开环零、极点绘出来的，所以它能指出开环零、极点与系统闭环极点（特征根）之间的关系。利用根轨迹能够分析系统的动态特性，以及参数变化对系统动态响应特性的影响，还可以根据动态特性的要求，确定可变参数。

### 绘制根轨迹的一般规则：

当系统根轨迹以根轨迹增益  $k$  或开环增益  $K$  为参变量时，按以下各规则绘制根轨迹，如果以系统的其它参数为参变量时，经过适当的变换，以下规则可继续使用。

1. 根轨迹分支数：根轨迹在  $S$  平面上的分支数等于闭环特征方程的阶数  $n$ ，也就是说分支数等于开环传递函数的极点数。

2. 根轨迹对称于实轴：实际系统闭环特征方程的系数都是实数，其特征根为实数根或共轭复数根，因此根轨迹对称于实轴。

3. 根轨迹的起点和终点：根轨迹起始于开环极点，终止于开环零点，设  $n$  为开环传递函数极点个数， $m$  为开环传递函数零点个数，如果  $n \neq m$ ，则有  $(n-m)$  条根轨迹终止于无穷远处。

4. 实轴上的根轨迹：实轴上的根轨迹区段的右侧，开环传递函数零、极点数目之和应为奇数。

5. 根轨迹的分离点和会合点：两条根轨迹分支在  $s$  平面上的某点相遇，然后又立即分开的点，叫作根轨迹的分离点（或会合点）。它对应于特征方程中的二重根。由于根轨迹具有共轭对称性，分离点与会合点必须是实数或共轭复数根。在一般情况下，分离点与会合点位于实轴上。

6. 根轨迹的渐近线：如果开环零点个数  $m$  小于极点个数  $n$ ，当  $k \rightarrow \infty$  时，有  $(n-m)$  条根轨迹趋向无穷远处，渐近线就是决定这  $(n-m)$  条根轨迹趋向无穷远处的方位。渐近线包含两个参数，即渐近线倾角和渐近线与实轴的交点。

7. 根轨迹的起始角与终止角：根轨迹的起始角是指起始于开环极点的根轨迹在起点处的切线与水平线正方向的夹角。而根轨迹的终止角，是指终止于开环零点的根轨迹在终点处的切线于水平线正方向的夹角。

8. 根轨迹与虚轴交点：根轨迹与虚轴相交，交点处闭环极点位于虚轴上，即闭环特征方程有一对纯虚根  $\pm j\omega$ ，系统处于临界稳定状态。

## 2.1 线性系统的根轨迹分析

### 2.1.1 实验目的

1. 根据对象的开环传函，做出根轨迹图。
2. 掌握用根轨迹法分析系统的稳定性。
3. 通过实际实验，来验证根轨迹方法。

### 2.1.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 2.1.3 实验原理及内容

1. 实验对象的结构框图：如图 2.1-1 所示。

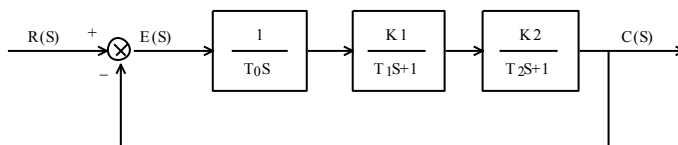


图 2.1-1

2. 模拟电路构成：如图 2.1-2 所示。

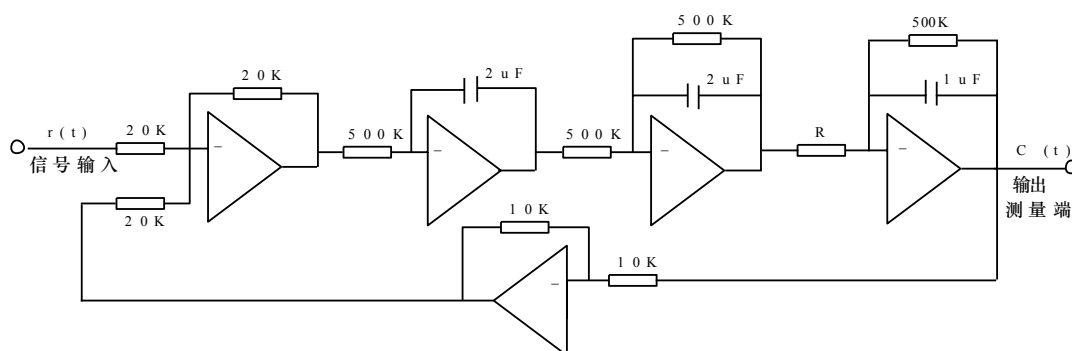


图 2.1-2

系统的开环增益为  $K=500K\Omega/R$ ，开环传递函数为：
$$G(S) = \frac{K}{S(S+1)(0.5S+1)}$$

### 3. 绘制根轨迹

(1) 由开环传递函数分母多项式  $S(S+1)(0.5S+1)$  中最高阶次  $n=3$ ，故根轨迹分支数为 3。开环有三个极点： $p_1=0$ ， $p_2=-1$ ， $p_3=-2$ 。

(2) 实轴上的根轨迹：

- ① 起始于 0、-1、-2，其中 -2 终止于无穷远处。
- ② 起始于 0 和 -1 的两条根轨迹在实轴上相遇后分离，分离点为

$$\frac{d[S(S+1)(0.5S+1)]}{ds} = 1.5S^2 + 3S + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_1 = -0.422 \\ S_2 = -1.578 \end{cases}$$

显然  $S_2$  不在根轨迹上，所以  $S_1$  为系统的分离点，将  $S_1 = -0.422$  代入特征方程  $S(S+1)(0.5S+1)+K$  中，得  $K=0.193$

(3) 根轨迹与虚轴的交点

将  $S=jW$  代入特征方程可得：

$$j(2W - W^3) + 2K - 3W^2 = 0, \text{ 则有 } \begin{cases} 2W - W^3 = 0 \\ 2K - 3W^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow K = 3, W = \pm\sqrt{2}$$

根据以上计算，将这些数值标注在  $S$  平面上，并连成光滑的粗实线，如下图所示。图上的粗实线就称为该系统的根轨迹。其箭头表示随着  $K$  值的增加，根轨迹的变化趋势，而标注的数值则代表与特征根位置相应的开环增益  $K$  的数值。

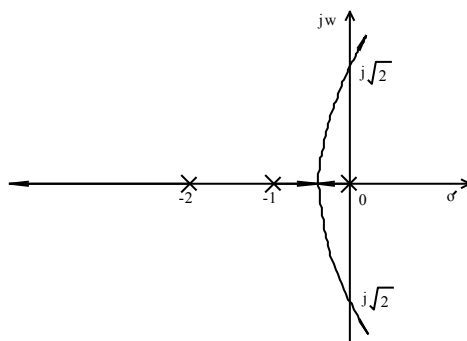


图 2.1-3

### 4. 根据根轨迹图分析系统的稳定性

根据图 2.1-3 所示根轨迹图，当开环增益  $K$  由零变化到无穷大时，可以获得系统的下述性能： $R=500/K$

(1) 当  $K=3$ ；即  $R=166 K\Omega$  时，闭环极点有一对在虚轴上的根，系统等幅振荡，临界稳

定。

(2) 当  $K > 3$ ；即  $R < 166\text{ K}\Omega$  时，两条根轨迹进入  $S$  右半平面，系统不稳定。

(3) 当  $0 < K < 3$ ；即  $R > 166\text{ K}\Omega$  时，两条根轨迹进入  $S$  左半平面，系统稳定。

上述分析表明，根轨迹与系统性能之间有密切的联系。利用根轨迹不仅能够分析闭环系统的动态性能以及参数变化对系统动态性能的影响，而且还可以根据对系统暂态特性的要求确定可变参数和调整开环零、极点位置以及改变它们的个数。这就是说，根轨迹法可用来解决线性系统的分析和综合问题。由于它是一种图解求根的方法，比较直观，避免了求解高阶系统特征根的麻烦，所以，根轨迹在工程实践中获得了广泛的应用。

### 2.1.4 实验步骤

1. 绘制根轨迹图：实验前根据对象传函画出对象的根轨迹图，对其稳定性及暂态性能做出理论上的判断。并确定各种状态下系统开环增益  $K$  的取值及相应的电阻值  $R$ 。

2. 将信号源单元的“ST”端插针与“S”端插针用“短路块”短接。由于每个运放单元均设置了锁零场效应管，所以运放具有锁零功能。将开关设在“方波”档，分别调节调幅和调频电位器，使得“OUT”端输出的方波幅值为  $1\text{V}$ ，周期为  $10\text{s}$  左右。

**注意：**实验过程中，由于“ST”端和“S”端短接，运放具有锁零功能。而该对象的响应时间较长，看不全整个响应过程，此时只需在响应过程中将信号源中的“ST”端和“S”端之间的短路块拔掉即可。

3. 按模拟电路图 2.1-2 接线，并且要求对系统每个环节进行整定，详见附录一；将 2 中的方波信号加至输入端。

4. 改变对象的开环增益，即改变电阻  $R$  的值，用示波器的“CH1”和“CH2”表笔分别测量输入端和输出端，观察对象的时域响应曲线，应该和理论分析吻合。

**注意：**此次实验中对象须严格整定，否则可能会导致和理论值相差较大。

### 2.1.5 实验思考

如何通过改造根轨迹来改善系统的品质？



## 第3章 线性系统的频率响应分析

在经典控制理论中,采用时域分析法研究系统的性能,是一种比较准确和直观的分析法,但是,在应用中也常会遇到一些困难。其一,对于高阶系统,其性能指标不易确定;其二,难于研究参数和结构变化对系统性能的影响。而频率响应法是应用频率特性研究自动控制系统的一种经典方法,它弥补了时域分析法的某些不足,且具有以下特点:

- 应用奈奎斯特稳定判据,可以根据系统的开环频率特性研究闭环系统的稳定性,且不必解出特征方程的根。
- 对于二阶系统,频率特性与暂态性能指标之间有确定的对应关系,对于高阶系统,两者也存在近似关系。由于频率特性与系统的参数和结构密切相关,可以用研究频率特性的方法,把系统参数和结构的变化与暂态性能指标联系起来。
- 频率特性具有明确的物理意义,许多元、部件的特性均可用实验方法来确定,这对于难以从分析其物理规律来列写动态方程的元、部件和系统有很大的实际意义。
- 频率响应法不仅适用于线性定常系统的分析研究,也可推广到某些非线性控制系统。
- 当系统在某些频率范围内存在严重的噪声时,使用频率的响应法,可以设计能够满足地抑制这些噪声的系统。

### 3.1 线性系统的频率响应分析

#### 3.1.1 实验目的

1. 掌握波特图的绘制方法及由波特图来确定系统开环传函。
2. 掌握实验方法测量系统的波特图。

#### 3.1.2 实验设备

PC 机一台, TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

#### 3.1.3 实验原理及内容

##### (一). 实验原理

##### 1. 频率特性

当输入正弦信号时,线性系统的稳态响应具有随频率( $\omega$ 由0变至 $\infty$ )而变化的特性。频率响应法的基本思想是:尽管控制系统的输入信号不是正弦函数,而是其它形式的周期函数或非周期函数,但是,实际上的周期信号,都能满足狄利克莱条件,可以用富氏级数展开为各种谐波分量;而非周期信号也可以使用富氏积分表示为连续的频谱函数。因此,根据控

制系统对正弦输入信号的响应,可推算出系统在任意周期信号或非周期信号作用下的运动情况。

## 2. 线性系统的频率特性

系统的正弦稳态响应具有和正弦输入信号的幅值比  $|\Phi(j\omega)|$  和相位差  $\angle\Phi(j\omega)$  随角频率  $(\omega \text{ 由 } 0 \text{ 变到 } \infty)$  变化的特性。而幅值比  $|\Phi(j\omega)|$  和相位差  $\angle\Phi(j\omega)$  恰好是函数  $\Phi(j\omega)$  的模和幅角。所以只要把系统的传递函数  $\Phi(s)$ , 令  $s=j\omega$ , 即可得到  $\Phi(j\omega)$ 。我们把  $\Phi(j\omega)$  称为系统的频率特性或频率传递函数。当  $\omega$  由 0 到  $\infty$  变化时,  $|\Phi(j\omega)|$  随频率  $\omega$  的变化特性成为幅频特性,  $\angle\Phi(j\omega)$  随频率  $\omega$  的变化特性称为相频特性。幅频特性和相频特性结合在一起时称为频率特性。

## 3. 频率特性的表达式

(1) 对数频率特性: 又称波特图, 它包括对数幅频和对数相频两条曲线, 是频率响应法中广泛使用的一组曲线。这两组曲线连同它们的坐标组成了对数坐标图。

对数频率特性图的优点:

- ①它把各串联环节幅值的乘除化为加减运算, 简化了开环频率特性的计算与作图。
- ②利用渐近直线来绘制近似的对数幅频特性曲线, 而且对数相频特性曲线具有奇对称于转折频率点的性质, 这些可使作图大为简化。
- ③通过对数的表达式, 可以在一张图上既能绘制出频率特性的中、高频特性, 又能清晰地画出其低频特性。

(2) 极坐标图 (或称为奈奎斯特图)

(3) 对数幅相图 (或称为尼柯尔斯图)

本次实验中, 采用对数频率特性图来进行频域响应的分析研究。实验中提供了两种实验测试方法: 直接测量和间接测量。

### 直接频率特性的测量

用来直接测量对象的输出频率特性, 适用于时域响应曲线收敛的对象 (如: 惯性环节)。该方法在时域曲线窗口将信号源和被测系统的响应曲线显示出来, 直接测量对象输出与信号源的相位差及幅值衰减情况, 就可得到对象的频率特性。

### 间接频率特性的测量

用来测量闭环系统的开环特性, 因为有些线性系统的开环时域响应曲线发散, 幅值不易测量, 可将其构成闭环负反馈稳定系统后, 通过测量信号源、反馈信号、误差信号的关系, 从而推导出对象的开环频率特性。

#### 4. 举例说明间接和直接频率特性测量方法的使用。

##### (1) 间接频率特性测量方法

###### ① 对象为积分环节：1/0.1S

由于积分环节的开环时域响应曲线不收敛，稳态幅值无法测出，我们采用间接测量方法，将其构成闭环，根据闭环时的反馈及误差的相互关系，得出积分环节的频率特性。

###### ② 将积分环节构成单位负反馈，模拟电路构成如图 3.1-1 所示。

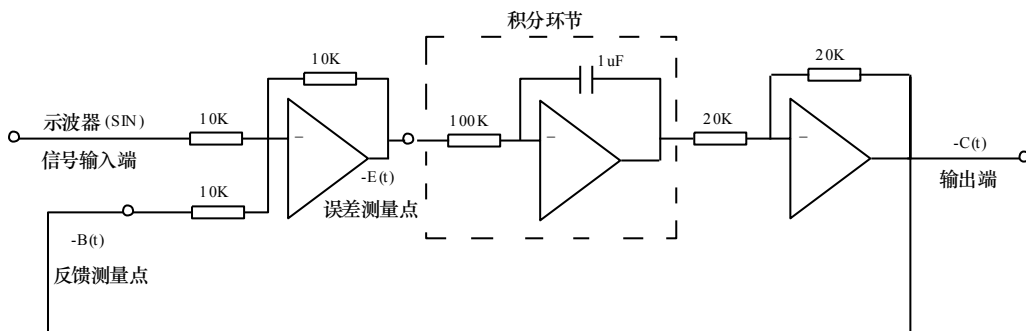


图 3.1-1

###### ③ 理论依据

图 3.1-1 所示的开环频率特性为： $G(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{E(j\omega)} = \left| \frac{B(j\omega)}{E(j\omega)} \right| \angle \frac{B(j\omega)}{E(j\omega)}$

采用对数幅频特性和相频特性表示，则上式表示为：

$$20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg \left| \frac{B(j\omega)}{E(j\omega)} \right| = 20 \lg |B(j\omega)| - 20 \lg |E(j\omega)|$$

$$\angle G(j\omega) = \angle \frac{B(j\omega)}{E(j\omega)} = \angle B(j\omega) - \angle E(j\omega)$$

其中  $G(j\omega)$  为积分环节，所以只要将反馈信号、误差信号的幅值及相位按上式计算出来即可得积分环节的波特图。

④ 测量方式：实验中采用间接方式，只须用两路表笔 CH1 和 CH2 来测量图 3.1-1 中的反馈测量点和误差测量点，通过移动游标，确定两路信号和输入信号之间的相位和幅值关系，即可间接得出积分环节的波特图。

##### (2) 直接频率特性测量方法

只要环节的时域响应曲线收敛就不用构成闭环系统而采用直接测量法直接测量输入、输

出信号的幅值和相位关系，就可得出环节的频率特性。

① 实验对象：选择一阶惯性其传函为  $G(S) = \frac{1}{0.1S+1}$ 。

② 结构框图：如图所示

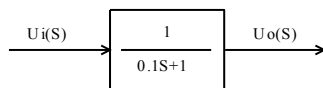


图 3.1-2

③ 模拟电路图

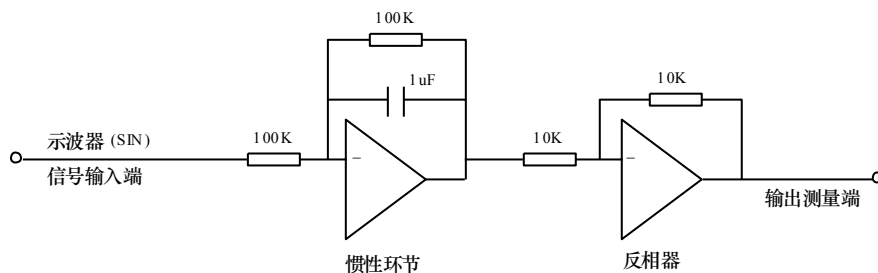


图 3.1-3

④ 测量方式：实验中选择直接测量方式，用 CH1 路表笔测输出测量端，通过移动游标，测得输出与信号源的幅值和相位关系，直接得出一阶惯性环节的频率特性。

## (二). 实验内容

本次实验利用教学实验系统提供的频率特性测试虚拟仪器进行测试，画出对象波特图和极坐标图。

### 1. 实验对象的结构框图

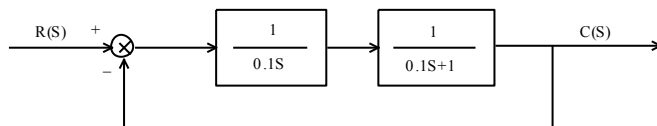


图 3.1-4

### 2. 模拟电路图

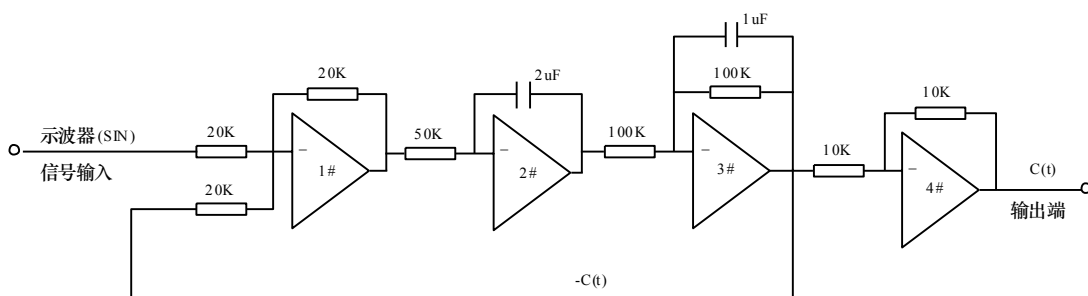


图 3.1-5

开环传函为： 
$$G(S) = \frac{1}{0.1S(0.1S+1)},$$

闭环传函： 
$$\Phi(S) = \frac{1}{0.01S^2 + 0.1S + 1} = \frac{100}{S^2 + 10S + 100},$$

得转折频率  $\omega = 10(\text{rad/s})$ ，阻尼比  $\xi = 0.5$ 。

### 3.1.4 实验步骤

此次实验，采用直接测量方法测量对象的闭环频率特性及间接测量方法测量对象的频率特性。


1. 实验接线：按模拟电路图 3.1-5 接线，

**TD-ACC+的接线：**将信号源单元的“ST”插针分别与“S”插针和“+5V”插针断开，运放的锁零控制端“ST”此时接至示波器单元的“SL”插针处，锁零端受“SL”来控制。将示波器单元的“SIN”接至图 3.1-5 中的信号输入端，

**TD-ACS 的接线：**将信号源单元的“ST”插针分别与“S”插针和“+5V”插针断开，运放的锁零控制端“ST”此时接至控制计算机单元的“DOUT0”插针处，锁零端受“DOUT0”来控制。将数模转换单元的“/CS”接至控制计算机的“/IOY1”，数模转换单元的“OUT1”，接至图 3.1-5 中的信号输入端。

2. 直接测量方法（测对象的闭环频率特性）

(1) “CH1”路表笔插至图 3.1-5 中的 4# 运放的输出端。

(2) 打开集成软件中的频率特性测量界面，弹出时域窗口，点击  按钮，在弹出的窗口中根据需要设置好几组正弦波信号的角频率和幅值，选择测量方式为“直接”测量，每组参数应选择合适的波形比例系数，具体如下图所示：

参数设置

参数设置

电压值(1-5)V

3

角频率(0.1-1000)rad/s

0.1

反馈比例(v/格):

1

误差比例(v/格):

1

测量方式:

直接

参数列表:


电压值	角频率	反馈比例	误差比例
3	1	1	0.5
3	2	1	0.5
3	5	2	1
3	8	2	2
3	10	1	2
3	12	1	2
3	15	0.5	2
3	20	0.5	2
3	50	0.1	1
3	100	0.1	1


添加

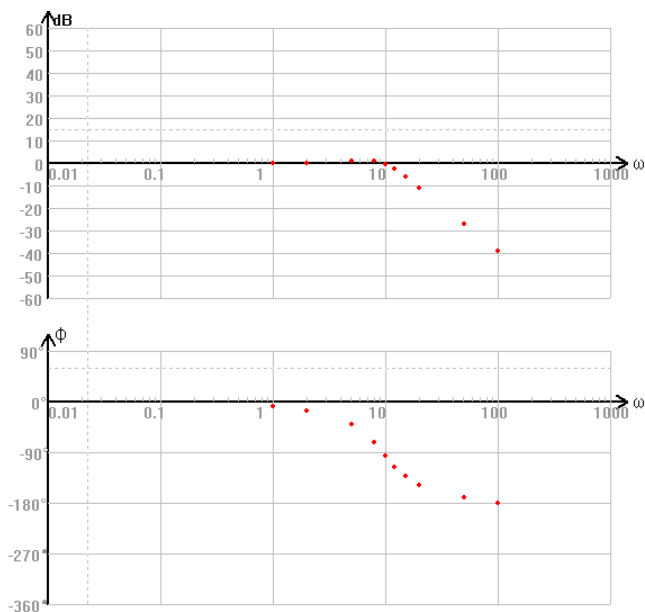
删除

确定

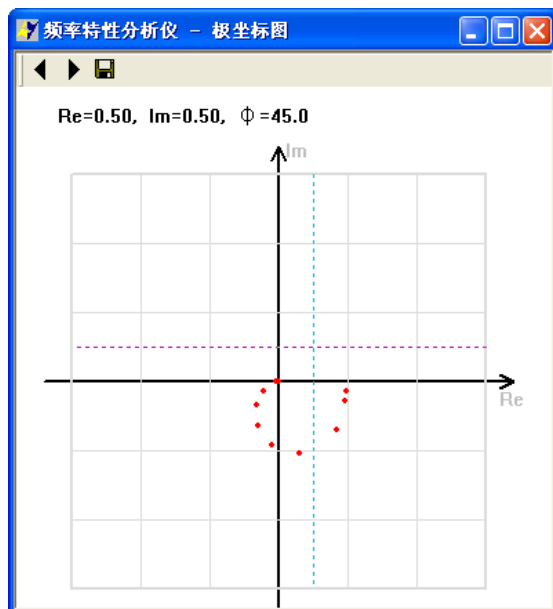
取消

(3) 确认设置的各项参数后, 点击  按钮, 发送一组参数, 待测试完毕, 显示时域波形, 此时需要用户自行移动游标, 将两路游标同时放置在两路信号的相邻的波峰(波谷)处, 或零点处, 来确定两路信号的相位差。两路信号的幅值系统 will 自动读出。重复操作(3), 直到所有参数测量完毕。

(4) 待所有参数测量完毕后, 点击  按钮, 弹出波特图窗口, 观察所测得的波特图, 该图由若干点构成, 幅频和相频上同一角频率下两个点对应一组参数下的测量结果。



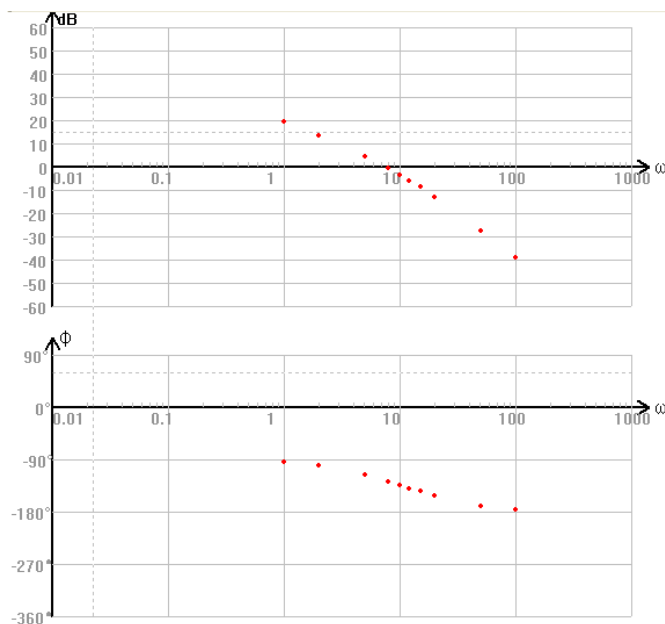
点击极坐标图按钮 ，可以得到对象的闭环极坐标如下：



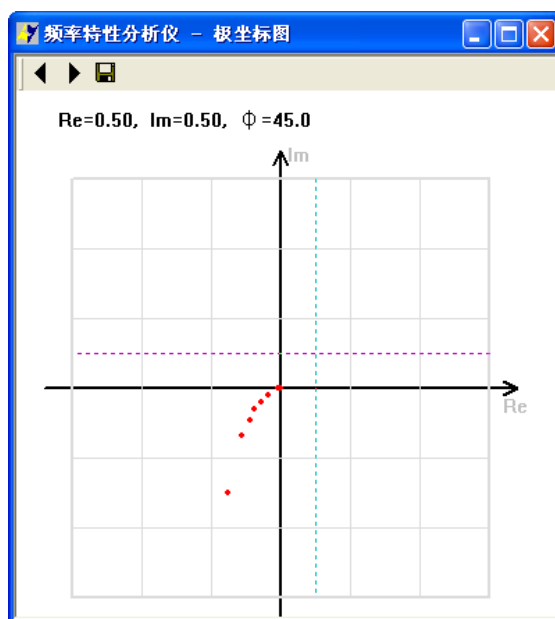
(5) 根据所测图形可适当修正正弦波信号的角频率和幅值重新测量，达到满意的效果。

### 3. 间接测量方法：(测对象的开环频率特性)

将示波器的“CH1”接至3#运放的输出端，“CH2”接至1#运放的输出端。按直接测量的参数将参数设置好，将测量方式改为“间接”测量。此时相位差是反馈信号和误差信号的相位差，应将两根游标放在反馈和误差信号上。测得对象的开环波特图如下：



测得对象的开环极坐标图如下：



4. 注意：

(1) 测量过程中要去除运放本身的反相的作用，即保持两路测量点的相位关系与运放无关，所以在测量过程中可能要适当加入反相器，滤除由运放所导致的相位问题。

(2) 测量过程中，可能会由于所测信号幅值衰减太大，信号很难读出，须放大，若放大的比例系数不合适，会导致测量误差较大。所以要适当地调整误差或反馈比例系数。



## 第4章 非线性系统的相平面分析

前几章中,叙述的是线性控制系统的分析和计算方法,所谓线性系统指的是线性常系数微分方程所描述的系统。但实际应用中,完全线性的系统是不存在的,因为组成控制系统的元件,其静态特性都存在着不同程度的非线性,但只要系统不包含有特殊本质的非线性元件,并且传输的信号也不太大,那么根据线性系统分析法所得到的结果也同样适用于该类系统。

非线性系统与线性系统的本质区别。

线性系统输入与输出的关系可用线性微分方程来描述,能用叠加原理进行分析;而非线性系统的输入与输出的关系要用非线性微分方程描述,不能用叠加原理来分析。

线性系统的稳定性仅取决于系统本身的结构和参数,与初始条件和输入信号无关;而非线性系统的稳定性,除了与系统本身的结构和参数有关系外,还依赖于初始条件和输入信号的性质。

从频域的观点出发,给线性系统输入一个正弦或余弦信号,则输出响应也是同一频率的正弦或余弦信号,不同的仅在于输出响应的振幅和相位依系统特性和输入信号的频率而定。输入信号振幅的变化,仅使输出响应的振幅呈比例变化,而不影响其波形,即线性系统不会输出输入信号未包含的频率分量。但是,非线性系统输出信号的波形不仅与系统的特性有关,而且强烈地依赖输入信号的大小,即输出信号常含有输入信号所没有的频率分量。

调换线性系统各串联环节的位置不影响分析的结果;但在非线性系统中,非线性环节和线性环节的位置不能互相调换,否则会导致错误的结论。本章实验先从典型环节的特性研究着手,然后用相平面分析法再对非线性系统的性能进行分析、研究并结合实验,描述了如何改善非线性系统的性能指标。

### 4.1 典型非线性环节

本次实验以运算放大器为基本单元,在输入端和反馈网络中设置相应元件(稳压管、二级管、电阻和电容)组成各种典型非线性的模拟电路,来模拟实际系统中常见的继电、饱和、死区、间隙等典型的非线性特性,并对典型非线性特性进行详细的理论分析和实验研究,从而为非线性系统的研究打下良好的基础。

#### 4.1.1 实验目的

1. 熟悉各典型非线性环节的理论分析。
2. 了解典型非线性环节的输入、输出在  $X\_Y$  坐标上的曲线,并通过实验测量来和理论曲线进行对比分析。

## 4.1.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

## 4.1.3 实验原理及内容

### 1. 继电特性

#### (1) 模拟电路图

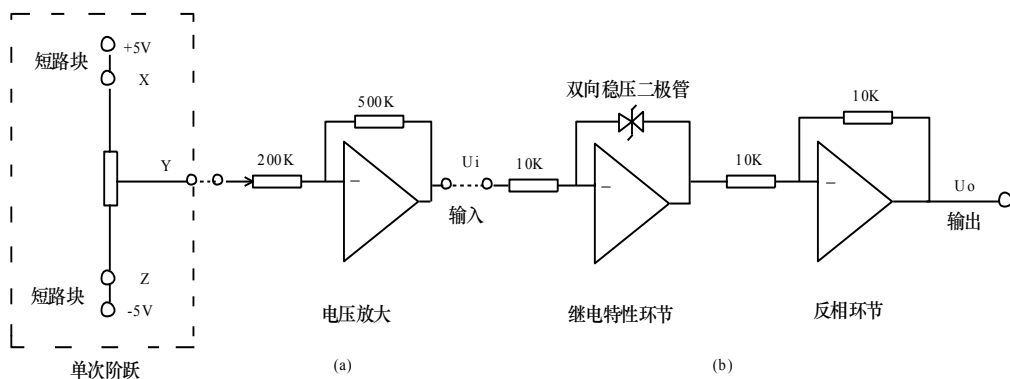


图 4.1-1

图中双向稳压二极管在实验装置中由两只单向的 5.1V 的稳压二极管负极对接而成。

(2) 将输入、输出电压在 X\_Y 坐标上的实际测量曲线与理论响应曲线做对比并予以分析。

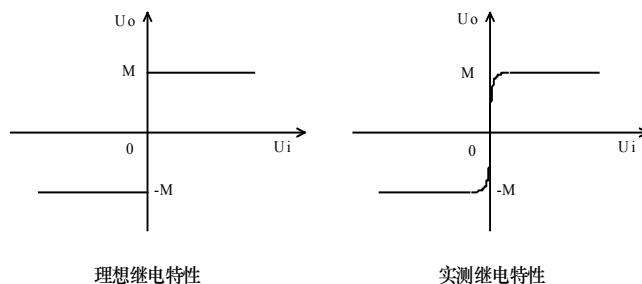


图 4.1-2

图 4.1-2 中  $M$  值等于双向稳压管的稳定值。

### 2. 饱和特性

(1) 模拟电路图：将图 4.1-1 中的 (b) 部分用图 4.1-3 代替。

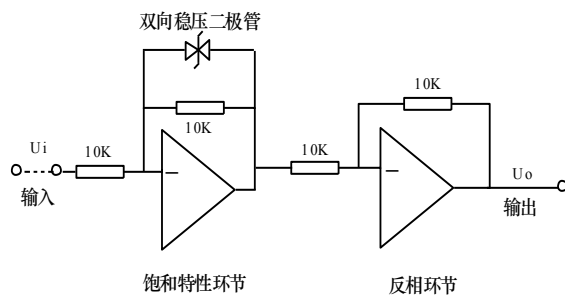


图 4.1-3

(2) 输入、输出电压在  $X_Y$  坐标上的实际测量曲线与理论响应曲线对比及分析。

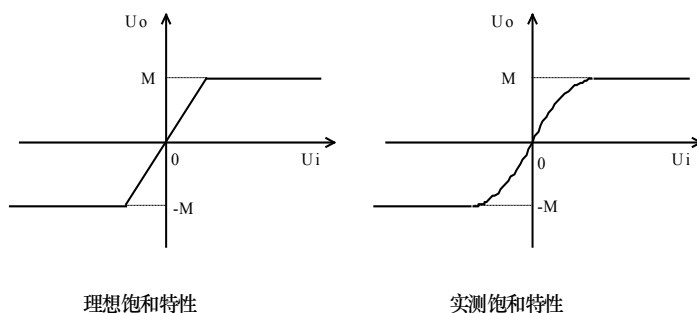


图 4.1-4

理想饱和特性图中特性饱和值等于稳压管的稳压值，斜率  $K$  等于前一级反馈电阻值与输入电阻之比，即： $K = R_1/R$

### 3. 死区特性

(1) 模拟电路图

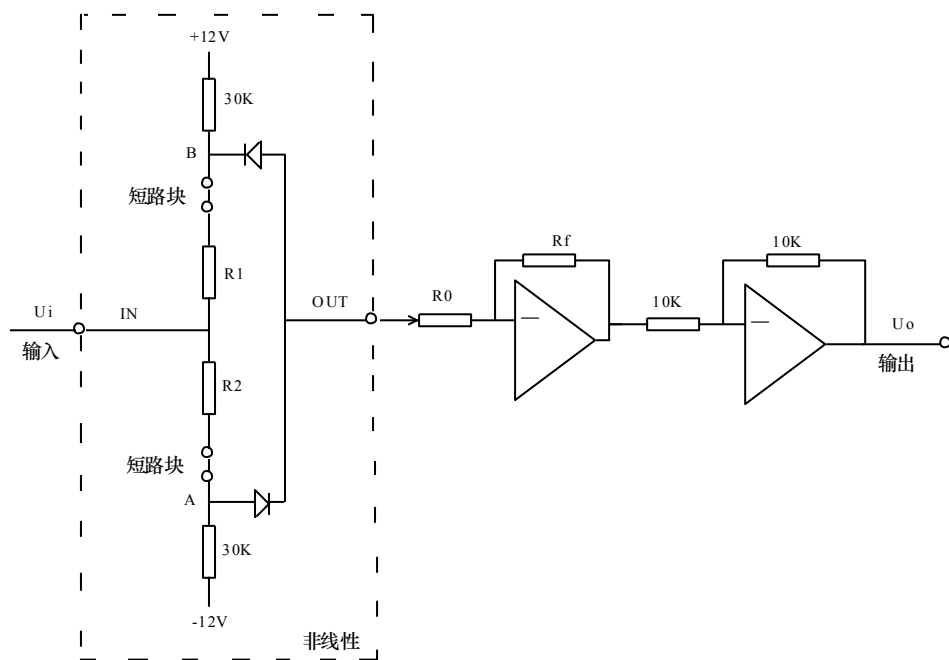


图 4.1-5

(2) 将输入、输出电压在X\_Y坐标上的实际测量曲线与理论响应曲线做对比并予以分析。

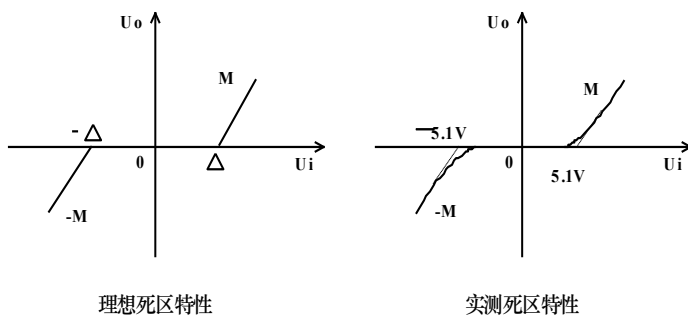


图 4.1-6

图 4.1-6 中特性的斜率  $K$  为:  $K = \frac{R_f}{R_0}$ , 死区  $\Delta = \frac{R_2}{30} \times 12(V) = 0.4R_2(V)$ , 式中  $R_2$  的单位  $K\Omega$ , 且  $R_2 = R_1$  (实际  $\Delta$  还应考虑二极管的压降值)。

#### 4. 间隙特性

##### (1) 模拟电路图

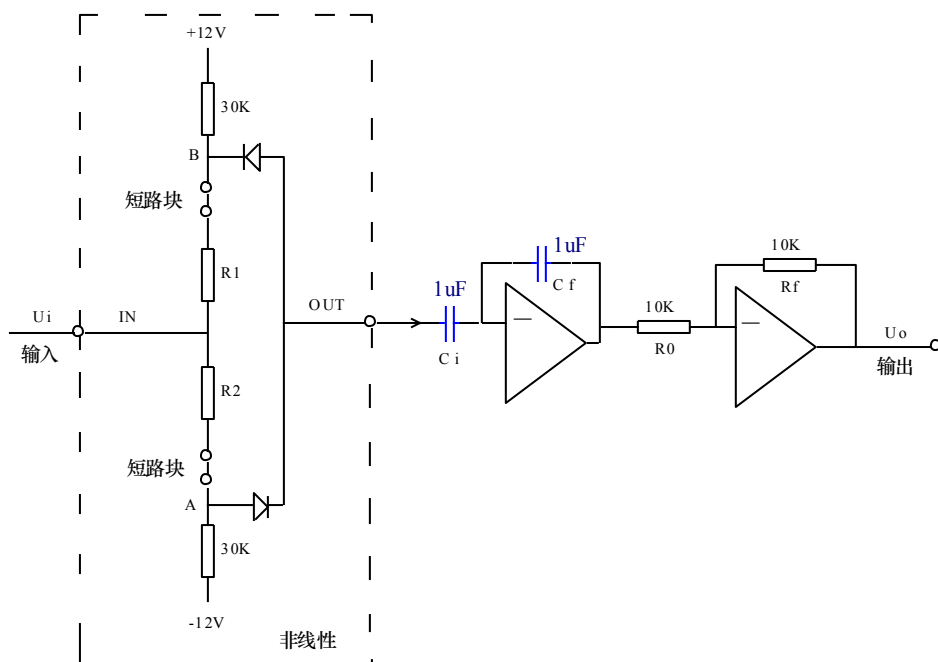


图 4.1-7

(2) 将输入、输出电压在 X\_Y 坐标上的实际测量曲线与理论响应曲线做一对比并予以分析。见图 4.1-8

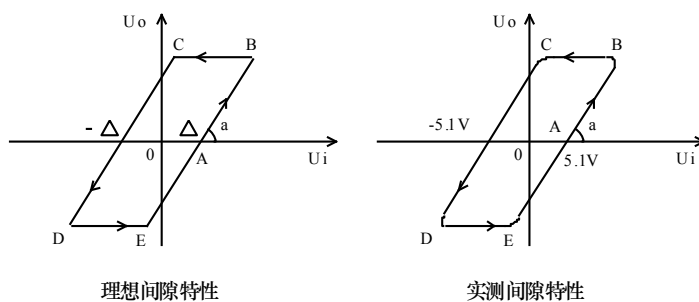


图 4.1-8

间隙特性如上图所示，图中空间特性的宽度  $\Delta(OA)$  为：

$$\Delta = \frac{R_2}{30} \times 12(V) = 0.4R_2(V) \quad (4.1-1)$$

式中  $R_2$  的单位为  $K\Omega$ ，且  $R_1 = R_2$ 。特性斜率为：
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{C_i}{C_f} \times \frac{R_f}{R_0} \quad (4.1-2)$$

根据式 (4.1-1) 和 (4.1-2), 改变  $R_2$  和  $R_1$  可改变空间特性的宽度; 改变  $\frac{R_f}{R_0}$  或  $\frac{C_i}{C_f}$  的比值可调节特性斜率 ( $\text{tg}\alpha$ )。

#### 4.1.4 实验步骤

1. 准备: 将信号源单元的“ST”插针和“+5V”插针用“短路块”短接。

2. 实验步骤

(1) 按图 4.1-1 接线, 图中的 (a) 和 (b) 之间的虚线处用导线连接好 (a 中的 +5V 与 Z、-5V 与 X 之间分别用短路块短接)。

(2) 将“CH1”和“CH2”路表笔分别接至模拟电路中的输入端 ( $U_i$ ) 和输出端 ( $U_o$ ), 打开集成软件中的 X\_Y 测量窗口, 开始测量。

(3) 调节电位器, 改变输入电压  $U_i$ , 观测并记录  $U_o \sim U_i$  图形, 响应曲线可参照 4.1.3 节中介绍。

(4) 分别按图 4.1-3, 图 4.1-5, 图 4.1-7 接线, 输入电压电路采用图 4.1-1 中的办法, 重复上述步骤 (2) ~ (3) 观察并记录各典型非线性环节的输入电压和输出电压的对应关系。

(5) 注意: 实验前应对电容进行放电操作, 方法是先将此环节和其它环节及信号源断开, 然后将电容两端分别短接即可。

## 4.2 二阶非线性系统实验

非线性系统的分析方法有相平面法，描述函数法，计算机求解法。本次实验主要从相平面分析法着手，结合实验对非线性系统进行分析、研究。相平面法是求解一、二阶常微分方程的图解法。相轨迹则表征系统在某个初始条件下的运动过程，相轨迹可用图解法求得，也可用实验法直接获得。当改变阶跃信号的幅值，即改变系统的初始条件时，便获得一系列相轨迹。根据相轨迹的形状和位置就能分析系统的瞬态响应和稳态误差。它是时域分析法在非线性系统中的推广应用，适用于低阶系统。

### 4.2.1 实验目的

1. 了解相平面分析法，由相轨迹图分析系统的各项动态、静态性能。
2. 用相平面法来分析典型非线性系统的性能指标。

### 4.2.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 4.2.3 实验原理及内容

#### 1. 继电型非线性系统

(1) 原理方块图:

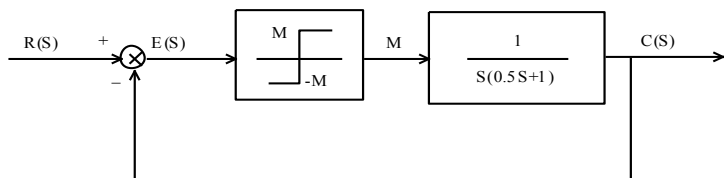


图 4.2-1

(2) 模拟电路图

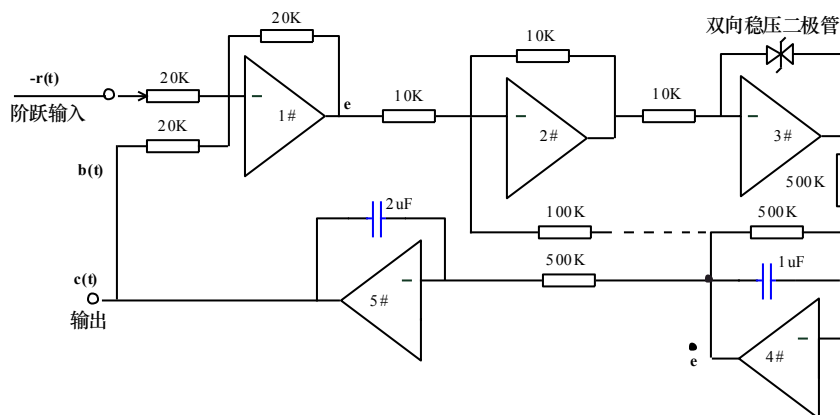


图 4.2-2

### (3) 理论分析

图 4.2-1 所示非线性系统用下述方法表示

$$\begin{cases} T\ddot{C} + \dot{C} - KM = 0 & (e > 0) \\ T\ddot{C} + \dot{C} + KM = 0 & (e < 0) \end{cases} \quad (4.2-1)$$

式中  $T$  为时间常数 ( $T=0.5$ ),  $K$  为线性部分开环增益 ( $K=1$ ),  $M$  为稳压管稳压值。采用  $e$  和  $\dot{e}$  为相平面坐标, 以及考虑

$$e = r - c \quad (4.2-2)$$

$$r = R \cdot 1(t), \quad \dot{e} = -\dot{c} \quad (4.2-3)$$

则式 (4.2-1)变为

$$\begin{cases} T\ddot{e} + \dot{e} + KM = 0 & (e > 0) \\ T\ddot{e} + \dot{e} - KM = 0 & (e < 0) \end{cases} \quad (4.2-4)$$

代入  $T=0.5$ 、 $K=1$ 、以及所选用稳压管值  $M$ , 应用等倾线法作出当初始条件为

$$e(0) = r(0) - c(0) = r(0) = R$$

时的相轨迹, 改变  $r(0)$  值就可得到一簇相轨迹。



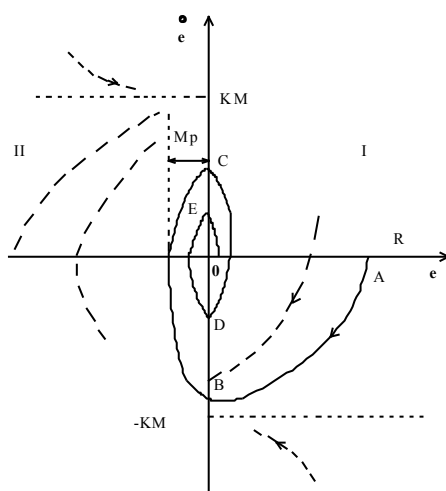


图 4.2-3

图 4.2-1 所示系统的相轨迹曲线如图 4.2-3 所示。图中的纵坐标轴将相平面分成两个区域 (I 和 II)， $\dot{e}$  轴是两组相轨迹的分界线。系统在阶跃信号下，在区域 I 内，例如在初始点 A 开始沿相轨迹运动到分界线上的点 B，从 B 点开始在区域 II 内，沿区域 II 内的相轨迹运动到点 C 再进入区域 I，经过几次往返运动，若是理想继电特性，则系统逐渐收敛于原点。

## 2. 带速度负反馈的继电型非线性系统

(1) 原理方块图如图 4.2-4 所示

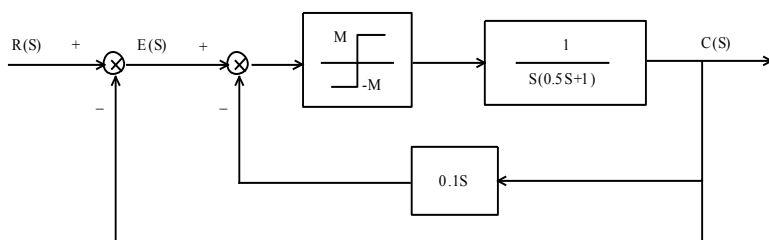


图 4.2-4

(2) 模拟电路: 将图 4.2-2 中的虚线用导线连接，则图 4.2-2 就是图 4.2-4 的模拟电路。

(3) 理论分析: 相轨迹示于图 4.2-5。显然，继电型非线性系统采用速度反馈可以减小超调量  $M_p$ ，缩短调节时间  $t_s$ ，减小振荡次数。

图中分界线由方程

$$e + k_s \dot{e} = 0 \quad (4.2-5)$$

确定，式中  $k_s$  为反馈系数 (图 4.2-4 中  $k_s = 0.1$ )。

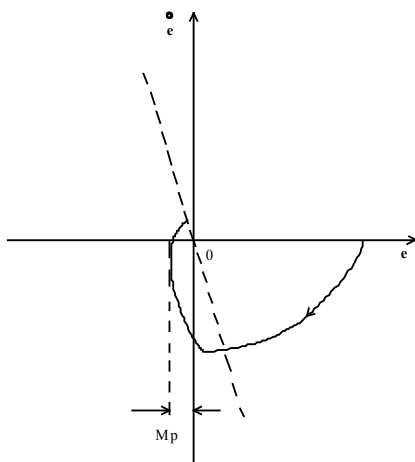


图 4.2-5 图 4.2-4 的相轨迹

### 3. 饱和非线性系统

(1) 原理方块图: 见图 4.2-6

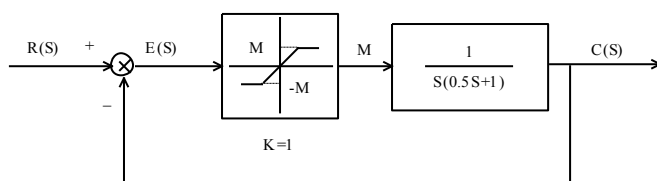


图 4.2-6 饱和非线性系统

(2) 模拟电路图：如图图 4.2-7 所示。

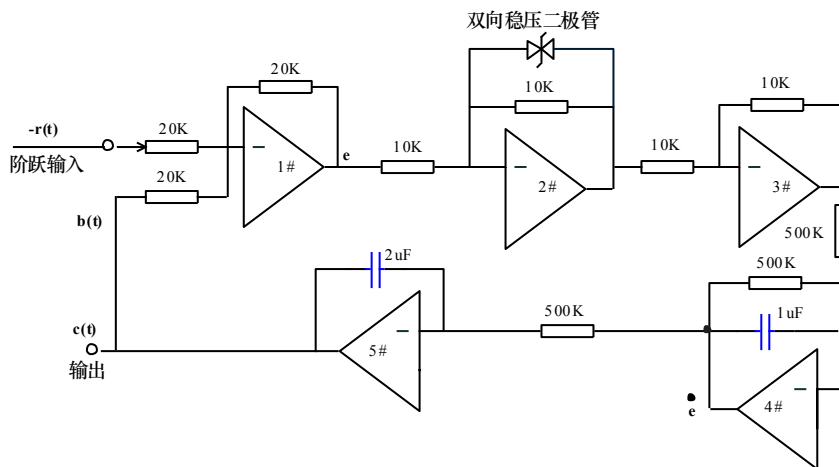


图 4.2-7 饱和非线性系统模拟电路

图 4.2-6 所示系统由下述方程式表示：

$$\begin{cases} 0.5\ddot{e} + \dot{e} + \dot{e} = 0 & (|e| < M) \\ 0.5\ddot{e} + \dot{e} + M = 0 & (e < M) \\ 0.5\ddot{e} + \dot{e} - M = 0 & (e < -M) \end{cases}$$

因此，直线  $e = M$  和  $e = -M$  将相平面  $(e - \dot{e})$  分成三个区域，如图 4.2-8 所示，

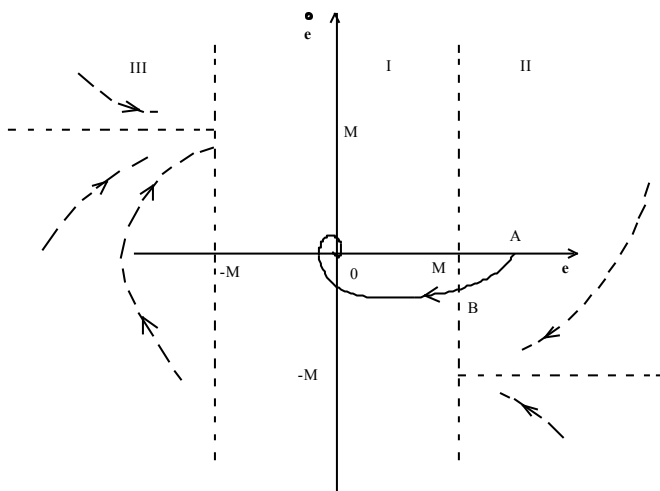


图 4.2-8 图 4.2-6 所示系统的相轨迹

假设初始点为 A，则从点 A 开始沿区域 II 的相轨迹运动至分界线上的点 B 进入区域 I，再从点 B 开始沿区域 I 的相轨迹运动，最后收敛于稳定焦点(原点)。

#### 4. 实验测量方法

从图 4.2-2 和图 4.2-7 中可以看出，由于输入的是一  $r(t)$ ，所以 1<sup>#</sup> 运算放大器的输出是  $e$ ，4<sup>#</sup> 运算放大器的输出  $-\dot{e}$  是  $\dot{e}$ ，因此将 1<sup>#</sup> 运算放大器的输出接至示波器单元的“CH1”(X 轴)输入端，而将 4<sup>#</sup> 运算放大器的输出接至示波器单元的“CH2”(Y 轴)输入端，这样打开集成软件中的“X\_Y 窗口”，开始测量，就可获得  $e - \dot{e}$  相平面上的相轨迹曲线。

#### 4.2.4 实验步骤

1. 准备：将信号源单元的“ST”端(插针)与“+5V”端(插针)用“短路块”短接，使模拟电路中的场效应管夹断(每个运放单元均设置了锁零场效应管)，这时运放处于无锁零控制的工作状态。

2. 阶跃信号的产生：

电路可采用图 4.2-9，具体接法：将“H2”插针用排线接至“X”插针，再将“Z”插针和“GND”插针用“短路块”短接，最后信号由大插孔“Y”端输出。实验中按动按钮即可

产生阶跃信号，调节电位器可以改变阶跃信号的幅值。后面的实验 4.3 用到阶跃信号时，方法同上，不再赘述。

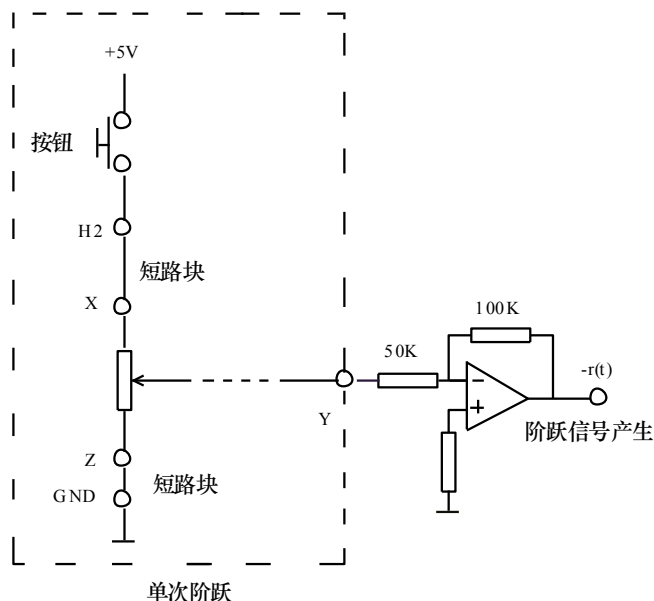


图 4.2-9

3. 用相轨迹分析继电型非线性系统在阶跃信号下的瞬态响应和稳态误差。

(1) 按图 4.2-2 接线，检查无误后打开设备电源。

(2) 将示波器单元的“CH1”接至 1<sup>#</sup> 运算放大器输出端，“CH2”接至 4<sup>#</sup> 运算放大器输出端，并打开集成软件中的“X\_Y 测量窗口”，开始测量，将阶跃信号接至输入端按动按钮，观察并记录系统在  $e-\dot{e}$  相平面上的相轨迹；调节单次阶跃单元的电位器使输入信号  $-r(t)$  为 8V 的阶跃信号，并测量系统的超调量  $M_p$  及振荡次数。

4. 用相轨迹分析带速度负反馈继电型非线性系统在阶跃信号下的瞬态响应和稳态误差。

(1) 将图 4.2-2 中的虚线用导线连好，检查无误后打开设备电源。

(2) 将示波器单元的 CH1 接至 1<sup>#</sup> 运算放大器的输出端，CH2 接至 4<sup>#</sup> 运算放大器的输出端，打开集成软件中的 X\_Y 测量窗口开始测量，按动按钮，观察并记录系统在  $e-\dot{e}$  平面的相轨迹；测量在 8V 阶跃信号下系统的超调量及振荡次数。改变阶跃信号的幅值，分别取 6V、4V、2V 和 1V，再次观察。

5. 用相轨迹分析饱和非线性系统在阶跃信号下的瞬态响应和稳态误差。

(1) 按图 4.2-7 接线，检查无误后打开设备电源。

(2) 重复上面 3 中的(2)实验步骤，并记录参数。

## 4.2.5 实验分析

1. 研究带速度负反馈继电型非线性系统动态性能。实验测得数据如表 4.2-1 所示

表 4.2-1 (当  $U_i = 8V$  时)

	不带速度负反馈的继电型非线性系统	带速度负反馈的继电型非线性系统
$M_p$	0.85V	0.3V
振荡次数	2 次	无

很显然，当继电型非线性系统加上速度负反馈可以减小超调量，即平稳性加大，缩短调节时间  $t_s$ ，减小振荡次数，系统的快速性得到提高。

## 2. 研究饱和非线性系统

通过试验，测得此时当  $U_i = 8V$  阶跃输入时，系统无振荡。

由于饱和特性在大信号时的等效增益很低，故带饱和和非线性的控制系统，一般在大起始偏离下总具有收敛的性质，系统最终可能稳定，最坏的情况是自振，而不会造成大的不稳定状态。当然，如果饱和点过低，则在提高系统平稳性的同时，将使系统的快速性和稳态跟踪精度有所下降。

## 3. 三种非线性系统的相轨迹图：见图 4.2-9。

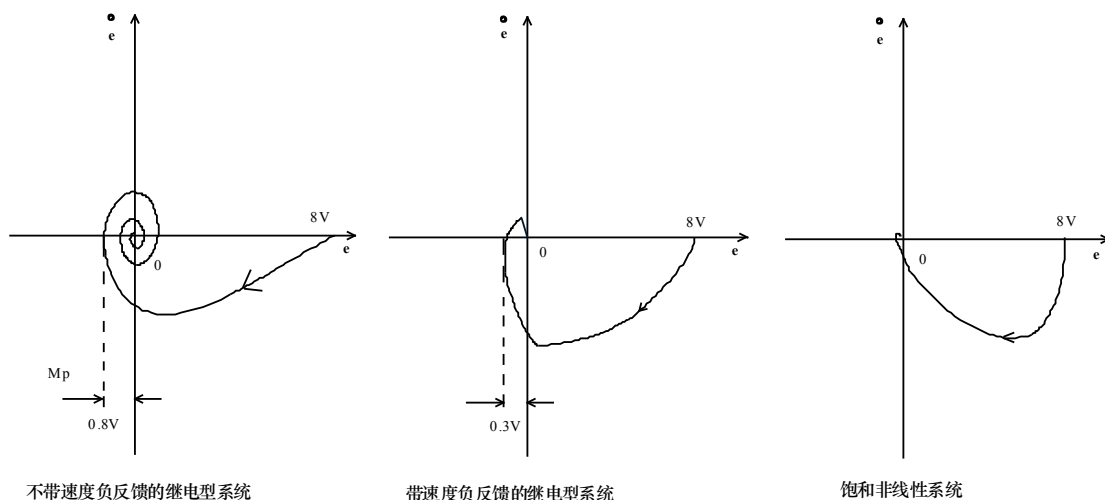


图 4.2-9

## 4.3 三阶非线性系统实验

对于二阶非线性系统，相平面图含有系统运动的全部信息，对于高阶系统，相平面图虽然不包含系统运动的全部信息，但是相平面图表征了系统某些状态的运动过程，而用实验法可以直接获得系统的相轨迹，因此它对于高阶系统的研究也是有用的。

### 4.3.1 实验目的

1. 用相平面分析方法，分析研究三阶典型非线性系统的稳定性。

### 4.3.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 4.3.3 实验原理及内容

#### 1. 继电型非线性

- (1) 三阶系统原理方块图如图 4.3-1 所示。

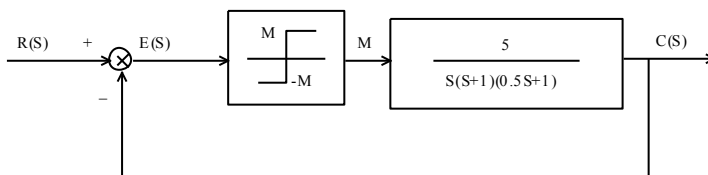


图 4.3-1 继电型非线性三阶系统

- (2) 模拟电路

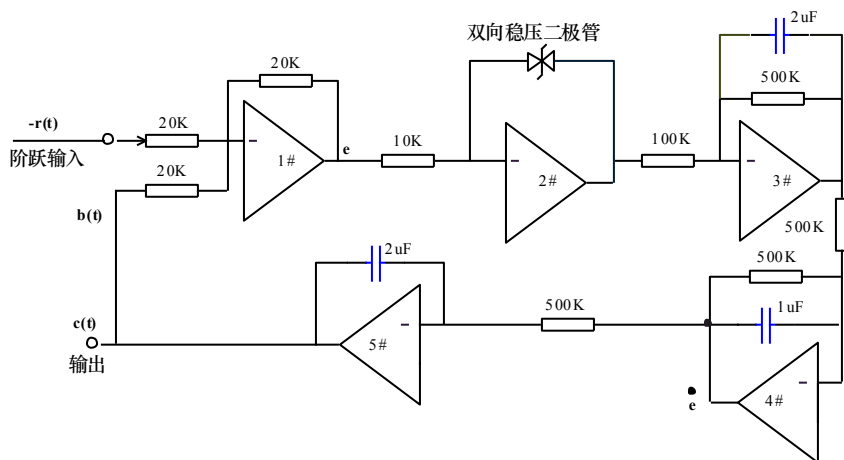


图 4.3-2 继电型非线性三阶系统模拟电路

### (3) 理论分析

用描述函数法来分析图 4.3-1 所示继电型非线性三阶系统的稳定性:

先在复平面  $G(S)$  上分别画出线性部分  $G(j\omega)$  轨迹和非线性元件的  $-1/N$  轨迹, 然后分析系统的稳定性, 若存在极限环则求出极限环的振幅和频率 (或周期)。图 4.3-3 给出了图 4.3-1 所示系统的非线性元件的  $-1/N$  轨迹及线性部分的  $G(j\omega)$  轨迹。从图中可看到, 两轨迹相交于点 A, 可判断出系统存在稳定的极限环。

$$\text{令} \quad \text{Im}[G(j\omega)] = 0 \quad (4.3-1)$$

可求出极限环的角频率  $\omega_A$  (周期  $T = \frac{2\pi}{\omega_A}$ )

$$\text{令} \quad -\frac{1}{N} = R_0[G(j\omega_A)] \quad (4.3-2)$$

可求得  $N$ 。再根据描述函数公式或曲线图可得到极限环的振幅值, 这里, 继电型非线性元件

$$N = \frac{4M}{\pi E_M} \quad (4.3-3)$$

式中  $E_M$  为非线性元件的输入振幅值, 因此, 极限环的振幅  $E_M$  为:

$$E_M = \frac{4M}{\pi N} \quad (4.3-4)$$

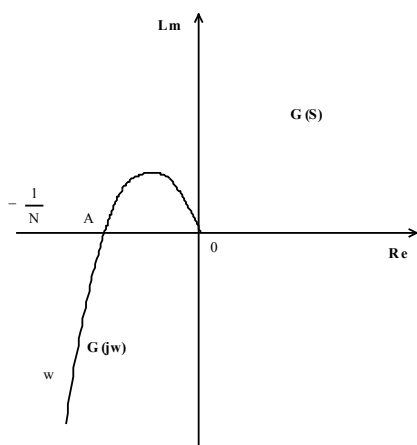


图 4.3-3 图 4.3-1 的  $-\frac{1}{N}$  和  $G(j\omega_A)$  图形

## 2. 饱和型非线性三阶系统

### (1) 原理方块图

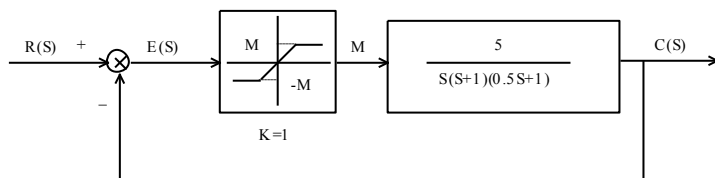


图 4.3-4 饱和型非线性三阶系统

### (2) 模拟电路

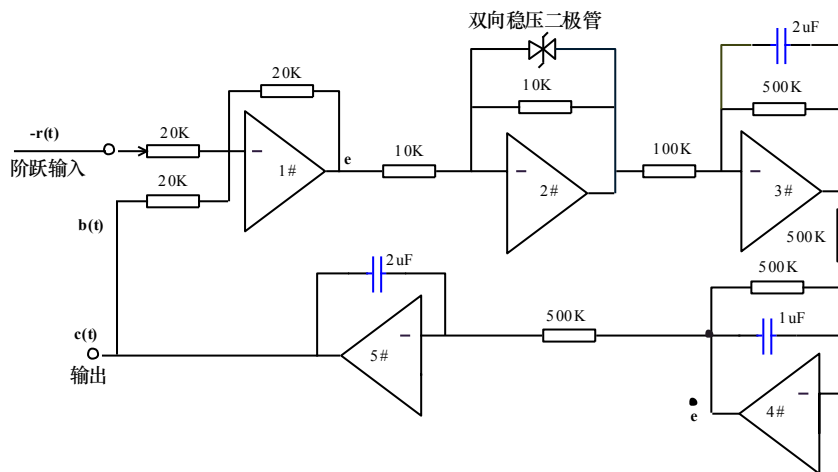


图 4.3-5 饱和型非线性三阶系统模拟电路



图 4.3-4 所示的饱和非线性系统的  $-1/N$  轨迹及  $G(j\omega_A)$  轨迹示于图 4.3-6。两轨迹相交于点 A，系统存在稳定极限环。同样可以用描述函数法求出极限环的振幅和频率（或周期）。

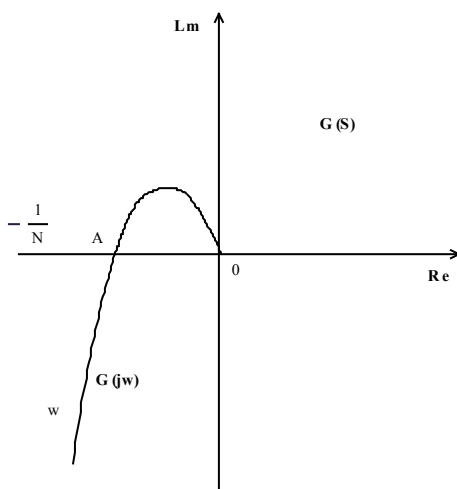


图 4.3-6 图 4.3-4 系统的  $-\frac{1}{N}$  和  $G(j\omega_A)$  图形

若减小图 4.3-4（图 4.3-5）中线性部分的增益使  $G(j\omega_A)$  与  $-1/N$  不相交，如图 4.3-6 中虚线所示  $G(j\omega_A)$ ，则系统极限环消失，系统变为稳定系统。

### 3. 实验测量方法

从图 4.3-2 和图 4.3-5 中可以看出，由于输入的是一  $r(t)$ ，所以 1# 运算放大器的输出是  $e$ ，4# 运算放大器的输出  $-\dot{e}$  是  $\dot{e}$ ，因此将 1# 运算放大器的输出接至示波器单元的“CH1”(X 轴)输入端，而将 4# 运算放大器的输出接至示波器单元的“CH2”(Y 轴)输入端，这样打开集成软件中的“X\_Y 窗口”，开始测量，就可获得  $e-\dot{e}$  相平面上的相轨迹曲线。

#### 4.3.4 实验步骤

1. 准备：将信号源单元的“ST”的插针和“+5V”插针用“短路块”短接。
2. 阶跃信号的产生：参见实验 4.2 中的实验步骤中的阶跃信号的产生。
3. 用相平面法分析继电型非线性三阶系统。

(1) 按图 4.3-2 接线，检查无误后打开设备电源。

(2) 将 4V 的阶跃信号接至输入端，将示波器单元的“CH1”接至 1# 运放的输出端，“CH2”接至 4# 运放的输出端，打开集成软件中的“X\_Y 测量”窗口，按动阶跃按钮，观测系统在  $e-\dot{e}$  平面上的相轨迹。

(3) 测量自激振荡（极限环）的振幅和周期。

4. 用相平面法分析饱和型非线性三阶系统。

(1) 按图 4.3-5 接线，检查无误后打开设备电源。

(2) 将阶跃信号接至输入端，将示波器单元的“CH1”接至 1# 运放的输出端，“CH2”

接至 4# 运放的输出端，打开集成软件中的“X\_Y 测量”窗口，按动阶跃按钮，观测系统在  $e-\dot{e}$  平面上的相轨迹。

- (3) 测量自激振荡的振幅和角频率。
- (4) 减小线性部分增益，测量自激振荡的振幅和周期。
- (5) 继续减小线性部分增益，直至自激振荡现象消失。

### 4.3.5 实验分析

根据原理部分，求出图 4.3-1、图 4.3-4 的极限环的振幅及角频率或周期。填入下表中。

表 4.3-1

线性部分	非线性部分	角频率 $\omega_A$ (rad/s)	周期 T(s)	振幅 $E_m$ (V)
		测量值	测量值	测量值
		理论值	理论值	理论值
$G(j\omega) = \frac{5}{j\omega(j\omega+1)(0.5j\omega+1)}$	继电型	1.6	4	9
		$\sqrt{2}$	44.4	701
	饱和型	1.6	4	9
		$\sqrt{2}$	44.4	8

用示波器分别观测继电型，饱和型三阶系统的自激振荡，可读出其 T 和  $E_m$ ，试验中如适当减小线性部分的增益， $G(j\omega)$  曲线向右缩小，致使  $-1/N_0(x)$  线不相交，则自振消失。由于  $G(j\omega)$  曲线不再包围  $-1/N_0(x)$  线，闭环系统能够稳定的工作。

另外，从示波器上也可看出系统的输出为衰减振荡，自激振荡随着线性部分增益的减小而消失。

## 第5章 离散（采样）系统的稳定性分析与校正

如果控制系统中的所有信号都是时间变量的连续函数，换句话说，这些信号在全部时间上都是已知的，则这样的系统称为连续系统；如果控制系统中有一处或几处信号是一串脉冲或数码，即这些信号仅定义在离散时间上，则这样的系统称为离散系统。通常，把系统中的离散信号是脉冲序列形式的离散系统，称为采样控制系统或脉冲控制系统；而把数字序列形式的离散系统，称为数字控制系统或计算机控制系统。在采样系统中不仅有模拟部件，还有脉冲部件。通常，测量元件、执行元件和被控对象是模拟元件，其输入和输出是连续信号，即时间上和幅值上都连续的信号称模拟信号；而控制器中的脉冲元件，其输入和输出为脉冲序列，即时间上离散而幅值上连续的信号，称为离散模拟信号。为了使两种信号在系统中能互相传递，在连续信号和脉冲序列之间要用采样器，而在脉冲序列和连续信号之间要用保持器，以实现两种信号的转换。采样器和保持器是采样控制系统中两个特殊环节。

### 5.1 离散系统的稳定性分析

#### 5.1.1 实验目的

1. 掌握香农定理，了解信号的采样保持与采样周期的关系。
2. 掌握采样周期对采样系统的稳定性影响。

#### 5.1.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

#### 5.1.3 实验原理及内容

本实验采用“采样—保持器”LF398 芯片，它具有将连续信号离散后以零阶保持器输出信号的功能。其管脚连接图如 5.1-1 所示，采样周期  $T$  等于输入至 LF398 第 8 脚 (PU) 的脉冲信号周期，此脉冲由多谐振器（由 MC1555 和阻容元件构成）发生的方波经单稳电路（由 MC14538 和阻容元件构成）产生，改变多谐振荡器的周期，即改变采样周期。

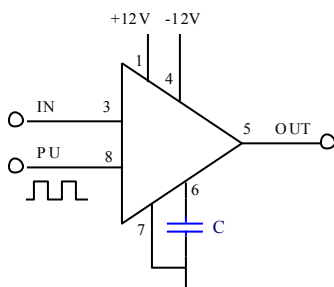


图 5.1-1 LF398 连接图

图 5.1-2 是 LF398 采样—保持器功能的原理方块图。

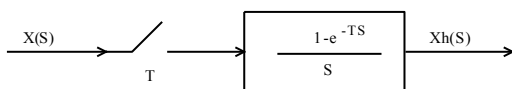


图 5.1-2 LF398 功能图

1. 信号的采样保持：电路如图 5.1-3 所示。

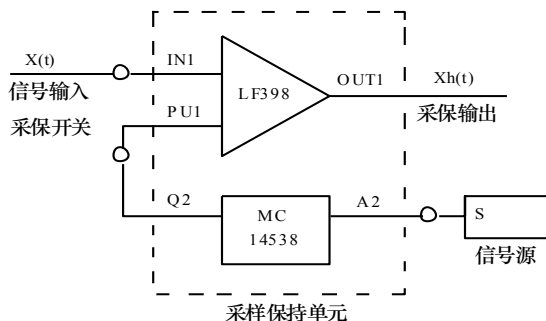


图 5.1-3 采样保持电路

连续信号  $x(t)$  经采样器采样后变为离散信号  $x^*(t)$ ，香农 (Shannon) 采样定理指出，离散信号  $x^*(t)$  可以完满地复原为连续信号条件为：

$$\omega_s \geq 2\omega_{\max} \quad (5.1-1)$$

式中  $\omega_s$  为采样角频率，且  $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ ，(T 为采样周期)， $\omega_{\max}$  为连续信号  $x(t)$  的幅频谱  $|x(j\omega)|$  的上限频率。式 (5.1-1) 也可表示为

$$T \leq \frac{\pi}{\omega_{\max}} \quad (5.1-2)$$

若连续信号  $x(t)$  是角频率为  $\omega_s = 2\pi \times 2.5$  的正弦波，它经采样后变为  $x^*(t)$ ，则  $x^*(t)$  经保持器能复原为连续信号的条件是采样周期  $T \leq \frac{\pi}{\omega_s}$ ，[正弦波  $\omega_{\max} = \omega_s = 5\pi$ ]，所以

$$T \leq \frac{\pi}{5\pi} = \frac{1}{5} = 200ms$$

## 2. 闭环采样控制系统

### (1) 原理方块图

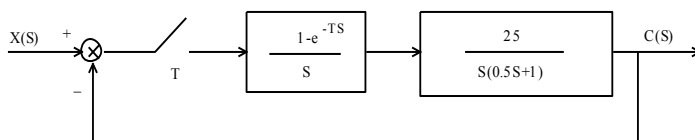


图 5.1-4 闭环采样系统

### (2) 模拟电路图

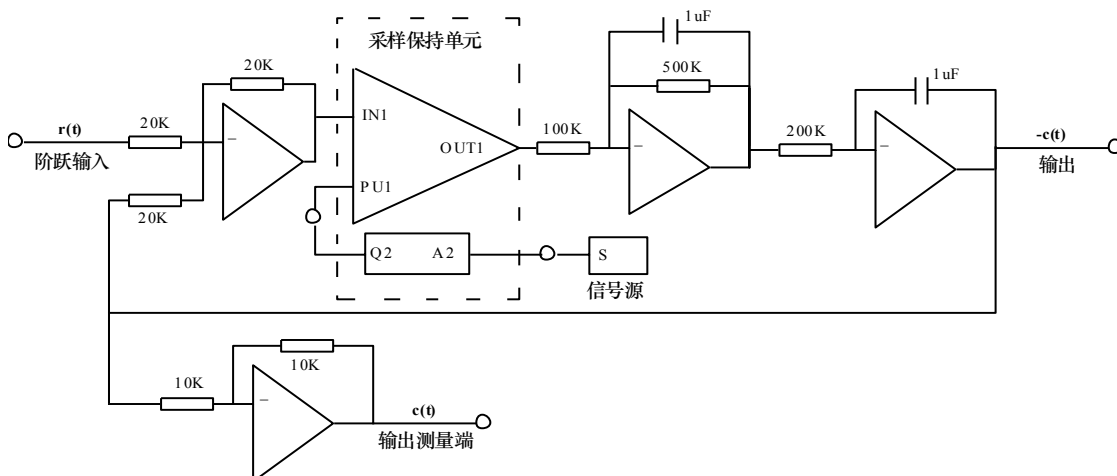


图 5.1-5 闭环采样系统电路

图 5.1-4 所示闭环采样系统的开环脉冲传递函数为：

$$Z\left[\frac{25(1 - e^{-Ts})}{s^2(0.5s + 1)}\right] = 25(1 - z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(0.5s + 1)}\right]$$

$$= \frac{12.5[(2T-1+e^{-2T})z + (1-e^{-2T}-2Te^{-2T})]}{(z-1)(z-e^{-2T})} \quad (5.1-2)$$

闭环脉冲传递函数为：

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{12.5[(2T-1+e^{-2T})z + (1-e^{-2T}-2Te^{-2T})]}{z^2 + (25T-13.5+11.5e^{-2T})z + (12.5-11.5e^{-2T}-25Te^{-2T})} \quad (5.1-3)$$

闭环采样系统的特征方程式为：

$$z^2 + (25T-13.5+11.5e^{-2T})z + (12.5-11.5e^{-2T}-25Te^{-2T}) = 0 \quad (5.1-4)$$

从式 (5.1-4) 知道，特征方程式的根与采样周期  $T$  有关，若特征根的模均小于 1，则系统稳定，若有一个特征根的模大于 1，则系统不稳定，因此系统的稳定性与采样周期  $T$  的大小有关。

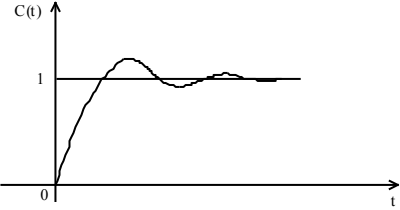
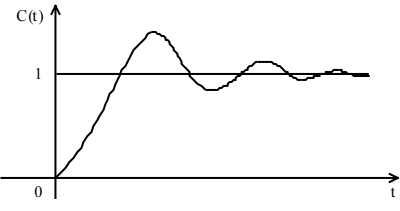
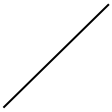
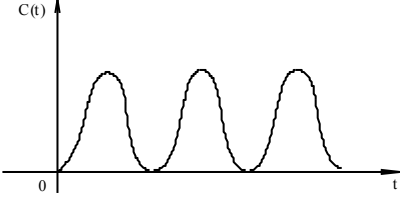
#### 5.1.4 实验步骤

1. 准备：将信号源单元的“ST”的插针和“+5V”插针用“短路块”短接。
2. 信号的采样保持实验步骤
  - (1) 按图 5.1-3 接线。检查无误后开启设备电源。
  - (2) 将正弦波单元的正弦信号（将频率调为 2.5Hz）接至 LF398 的输入端“IN1”。
  - (3) 调节信号源单元的信号频率使“S”端的方波周期为 20ms 即采样周期  $T = 20\text{ms}$ 。
  - (4) 用示波器同时观测 LF398 的 OUT1 输出和 IN1 输入，此时输出波形和输入波形一致。
  - (5) 改变采样周期，直到 200ms，观测输出波形。此时输出波形仍为输入波形的采样波形，还未失真，但当  $T > 200\text{ms}$  时，没有输出波形，即系统采样失真，从而验证了香农定理。
3. 闭环采样控制系统实验步骤
  - (1) 按图 5.1-5 接线。检查无误后开启设备电源。
  - (2) 取“S”端的方波信号周期  $T = 20\text{ms}$ 。
  - (3) 阶跃信号的产生：产生 1V 的阶跃信号。
  - (4) 加阶跃信号至  $r(t)$ ，按动阶跃按钮，观察并记录系统的输出波形  $c(t)$ ，测量超调量  $M_p$ 。
  - (5) 调节信号源单元的“S”信号频率使周期为 50ms 即采样周期  $T = 50\text{ms}$ 。系统加入阶跃信号，观察并记录系统输出波形，测量超调量  $M_p$ 。
  - (6) 调节采样周期使  $T = 120\text{ms}$ ，观察并记录系统输出波形。

### 5.1.5 实验结果:

表 5.1-1 给出了闭环采样控制系统实验的参考波形。

表 5.1-1

采样周期 $T(\text{ms})$	$M_p(\%)$	$t_s(\text{s})$	响应曲线
20	50	衰减振荡	
50	70	衰减振荡	
120		等幅振荡	

## 5.2 采样控制系统的校正

### 5.2.1 实验目的

了解采样控制系统的校正方法。

### 5.2.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验设备一台。

### 5.2.3 实验原理及内容

根据性能指标设计串联校正装置，验证校正后的系统是否满足期望性能指标。

#### 1. 校正前闭环采样系统设计

设待校正的采样系统方块图为：

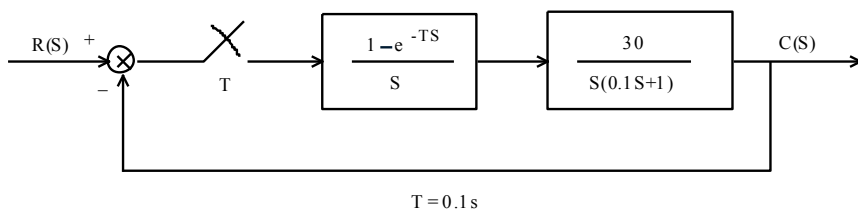


图 5.2-1 校正前采样系统

采样系统对应的的模拟电路图如下：



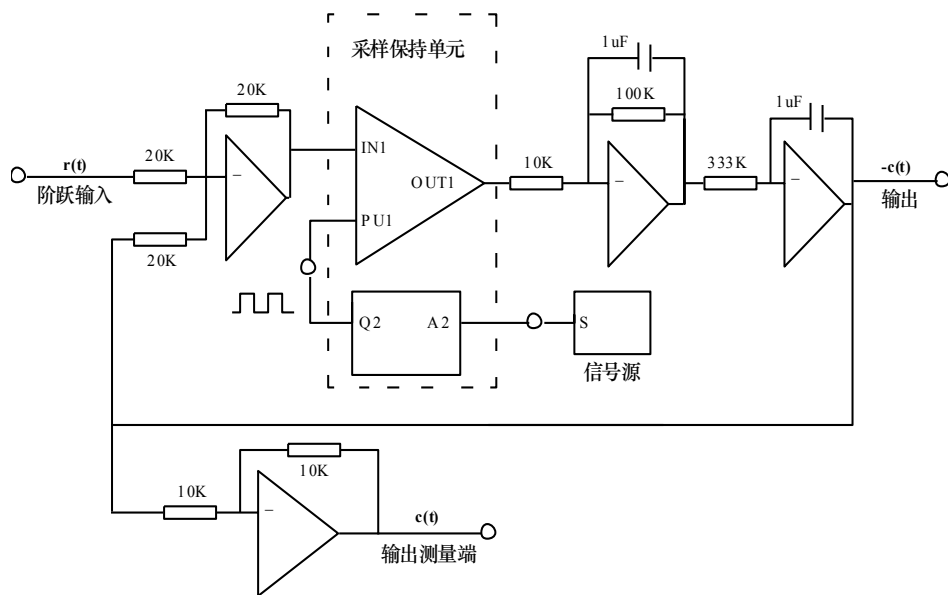


图 5.2-2 校正前系统的模拟电路

## 2. 系统期望的性能指标

(1) 静态误差系数:  $K_v \Delta \lim_{z \rightarrow 1} (Z-1)GH(Z) \geq 3$

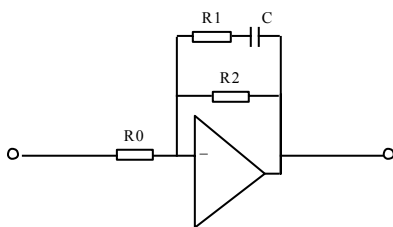
(2) 超调量:  $M_p \leq 20\%$

校正前系统的静态误差系数满足期望值，但是该系统不稳定。

## 3. 串联校正装置设计 (设计步骤略)

采用断续校正网络:  $G_c(s) = \frac{0.676s+1}{5s+1}$

校正网络采用有源校正装置，如图 5.2-3 所示。



$R0 = R2 = 432K; R1 = 68K; C = 10\mu F$

图 5.2-3 校正装置

校正装置的传递函数为：
$$G_c(S) = \frac{R_2}{R_0} \frac{R_1 CS + 1}{(R_1 + R_2)CS + 1} = \frac{0.68S + 1}{5S + 1}$$

图 5.2-4 是校正后采样系统的方块图。图 5.2-5 是校正后采样系统的模拟电路。

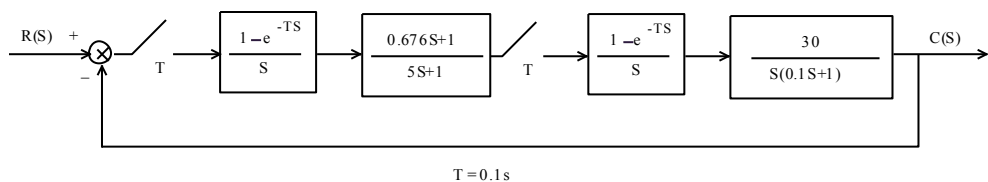


图 5.2-4 校正后采样系统

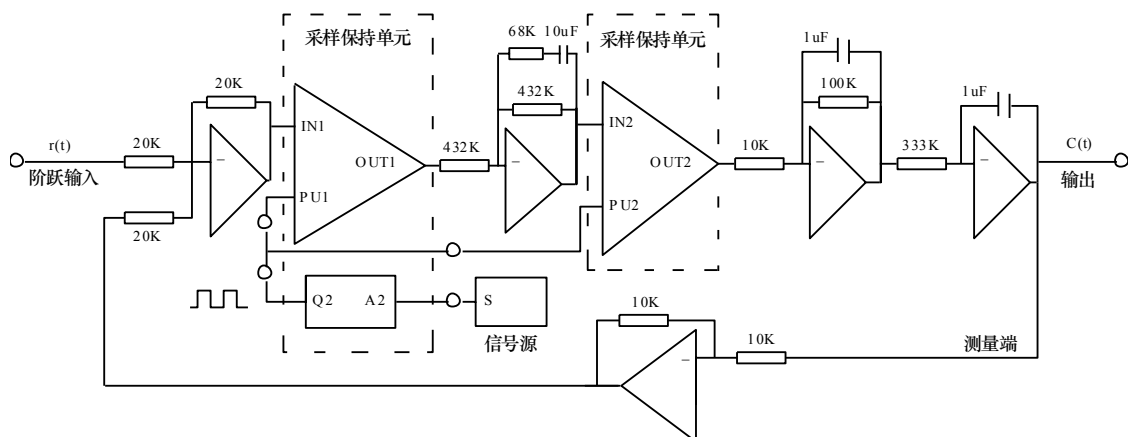


图 5.2-5 校正后系统的模拟电路

## 5.2.4 实验步骤

1. 准备：将信号源单元的“ST”的插针和“+5V”插针用“短路块”短接。调节信号源的周期，使得“S”端方波的周期为 0.1s，作为采样开关的周期。
2. 阶跃信号的产生：详见实验 4.2，调节单次阶跃单元的电位器，使 Y 端输出 2V 的阶跃信号，做为输入信号。
3. 观测未校正系统的阶跃响应
  - (1) 按图 5.2-2 接线，检查无误后开启设备电源。
  - (2) 将阶跃信号加至信号输入端  $r(t)$ ，按动阶跃按钮，用示波器测量对象输出端的波形，可以看出，原采样系统出现等幅振荡甚至发散，系统不稳定。

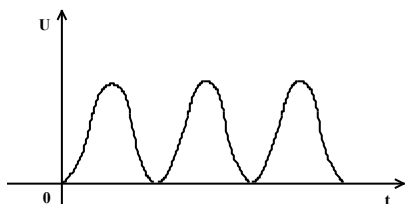


图 5.2-6

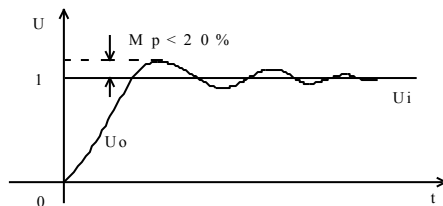


图 5.2-7

#### 4. 观测校正后系统的阶跃响应，测量超调量 $M_p$

(1) 按图 5.2-5 接线，检查无误后开启设备电源。采样开关的周期仍然保持 0.1s。

(2) 将阶跃信号加至信号输入端  $r(t)$ ，按动按钮，用示波器测量对象输出端的波形，可以看出，当加入校正网络后，采样系统的阶跃响应变为衰减振荡，通过时域测量窗口，可测得其  $M_p < 20\%$  满足期望值，而且系统能进入稳态。

## 第 6 章 线性系统的状态空间分析

### 6.1.1 实验目的

掌握线性系统的状态空间分析的方法。

### 6.1.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 6.1.3 实验原理及内容

若受控系统 (A、B、C) 完全能控，则通过状态反馈可以任意配置极点。设受控系统如图 6.1-1 所示。

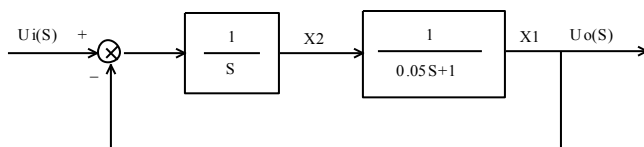


图 6.1-1 受控系统框图

其对应的模拟电路如下：

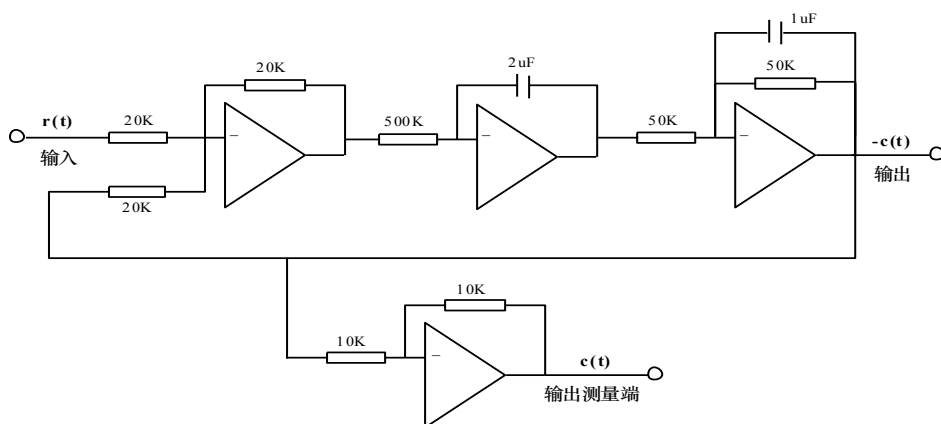


图 6.1-2 极点配置前系统的模拟电路

期望性能指标为：超调量  $M_p \leq 5\%$ ；峰值时间  $t_p \leq 0.5$  秒。

由  $M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \leq 5\% \Rightarrow \zeta = 0.707$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \leq 0.5 \Rightarrow \omega_n \geq 9 \text{ 取 } \omega_n = 10$$

因此，根据性能指标确定系统希望极点为：

$$\lambda_1^* = -7.07 + j 7.07$$

$$\lambda_2^* = -7.07 - j 7.07$$

图 6.1-1 受控系统的状态方程和输出方程为：

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}u \\ y = \underline{C}\underline{x} \end{cases} \quad (6.1-1)$$

式中  $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{A} = \begin{bmatrix} -20 & 20 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{C} = [1 \quad 0]$

系统的传递函数为：  $G_o(S) = \frac{\beta_1 S + \beta_0}{S^2 + \alpha_1 S + \alpha_0} = \frac{20}{S^2 + 20S + 20} \quad (6.1-2)$

受控系统的能控规范形为：

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}_k = \underline{A}_k \underline{x}_k + \underline{b}_k u \\ y = \underline{C}_k \underline{x}_k \end{cases} \quad (6.1-3)$$

式中  $\underline{x}_k = \underline{T}^{-1} \underline{x}$ ,

$$\underline{A}_k = \underline{T}^{-1} \underline{A} \underline{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -20 \end{bmatrix},$$

$$\underline{b}_k = \underline{T}^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\underline{C}_k = \underline{C} \underline{T}^{-1} = [\beta_0 \quad \beta_1] = [20 \quad 0]$$

当引入状态反馈阵  $\underline{K}_k = [k_0 \ k_1]$  后, 闭环系统  $(\underline{A}_k - \underline{b}_k \underline{K}_k, \underline{b}_k, \underline{C}_k)$  的传递函数为:

$$G_k(S) = \frac{\beta_1 S + \beta_0}{S^2 + (\alpha_1 + k_1)S + (\alpha_0 + k_0)} = \frac{20}{S^2 + (20 + k_1)S + (20 + k_0)} \quad (6.1-4)$$

而希望的闭环系统特征多项式为:

$$f^*(S) = S^2 + \alpha_1^* S + \alpha_0^* = (S - \lambda_1^*)(S - \lambda_2^*) = S^2 + 14.1S + 100 \quad (6.1-5)$$

令  $G_k(S)$  的分母等于  $f^*(S)$ , 则得到  $\underline{K}_k$  为:  $\underline{K}_k = [k_0 \ k_1] = [80 \ -5.9]$

最后确定原受控系统的状态反馈阵为:  $\underline{K} = \underline{K}_k T^{-1}$ ,

$$\text{由 } \underline{A}_k = T^{-1} \underline{A} T, \underline{b}_k = T^{-1} \underline{b}, \underline{C}_k = \underline{C} T^{-1} \text{ 求得 } T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{20} & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

所以状态反馈阵为:

$$\underline{K} = [80 \ -5.9] \begin{bmatrix} \frac{1}{20} & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = [9.9 \ -5.9]$$

极点配置后系统如图 6.1-3 或图 6.1-4 所示:

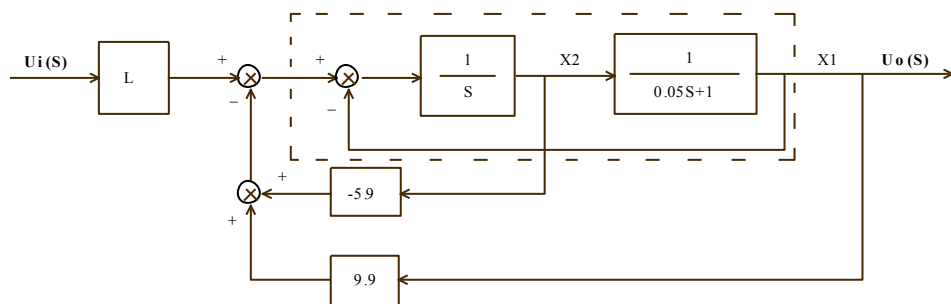


图 6.1-3 极点配置后的系统

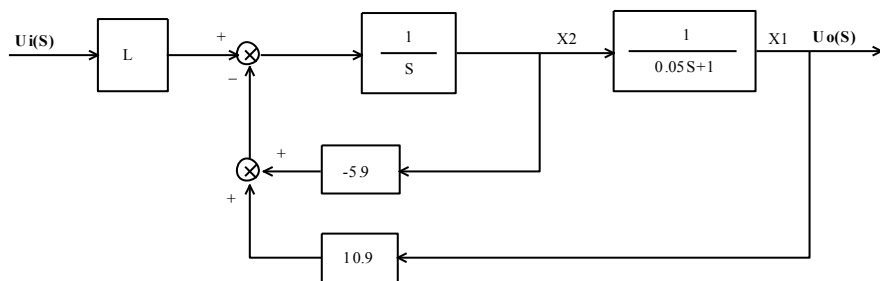


图 6.1-4 极点配置后的系统

图中“输入增益阵  $L$ ”是用来满足静态要求的，这里无静态要求，可取  $L=1$ 。若对极点配置后的系统有静态要求，可取  $L=5$ ，根据图 6.1-4 所示的系统，设计如图 6.1-5 所示的模拟电路。

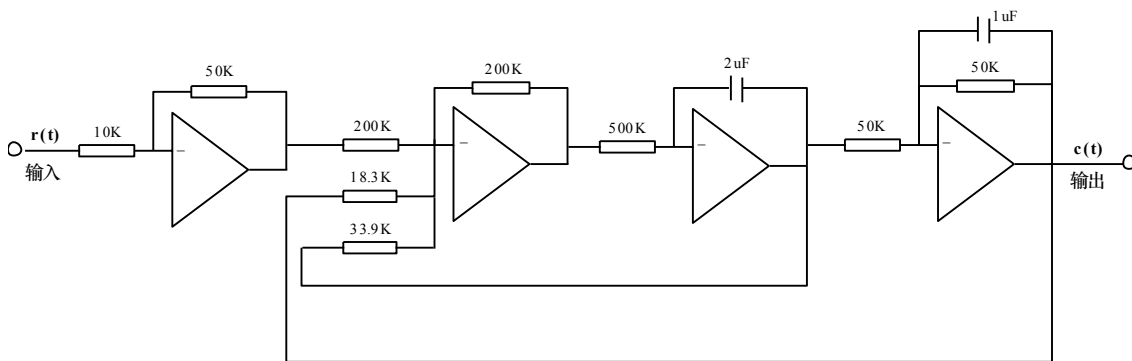


图 6.1-5 极点配置后系统的模拟电路

### 6.1.4 实验步骤

1. 将信号源单元的“ST”端插针与“S”端插针用“短路块”短接。由于每个运放单元均设置了锁零场效应管，所以运放具有锁零功能。将开关分别设在“方波”档，分别调节调幅调频电位器，使得“OUT”端输出的方波幅值为 1V(信号幅值不要超过 2V，防止运放饱和)，周期为 10s 左右。

2. 观察极点配置前的系统的响应曲线

(1) 按图 6.1-2 接线，检查无误后开启设备电源。

(2) 将 1 中的方波信号加至信号输入端  $r(t)$ ，用示波器测量对象输入及输出端的波形，参考波形如下。

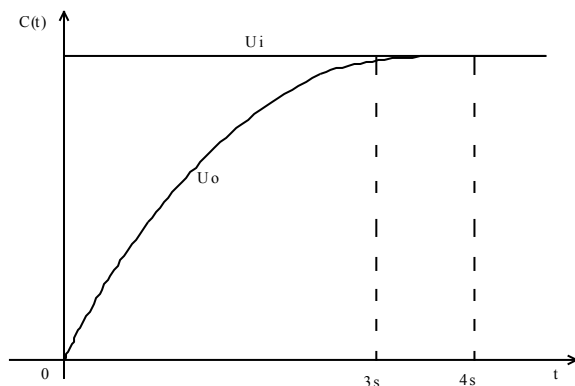


图 6.1-6

其中调节时间  $t_s = (3 \sim 4) \times \frac{1}{\omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} = (3 \sim 4) \text{ 秒}, \zeta > 1$

### 3. 观察极点配置后的系统的响应曲线

(1) 按配置后的电路图 6.1-5 接线。检查无误后开启设备电源。

(2) 将 1 中的方波信号加至信号输入端  $r(t)$ ，用示波器测量对象输入及输出端的波形，参考波形如 6.1-7 所示。其中  $M_p=5\%$ ， $t_p=0.4s$ 。很明显，经过极点配置后，系统的超调和峰值时间大大缩短了。

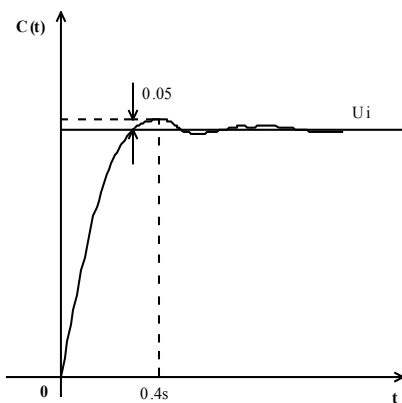


图 6.1-7

## 6.1.5 实验分析

本实验中取输入增益阵  $L=5$ ，系统不存在静差。当取输入增益阵  $L=1$ ，系统存在很大静差，这是由于：

输入阶跃信号  $r(t) = 1(t)$  经拉氏变换为  $R(S) = \frac{1}{S}$



极点配置后系统的闭环传函为：  $G(S) = \frac{20}{S^2 + 14.1S + 100}$  ，

则系统输出为：  $C(S) = R(S) \times G(S) = \frac{20}{S(S^2 + 14.1S + 100)}$  ，

由终值定理对系统求极限得：  $\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \lim_{S \rightarrow 0} S \times C(S) = \frac{1}{5}$

通过上面的理论分析可以看出，系统的确存在较大的静差。

注意：对于极点配置后的系统，在进行对象构造时，电阻的取值要求精确。

## 第 7 章 模拟 PID 闭环温度控制系统的设计和实现

### 7.1.1 实验目的

1. 了解模拟 PID 闭环控制系统的各部分构成。
2. 掌握模拟 PID 调节器的设计和参数调整的方法。

### 7.1.2 实验设备

PC 机一台，TD-ACC+(或 TD-ACS)教学实验系统一套。

### 7.1.3 实验原理及内容

#### 1. 模拟 PID 闭环温度控制系统框图

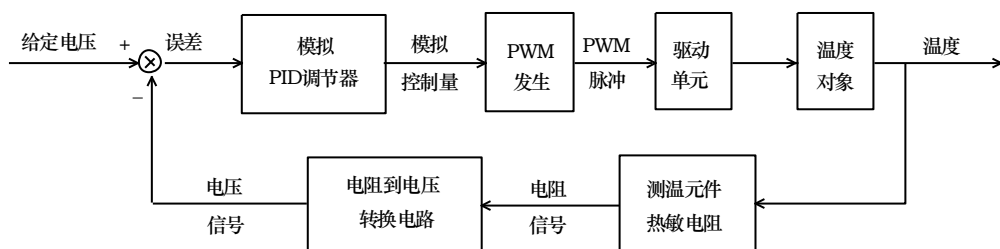


图 7.1-1

本实验采用模拟 PID 调节器、PWM 发生环节、驱动电路、测温元件、转换电路等构成闭环温控系统。首先由给定电压与反馈值相减形成偏差，对偏差再进行 PID 调节，PID 调节器的输出经 PWM 发生器转换成脉宽调制的脉冲输出，经驱动加至电热箱的控制端，控制电热箱的加热功率；而另一方面，电热箱中的测温元件热敏电阻将温度变化转变成电阻值的变化，再由分压电路将电阻信号转换成电压信号形成反馈值。这里给定电压和温度之间是有一一对应关系的，PID 调节器的参数调整的目标是使电热箱的温度以最快的速度、最小的超调达到给定电压所对应的温度。温度和电压的对应关系可参见表 7.1-1。

#### 2. 控制系统的模拟电路图 见图 7.1-2

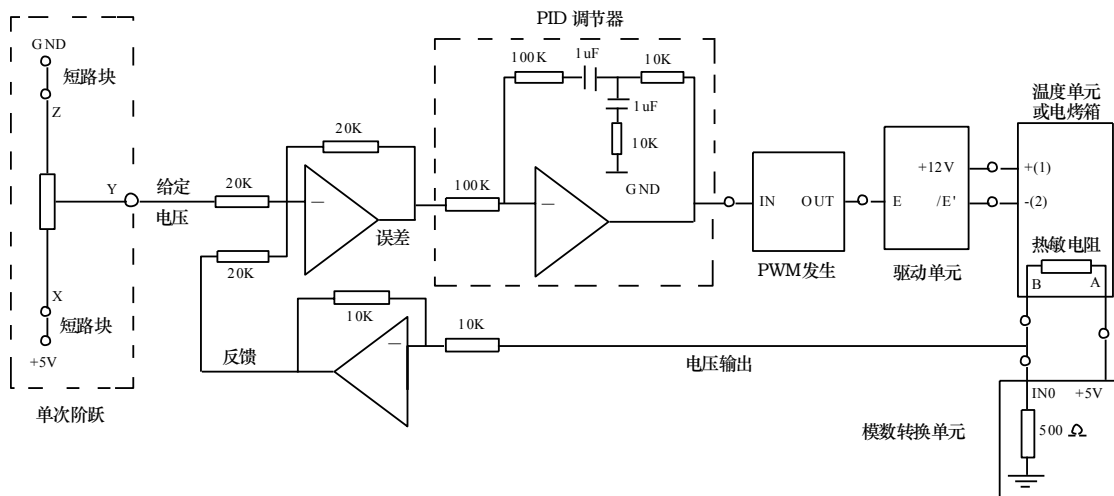


图 7.1-2

## 7.1.4 实验步骤

### 1. 实验接线

- (1) 将信号源单元的“ST”端插针与“+5V”端插针用“短路块”短接。
- (2) 按图 7.1-2 接线，参照表 7.1-1 中的温度和电压关系选好给定的电压。仔细检查接线确定无误后开启设备电源。注意电热箱上的固态继电器和设备连接时的极性。

注意：当选择温度单元作为实验对象时，给定电压一般不高于 0.8V (PID 调节器的比例系数为 1 时)，对应温度值大约为 70℃左右。否则温度单元过热，可能会导致元件损坏。这里当 PWM 发生单元的输入电压为 1.2V~3.4V 时将产生 PWM 脉冲输出，且输入电压和脉冲的宽度成正比。当输入小于 1.2V 时 PWM 输出为零电平，当输入大于 3.4V 时 PWM 输出为高电平。

### 2. 观察控制的效果

(1) 用示波器的“CH1”和“CH2”路表笔分别测给定电压和电压输出端，运行示波器可观察给定电压和反馈电压的关系，应符合 PID 控制器的规律。当反馈远小于给定时，PWM 脉冲的电平宽度较大，加热的时间长；当反馈接近给定时，PWM 脉冲的电平宽度减小，加热的时间也在减小；当反馈超出给定，PWM 脉冲的电平宽度较小，加热的时间将变的很短，直到 PWM 脉冲的电平宽度为零，停止加热。

(2) 烤箱温度值可由温度计读出。系统上电运行后，可通过对温度上升情况的观察，再根据 PID 调节器的控制规律，适当调整 P、I、D 三项参数，即通过修改阻容值来达到修改比例、积分、微分值的作用，使系统能达到一个较好的效果。PID 调节器的模拟电路图见图 7.1-2

PID 调节器的输出响应为:  $U_o(t) = T_d \delta(t) + K_p + \frac{1}{T_i} t$

其中  $\delta(t)$  为单位脉冲函数,  $K_p = \frac{R_1}{R_0}$ ;  $T_i = R_0 C_1$ ;  $T_d = \frac{R_1 R_2 C_2}{R_0}$

此次实验取  $R_0 = R_1 = 100K$ ;  $R_2 = R_3 = 10K$ ;  $C_1 = C_2 = 1\mu F$

### 7.1.5 实验参考

以上实验均在室温  $16^\circ C$  条件进行的, 下表列出实验前所测电热箱温度与电压的对应关系, 仅供参考。

表 7.1-1

温度值( $^\circ C$ )	电压值(V)	温度值( $^\circ C$ )	电压值(V)	温度值( $^\circ C$ )	电压值(V)	温度值( $^\circ C$ )	电压值(V)
230	4. 16	174	3. 28	118	1. 79	62	0. 62
229	4. 15	173	3. 27	117	1. 76	61	0. 61
228	4. 14	172	3. 25	116	1. 73	60	0. 61
227	4. 13	171	3. 24	115	1. 70	59	0. 60
226	4. 12	170	3. 22	114	1. 66	58	0. 59
225	4. 10	169	3. 20	113	1. 63	57	0. 58
224	4. 09	168	3. 18	112	1. 59	56	0. 57
223	4. 08	167	3. 16	111	1. 56	55	0. 56
222	4. 07	166	3. 12	110	1. 54	54	0. 55
221	4. 06	165	3. 10	109	1. 51	53	0. 54
220	4. 05	164	3. 09	108	1. 49	52	0. 53
219	4. 04	163	3. 07	107	1. 46	51	0. 53
218	4. 03	162	3. 05	106	1. 43	50	0. 52
217	4. 02	161	3. 02	105	1. 41	49	0. 50
216	4. 00	160	3	104	1. 40	48	0. 49
215	3. 99	159	2. 97	103	1. 38	47	0. 49
214	3. 98	158	2. 94	102	1. 34	46	0. 48
213	3. 97	157	2. 91	101	1. 31	45	0. 48
212	3. 95	156	2. 89	100	1. 29	44	0. 47
211	3. 93	155	2. 85	99	1. 27	43	0. 46
210	3. 91	154	2. 82	98	1. 25	42	0. 45
209	3. 90	153	2. 80	97	1. 21	41	0. 44
208	3. 88	152	2. 78	96	1. 17	40	0. 43
207	3. 87	151	2. 76	95	1. 14	39	0. 42

206	3. 85	150	2. 73	94	1. 10	38	0. 41
205	3. 84	149	3. 69	93	1. 08	37	0. 40
204	3. 83	148	2. 65	92	1. 06	36	0. 39
203	3. 81	147	2. 62	91	1. 03	35	0. 38
202	3. 80	146	2. 59	90	1. 00	34	0. 37
201	3. 78	145	2. 56	89	0. 98	33	0. 37
200	3. 77	144	2. 53	88	0. 96	32	0. 36
199	3. 75	143	2. 51	87	0. 94	31	0. 36
198	3. 73	142	2. 49	86	0. 92	30	0. 35
197	3. 71	141	2. 46	85	0. 91	29	0. 35
196	3. 70	140	2. 43	84	0. 89	28	0. 34
195	3. 69	139	2. 40	83	0. 87	27	0. 34
194	3. 67	138	2. 36	82	0. 86	26	0. 33
193	3. 66	137	2. 34	81	0. 85	25	0. 33
192	3. 64	136	2. 31	80	0. 84	24	0. 32
191	3. 62	135	2. 30	79	0. 82	23	0. 32
190	3. 60	134	2. 28	78	0. 79	22	0. 31
189	3. 59	133	2. 26	77	0. 78	21	0. 31
188	3. 57	132	2. 24	76	0. 77	20	0. 30
187	3. 56	131	2. 21	75	0. 76	19	
186	3. 54	130	2. 17	74	0. 75	18	
185	3. 52	129	2. 14	73	0. 74	17	
184	3. 50	128	2. 10	72	0. 73	16	
183	3. 48	127	2. 06	71	0. 72	15	
182	3. 46	126	2. 02	70	0. 71	14	
181	3. 45	125	1. 99	69	0. 70	13	
180	3. 43	124	1. 95	68	0. 69	12	
179	3. 41	123	1. 92	67	0. 67	11	
178	3. 39	122	1. 89	66	0. 66	10	
177	3. 36	121	1. 86	65	0. 65		
176	3. 33	120	1. 84	64	0. 64		
175	3. 30	119	1. 81	63	0. 63		

## 附录 1 对象整定的方法

由于有些实验中对实验对象和传函的一致性要求较严格，如最小拍实验，所以应对实验对象加以整定，下面介绍一简便方法供参考：

### 1. 积分器 (积分环节)

按图 a 接线，将信号源单元的“S”与“ST”用“短路块”短接，由 OUT 端输出调好的 1 秒,1V 的方波，作为积分器的输入信号。用示波器观察积分器 1 秒时 A 的幅值，调节电位器 W1，如果 A 为 -1V，则积分器为  $1 \times \frac{1}{S}$ ，以此类推，传递函数写为： $\frac{-A}{S} = \frac{-1/RC}{S}$ 。

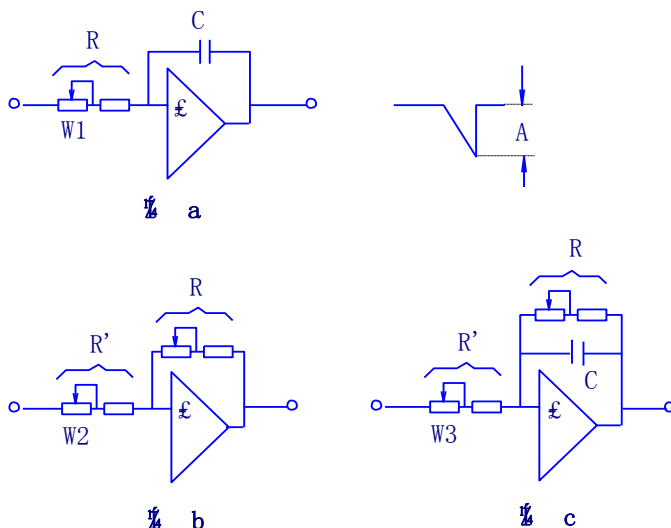
### 2. 比例器 (比例环节)

见图 b，调节 W2，即可算出比例： $K = \frac{R}{R'}$

### 3. 一阶惯性环节

按 1 整定好积分器，得时间常数  $T = R \cdot C$ ，根据 2 由电阻可确定增益  $K = \frac{R}{R'}$ ，见图 C 则

一阶惯性环节传递函数为： $\frac{K}{TS + 1} = \frac{R/R'}{R \cdot CS + 1}$



附录 2 模拟平台布局图

