

$$\left( \frac{-1+t}{2}, \frac{2+(-t+10)}{2} \right)$$

つまり、 $\left( \frac{t-1}{2}, \frac{-t+12}{2} \right)$ となる。

点 Q は直線 OA 上の点であるから  
 $\frac{-t+12}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{t-1}{2}$

両辺を 4 倍して  $-2t+24=3t-3$

$$5t=27 \quad t=\frac{27}{5}$$

このとき  $-t+10=-\frac{27}{5}+\frac{50}{5}=\frac{23}{5}$

よって、点 R の座標は  $\left( \frac{27}{5}, \frac{23}{5} \right)$

■ 49 (1)  $a=\frac{1}{3}$

(2) ① 60 ②  $y=-\frac{4}{7}x+\frac{60}{7}$

③  $y=\frac{11}{2}x-10$

(3) ①  $\left( \frac{16}{5}, \frac{8}{5} \right)$

②  $y=-\frac{2}{9}x+\frac{8}{3}$

**解説** (1)  $\begin{cases} y=-x+4 & \cdots ① \\ y=x & \cdots ② \end{cases}$

①で、 $y=0$  のとき  $-x+4=0 \quad x=4$

よって、点 A の座標は  $(4, 0)$

②を①に代入して  $x=-x+4$

$$2x=4 \quad x=2$$

これを②に代入して  $y=2$

よって、点 B の座標は  $(2, 2)$

原点 O を通る直線が  $\triangle OAB$  の面積を 2 等分するのは、この直線が線分 AB の中点を通る場合である。

$\left( \frac{4+2}{2}, \frac{0+2}{2} \right)$  より、中点の座標は  $(3, 1)$

となり、 $y=ax$  が中点  $(3, 1)$  を通るから

$$1=3a \quad a=\frac{1}{3}$$

(2) ①  $x$  軸、 $y$  軸、点 A を通り  $y$  軸に平行な直線、点 B を通り  $x$  軸に平行な直線で閉まれる長方形の面積から、3 つの直角三角形の面積をひく。

$$16 \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 16 - \frac{1}{2} \times 6 \times 12$$

$$= 128 - 16 - 16 - 36 = 60$$

② 線分 OB の中点の座標は  $(1, 8)$  である。

求める直線の式を  $y=ax+b$  とおく。

点 A を通るから  $8a+b=4 \quad \cdots ⑦$

点  $(1, 8)$  を通るから  $a+b=8 \quad \cdots ⑧$

$$⑦-⑧ \text{より} \quad 7a=-4 \quad a=-\frac{4}{7}$$

$$\text{これを } ⑧ \text{ に代入して} \quad -\frac{4}{7}+b=8$$

$$b=8+\frac{4}{7}=\frac{60}{7}$$

$$\text{よって} \quad y=-\frac{4}{7}x+\frac{60}{7}$$

③  $\triangle OAB$  の面積の半分は  $60 \div 2 = 30$

直線 BP は  $y$  軸と平行であるから

$$BP=16-1=15$$

$$\triangle OBP=\frac{1}{2} \times 15 \times 2 = 15$$

よって、線分 AB 上に点 Q( $p, q$ ) を

$$\triangle BPQ=30-15=15$$

となるようにとると、直線 PQ は

$\triangle OAB$  の面積を 2 等分する。このとき

$$\triangle BPQ=\frac{1}{2} \times 15 \times (p-2)=15$$

$$p-2=2 \quad p=4$$

直線 AB の式は、 $y=-2x+20$  であるか

$$l= -2p+20 = -8+20 = 12$$

2 点 P(2, 1), Q(4, 12) を通る直線の式を  $y=mx+n$  とおく。

$$\begin{cases} 2m+n=1 & \cdots \textcircled{②} \\ 4m+n=12 & \cdots \textcircled{①} \end{cases}$$

$$\textcircled{①}-\textcircled{②} \text{より } 2m=11 \quad m=\frac{11}{2}$$

これを②に代入して  $11+n=1$

$$n=-10$$

よって、求める直線の式は

$$y=\frac{11}{2}x-10$$

- (3) ① 原点 O から  $m$  に下ろした垂線の傾きを  $a$  とすると、2 直線の直交条件から

$$-2a=-1 \quad a=\frac{1}{2}$$

よって、この垂線の式は  $y=\frac{1}{2}x$

これと、 $y=-2x+8$  の交点の座標を求める。

$$\frac{1}{2}x=-2x+8 \text{ より } x=-4x+16$$

$$5x=16 \quad x=\frac{16}{5}$$

これを  $y=\frac{1}{2}x$  に代入して  $y=\frac{8}{5}$

よって、点 P の座標は  $(\frac{16}{5}, \frac{8}{5})$

- ②  $y=\frac{2}{3}x$  と  $y=-2x+8$  から

$$\frac{2}{3}x=-2x+8 \quad 2x=-6x+24$$

$$8x=24 \quad x=3$$

これを  $y=\frac{2}{3}x$  に代入して  $y=2$

よって、点 A の座標は  $(3, 2)$

$y=-2x+8$  で、 $y=0$  のとき

$$-2x+8=0 \text{ より } x=4$$

よって、点 B の座標は  $(4, 0)$

$$x=0 \text{ のとき } y=8$$

よって、点 C の座標は  $(0, 8)$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

線分 OC 上に点 D(0,  $d$ ) を

$$\triangle ACD = 16 \div 2 = 8$$

となるようにとると、直線 AD は

$\triangle OBC$  の面積を 2 等分する。このとき

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times (8-d) \times 3 = 8$$

$$24 - 3d = 16 \quad -3d = -8 \quad d = \frac{8}{3}$$

直線 n の式を  $y=bx+\frac{8}{3}$  とおく。

点 A(3, 2) を通るから

$$3b + \frac{8}{3} = 2 \quad 3b = -\frac{2}{3} \quad b = -\frac{2}{9}$$

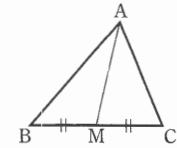
よって、直線 n の式は  $y = -\frac{2}{9}x + \frac{8}{3}$

### トップコーチ

<三角形の面積を 2 等分する直線の求め方>

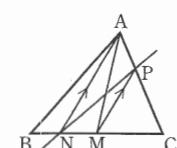
- ① 頂点を通る、面積の 2 等分線

$\Rightarrow \triangle ABC$  で頂点 A を通り  $\triangle ABC$  の面積を 2 等分する直線は辺 BC の中点を M とすると、直線 AM である。



- ② 辺上の点を通る、面積の 2 等分線

$\Rightarrow \triangle ABC$  で辺 AC 上の点 P を通り  $\triangle ABC$  の面積を 2 等分する直線は、辺 BC の中点を M とすると、 $PM \parallel AN$  となる辺 BC 上の点 N と、点 P を結んだ直線 PN である。



- ③ 49(2)(3), (3)(2) は上記の解法で求めることもできる。具体的に面積を計算しない解法である。

▶ 50 (1) (6, 4) (2)  $\left(0, \frac{20}{3}\right)$

**解説** (1) 点 B(0, 2) を通るから、直線  $\ell$  の式を  $y=ax+2$  とおく。

点 A(-6, 0) を通るから  $-6a+2=0$

$$-6a=-2 \quad a=\frac{1}{3}$$

よって、直線  $\ell$  の式は  $y=\frac{1}{3}x+2$

2 直線  $\ell$ ,  $m$  の式から

$$\frac{1}{3}x+2=2x-8 \quad x+6=6x-24$$

$$-5x=-30 \quad x=6$$

これを  $y=2x-8$  に代入して

$$y=12-8=4$$

よって、点 D の座標は (6, 4)

(2)  $y=2x-8$  で、 $y=0$  のとき

$$2x-8=0 \text{ より } x=4$$

よって、点 C の座標は (4, 0)

$\triangle ABE$  の面積と四角形 BOCD の面積が等しいとき、 $\triangle EAO=\triangle DAC$  となる。

点 E の座標を  $(0, e)$  とすると、

$$\frac{1}{2} \times 6 \times e = \frac{1}{2} \times (6+4) \times 4$$

$$3e=20 \quad e=\frac{20}{3}$$

よって、点 E の座標は  $\left(0, \frac{20}{3}\right)$

▶ 51 (1) ①  $y=-\frac{1}{3}x+4$

② (3, 3) ③ (4, 1)

(2) ① (4, 11)

②  $y=-\frac{2}{7}x+7$  ③  $y=\frac{12}{7}x$

③ ①  $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$  ②  $\left(5, \frac{9}{2}\right)$

③  $y=-\frac{5}{7}x+\frac{44}{7}$

**解説** (1) ① 直線  $m$  に平行であるから、

傾きは  $-\frac{1}{3}$  で、点 A(0, 4) を通るから、

切片は 4 である。よって、求める直線の式は

$$y=-\frac{1}{3}x+4 \quad \dots \textcircled{P}$$

②  $\textcircled{P}$  と  $\ell$  の

式から

$$-\frac{1}{3}x+4$$

$$=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$-2x+24=3x+9 \quad -5x=-15$$

$$x=3$$

これを  $\textcircled{P}$  に代入して  $y=-1+4=3$

よって、点 D の座標は (3, 3)

③  $\ell$  と  $m$  の式から

$$\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$$

$$3x+9=-2x+14 \quad 5x=5$$

$$x=1$$

これを  $\ell$  の式に代入して

$$y=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$$

よって、点 B の座標は (1, 2)

線分 BD の中点の座標は

$$\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+3}{2}\right) \text{ より } \left(2, \frac{5}{2}\right)$$

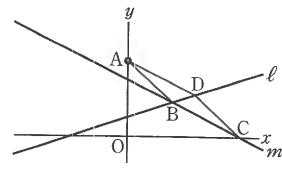
平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから、線分 AC の中点もこの点である。

点 C の座標を  $(p, q)$  とすると

$$\frac{0+p}{2}=2 \text{ より } p=4$$

$$\frac{4+q}{2}=\frac{5}{2} \text{ より } q=1$$

よって、点 C の座標は (4, 1)



- (2) ① 線分 AC の中点の座標は

$$\left(\frac{0+7}{2}, \frac{7+5}{2}\right) \text{より } \left(\frac{7}{2}, 6\right)$$

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから、線分 BD の中点もこの点である。

点 D の座標を  $(p, q)$  とすると

$$\frac{3+p}{2} = \frac{7}{2} \text{ より } p=4$$

$$\frac{1+q}{2} = 6 \text{ より } q=11$$

よって、点 D の座標は  $(4, 11)$

- ② 点 A(0, 7) を通るから、求める直線の式を  $y=ax+7$  とおく。

点 C(7, 5) を通るから

$$7a+7=5 \quad 7a=-2 \quad a=-\frac{2}{7}$$

$$\text{よって } y=-\frac{2}{7}x+7$$

- ③ 平行四辺形の面積は、対角線の交点を通る直線で 2 等分される。

原点を通るから、求める直線の式を  $y=mx$  とおく。

対角線の交点  $\left(\frac{7}{2}, 6\right)$  を通るから

$$6=\frac{7}{2}m \quad m=\frac{12}{7}$$

$$\text{よって } y=\frac{12}{7}x$$

- (3) ①  $\left(\frac{4+1}{2}, \frac{7+2}{2}\right)$  より  $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$

- ② 点 P の座標を  $(0, p)$ 、点 Q の座標を  $(q, r)$  とおく。線分 PQ の中点と線分 AB の中点は一致するから

$$\frac{0+q}{2}=\frac{5}{2} \text{ より } q=5$$

$$\frac{p+r}{2}=\frac{9}{2} \text{ より } r=9-p$$

よって、点 Q の  $x$  座標は 5 で一定であるから、点 Q は点  $(5, 0)$  を通り  $y$  軸に平行な直線上を動く。線分 PQ が最短となるのは PQ が  $x$  軸と平行になるときである。このとき、点 Q の  $y$  座標は線分 PQ の中点 M の  $y$  座標と等しいから、

点 Q の座標は  $\left(5, \frac{9}{2}\right)$  となる。

- ③ 平行四辺形の面積は、対角線の交点を通る直線で 2 等分される。

求める直線の式を  $y=ax+b$  とおく。

2 点  $(6, 2)$ ,  $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$  を通るから

$$\begin{cases} 6a+b=2 & \cdots \textcircled{P} \\ \frac{5}{2}a+b=\frac{9}{2} & \cdots \textcircled{Q} \end{cases}$$

$$\textcircled{Q} \times 2 \text{ より } 5a+2b=9 \quad \cdots \textcircled{Q}'$$

$$\textcircled{P} \times 2 - \textcircled{Q}' \text{ より } 7a=-5 \quad a=-\frac{5}{7}$$

$$\text{これを } \textcircled{P} \text{ に代入して } -\frac{30}{7}+b=2$$

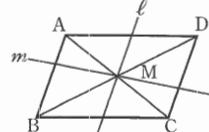
$$b=2+\frac{30}{7}=\frac{44}{7}$$

$$\text{よって } y=-\frac{5}{7}x+\frac{44}{7}$$

### トップコーチ

<平行四辺形の面積の二等分線の求め方>

平行四辺形は点対称的な図形なので、対角線の中点 M を通る直線（図の  $\ell$ ,  $m$ ）によってその面積が 2 等分される。



▶ 52  $y = \frac{2}{3}x + 2$

解説 辺 AD の中点を L, 辺 BC の中点を M, 線分 LM の中点を N とする。

$$\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}, \quad \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2} \text{ より } L\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$$\frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}, \quad \frac{-1+8}{2} = \frac{7}{2} \text{ より } M\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

$$\left(\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right) \div 2 = 6 \div 2 = 3,$$

$$\left(\frac{9}{2} + \frac{7}{2}\right) \div 2 = 8 \div 2 = 4 \text{ より } N(3, 4)$$

直線 EA, EN, ED の傾きは、それぞれ

$$\frac{3-2}{2-0} = \frac{1}{2}, \quad \frac{4-2}{3-0} = \frac{2}{3}, \quad \frac{6-2}{3-0} = \frac{4}{3} \text{ であるか}$$

ら、直線 EN は辺 AD と交わる。その交点を P とする。直線 EB, EN, EC の傾きは、

$$\text{それぞれ } \frac{-1-2}{2-0} = -\frac{3}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{8-2}{5-0} = \frac{6}{5} \text{ で}$$

あるから、直線 EN は辺 BC と交わる。その交点を Q とする。

$$NL = NM,$$

$$\angle LNP = \angle MNQ,$$

$$\angle NLP = \angle NMQ \text{ より}$$

$$\triangle NLP \equiv \triangle NMQ$$

$$\text{よって } LP = MQ$$

台形 ABQP と台形

ABCD は、高さが等しく、

$$AP + BQ = (AL - LP) + (BM + MQ)$$

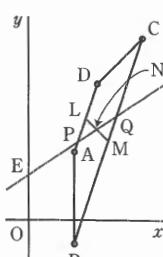
$$= AL + BM = \frac{1}{2} (AD + BC)$$

であるから、台形 ABQP の面積は台形

ABCD の面積の  $\frac{1}{2}$  となる。

ゆえに、直線 EN が求める直線であり、傾きが  $\frac{2}{3}$ , y 切片が 2 であるから、その式は

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$



▶ 53 (1)  $\frac{5}{6}$  秒後

(2) 右の図

$$(3) t = \frac{17}{6},$$

$$4, \frac{47}{10}$$

解説 (1) 点 P

が点 (0, 1) と点 (1, 1) の間にあるときである。 $y = \frac{3}{2}x$  で、 $y = 1$  のとき  $1 = \frac{3}{2}x$

$$\text{よって } x = \frac{2}{3}$$

このとき、点 P は原点 O から出発して

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \text{ (cm)} \text{ 動いている。}$$

毎秒 2 cm の速さで進むから

$$\frac{5}{3} \div 2 = \frac{5}{6} \text{ (秒後)}$$

(2)  $t = \frac{7}{2}$  のとき、 $2 \times \frac{7}{2} = 7$  より、点 P の座標は (4, 3) である。

$$\frac{7}{2} \leq t < 4 \text{ のとき}$$

点 P は (4, 3) と (4, 2) の間にある。

$$OQ = 4, PQ = 3 - (2t - 7) = -2t + 10 \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times (-2t + 10) = -4t + 20$$

$$4 \leq t < \frac{9}{2} \text{ のとき}$$

点 P は (4, 2) と (5, 2) の間にある。

$$OQ = 4 + (2t - 8) = 2t - 4, PQ = 2 \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2} \times (2t - 4) \times 2 = 2t - 4$$

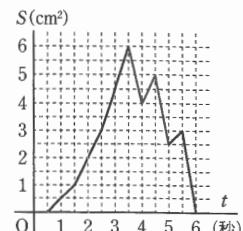
$$\frac{9}{2} \leq t \leq 5 \text{ のとき}$$

点 P は (5, 2) と (5, 1) の間にある。

$$OQ = 5, PQ = 2 - (2t - 9) = -2t + 11 \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times (-2t + 11) = -5t + \frac{55}{2}$$

よって、グラフは解答の図のようになる。



(3) グラフより、 $S=4$ となる $t$ の値は  
 $t=4$ を含めて3個ある。

$$\frac{5}{2} \leq t < \frac{7}{2}$$
 のとき

点Pは(2, 3)と(4, 3)の間にある。

$$OQ=2+(2t-5)=2t-3, PQ=3$$
 より

$$S=\frac{1}{2} \times (2t-3) \times 3=3t-\frac{9}{2}$$

$$S=4 \text{ のとき } 4=3t-\frac{9}{2} \quad 3t=\frac{17}{2}$$

$$\text{よって } t=\frac{17}{6}$$

$$\frac{9}{2} \leq t < 5$$
 のとき

$$S=-5t+\frac{55}{2} \text{ に } S=4 \text{ を代入して}$$

$$4=-5t+\frac{55}{2} \quad 5t=\frac{47}{2} \quad t=\frac{47}{10}$$

ゆえに、求める $t$ の値は  $t=\frac{17}{6}, 4, \frac{47}{10}$

▶ 54 (1)  $\left(\frac{36}{25}, \frac{48}{25}\right)$  (2)  $\frac{12}{5}$  秒後

$$(3) \frac{20}{7} \text{ 秒後}$$

**解説** (1) 直線OAの式は  $y=\frac{4}{3}x$

直線BCの傾きは  $\frac{3-0}{0-4}=-\frac{3}{4}$  であるから、

その式は  $y=-\frac{3}{4}x+3$

2直線の式から $y$ を消去して

$$\frac{4}{3}x=-\frac{3}{4}x+3 \quad 16x=-9x+36$$

$$25x=36 \quad \text{よって } x=\frac{36}{25}$$

$$\text{このとき } y=\frac{4}{3} \times \frac{36}{25}=\frac{48}{25}$$

よって、点Dの座標は  $\left(\frac{36}{25}, \frac{48}{25}\right)$

(2)  $x$ 座標に着目すると、5秒後に3になるから、 $x$ 座標は毎秒  $\frac{3}{5}$  だけ増加する。

$\frac{36}{25} + \frac{3}{5} = \frac{36}{25} \times \frac{5}{3} = \frac{12}{5}$  より、点Pが点Dを通過するのは  $\frac{12}{5}$  秒後である。

(3) 出発して $t$ 秒後に平行になるとする。

$t$ 秒後の $x$ 座標を $t$ で表すと点Pは  $\frac{3}{5}t$ ,

点Qは  $4 - \frac{4}{5}t$  である。

線分PQが $y$ 軸に平行になるとき、点P, Qの $x$ 座標が一致するから

$$\frac{3}{5}t=4-\frac{4}{5}t \quad \frac{7}{5}t=4$$

$$\text{よって } t=\frac{20}{7} \text{ (秒後)}$$

▶ 55 (1) ア  $\frac{45-a}{6}$

$$(2) イ -35 ウ \frac{4}{3} エ \frac{40}{3}$$

**解説** (1)  $\begin{cases} 5x-6y=a & \cdots ① \\ y=bx+b & \cdots ② \end{cases}$

①に $x=9$ を代入して  $45-6y=a$

$$6y=45-a$$

$$\text{よって } y=\frac{45-a}{6} \cdots \text{ア}$$

(2) ②は点A  $\left(9, \frac{45-a}{6}\right)$  を通るから

$$\frac{45-a}{6}=9b+b \quad 45-a=60b$$

$$\text{よって } a=45-60b$$

①の $y$ 切片は、 $-6y=a$  より

$$y=-\frac{a}{6}=-\frac{45-60b}{6}=10b-\frac{15}{2}$$

②の $y$ 切片は $b$

直線①, ②と $y$ 軸との交点をそれぞれB,

C とすると

$$\frac{1}{2} \times BC \times 9 = \frac{81}{4} \text{ より } BC = \frac{9}{2}$$

点 B が点 C より上にあるとき

$$10b - \frac{15}{2} - b = \frac{9}{2} \quad 9b = 12 \quad b = \frac{4}{3}$$

点 B が点 C より下にあるとき

$$b - \left(10b - \frac{15}{2}\right) = \frac{9}{2} \quad -9b = -3$$

$$b = \frac{1}{3} \quad b > 1 \text{ より, これは不適。}$$

$$\text{よって } b = \frac{4}{3} \quad \cdots \text{ウ}$$

$$a = 45 - 60 \times \frac{4}{3} = -35 \quad \cdots \text{イ}$$

$$\frac{45-a}{6} = \frac{45-(-35)}{6} = \frac{80}{6} = \frac{40}{3} \text{ より, }$$

$$\text{点 A の座標は } \left(9, \frac{40}{3}\right) \quad \cdots \text{エ}$$

▶ 56 (1)  $a=18$

$$(2) \quad (1) \quad a=6 \quad (2) \quad (4, 9)$$

$$(3) \quad (-3, -4)$$

**解説** (1)  $y=-x+9$  で,  $y=0$  のとき

$$0 = -x + 9 \quad x = 9$$

よって, 点 P の x 座標は 9 である。

点 A の x 座標は, 点 P の x 座標の  $\frac{1}{3}$  であ

$$\text{るから } 9 \times \frac{1}{3} = 3$$

$$\text{このとき } y = -3 + 9 = 6$$

よって, 点 A の座標は (3, 6)

$y = \frac{a}{x}$  のグラフがこの点を通るから

$$6 = \frac{a}{3} \quad a = 18$$

(2) (1) 直線 m について,  $x=-6$  のとき

$$y = -6 + 5 = -1$$

よって, 点 A の座標は (-6, -1)

$y = \frac{a}{x}$  のグラフがこの点を通るから

$$-1 = \frac{a}{-6} \quad a = 6$$

(2) 2 直線 m, n の式から

$$x + 5 = 3x - 3 \quad -2x = -8 \quad x = 4$$

これを m の式に代入して

$$y = 4 + 5 = 9$$

よって, 点 C の座標は (4, 9)

(3) 直線 n について,  $y=0$  のとき

$$0 = 3x - 3 \quad 3x = 3 \quad x = 1$$

よって, 点 D の座標は (1, 0)

点 D を通り, 直線 m に平行な直線は, 傾きが 1 であるから,  $y=x+b$  とおく。

点 D(1, 0) を通るから  $0 = 1 + b$

$$b = -1$$

$$\text{よって } y = x - 1 \quad \cdots \text{⑦}$$

直線 n について,  $y=-6$  のとき

$$-6 = 3x - 3 \quad -3x = -3 \quad x = -1$$

よって, 点 B の座標は (-1, -6)

直線 AB の式を  $y=px+q$  とおく。

2 点 A(-6, -1), B(-1, -6) を通るから

$$\begin{cases} -6p+q = -1 & \cdots \text{①} \\ -p+q = -6 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②}-\text{①} \text{より } 5p = -5 \quad p = -1$$

これを ② に代入して  $1+q = -6$

$$q = -7$$

$$\text{よって } y = -x - 7 \quad \cdots \text{③}$$

⑦, ③ より

$$x - 1 = -x - 7 \quad 2x = -6 \quad x = -3$$

これを ⑦ に代入して

$$y = -3 - 1 = -4$$

よって, 点 E の座標は (-3, -4)

▶ 57 (1)  $(-2, -1)$  (2)  $-\frac{1}{3}$

(3)  $y = 3x - 5$  (4)  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

解説 (1)  $x$  座標,  $y$  座標ともに  $-1$  をかけて,  $(-2, -1)$  となる。

(2)  $x$  の増加量は  $2 - (-4) = 6$

このときの  $y$  の増加量は  $1 - 3 = -2$

よって、傾きは  $\frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

(3)  $\triangle AOB$  の面積は、点 A, B から  $x$  軸に垂線を下ろしてできる台形の面積から、2つの直角三角形の面積をひいて

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(3+1) \times (4+2) - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \\ &= 12 - 6 - 1 = 5 \end{aligned}$$

$\triangle COB = \triangle AOB$  より

$$\frac{1}{2} \times OC \times 2 = 5 \quad OC = 5$$

直線②の傾きは正であるから、点 C の  $y$  座標は 1 より小さい。よって、点 C の座標は  $(0, -5)$  となる。

直線②は点  $(0, -5)$  を通るから、その式を  $y = ax - 5$  とおく。点 B(2, 1) を通るから  $1 = 2a - 5 \quad 2a = 6 \quad a = 3$

よって、直線②の式は  $y = 3x - 5$

(4)  $x$  軸に関して点 A(-4, 3) と対称な点を A' とすると、A' の座標は  $(-4, -3)$  で、3 点 A', P, B が同一直線上にあるとき、AP + PB の長さは最短となる。

直線 A'B の式を  $y = mx + n$  とおく。

2 点 A'(-4, -3), B(2, 1) を通るから

$$\begin{cases} -4m + n = -3 & \cdots \textcircled{P} \\ 2m + n = 1 & \cdots \textcircled{Q} \end{cases}$$

$$\textcircled{Q} - \textcircled{P} \text{ より } 6m = 4 \quad m = \frac{2}{3}$$

これを \textcircled{Q} に代入して  $\frac{4}{3} + n = 1$

$$n = -\frac{1}{3}$$

$$\text{よって } y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

この式で、 $y = 0$  とすると

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0 \quad 2x - 1 = 0 \quad x = \frac{1}{2}$$

よって、点 P の座標は  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

▶ 58 (1) 100 個

(2) ① 3 個 ② 9 個

$$\textcircled{3} \quad -\frac{3}{2} < a \leq -1$$

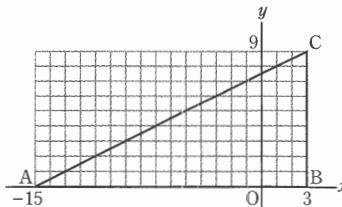
解説 (1) 直線 AC の式を  $y = ax + b$  とおく。2 点 A(-15, 0), C(3, 9) を通るから

$$\begin{cases} -15a + b = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ 3a + b = 9 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ より } 18a = 9 \quad a = \frac{1}{2}$$

これを \textcircled{1} に代入して  $-\frac{15}{2} + b = 0$

$$b = \frac{15}{2} \quad \text{よって } y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$$



図より、 $x$  座標,  $y$  座標がともに整数である点は、線分 AB 上には

$$15 + 1 + 3 = 19 \text{ (個)}$$

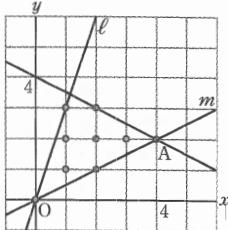
直線 AC の傾きが  $\frac{1}{2}$  であるから、 $y = 1$  のとき、条件を満たす点は 2 個減って 17 個。以下 15 個, 13 個, …, 1 個となる。

よって、全部で

$$19+17+15+13+11+9+7+5+3+1 = 100 \text{ (個)}$$

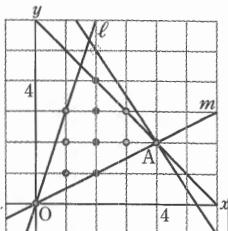
- (2) ① 線分 OA は、 $y=\frac{1}{2}x$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) で表される。y 座標が整数となるのは、 $x=0, 2, 4$  の場合であるから、点  $(x, y)$  で、 $x, y$  がともに整数である点は、 $(0, 0), (2, 1), (4, 2)$  の 3 個である。

- ② 右の図から、条件を満たす点は 9 個である。



- ③ 右の図から、  
 $a=-1$  のとき  
 11 個になり、  
 $a=-\frac{3}{2}$  のとき  
 12 個になる。  
 よって、ちょうど 11 個になる

$$a \text{ の値の範囲は } -\frac{3}{2} < a \leq -1$$



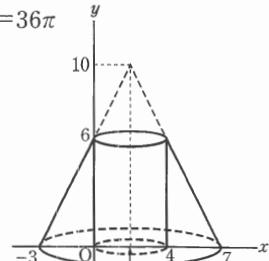
- ▶ 59 (1)  $y=2x+6$  (2)  $18\pi$   
 (3)  $36\pi$  (4)  $54\pi$

- 解説 (1) 点 A(0, 6) を通るから、直線 AB の式を  $y=ax+6$  とおく。点 B(-3, 0) を通るから  $0=-3a+6$   $3a=6$   $a=2$   
 よって  $y=2x+6$

- (2) 底面の円の半径が OB=3、高さが OA=6 の円錐ができるから、体積は  $\frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 = 18\pi$

- (3) 底面の円の半径が OA=6、高さが OB=3 の円錐ができるから、体積は  $\frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 3 = 36\pi$

- (4) 直線 AB 上の、 $x$  座標が  $x=2$  である点の  $y$  座標は  $y=4+6=10$   
 右の図から、できる立体は、



底面の円の半径が 5、高さが 10 の円錐から、底面の円の半径が 2、高さが 4 の円錐と、底面の円の半径が 2、高さが 6 の円柱を除いたものである。

よって、求める体積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 10 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 4 \\ & - (\pi \times 2^2) \times 6 \\ & = \frac{250}{3}\pi - \frac{16}{3}\pi - 24\pi \\ & = \frac{234}{3}\pi - 24\pi = 78\pi - 24\pi = 54\pi \end{aligned}$$

- ▶ 60 (1) ①  $y=-\frac{5}{2}x+5$

$$\text{② } \left( -\frac{10}{9}, 0 \right)$$

$$\text{② } \text{① } (4, 2) \quad \text{② } -\frac{5}{2}t+10$$

$$\text{③ } \left( \frac{20}{7}, \frac{30}{7} \right)$$

$$\text{③ } \text{① } \left( 30 - \frac{11}{3}t, \frac{5}{3}t \right)$$

$$\text{② } \frac{120}{13} \text{ 秒後}$$

- 解説 (1) OA と DG の交点を H とする。四角形 DEFG は正方形であるから、EO=OF より、DH=HG となり、D と G は  $y$  軸について対称な点である。し

たがって、2直線AD, AGもy軸について対称となり、点Cはy軸について点Bと対称な点であるから、点Cの座標は(2, 0)である。点A(0, 5)を通るから、直線ACの式を $y=ax+5$ とおく。点C(2, 0)を通るから

$$0=2a+5 \quad -2a=5 \quad a=-\frac{5}{2}$$

$$\text{よって } y=-\frac{5}{2}x+5$$

- (2) 点Eの座標を $(-t, 0)$ とおくと、点Fの座標は $(t, 0)$ となる。

$$EF=2t$$

$$FG=-\frac{5}{2}t+5$$

四角形DEFGは正方形であるから

$$EF=FG$$

$$\text{これより } 2t=-\frac{5}{2}t+5$$

$$4t=-5t+10 \quad 9t=10 \quad t=\frac{10}{9}$$

$$\text{よって、点Eの座標は}\left(-\frac{10}{9}, 0\right)$$

- (2) ①  $\ell$ と $m$ の式から

$$-2x+10=\frac{1}{2}x \quad -4x+20=x$$

$$-5x=-20 \quad x=4$$

これを $m$ の式に代入して  $y=2$

よって、点Aの座標は(4, 2)

- ② 点Pのy座標は $\frac{1}{2}t$ 、点Qのy座標は $-2t+10$ であるから

$$PQ=-2t+10-\frac{1}{2}t=\frac{5}{2}t+10$$

- ③  $PR=t$ で、四角形PQSRが正方形になるとき、 $PR=PQ$ であるから

$$t=-\frac{5}{2}t+10 \quad 2t=-5t+20$$

$$7t=20 \quad t=\frac{20}{7}$$

点Qは $\ell$ 上の点であるから、 $x=\frac{20}{7}$ のときのy座標は

$$y=-\frac{40}{7}+10=\frac{30}{7}$$

よって、点Qの座標は $\left(\frac{20}{7}, \frac{30}{7}\right)$

- (3) ① 直線BCの切片は25、傾きは $-\frac{5}{30}=-\frac{1}{6}$

であるから、直線BCの式は

$$y=-\frac{5}{6}x+25$$

$t$ 秒後に、 $PC=2t$ となる。ただし、 $0 < t < 20$ である。このとき、点Pのx座標は $30-2t$ となるから、点Qのy座標は

$$y=-\frac{5}{6}(30-2t)+25$$

$$=-25+\frac{5}{3}t+25=\frac{5}{3}t$$

$PS=PQ$ より、点Sのx座標は

$$30-2t-\frac{5}{3}t=30-\frac{11}{3}t$$

よって、点Rの座標は

$$\left(30-\frac{11}{3}t, \frac{5}{3}t\right)$$

- ② 点Rが直線AB上にあるとき、正方形PQRSは△ABCに内接する。

直線ABの切片は25、傾きは $\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$ であるから、直線ABの式は

$$y=\frac{5}{2}x+25$$

点Rがこの直線上にあるから

$$\frac{5}{3}t = \frac{5}{2}\left(30 - \frac{11}{3}t\right) + 25$$

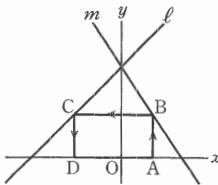
両辺を 6 倍して  $10t = 450 - 55t + 150$

$$65t = 600 \quad t = \frac{600}{65} = \frac{120}{13}$$

### トップコーチ

$x$  軸または  $y$  軸と、2 直線でできる三角形に内接する長方形の 4 つの頂点の座標は「将棋倒し法」で求めることができます。

右の図で  $A(t, 0)$  とすると、 $B$  の  $x$  座標  $= t$  を  $m$  の式に代入して、 $B$  の  $y$  座標が求まり、 $C$  の  $y$  座標も決定する。 $\ell$  の式に  $C$  の  $y$  座標を代入して、 $C$  の  $x$  座標が求まり、 $D$  の座標が決定する。



▶ 61 (1) ①  $y = -\frac{1}{2}x + 3$

$$\text{② } \left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad \text{③ } (21, 17)$$

$$\text{④ } (10, 6)$$

(2) ①  $y = -\frac{2}{3}x + 4$

$$\text{② } \left(\frac{8}{3}, \frac{32}{9}\right) \quad \text{③ } \frac{28}{3}$$

解説 (1) ① 点  $B(0, 3)$  を通るから、直線  $m$  の式を  $y = ax + 3$  とおく。

点  $A(6, 0)$  を通るから  $0 = 6a + 3$

$$-6a = 3 \quad a = -\frac{1}{2}$$

よって  $y = -\frac{1}{2}x + 3$

② 直線  $\ell, m$  の式から

$$x - 4 = -\frac{1}{2}x + 3 \quad 2x - 8 = -x + 6$$

$$3x = 14 \quad x = \frac{14}{3}$$

これを  $\ell$  の式に代入して

$$y = \frac{14}{3} - 4 = \frac{2}{3}$$

よって、点  $E$  の座標は  $\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)$

③  $\triangle BDE = \triangle AEP$  より

$$\triangle BDE + \triangle AED = \triangle AEP + \triangle AED$$

よって  $\triangle BDA = \triangle PDA$

$DA$  を共通の底辺とすると、2 つの三角形の高さは等しいから  $BP // DA$

点  $D$  の座標は  $(0, -4)$  であるから、

$$\text{直線 } DA \text{ の傾きは } \frac{0 - (-4)}{6 - 0} = \frac{2}{3}$$

よって、直線  $BP$  の式は  $y = \frac{2}{3}x + 3$

直線  $\ell$  と直線  $BP$  の式から

$$x - 4 = \frac{2}{3}x + 3 \quad 3x - 12 = 2x + 9$$

$$x = 21$$

これを  $\ell$  の式に代入して

$$y = 21 - 4 = 17$$

よって、点  $P$  の座標は  $(21, 17)$

(別解) 点  $C$  の座標は  $(4, 0)$ 、点  $D$  の座標は  $(0, -4)$  であるから

$$AC = 6 - 4 = 2, BD = 3 - (-4) = 7$$

$$\triangle AEP = \triangle BDE$$

$$\triangle ACP - \triangle ACE = \triangle BDE$$

点  $P$  の  $y$  座標を  $p$  とすると

$$\frac{1}{2} \times 2 \times p - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{14}{3}$$

$$p - \frac{2}{3} = \frac{49}{3} \quad p = \frac{51}{3} = 17$$

点  $P$  は  $\ell$  上の点であるから、 $x$  座標は

$$17 - 4 = 13$$

よって、点  $P$  の座標は  $(21, 17)$

- ④  $AD=AP$  のとき、線分 PD の中点を M とすると、 $AM \perp PD$  となるから、直線 AM の傾きを  $b$  とすると

$$1 \times b = -1 \quad b = -1$$

直線 AM の式を  $y = -x + c$  とおく。

点 A(6, 0) を通るから  $0 = -6 + c$

$$c = 6$$

$$\text{よって } y = -x + 6$$

この直線と  $\ell$  の式から

$$-x + 6 = x - 4 \quad -2x = -10 \quad x = 5$$

これを  $\ell$  の式に代入して  $y = 5 - 4 = 1$

よって、点 M の座標は (5, 1)

点 P の座標を  $(t, t-4)$  とおくと、M は線分 PD の中点であるから、

$$x \text{ 座標について}, \frac{t+0}{2} = 5 \text{ より } t = 10$$

このとき、P の  $y$  座標は  $10 - 4 = 6$  で、

$$\frac{6+(-4)}{2} = 1$$

となり、線分 PD の中点の  $y$  座標は、M の  $y$  座標と一致する。

よって、点 P の座標は (10, 6)

- (2) ① 点 A(0, 4) を通るから、直線 AC の式を  $y = ax + 4$  とおく。

点 C(6, 0) を通るから

$$0 = 6a + 4 \quad -6a = 4 \quad a = -\frac{2}{3}$$

$$\text{よって } y = -\frac{2}{3}x + 4$$

- ② 点 Q を通り AC に平行な直線と  $x$  軸、 $y$  軸との交点をそれぞれ D, E とし、点 D の座標を  $(d, 0)$  とする。

$\triangle DAC = \triangle QAC = \triangle ABO$  より

$$\frac{1}{2} \times (d-6) \times 4 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$2d - 12 = 4 \quad 2d = 16 \quad d = 8$$

よって、点 D の座標は (8, 0)

直線 DE の傾きは、直線 AC の傾きに等しく、 $-\frac{2}{3}$  であるから、直線 DE の式を

$y = -\frac{2}{3}x + e$  とおく。点 (8, 0) を通るから

$$0 = -\frac{16}{3} + e \quad e = \frac{16}{3}$$

よって、直線 DE の式は  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$

点 P の  $y$  座標を  $p$  とすると

$$\triangle OPC = \frac{1}{2} \triangle ABC \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (6+2) \times 4$$

$$3p = 8 \quad p = \frac{8}{3}$$

直線 AC の式は  $y = -\frac{2}{3}x + 4$  で、

$$y = \frac{8}{3} \text{ のとき}, \frac{8}{3} = -\frac{2}{3}x + 4 \text{ より}$$

$$8 = -2x + 12 \quad 2x = 4 \quad x = 2$$

よって、点 P の座標は  $(2, \frac{8}{3})$

直線 OP の式を  $y = mx$  とすると

$$\frac{8}{3} = 2m \quad m = \frac{4}{3}$$

よって、直線 OP の式は  $y = \frac{4}{3}x$

点 Q は直線 OP と直線 DE の交点であるから、2 直線の式から

$$\frac{4}{3}x = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \quad 2x = \frac{16}{3}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

これを直線 OP の式に代入して  $y = \frac{32}{9}$

よって、点 Q の座標は  $(\frac{8}{3}, \frac{32}{9})$

- ③ 線分 PQ が動いてできる図形は、台形

ACDE である。

台形 ACDE =  $\triangle OED - \triangle OAC$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{16}{3} - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \\ &= \frac{64}{3} - 12 = \frac{64}{3} - \frac{36}{3} = \frac{28}{3} \end{aligned}$$

▶ 62 (1)  $-7 \leq b \leq 1$

$$(2) a \leq -\frac{3}{2}, a \geq 5$$

**解説** (1)  $y = 2x + b$  が点 B(4, 1) を通るとき  $1 = 8 + b$   $b = -7$

点 A(1, 3) を通るとき

$$3 = 2 + b$$

$$b = 1$$

よって、 $b$  のとる値の範囲は  $-7 \leq b \leq 1$

(2)  $y = ax - 2$  が点 A(1, 3) を通るとき

$$3 = a - 2 \quad a = 5$$

点 C(-2, 1) を通るとき

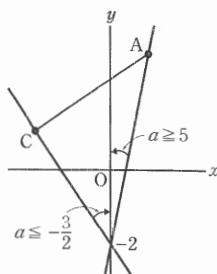
$$1 = -2a - 2$$

$$2a = -3$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

右の図より、 $a$  のとる値の範囲は

$$a \leq -\frac{3}{2}, a \geq 5$$



▶ 63 (1) A, B, D (2) 10

$$(3) \frac{23}{2} \quad (4) (-1, 5), (12, 5)$$

$$(5) \left(0, -\frac{1}{3}\right), \left(0, \frac{19}{3}\right)$$

**解説** (1) 線分 OA, OB, OD は長方形の内部を通らないが、線分 OC は長方形の内部を通る。よって、原点 O の見える点は A, B, D である。

(2) 点 P(-1, 2) の見える点は A と D であるから、求める面積は

$$\triangle PAD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times (4+1) = 10$$

(3) 点 Q(-1, 6) の見える点は A, C, D であるから、求める面積は

$$\triangle QAD + \triangle QCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{23}{2}$$

(4) 求める点を R(x, 5) とおく。

$x < 4$  のとき、点 R の見える点は A と D であるから、 $\triangle RAD = 10$  より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (4-x) = 10 \quad 8-2x=10$$

$$-2x=2 \quad x=-1$$

$x > 7$  のとき、点 R の見える点は B と C であるから、 $\triangle RBC = 10$  より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (x-7) = 10 \quad 2x-14=10$$

$$2x=24 \quad x=12$$

よって、求める点の座標は

$$(-1, 5), (12, 5)$$

(5) 求める点を S(0, y) とおく。

$$\triangle SAD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$y < 1$  のとき、点 S の見える点は A, B, D であるから、 $\triangle SAB + \triangle SAD = 10$  より

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (1-y) + 8 = 10$$

$$3-3y+16=20 \quad -3y=1 \quad y=-\frac{1}{3}$$

$y > 5$  のとき、点 S の見える点は A, C, D であるから、 $\triangle SCD + \triangle SAD = 10$  より

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (y-5) + 8 = 10$$

$$3y-15+16=20 \quad 3y=19 \quad y=\frac{19}{3}$$

よって、求める点の座標は

$$\left(0, -\frac{1}{3}\right), \left(0, \frac{19}{3}\right)$$

第3回

## 実力テスト

1

(1)  $y = -\frac{1}{2}x + 5$  (2)  $y = -\frac{1}{3}x - 1$

(3)  $a = -\frac{15}{4}$  (4)  $a = -3, b = -5$

**解説** (1) 平行な直線の傾きは等しいから、求める直線の式を  $y = -\frac{1}{2}x + b$  とおく。点(6, 2)を通るから  $2 = -3 + b$ 

$b = 5$  よって  $y = -\frac{1}{2}x + 5$

(2) 求める直線の式を  $y = ax + b$  とおく。垂直な2直線の傾きの積は -1 であるから

$3a = -1$   $a = -\frac{1}{3}$

また、点 $\left(1, -\frac{4}{3}\right)$ を通るから

$-\frac{4}{3} = -\frac{1}{3} + b$   $b = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -1$

よって  $y = -\frac{1}{3}x - 1$

(3)  $y = \frac{3}{4}x - 1$  で、 $y = 0$  のとき

$\frac{3}{4}x - 1 = 0$   $\frac{3}{4}x = 1$   $x = \frac{4}{3}$

 $y = ax + 5$  も  $x$  軸上の点 $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ を通るから

$\frac{4}{3}a + 5 = 0$   $\frac{4}{3}a = -5$   $a = -\frac{15}{4}$

(4)  $a < 0$  であるから、グラフは右下がりである。よって、 $x = -4$  のとき  $y = 7$ ,  $x = 1$  のとき  $y = -8$  となる。これより

$\begin{cases} -4a + b = 7 \\ a + b = -8 \end{cases}$  ① ②

② - ① より  $5a = -15$   $a = -3$

これを②に代入して  $-3 + b = -8$   
 $b = -5$

2

$y = -x + 6$

**解説**  $y = 2x$  で、 $x = 2$  のとき  $y = 4$  であるから、点Aの座標は(2, 4) $y = \frac{1}{2}x$  で、 $x = 2$  のとき  $y = 1$  であるから、

点Bの座標は(2, 1)

 $AB = 4 - 1 = 3$  であるから、 $BC = 3$ 点Cのx座標は、 $2 + 3 = 5$  であるから、点Cの座標は(5, 1)となる。直線ACの式を  $y = ax + b$  とする。

2点A(2, 4), C(5, 1)を通るから

$\begin{cases} 2a + b = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 5a + b = 1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

② - ① より  $3a = -3$   $a = -1$

これを①に代入して  $-2 + b = 4$   $b = 6$

よって  $y = -x + 6$

3

ア 12 イ  $y = 6x + 1$

**解説** ① + ② より  $3x = 0$   $x = 0$ これを②に代入して  $y - 5 = 0$   $y = 5$ 

よって、点Aの座標は(0, 5)

① + ③ より  $2x + 4 = 0$   $x = -2$

これを③に代入して  $-2 + y - 1 = 0$   $y = 3$ 

よって、点Bの座標は(-2, 3)

② - ③ より  $x - 4 = 0$   $x = 4$

これを③に代入して  $4 + y - 1 = 0$   $y = -3$ 

よって、点Cの座標は(4, -3)

③ で、 $x = 0$  のとき  $y - 1 = 0$   $y = 1$

よって、点Dの座標は(0, 1)

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (5-1) \times 2 + \frac{1}{2} \times (5-1) \times 4 \\ &= 4 + 8 = 12 \quad \cdots \text{ア} \end{aligned}$$

 $\triangle CDE$  の面積が 7 のとき

$\triangle AED = \triangle ACD - \triangle CDE = 8 - 7 = 1$

点Eのx座標をeとすると

$$\frac{1}{2} \times (5-1) \times e = 1 \quad e = \frac{1}{2}$$

点 E は直線②上の点であるから、y 座標は  
 $1+y-5=0$  より  $y=4$

よって、点 E の座標は  $(\frac{1}{2}, 4)$

点 D(0, 1) を通るから、直線 DE の式を

$$y=ax+1 \text{ とおく。点 } E\left(\frac{1}{2}, 4\right) \text{ を通るから}$$

$$4 = \frac{1}{2}a + 1 \quad 8 = a + 2 \quad a = 6$$

よって、直線 DE の式は

$$y=6x+1 \cdots \text{イ}$$

**4** (1)  $9\text{cm}^2$       (2)  $y=\frac{1}{3}x+3$

(3) ①  $t=18$       ②  $S=t+9$

**解説** (1)  $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9(\text{cm}^2)$

(2) 点 A(0, 3) を通るから、直線  $\ell$  の式を  
 $y=ax+3$  とおく。

点 B(6, 5) を通るから  $5=6a+3$

$$6a=2 \quad a=\frac{1}{3}$$

よって、直線  $\ell$  の式は  $y=\frac{1}{3}x+3$

(3) ① 線分 OB の中点 M の座標は

$$\left(\frac{0+6}{2}, \frac{0+5}{2}\right) \text{ より } \left(3, \frac{5}{2}\right)$$

直線 AM の式を  $y=mx+3$  とおく。

点 M  $\left(3, \frac{5}{2}\right)$  を通るから

$$\frac{5}{2}=3m+3 \quad 5=6m+6$$

$$6m=-1 \quad m=-\frac{1}{6}$$

よって  $y=-\frac{1}{6}x+3$

$t$  秒後の点 P の座標は  $(t, 0)$  で、線分

AP が  $\triangle OAB$  の面積を 2 等分するのは  
 点 P が直線 AM 上にあるときである。

このとき  $0=-\frac{1}{6}t+3$

$$\frac{1}{6}t=3 \quad t=18$$

②  $\triangle APB = \triangle OAB + \triangle OPB - \triangle OAP$

$$= 9 + \frac{1}{2} \times t \times 5 - \frac{1}{2} \times t \times 3$$

$$= t + 9$$

よって  $S=t+9$

**5** (1)  $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{13}\right)$

(2) U の方が  $\pi \text{ cm}^3$  大きい

**解説** (1) 直線 OB の傾きは 4 であるから、  
 直線  $\ell$  の式は  $y=4x$

直線 AC の傾きは  $-\frac{1}{3}$ 、切片は 1 であるか

ら、直線  $m$  の式は  $y=-\frac{1}{3}x+1$

$\ell$  と  $m$  の式から

$$4x = -\frac{1}{3}x + 1 \quad 12x = -x + 3$$

$$13x = 3 \quad x = \frac{3}{13}$$

これを  $\ell$  の式に代入して  $y=\frac{12}{13}x$

よって、点 D の座標は  $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{13}\right)$

(2) 直線 AB の式を  $y=ax+b$  とおく。

2 点 A(3, 0), B(1, 4) を通るから

$$\begin{cases} 3a+b=0 & \cdots \text{①} \\ a+b=4 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①}-\text{②} \text{ より } 2a=-4 \quad a=-2$$

$$\text{これを②に代入して } -2+b=4 \quad b=6$$

$$\text{よって } y=-2x+6$$

これより、点 E の座標は  $(0, 6)$

U の体積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 4 \\ & - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times (6-4) \\ & = \frac{54}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{48}{3}\pi = 16\pi \end{aligned}$$

V の体積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 1 \\ & = 18\pi - 3\pi = 15\pi \\ & \text{U の体積} - \text{V の体積} \\ & 16\pi - 15\pi = \pi \\ & \text{よって, U の方が } \pi \text{ cm}^3 \text{ 大きい。} \end{aligned}$$

## 4

### 1次関数の応用

- ▶ 64 (例)  $y$  座標は 6,  $y = -x + 6$

**解説**  $x$  が増加すると  $y$  は減少するから、傾きは負で、切片は 4 より大きい。

切片を 6 とし、求める 1 次関数の式を

$y = ax + 6$  とする。 $x = 2$  のとき  $y = 4$  であるから

$$2a + 6 = 4 \quad 2a = -2 \quad a = -1$$

よって  $y = -x + 6$

(切片を  $b$  とすると、 $b > 4$  で、1 次関数の式は、 $y = \frac{4-b}{2}x + b$  となる。この式にあてはまるものはすべて正解である。)

- ▶ 65 (1) ①  $y = \frac{9}{4}x$

② 毎時 3km,  $y = -3x + 15$

$$\textcircled{3} \quad \frac{18}{7} \text{ km}$$

$$(2) \quad a = 95, \quad b = \frac{160}{3}$$

**解説** (1) ① 原点と点 (4, 9) を通る直線で、傾きは  $\frac{9}{4}$  である。

$$\text{よって } y = \frac{9}{4}x$$

②  $5 - 2 = 3$  より、3 時間で 9km 進んでいる。 $\frac{9}{3} = 3$  より、速さは毎時 3km である。

また、直線の傾きは -3 である。

求める直線の式を  $y = -3x + b$  とおく。

点 (5, 0) を通るから

$$0 = -15 + b \quad b = 15$$

$$\text{よって } y = -3x + 15$$

$$\textcircled{3} \quad y = \frac{9}{4}x \text{ と } y = -3x + 15 \text{ から}$$

$$\frac{9}{4}x = -3x + 15$$