

$$\left(\frac{-1+t}{2}, \frac{2+(-t+10)}{2}\right)$$

つまり, $\left(\frac{t-1}{2}, \frac{-t+12}{2}\right)$ となる。

点 Q は直線 OA 上の点であるから

$$\frac{-t+12}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{t-1}{2}$$

両辺を 4 倍して $-2t+24=3t-3$

$$5t=27 \quad t=\frac{27}{5}$$

$$\text{このとき} \quad -t+10 = -\frac{27}{5} + \frac{50}{5} = \frac{23}{5}$$

よって, 点 R の座標は $\left(\frac{27}{5}, \frac{23}{5}\right)$

▶ 49 (1) $a = \frac{1}{3}$

(2) ① 60 ② $y = -\frac{4}{7}x + \frac{60}{7}$

③ $y = \frac{11}{2}x - 10$

(3) ① $\left(\frac{16}{5}, \frac{8}{5}\right)$

② $y = -\frac{2}{9}x + \frac{8}{3}$

解説

(1) $\begin{cases} y = -x + 4 & \cdots \textcircled{1} \\ y = x & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

①で, $y=0$ のとき $-x+4=0 \quad x=4$

よって, 点 A の座標は (4, 0)

②を①に代入して $x = -x + 4$

$$2x=4 \quad x=2$$

これを②に代入して $y=2$

よって, 点 B の座標は (2, 2)

原点 O を通る直線が $\triangle OAB$ の面積を 2 等分するのは, この直線が線分 AB の中点を通る場合である。

$$\left(\frac{4+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) \text{ より, 中点の座標は } (3, 1)$$

となり, $y=ax$ が中点 (3, 1) を通るから

$$1=3a \quad a=\frac{1}{3}$$

- (2) ① x 軸, y 軸, 点 A を通り y 軸に平行な直線, 点 B を通り x 軸に平行な直線で囲まれる長方形の面積から, 3 つの直角三角形の面積をひく。

$$16 \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 16 - \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \\ = 128 - 16 - 16 - 36 = 60$$

- ② 線分 OB の中点の座標は (1, 8) である。

求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

点 A を通るから $8a+b=4 \quad \cdots \textcircled{ア}$

点 (1, 8) を通るから $a+b=8 \quad \cdots \textcircled{イ}$

$$\textcircled{ア} - \textcircled{イ} \text{ より } 7a = -4 \quad a = -\frac{4}{7}$$

$$\text{これを} \textcircled{イ} \text{ に代入して } -\frac{4}{7} + b = 8$$

$$b = 8 + \frac{4}{7} = \frac{60}{7}$$

$$\text{よって } y = -\frac{4}{7}x + \frac{60}{7}$$

- ③ $\triangle OAB$ の面積の半分は $60 \div 2 = 30$

直線 BP は y 軸と平行であるから

$$BP = 16 - 1 = 15$$

$$\triangle OBP = \frac{1}{2} \times 15 \times 2 = 15$$

よって, 線分 AB 上に点 Q(p, q) を

$$\triangle BPQ = 30 - 15 = 15$$

となるようにとると, 直線 PQ は

$\triangle OAB$ の面積を 2 等分する。このとき

$$\triangle BPQ = \frac{1}{2} \times 15 \times (p-2) = 15$$

$$p-2=2 \quad p=4$$

直線 AB の式は, $y = -2x + 20$ であるから

$$q = -2p + 20 = -8 + 20 = 12$$

2 点 P(2, 1), Q(4, 12) を通る直線の式を $y=mx+n$ とおく。

$$\begin{cases} 2m+n=1 & \cdots \textcircled{7} \\ 4m+n=12 & \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$$\textcircled{8}-\textcircled{7} \text{より } 2m=11 \quad m=\frac{11}{2}$$

これを $\textcircled{7}$ に代入して $11+n=1$

$$n=-10$$

よって、求める直線の式は

$$y=\frac{11}{2}x-10$$

- (3) ① 原点 O から m に下ろした垂線の傾きを a とすると、2 直線の直交条件から

$$-2a=-1 \quad a=\frac{1}{2}$$

よって、この垂線の式は $y=\frac{1}{2}x$

これと、 $y=-2x+8$ の交点の座標を求める。

$$\frac{1}{2}x=-2x+8 \text{ より } x=-4x+16$$

$$5x=16 \quad x=\frac{16}{5}$$

これを $y=\frac{1}{2}x$ に代入して $y=\frac{8}{5}$

よって、点 P の座標は $(\frac{16}{5}, \frac{8}{5})$

- ② $y=\frac{2}{3}x$ と $y=-2x+8$ から

$$\frac{2}{3}x=-2x+8 \quad 2x=-6x+24$$

$$8x=24 \quad x=3$$

これを $y=\frac{2}{3}x$ に代入して $y=2$

よって、点 A の座標は (3, 2)

$y=-2x+8$ で、 $y=0$ のとき

$$-2x+8=0 \text{ より } x=4$$

よって、点 B の座標は (4, 0)

$x=0$ のとき $y=8$

よって、点 C の座標は (0, 8)

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

線分 OC 上に点 D(0, d) を

$$\triangle ACD = 16 \div 2 = 8$$

となるようにとると、直線 AD は

$\triangle OBC$ の面積を 2 等分する。このとき

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times (8-d) \times 3 = 8$$

$$24-3d=16 \quad -3d=-8 \quad d=\frac{8}{3}$$

直線 n の式を $y=bx+\frac{8}{3}$ とおく。

点 A(3, 2) を通るから

$$3b+\frac{8}{3}=2 \quad 3b=-\frac{2}{3} \quad b=-\frac{2}{9}$$

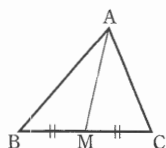
よって、直線 n の式は $y=-\frac{2}{9}x+\frac{8}{3}$

トップコーチ

<三角形の面積を 2 等分する直線の求め方>

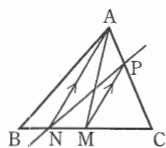
- ① 頂点を通る、面積の 2 等分線

⇒ $\triangle ABC$ で頂点 A を通り $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線は辺 BC の中点を M とすると、直線 AM である。



- ② 辺上の点を通る、面積の 2 等分線

⇒ $\triangle ABC$ で辺 AC 上の点 P を通り $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線は、辺 BC の中点を M とすると、 $PM \parallel AN$ となる辺 BC 上の点 N と、点 P を結んだ直線 PN である。



- ③ 49(2)③、(3)② は上記の解法で求めることもできる。具体的に面積を計算しない解法である。

▶50 (1) (6, 4) (2) $(0, \frac{20}{3})$

解説 (1) 点 B(0, 2) を通るから、直線 ℓ の式を $y=ax+2$ とおく。

点 A(-6, 0) を通るから $-6a+2=0$

$$-6a=-2 \quad a=\frac{1}{3}$$

よって、直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{3}x+2$

2 直線 ℓ , m の式から

$$\frac{1}{3}x+2=2x-8 \quad x+6=6x-24$$

$$-5x=-30 \quad x=6$$

これを $y=2x-8$ に代入して

$$y=12-8=4$$

よって、点 D の座標は (6, 4)

(2) $y=2x-8$ で、 $y=0$ のとき

$$2x-8=0 \text{ より } x=4$$

よって、点 C の座標は (4, 0)

$\triangle ABE$ の面積と四角形 BOCD の面積が等しいとき、 $\triangle EAO=\triangle DAC$ となる。

点 E の座標を (0, e) とすると、

$$\frac{1}{2} \times 6 \times e = \frac{1}{2} \times (6+4) \times 4$$

$$3e=20 \quad e=\frac{20}{3}$$

よって、点 E の座標は $(0, \frac{20}{3})$

▶51 (1) ① $y=-\frac{1}{3}x+4$

② (3, 3) ③ (4, 1)

(2) ① (4, 11)

$$\textcircled{2} \quad y=-\frac{2}{7}x+7 \quad \textcircled{3} \quad y=\frac{12}{7}x$$

(3) ① $(\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$ ② $(5, \frac{9}{2})$

$$\textcircled{3} \quad y=-\frac{5}{7}x+\frac{44}{7}$$

解説 (1) ① 直線 m に平行であるから、

傾きは $-\frac{1}{3}$ で、点 A(0, 4) を通るから、

切片は 4 である。よって、求める直線の式は

$$y=-\frac{1}{3}x+4 \quad \cdots \textcircled{A}$$

② \textcircled{A} と ℓ の

式から

$$-\frac{1}{3}x+4$$

$$=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$-2x+24=3x+9 \quad -5x=-15$$

$$x=3$$

これを \textcircled{A} に代入して $y=-1+4=3$

よって、点 D の座標は (3, 3)

③ ℓ と m の式から

$$\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$$

$$3x+9=-2x+14 \quad 5x=5$$

$$x=1$$

これを ℓ の式に代入して

$$y=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$$

よって、点 B の座標は (1, 2)

線分 BD の中点の座標は

$$(\frac{1+3}{2}, \frac{2+3}{2}) \text{ より } (2, \frac{5}{2})$$

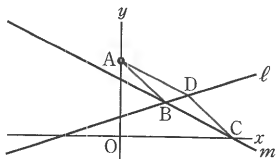
平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから、線分 AC の中点もこの点である。

点 C の座標を (p , q) とすると

$$\frac{0+p}{2}=2 \text{ より } p=4$$

$$\frac{4+q}{2}=\frac{5}{2} \text{ より } q=1$$

よって、点 C の座標は (4, 1)



- (2) ① 線分 AC の中点の座標は

$$\left(\frac{0+7}{2}, \frac{7+5}{2}\right) \text{より} \left(\frac{7}{2}, 6\right)$$

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから、線分 BD の中点もこの点である。

点 D の座標を (p, q) とすると

$$\frac{3+p}{2} = \frac{7}{2} \text{より} p=4$$

$$\frac{1+q}{2} = 6 \text{より} q=11$$

よって、点 D の座標は $(4, 11)$

- ② 点 A(0, 7) を通るから、求める直線の式を $y=ax+7$ とおく。

点 C(7, 5) を通るから

$$7a+7=5 \quad 7a=-2 \quad a=-\frac{2}{7}$$

$$\text{よって} y=-\frac{2}{7}x+7$$

- ③ 平行四辺形の面積は、対角線の交点を通る直線で 2 等分される。

原点を通るから、求める直線の式を $y=mx$ とおく。

対角線の交点 $\left(\frac{7}{2}, 6\right)$ を通るから

$$6=\frac{7}{2}m \quad m=\frac{12}{7}$$

$$\text{よって} y=\frac{12}{7}x$$

$$(3) \text{ ① } \left(\frac{4+1}{2}, \frac{7+2}{2}\right) \text{より} \left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

- ② 点 P の座標を $(0, p)$ 、点 Q の座標を (q, r) とおく。線分 PQ の中点と線分 AB の中点は一致するから

$$\frac{0+q}{2} = \frac{5}{2} \text{より} q=5$$

$$\frac{p+r}{2} = \frac{9}{2} \text{より} r=9-p$$

よって、点 Q の x 座標は 5 で一定であるから、点 Q は点 $(5, 0)$ を通り y 軸に平行な直線上を動く。線分 PQ が最短となるのは PQ が x 軸と平行になるときである。このとき、点 Q の y 座標は線分 PQ の中点 M の y 座標と等しいから、点 Q の座標は $\left(5, \frac{9}{2}\right)$ となる。

- ③ 平行四辺形の面積は、対角線の交点を通る直線で 2 等分される。

求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

2 点 $(6, 2)$ 、 $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$ を通るから

$$\begin{cases} 6a+b=2 & \cdots \textcircled{A} \\ \frac{5}{2}a+b=\frac{9}{2} & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \times 2 \text{より} 5a+2b=9 \quad \cdots \textcircled{A}'$$

$$\textcircled{A}' \times 2 - \textcircled{B} \text{より} 7a=-5 \quad a=-\frac{5}{7}$$

$$\text{これを} \textcircled{A} \text{に代入して} -\frac{30}{7}+b=2$$

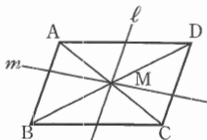
$$b=2+\frac{30}{7}=\frac{44}{7}$$

$$\text{よって} y=-\frac{5}{7}x+\frac{44}{7}$$

トップコーチ

<平行四辺形の面積の二等分線の求め方>

平行四辺形は点対称な図形なので、対角線の交点 M を通る直線 (図の ℓ, m) によってその面積が 2 等分される。



▶52 $y = \frac{2}{3}x + 2$

解説 辺ADの中点をL, 辺BCの中点をM, 線分LMの中点をNとする。

$$\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}, \quad \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2} \text{ より } L\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$$\frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}, \quad \frac{-1+8}{2} = \frac{7}{2} \text{ より } M\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

$$\left(\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right) \div 2 = 6 \div 2 = 3,$$

$$\left(\frac{9}{2} + \frac{7}{2}\right) \div 2 = 8 \div 2 = 4 \text{ より } N(3, 4)$$

直線EA, EN, EDの傾きは, それぞれ

$$\frac{3-2}{2-0} = \frac{1}{2}, \quad \frac{4-2}{3-0} = \frac{2}{3}, \quad \frac{6-2}{3-0} = \frac{4}{3} \text{ であるから,}$$

直線ENは辺ADと交わる。その交点をPとする。直線EB, EN, ECの傾きは,

$$\text{それぞれ } \frac{-1-2}{2-0} = -\frac{3}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{8-2}{5-0} = \frac{6}{5} \text{ で}$$

あるから, 直線ENは辺BCと交わる。その交点をQとする。

$$NL = NM,$$

$$\angle LNP = \angle MNQ,$$

$$\angle NLP = \angle NMQ \text{ より}$$

$$\triangle NLP \equiv \triangle NMQ$$

$$\text{よって } LP = MQ$$

台形ABQPと台形

ABCDは, 高さが等しく,

$$AP + BQ = (AL - LP) + (BM + MQ)$$

$$= AL + EM = \frac{1}{2}(AD + BC)$$

であるから, 台形ABQPの面積は台形

ABCDの面積の $\frac{1}{2}$ となる。

ゆえに, 直線ENが求める直線であり, 傾

きが $\frac{2}{3}$, y切片が2であるから, その式は

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

▶53 (1) $\frac{5}{6}$ 秒後

(2) 右の図

$$(3) t = \frac{17}{6},$$

$$4, \frac{47}{10}$$

解説 (1) 点P

が点(0, 1)と点(1, 1)の間にあるときで

ある。 $y = \frac{3}{2}x$ で, $y = 1$ のとき $1 = \frac{3}{2}x$

$$\text{よって } x = \frac{2}{3}$$

このとき, 点Pは原点Oから出発して

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \text{ (cm) 動いている。}$$

毎秒2cmの速さで進むから

$$\frac{5}{3} \div 2 = \frac{5}{6} \text{ (秒後)}$$

(2) $t = \frac{7}{2}$ のとき, $2 \times \frac{7}{2} = 7$ より, 点Pの座

標は(4, 3)である。

$$\frac{7}{2} \leq t < 4 \text{ のとき}$$

点Pは(4, 3)と(4, 2)の間にある。

$$OQ = 4, \quad PQ = 3 - (2t - 7) = -2t + 10 \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times (-2t + 10) = -4t + 20$$

$$4 \leq t < \frac{9}{2} \text{ のとき}$$

点Pは(4, 2)と(5, 2)の間にある。

$$OQ = 4 + (2t - 8) = 2t - 4, \quad PQ = 2 \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2} \times (2t - 4) \times 2 = 2t - 4$$

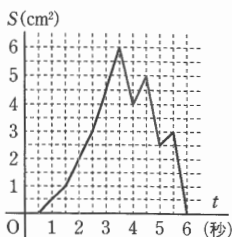
$$\frac{9}{2} \leq t \leq 5 \text{ のとき}$$

点Pは(5, 2)と(5, 1)の間にある。

$$OQ = 5, \quad PQ = 2 - (2t - 9) = -2t + 11 \text{ より}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times (-2t + 11) = -5t + \frac{55}{2}$$

よって, グラフは解答の図のようになる。



- (3) グラフより, $S=4$ となる t の値は $t=4$ を含めて 3 個ある。

$$\frac{5}{2} \leq t < \frac{7}{2} \text{ のとき}$$

点 P は (2, 3) と (4, 3) の間にある。

$$OQ=2+(2t-5)=2t-3, PQ=3 \text{ より}$$

$$S=\frac{1}{2} \times (2t-3) \times 3=3t-\frac{9}{2}$$

$$S=4 \text{ のとき } 4=3t-\frac{9}{2} \quad 3t=\frac{17}{2}$$

$$\text{よって } t=\frac{17}{6}$$

$$\frac{9}{2} \leq t < 5 \text{ のとき}$$

$$S=-5t+\frac{55}{2} \text{ に } S=4 \text{ を代入して}$$

$$4=-5t+\frac{55}{2} \quad 5t=\frac{47}{2} \quad t=\frac{47}{10}$$

ゆえに, 求める t の値は $t=\frac{17}{6}, 4, \frac{47}{10}$

▶ **54** (1) $\left(\frac{36}{25}, \frac{48}{25}\right)$ (2) $\frac{12}{5}$ 秒後

(3) $\frac{20}{7}$ 秒後

解説 (1) 直線 OA の式は $y=\frac{4}{3}x$

直線 BC の傾きは $\frac{3-0}{0-4}=-\frac{3}{4}$ であるから,

$$\text{その式は } y=-\frac{3}{4}x+3$$

2 直線の式から y を消去して

$$\frac{4}{3}x=-\frac{3}{4}x+3 \quad 16x=-9x+36$$

$$25x=36 \quad \text{よって } x=\frac{36}{25}$$

$$\text{このとき } y=\frac{4}{3} \times \frac{36}{25}=\frac{48}{25}$$

よって, 点 D の座標は $\left(\frac{36}{25}, \frac{48}{25}\right)$

- (2) x 座標に着目すると, 5 秒後に 3 になるから, x 座標は毎秒 $\frac{3}{5}$ だけ増加する。

$$\frac{36}{25} \div \frac{3}{5} = \frac{36}{25} \times \frac{5}{3} = \frac{12}{5} \text{ より, 点 P が点 D}$$

を通過するのは $\frac{12}{5}$ 秒後である。

- (3) 出発して t 秒後に平行になるとする。

t 秒後の x 座標を t で表すと点 P は $\frac{3}{5}t$,

点 Q は $4-\frac{4}{5}t$ である。

線分 PQ が y 軸に平行になるとき, 点 P, Q の x 座標が一致するから

$$\frac{3}{5}t=4-\frac{4}{5}t \quad \frac{7}{5}t=4$$

$$\text{よって } t=\frac{20}{7} \text{ (秒後)}$$

▶ **55** (1) ア $\frac{45-a}{6}$

(2) イ -35 ウ $\frac{4}{3}$ エ $\frac{40}{3}$

解説 (1) $\begin{cases} 5x-6y=a & \cdots \textcircled{1} \\ y=bx+b & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ に $x=9$ を代入して $45-6y=a$

$$6y=45-a$$

$$\text{よって } y=\frac{45-a}{6} \quad \cdots \text{ア}$$

- (2) $\textcircled{2}$ は点 A $\left(9, \frac{45-a}{6}\right)$ を通るから

$$\frac{45-a}{6}=9b+b \quad 45-a=60b$$

$$\text{よって } a=45-60b$$

$\textcircled{1}$ の y 切片は, $-6y=a$ より

$$y=-\frac{a}{6}=-\frac{45-60b}{6}=10b-\frac{15}{2}$$

$\textcircled{2}$ の y 切片は b

直線 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ と y 軸との交点をそれぞれ B,

C とすると

$$\frac{1}{2} \times BC \times 9 = \frac{81}{4} \text{ より } BC = \frac{9}{2}$$

点 B が点 C より上にあるとき

$$10b - \frac{15}{2} - b = \frac{9}{2} \quad 9b = 12 \quad b = \frac{4}{3}$$

点 B が点 C より下にあるとき

$$b - \left(10b - \frac{15}{2}\right) = \frac{9}{2} \quad -9b = -3$$

$$b = \frac{1}{3} \quad b > 1 \text{ より, これは不適。}$$

$$\text{よって } b = \frac{4}{3} \quad \cdots \text{ウ}$$

$$a = 45 - 60 \times \frac{4}{3} = -35 \quad \cdots \text{イ}$$

$$\frac{45-a}{6} = \frac{45-(-35)}{6} = \frac{80}{6} = \frac{40}{3} \text{ より,}$$

$$\text{点 A の座標は } \left(9, \frac{40}{3}\right) \quad \cdots \text{エ}$$

▶ 56 (1) $a=18$

$$(2) \text{ ① } a=6 \quad \text{② } (4, 9)$$

$$\text{③ } (-3, -4)$$

解説 (1) $y=-x+9$ で, $y=0$ のとき

$$0=-x+9 \quad x=9$$

よって, 点 P の x 座標は 9 である。点 A の x 座標は, 点 P の x 座標の $\frac{1}{3}$ であ

$$\text{るから } 9 \times \frac{1}{3} = 3$$

$$\text{このとき } y = -3 + 9 = 6$$

よって, 点 A の座標は (3, 6)

 $y = \frac{a}{x}$ のグラフがこの点を通るから

$$6 = \frac{a}{3} \quad a = 18$$

(2) ① 直線 m について, $x=-6$ のとき

$$y = -6 + 5 = -1$$

よって, 点 A の座標は (-6, -1)

 $y = \frac{a}{x}$ のグラフがこの点を通るから

$$-1 = \frac{a}{-6} \quad a = 6$$

② 2 直線 m, n の式から

$$x+5=3x-3 \quad -2x=-8 \quad x=4$$

これを m の式に代入して

$$y = 4 + 5 = 9$$

よって, 点 C の座標は (4, 9)

③ 直線 n について, $y=0$ のとき

$$0=3x-3 \quad 3x=3 \quad x=1$$

よって, 点 D の座標は (1, 0)

点 D を通り, 直線 m に平行な直線は,傾きが 1 であるから, $y=x+b$ とおける。点 D (1, 0) を通るから $0=1+b$

$$b = -1$$

$$\text{よって } y = x - 1 \quad \cdots \text{㉞}$$

直線 n について, $y=-6$ のとき

$$-6=3x-3 \quad -3x=3 \quad x=-1$$

よって, 点 B の座標は (-1, -6)

直線 AB の式を $y=px+q$ とおく。

2 点 A (-6, -1), B (-1, -6) を通るから

$$\begin{cases} -6p+q=-1 & \cdots \text{㉟} \\ -p+q=-6 & \cdots \text{㊱} \end{cases}$$

$$\text{㉟}-\text{㊱} \text{ より } 5p=-5 \quad p=-1$$

これを㊱に代入して $1+q=-6$

$$q = -7$$

$$\text{よって } y = -x - 7 \quad \cdots \text{㊲}$$

$$\text{㉟, ㊲より}$$

$$x-1=-x-7 \quad 2x=-6 \quad x=-3$$

$$\text{これを㊲に代入して}$$

$$y = -3 - 1 = -4$$

$$\text{よって, 点 E の座標は } (-3, -4)$$

▶57 (1) $(-2, -1)$ (2) $-\frac{1}{3}$

(3) $y=3x-5$ (4) $(\frac{1}{2}, 0)$

解説 (1) x 座標, y 座標ともに -1 をかけて, $(-2, -1)$ となる。

(2) x の増加量は $2-(-4)=6$

このときの y の増加量は $1-3=-2$

よって, 傾きは $\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$

(3) $\triangle AOB$ の面積は, 点 A, B から x 軸に垂線を下ろしてできる台形の面積から, 2つの直角三角形の面積をひいて

$$\frac{1}{2}(3+1) \times (4+2) - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 12 - 6 - 1 = 5$$

$\triangle COB = \triangle AOB$ より

$$\frac{1}{2} \times OC \times 2 = 5 \quad OC = 5$$

直線②の傾きは正であるから, 点 C の y 座標は 1 より小さい。よって, 点 C の座標は $(0, -5)$ となる。

直線②は点 $(0, -5)$ を通るから, その式を $y=ax-5$ とおく。点 $B(2, 1)$ を通るから $1=2a-5 \quad 2a=6 \quad a=3$

よって, 直線②の式は $y=3x-5$

(4) x 軸に関して点 $A(-4, 3)$ と対称な点を A' とすると, A' の座標は $(-4, -3)$ で, 3点 A', P, B が同一直線上にあるとき, $AP+PB$ の長さは最短となる。

直線 $A'B$ の式を $y=mx+n$ とおく。

2点 $A'(-4, -3), B(2, 1)$ を通るから

$$\begin{cases} -4m+n=-3 & \cdots \textcircled{7} \\ 2m+n=1 & \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}-\textcircled{8}$ より $6m=4 \quad m=\frac{2}{3}$

これを $\textcircled{8}$ に代入して $\frac{4}{3}+n=1$

$$n=-\frac{1}{3}$$

よって $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$

この式で, $y=0$ とすると

$$\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0 \quad 2x-1=0 \quad x=\frac{1}{2}$$

よって, 点 P の座標は $(\frac{1}{2}, 0)$

▶58 (1) 100 個

(2) ① 3 個 ② 9 個

③ $-\frac{3}{2} < a \leq -1$

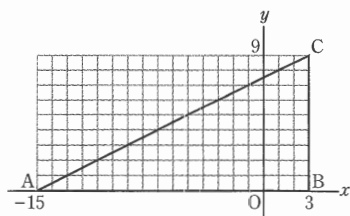
解説 (1) 直線 AC の式を $y=ax+b$ とおく。2点 $A(-15, 0), C(3, 9)$ を通るから

$$\begin{cases} -15a+b=0 & \cdots \textcircled{1} \\ 3a+b=9 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}-\textcircled{1}$ より $18a=9 \quad a=\frac{1}{2}$

これを $\textcircled{1}$ に代入して $-\frac{15}{2}+b=0$

$b=\frac{15}{2}$ よって $y=\frac{1}{2}x+\frac{15}{2}$



図より, x 座標, y 座標がともに整数である点は, 線分 AB 上には

$15+1+3=19$ (個)

直線 AC の傾きが $\frac{1}{2}$ であるから, $y=1$ の

とき, 条件を満たす点は 2 個減って 17 個。

以下 15 個, 13 個, \cdots , 1 個となる。

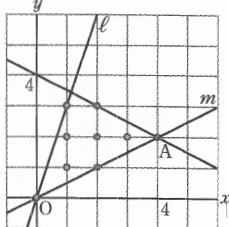
よって、全部で

$$19+17+15+13+11+9+7+5+3+1=100(\text{個})$$

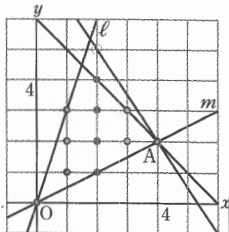
- (2) ① 線分 OA は、 $y=\frac{1}{2}x$ ($0 \leq x \leq 4$) で表

される。 y 座標が整数となるのは、 $x=0, 2, 4$ の場合であるから、点 (x, y) で、 x, y がともに整数である点は、 $(0, 0), (2, 1), (4, 2)$ の 3 個である。

- ② 右の図から、条件を満たす点は 9 個である。



- ③ 右の図から、 $a=-1$ のとき 11 個になり、 $a=-\frac{3}{2}$ のとき 12 個になる。よって、ちょうど 11 個になる



a の値の範囲は $-\frac{3}{2} < a \leq -1$

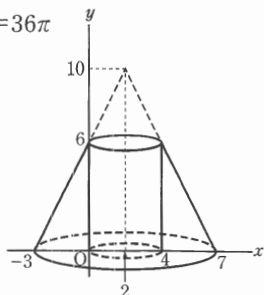
- ▶ 59 (1) $y=2x+6$ (2) 18π
(3) 36π (4) 54π

解説 (1) 点 A(0, 6) を通るから、直線 AB の式を $y=ax+6$ とおく。点 B(-3, 0) を通るから $0=-3a+6$ $3a=6$ $a=2$ よって $y=2x+6$

- (2) 底面の円の半径が $OB=3$ 、高さが $OA=6$ の円錐ができるから、体積は $\frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 = 18\pi$

- (3) 底面の円の半径が $OA=6$ 、高さが $OB=3$ の円錐ができるから、体積は $\frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 3 = 36\pi$

- (4) 直線 AB 上の x 座標が $x=2$ である点の y 座標は $y=4+6=10$ 右の図から、できる立体は、



底面の円の半径が 5、高さが 10 の円錐から、底面の円の半径が 2、高さが 4 の円錐と、底面の円の半径が 2、高さが 6 の円柱を除いたものである。よって、求める体積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 10 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 4 \\ & \quad - (\pi \times 2^2) \times 6 \\ &= \frac{250}{3}\pi - \frac{16}{3}\pi - 24\pi \\ &= \frac{234}{3}\pi - 24\pi = 78\pi - 24\pi = 54\pi \end{aligned}$$

- ▶ 60 (1) ① $y=-\frac{5}{2}x+5$

② $(-\frac{10}{9}, 0)$

(2) ① $(4, 2)$ ② $-\frac{5}{2}t+10$

③ $(\frac{20}{7}, \frac{30}{7})$

(3) ① $(30-\frac{11}{3}t, \frac{5}{3}t)$

② $\frac{120}{13}$ 秒後

解説 (1) ① OA と DG の交点を H とする。四角形 DEFG は正方形であるから、 $EO=OF$ より、 $DH=HG$ となり、D と G は y 軸について対称な点である。し

たがって、2 直線 AD, AG も y 軸について対称となり、点 C は y 軸について点 B と対称な点であるから、点 C の座標は $(2, 0)$ である。点 A $(0, 5)$ を通るから、直線 AC の式を $y=ax+5$ とおく。点 C $(2, 0)$ を通るから

$$0=2a+5 \quad -2a=5 \quad a=-\frac{5}{2}$$

$$\text{よって } y=-\frac{5}{2}x+5$$

- ② 点 E の座標を $(-t, 0)$ とおくと、点 F の座標は $(t, 0)$ となる。

$$EF=2t$$

$$FG=-\frac{5}{2}t+5$$

四角形 DEFG は正方形であるから

$$EF=FG$$

$$\text{これより } 2t=-\frac{5}{2}t+5$$

$$4t=-5t+10 \quad 9t=10 \quad t=\frac{10}{9}$$

$$\text{よって、点 E の座標は } \left(-\frac{10}{9}, 0\right)$$

- (2) ① ℓ と m の式から

$$-2x+10=\frac{1}{2}x \quad -4x+20=x$$

$$-5x=-20 \quad x=4$$

$$\text{これを } m \text{ の式に代入して } y=2$$

$$\text{よって、点 A の座標は } (4, 2)$$

- ② 点 P の y 座標は $\frac{1}{2}t$ 、点 Q の y 座標は $-2t+10$ であるから

$$PQ=-2t+10-\frac{1}{2}t=+\frac{5}{2}t+10$$

- ③ $PR=t$ で、四角形 PQSR が正方形になるとき、 $PR=PQ$ であるから

$$t=-\frac{5}{2}t+10 \quad 2t=-5t+20$$

$$7t=20 \quad t=\frac{20}{7}$$

点 Q は ℓ 上の点であるから、 $x=\frac{20}{7}$ の

ときの y 座標は

$$y=-\frac{40}{7}+10=\frac{30}{7}$$

$$\text{よって、点 Q の座標は } \left(\frac{20}{7}, \frac{30}{7}\right)$$

- (3) ① 直線 BC の切片は 25、傾きは

$$-\frac{25}{30}=-\frac{5}{6}$$

であるから、直線 BC の式は

$$y=-\frac{5}{6}x+25$$

t 秒後に、 $PC=2t$ となる。ただし、 $0<t<20$ である。このとき、点 P の x 座標は $30-2t$ となるから、点 Q の y 座標は

$$\begin{aligned} y &= -\frac{5}{6}(30-2t)+25 \\ &= -25+\frac{5}{3}t+25=\frac{5}{3}t \end{aligned}$$

$PS=PQ$ より、点 S の x 座標は

$$30-2t-\frac{5}{3}t=30-\frac{11}{3}t$$

よって、点 R の座標は

$$\left(30-\frac{11}{3}t, \frac{5}{3}t\right)$$

- ② 点 R が直線 AB 上にあるとき、正方形 PQRS は $\triangle ABC$ に内接する。

直線 AB の切片は 25、傾きは $\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$ で

あるから、直線 AB の式は

$$y=\frac{5}{2}x+25$$

点 R がこの直線上にあるから

$$\frac{5}{3}t = \frac{5}{2}\left(30 - \frac{11}{3}t\right) + 25$$

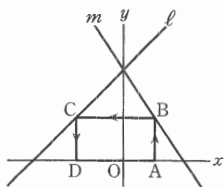
両辺を6倍して $10t = 450 - 55t + 150$

$$65t = 600 \quad t = \frac{600}{65} = \frac{120}{13}$$

トップコーチ

x 軸または y 軸と、2 直線でできる三角形に内接する長方形の4つの頂点の座標は「将棋倒し法」で求めることができる。

右の図で $A(t, 0)$ と



すると、 B の x 座標 $= t$ を m の式に代入して、 B の y 座標が求まり、 C の y 座標も決定する。 l の式に C の y 座標を代入して、 C の x 座標が求まり、 D の座標が決定する。

▶ 61 (1) ① $y = -\frac{1}{2}x + 3$

② $\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ③ $(21, 17)$

④ $(10, 6)$

(2) ① $y = -\frac{2}{3}x + 4$

② $\left(\frac{8}{3}, \frac{32}{9}\right)$ ③ $\frac{28}{3}$

解説 (1) ① 点 $B(0, 3)$ を通るから、直

線 m の式を $y = ax + 3$ とおく。

点 $A(6, 0)$ を通るから $0 = 6a + 3$

$$-6a = 3 \quad a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{よって } y = -\frac{1}{2}x + 3$$

② 直線 l, m の式から

$$x - 4 = -\frac{1}{2}x + 3 \quad 2x - 8 = -x + 6$$

$$3x = 14 \quad x = \frac{14}{3}$$

これを l の式に代入して

$$y = \frac{14}{3} - 4 = \frac{2}{3}$$

よって、点 E の座標は $\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)$

③ $\triangle BDE = \triangle AEP$ より

$$\triangle BDE + \triangle AED = \triangle AEP + \triangle AED$$

$$\text{よって } \triangle BDA = \triangle PDA$$

DA を共通の底辺とすると、2つの三角形の高さは等しいから $BP \parallel DA$

点 D の座標は $(0, -4)$ であるから、

$$\text{直線 } DA \text{ の傾きは } \frac{0 - (-4)}{6 - 0} = \frac{2}{3}$$

$$\text{よって、直線 } BP \text{ の式は } y = \frac{2}{3}x + 3$$

直線 l と直線 BP の式から

$$x - 4 = \frac{2}{3}x + 3 \quad 3x - 12 = 2x + 9$$

$$x = 21$$

これを l の式に代入して

$$y = 21 - 4 = 17$$

よって、点 P の座標は $(21, 17)$

(別解) 点 C の座標は $(4, 0)$ 、点 D の座標は $(0, -4)$ であるから

$$AC = 6 - 4 = 2, \quad BD = 3 - (-4) = 7$$

$$\triangle AEP = \triangle BDE \text{ より}$$

$$\triangle ACP - \triangle ACE = \triangle BDE$$

点 P の y 座標を p とすると

$$\frac{1}{2} \times 2 \times p - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{14}{3}$$

$$p - \frac{2}{3} = \frac{49}{3} \quad p = \frac{51}{3} = 17$$

点 P は l 上の点であるから、 x 座標は

$$17 = x - 4 \text{ より } x = 21$$

よって、点 P の座標は $(21, 17)$

- ④ $AD=AP$ のとき、線分 PD の中点を M とすると、 $AM \perp PD$ となるから、直線 AM の傾きを b とすると

$$1 \times b = -1 \quad b = -1$$

直線 AM の式を $y = -x + c$ とおく。

点 $A(6, 0)$ を通るから $0 = -6 + c$

$$c = 6$$

よって $y = -x + 6$

この直線と ℓ の式から

$$-x + 6 = x - 4 \quad -2x = -10 \quad x = 5$$

これを ℓ の式に代入して $y = 5 - 4 = 1$

よって、点 M の座標は $(5, 1)$

点 P の座標を $(t, t-4)$ とおくと、 M は線分 PD の中点であるから、

$$x \text{ 座標について, } \frac{t+0}{2} = 5 \text{ より } t = 10$$

このとき、 P の y 座標は $10 - 4 = 6$ で、

$$\frac{6 + (-4)}{2} = 1$$

となり、線分 PD の中点の y 座標は、 M の y 座標と一致する。

よって、点 P の座標は $(10, 6)$

- (2) ① 点 $A(0, 4)$ を通るから、直線 AC の式を $y = ax + 4$ とおく。

点 $C(6, 0)$ を通るから

$$0 = 6a + 4 \quad -6a = 4 \quad a = -\frac{2}{3}$$

$$\text{よって } y = -\frac{2}{3}x + 4$$

- ② 点 Q を通り AC に平行な直線と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ D, E とし、点 D の座標を $(d, 0)$ とする。

$\triangle DAC = \triangle QAC = \triangle ABO$ より

$$\frac{1}{2} \times (d-6) \times 4 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$2d - 12 = 4 \quad 2d = 16 \quad d = 8$$

よって、点 D の座標は $(8, 0)$

直線 DE の傾きは、直線 AC の傾きに等しく、 $-\frac{2}{3}$ であるから、直線 DE の式を

$$y = -\frac{2}{3}x + e \text{ とおく。点 } (8, 0) \text{ を通るから}$$

$$0 = -\frac{16}{3} + e \quad e = \frac{16}{3}$$

よって、直線 DE の式は $y = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$

点 P の y 座標を p とすると

$$\triangle OPC = \frac{1}{2} \triangle ABC \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (6+2) \times 4$$

$$3p = 8 \quad p = \frac{8}{3}$$

直線 AC の式は $y = -\frac{2}{3}x + 4$ で、

$$y = \frac{8}{3} \text{ のとき, } \frac{8}{3} = -\frac{2}{3}x + 4 \text{ より}$$

$$8 = -2x + 12 \quad 2x = 4 \quad x = 2$$

よって、点 P の座標は $(2, \frac{8}{3})$

直線 OP の式を $y = mx$ とすると

$$\frac{8}{3} = 2m \quad m = \frac{4}{3}$$

よって、直線 OP の式は $y = \frac{4}{3}x$

点 Q は直線 OP と直線 DE の交点であるから、2直線の式から

$$\frac{4}{3}x = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \quad 2x = \frac{16}{3}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

これを直線 OP の式に代入して $y = \frac{32}{9}$

よって、点 Q の座標は $(\frac{8}{3}, \frac{32}{9})$

- ③ 線分 PQ が動いてできる図形は、台形

ACDE である。

$$\text{台形 ACDE} = \triangle OED - \triangle OAC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{16}{3} - \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$

$$= \frac{64}{3} - 12 = \frac{64}{3} - \frac{36}{3} = \frac{28}{3}$$

▶ 62 (1) $-7 \leq b \leq 1$

$$(2) a \leq -\frac{3}{2}, a \geq 5$$

解説 (1) $y=2x+b$ が点 B(4, 1) を通る

$$\text{とき } 1=8+b \quad b=-7$$

点 A(1, 3) を通るとき

$$3=2+b$$

$$b=1$$

よって, b のとる値の範囲は $-7 \leq b \leq 1$

(2) $y=ax-2$ が点 A(1, 3) を通るとき

$$3=a-2 \quad a=5$$

点 C(-2, 1) を通るとき

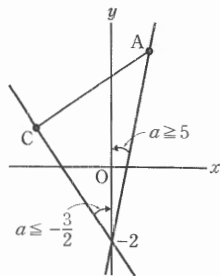
$$1=-2a-2$$

$$2a=-3$$

$$a=-\frac{3}{2}$$

右の図より, a のとる値の範囲は

$$a \leq -\frac{3}{2}, a \geq 5$$



▶ 63 (1) A, B, D (2) 10

$$(3) \frac{23}{2} \quad (4) (-1, 5), (12, 5)$$

$$(5) \left(0, -\frac{1}{3}\right), \left(0, \frac{19}{3}\right)$$

解説 (1) 線分 OA, OB, OD は長方形の内部を通らないが, 線分 OC は長方形の内部を通る。よって, 原点 O の見える点は A, B, D である。

(2) 点 P(-1, 2) の見える点は A と D であるから, 求める面積は

$$\triangle PAD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times (4+1) = 10$$

(3) 点 Q(-1, 6) の見える点は A, C, D であるから, 求める面積は

$$\triangle QAD + \triangle QCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{23}{2}$$

(4) 求める点を R(x, 5) とおく。

$x < 4$ のとき, 点 R の見える点は A と D であるから, $\triangle RAD = 10$ より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (4-x) = 10 \quad 8-2x=10$$

$$-2x=2 \quad x=-1$$

$x > 7$ のとき, 点 R の見える点は B と C であるから, $\triangle RBC = 10$ より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (x-7) = 10 \quad 2x-14=10$$

$$2x=24 \quad x=12$$

よって, 求める点の座標は

$$(-1, 5), (12, 5)$$

(5) 求める点を S(0, y) とおく。

$$\triangle SAD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$y < 1$ のとき, 点 S の見える点は A, B, D であるから, $\triangle SAB + \triangle SAD = 10$ より

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (1-y) + 8 = 10$$

$$3-3y+16=20 \quad -3y=1 \quad y=-\frac{1}{3}$$

$y > 5$ のとき, 点 S の見える点は A, C, D であるから, $\triangle SCD + \triangle SAD = 10$ より

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (y-5) + 8 = 10$$

$$3y-15+16=20 \quad 3y=19 \quad y=\frac{19}{3}$$

よって, 求める点の座標は

$$\left(0, -\frac{1}{3}\right), \left(0, \frac{19}{3}\right)$$

第3回

実力テスト

1 (1) $y = -\frac{1}{2}x + 5$ (2) $y = -\frac{1}{3}x - 1$

(3) $a = -\frac{15}{4}$ (4) $a = -3, b = -5$

解説 (1) 平行な直線の傾きは等しいから、

求める直線の式を $y = -\frac{1}{2}x + b$ とおく。

点 (6, 2) を通るから $2 = -3 + b$

$b = 5$ よって $y = -\frac{1}{2}x + 5$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。垂直な2直線の傾きの積は -1 であるから

$3a = -1 \quad a = -\frac{1}{3}$

また、点 $(1, -\frac{4}{3})$ を通るから

$-\frac{4}{3} = -\frac{1}{3} + b \quad b = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -1$

よって $y = -\frac{1}{3}x - 1$

(3) $y = \frac{3}{4}x - 1$ で、 $y = 0$ のとき

$\frac{3}{4}x - 1 = 0 \quad \frac{3}{4}x = 1 \quad x = \frac{4}{3}$

$y = ax + 5$ も x 軸上の点 $(\frac{4}{3}, 0)$ を通るから

$\frac{4}{3}a + 5 = 0 \quad \frac{4}{3}a = -5 \quad a = -\frac{15}{4}$

(4) $a < 0$ であるから、グラフは右下がりである。よって、 $x = -4$ のとき $y = 7$ 、 $x = 1$ のとき $y = -8$ となる。これより

$\begin{cases} -4a + b = 7 & \cdots \textcircled{1} \\ a + b = -8 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ より $5a = -15 \quad a = -3$

これを $\textcircled{2}$ に代入して $-3 + b = -8$

$b = -5$

2 $y = -x + 6$

解説 $y = 2x$ で、 $x = 2$ のとき $y = 4$ であるから、点 A の座標は (2, 4)

$y = \frac{1}{2}x$ で、 $x = 2$ のとき $y = 1$ であるから、

点 B の座標は (2, 1)

$AB = 4 - 1 = 3$ であるから、 $BC = 3$

点 C の x 座標は、 $2 + 3 = 5$ であるから、点 C の座標は (5, 1) となる。

直線 AC の式を $y = ax + b$ とする。

2 点 A(2, 4), C(5, 1) を通るから

$\begin{cases} 2a + b = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 5a + b = 1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ より $3a = -3 \quad a = -1$

これを $\textcircled{1}$ に代入して $-2 + b = 4 \quad b = 6$

よって $y = -x + 6$

3 ア 12 イ $y = 6x + 1$

解説 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ より $3x = 0 \quad x = 0$

これを $\textcircled{2}$ に代入して $y - 5 = 0 \quad y = 5$

よって、点 A の座標は (0, 5)

$\textcircled{1} + \textcircled{3}$ より $2x + 4 = 0 \quad x = -2$

これを $\textcircled{3}$ に代入して $-2 + y - 1 = 0 \quad y = 3$

よって、点 B の座標は (-2, 3)

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ より $x - 4 = 0 \quad x = 4$

これを $\textcircled{3}$ に代入して $4 + y - 1 = 0 \quad y = -3$

よって、点 C の座標は (4, -3)

$\textcircled{3}$ で、 $x = 0$ のとき $y - 1 = 0 \quad y = 1$

よって、点 D の座標は (0, 1)

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 2 + \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 4$

$= 4 + 8 = 12 \quad \cdots \text{ア}$

$\triangle CDE$ の面積が 7 のとき

$\triangle AED = \triangle ACD - \triangle CDE = 8 - 7 = 1$

点 E の x 座標を e とすると

$$\frac{1}{2} \times (5-1) \times e = 1 \quad e = \frac{1}{2}$$

点Eは直線②上の点であるから、 y 座標は
 $1+y-5=0$ より $y=4$

よって、点Eの座標は $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

点D(0, 1)を通るから、直線DEの式を

$y=ax+1$ とおく。点E $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ を通るから

$$4 = \frac{1}{2}a + 1 \quad 8 = a + 2 \quad a = 6$$

よって、直線DEの式は

$$y=6x+1 \quad \cdots \text{イ}$$

$$\boxed{4} \quad (1) \quad 9\text{cm}^2 \quad (2) \quad y = \frac{1}{3}x + 3$$

$$(3) \quad \textcircled{1} \quad t=18 \quad \textcircled{2} \quad S=t+9$$

解説 (1) $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9(\text{cm}^2)$

(2) 点A(0, 3)を通るから、直線 ℓ の式を
 $y=ax+3$ とおく。

点B(6, 5)を通るから $5=6a+3$

$$6a=2 \quad a=\frac{1}{3}$$

よって、直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{3}x+3$

(3) ① 線分OBの中点Mの座標は

$$\left(\frac{0+6}{2}, \frac{0+5}{2}\right) \text{より} \left(3, \frac{5}{2}\right)$$

直線AMの式を $y=mx+3$ とおく。

点M $\left(3, \frac{5}{2}\right)$ を通るから

$$\frac{5}{2} = 3m + 3 \quad 5 = 6m + 6$$

$$6m = -1 \quad m = -\frac{1}{6}$$

よって $y = -\frac{1}{6}x + 3$

t 秒後の点Pの座標は $(t, 0)$ で、線分

APが $\triangle OAB$ の面積を2等分するのは
 点Pが直線AM上にあるときである。

$$\text{このとき} \quad 0 = -\frac{1}{6}t + 3$$

$$\frac{1}{6}t = 3 \quad t = 18$$

$$\textcircled{2} \quad \triangle APB = \triangle OAB + \triangle OPB - \triangle OAP$$

$$= 9 + \frac{1}{2} \times t \times 5 - \frac{1}{2} \times t \times 3$$

$$= t + 9$$

$$\text{よって} \quad S = t + 9$$

$$\boxed{5} \quad (1) \quad \left(\frac{3}{13}, \frac{12}{13}\right)$$

(2) Uの方が πcm^3 大きい

解説 (1) 直線OBの傾きは4であるから、
 直線 ℓ の式は $y=4x$

直線ACの傾きは $-\frac{1}{3}$ 、切片は1であるか

ら、直線 m の式は $y = -\frac{1}{3}x + 1$

ℓ と m の式から

$$4x = -\frac{1}{3}x + 1 \quad 12x = -x + 3$$

$$13x = 3 \quad x = \frac{3}{13}$$

これを ℓ の式に代入して $y = \frac{12}{13}$

よって、点Dの座標は $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{13}\right)$

(2) 直線ABの式を $y=ax+b$ とおく。

2点A(3, 0), B(1, 4)を通るから

$$\begin{cases} 3a+b=0 & \cdots \textcircled{1} \\ a+b=4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \text{より} \quad 2a = -4 \quad a = -2$$

$$\text{これを}\textcircled{2}\text{に代入して} \quad -2+b=4 \quad b=6$$

$$\text{よって} \quad y = -2x + 6$$

これより、点Eの座標は (0, 6)

U の体積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 4 \\ & \quad - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times (6-4) \\ &= \frac{54}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{48}{3}\pi = 16\pi \end{aligned}$$

V の体積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 1 \\ &= 18\pi - 3\pi = 15\pi \end{aligned}$$

U の体積 - V の体積は

$$16\pi - 15\pi = \pi$$

よって、U の方が $\pi \text{ cm}^3$ 大きい。

4 1 次関数の応用

▶ 64 (例) y 座標は 6, $y = -x + 6$

解説 x が増加すると y は減少するから、傾きは負で、切片は 4 より大きい。

切片を 6 とし、求める 1 次関数の式を

$y = ax + 6$ とする。 $x = 2$ のとき $y = 4$ であるから

$$2a + 6 = 4 \quad 2a = -2 \quad a = -1$$

よって $y = -x + 6$

(切片を b とすると、 $b > 4$ で、1 次関数の式

は、 $y = \frac{4-b}{2}x + b$ となる。この式にあてはまるものはすべて正解である。)

▶ 65 (1) ① $y = \frac{9}{4}x$

② 毎時 3km, $y = -3x + 15$

③ $\frac{18}{7}\text{km}$

(2) $a = 95$, $b = \frac{160}{3}$

解説 (1) ① 原点と点 (4, 9) を通る直線で、傾きは $\frac{9}{4}$ である。

よって $y = \frac{9}{4}x$

② $5 - 2 = 3$ より、3 時間で 9km 進んでいる。 $\frac{9}{3} = 3$ より、速さは毎時 3km で

ある。また、直線の傾きは -3 である。

求める直線の式を $y = -3x + b$ とおく。

点 (5, 0) を通るから

$$0 = -15 + b \quad b = 15$$

よって $y = -3x + 15$

③ $y = \frac{9}{4}x$ と $y = -3x + 15$ から

$$\frac{9}{4}x = -3x + 15$$