

# Colored Point Cloud Registration Revisited

Jaesik Park

Qian-Yi Zhou

Vladlen Koltun

Intel Labs

## Abstract

*We present an algorithm for aligning two colored point clouds. The key idea is to optimize a joint photometric and geometric objective that locks the alignment along both the normal direction and the tangent plane. We extend a photometric objective for aligning RGB-D images to point clouds, by locally parameterizing the point cloud with a virtual camera. Experiments demonstrate that our algorithm is more accurate and more robust than prior point cloud registration algorithms, including those that utilize color information. We use the presented algorithms to enhance a state-of-the-art scene reconstruction system. The precision of the resulting system is demonstrated on real-world scenes with accurate ground-truth models.*

## 1. Introduction

We are concerned with the following problem: given two roughly aligned three-dimensional point clouds, compute a tight alignment between them. This is a well-known problem in computer vision, computer graphics, and robotics. The problem is typically addressed with variants of the ICP algorithm [1, 3, 31]. The algorithm alternates between finding correspondences and optimizing an objective function that minimizes distances between corresponding points. A common failure mode of ICP is instability in the presence of smooth surfaces [14, 46]. The alignment can slip when geometric features do not sufficiently constrain the optimization.

This ambiguity can be alleviated if the points are associated with color. This is often the case. Modern depth cameras commonly produce pairs of depth and color images. Many industrial 3D scanners are also equipped with synchronized color cameras and provide software that associates color information with the 3D scans. Multi-view stereo pipelines reconstruct colored point clouds from image collections [8, 13, 39]. Considering color along with the geometry can increase the accuracy of point cloud registration.

The standard formulation for integrating color into geometric registration algorithms is to lift the alignment into

a higher-dimensional space, parameterized by both position and color. Typically, correspondences are established in a four- or six-dimensional space rather than the physical three-dimensional space [21, 22, 27, 28]. This is an elegant approach, but it is liable to introducing erroneous correspondences between points that are distant but have similar color. These correspondences can pull away from the correct solution and prevent the method from establishing a maximally tight alignment.

In this work, we develop a different approach to aligning colored point clouds. Our approach establishes correspondences in the physical three-dimensional space, but defines a joint optimization objective that integrates both geometric and photometric terms. A key challenge is that color is only defined on discrete points in the three-dimensional space. To optimize a continuous joint objective, we need to define a continuous and differentiable photometric term, the gradient of which indicates how color varies as a function of position. This is challenging because unstructured point clouds do not provide a natural parameterization domain. We build on dense and direct formulations for RGB-D image alignment, which use the two-dimensional image plane as the parameterization domain [35, 25, 44, 40]. To define a photometric objective for point cloud alignment, we introduce a virtual image on the tangent plane of every point, which provides a local approximation to the implicit color variation. Using this construct, we generalize the photometric objectives used for RGB-D image alignment to unstructured point cloud alignment. The resulting photometric objective is integrated with a geometric objective defined using the same virtual image planes. This enables efficient joint photometric and geometric optimization for point cloud alignment. Our formulation unifies RGB-D image registration and colored point cloud registration. We show that our algorithm achieves tighter alignment than state-of-the-art registration algorithms, including those that use color information.

Our primary contribution is a new approach to colored point cloud registration. Beyond this, we make two supporting contributions. Since point cloud registration plays a central role in high-fidelity scene reconstruction, we have used the presented algorithms to enhance a state-of-the-art

# 彩色点云配准再探讨

Jaesik Park Qian-Yi Zhou Vladlen Koltun  
Intel 实验室

## 摘要

我们提出了一种用于对齐两个彩色点云的算法。关键思想是优化一个联合光度和几何目标，沿法线方向和切平面锁定对齐。我们通过使用虚拟相机在局部参数化点云来扩展用于对齐 RGB-D 图像的光度目标到点云。实验证明，我们的算法比先前的点云配准算法更准确、更稳健，包括利用颜色信息的算法。我们使用提出的算法来增强最先进的场景重建系统。结果系统的精度在具有准确地面真实模型的实际场景中得到展示。

1. 引言我们关注以下问题：给定两个大致对齐的三维点云，计算它们之间的紧密对齐。这是计算机视觉、计算机图形学和机器人领域中众所周知的问题。通常使用 ICP 算法的变体来解决这个问题。该算法在寻找对应点和优化最小化对应点之间距离的目标函数之间交替。ICP 的一个常见失败模式是在光滑表面存在时不稳定。当几何特征不足以约束优化时，对齐可能会滑动。

如果点与颜色相关联，则可以消除这种歧义。这种情况经常发生。现代深度摄像头通常会生成深度和彩色图像对。许多工业 3D 扫描仪也配备了同步彩色摄像头，并提供将颜色信息与 3D 扫描相关联的软件。多视图立体管线可以从图像集合中重建带有颜色的点云。考虑颜色以及几何形状可以提高点云配准的准确性。

将颜色整合到几何配准算法的标准公式是将对齐提升到更高维空间，由位置和颜色参数化。通常，对应关系是在四维或六维空间中建立的，而不是在物理三维空间中[21, 22, 27, 28]。这是一种优雅的方法，但容易引入远距离但颜色相似的点之间的错误对应关系。这些对应关系可能偏离正确解决方案，并阻止该方法建立最大紧密对齐。

在这项工作中，我们开发了一种不同的方法来对齐彩色点云。我们的方法在物理三维空间中建立对应关系，但定义了一个集成几何和光度项的联合优化目标。一个关键挑战是颜色仅在三维空间中的离散点上定义。为了优化连续的联合目标，我们需要定义一个连续且可微的光度项，其梯度指示颜色随位置变化的方式。这是具有挑战性的，因为非结构化点云不提供自然的参数化域。我们借鉴了用于 RGB-D 图像对齐的密集和直接公式，该公式使用二维图像平面作为参数化域[35, 25, 44, 40]。为了为点云对齐定义一个光度目标，我们在每个点的切平面上引入了一个虚拟图像，该图像提供了隐式颜色变化的局部近似。利用这个构造，我们将用于 RGB-D 图像对齐的光度目标推广到非结构化点云对齐。由此产生的光度目标与使用相同虚拟图像平面定义的几何目标集成。这使得点云对齐的联合光度和几何优化变得高效。我们的公式统一了 RGB-D 图像配准和彩色点云配准。我们展示了我们的算法实现了比使用颜色信息的最先进配准算法更紧密的对齐。

我们的主要贡献是一种新的彩色点云配准方法。除此之外，我们还做出了两项支持性贡献。由于点云配准在高保真场景重建中起着核心作用，我们已经使用所提出的算法来增强一种最先进的场景重建。

scene reconstruction system [4]. To quantitatively evaluate reconstruction accuracy on real-world scenes, we have created a dataset of indoor scenes scanned with an industrial laser scanner. Experiments demonstrate that the enhanced pipeline produces significantly more accurate reconstructions.

## 2. Related Work

The ICP algorithm [1, 3, 31] has been a mainstay of geometric registration in both research and industry for many years. Its variants have been extensively studied [31, 33, 38]. Notably, point-to-plane ICP has been broadly adopted due to its fast convergence [3, 31]. ICP and other local refinement algorithms require a rough initial alignment as input. Such initial alignment can be obtained via global registration algorithms [18, 43, 47]. These global algorithms address a more difficult problem since they must establish correspondences with no initialization. While significant progress in global alignment has been made, the alignment produced by state-of-the-art global registration algorithms can often be improved by local refinement.

Most local registration algorithms that utilize color information lift the problem to a higher-dimensional space, which is used to establish correspondences [21, 22, 28, 27]. Godin et al. [15] use color to prune correspondences. Our approach is different in that we establish correspondences in the physical 3D space inhabited by the point clouds that are being registered, but optimize a joint photometric and geometric objective. A recent work [7] represents color information in a Gaussian mixture model. It is built upon a probabilistic registration algorithm [11] and is orders of magnitude slower than common ICP variants or our approach.

Many approaches to RGB-D image registration have been explored. Huhle et al. [20] and Henry et al. [17] combine image matching with geometric registration. Other approaches optimize a direct photometric objective defined densely over the images [35, 25]. Whelan et al. [40] introduce a joint optimization objective that combines the photometric objective and a point-to-plane ICP objective. We build on these works, specifically on the dense and direct formulations for RGB-D image registration. We review the photometric objective used for RGB-D image registration in Section 3 and then show that it can be generalized to unstructured point clouds. A key challenge that distinguishes point clouds from RGB-D images is the lack of a regular grid parameterization.

Dense reconstruction from RGB-D sequences has been extensively studied [29, 17, 24, 10, 4, 41]. Such reconstruction systems commonly have three key components: surface alignment (in the form of odometry and loop closure), global optimization, and surface extraction. We show that the colored point cloud registration approach presented in this paper can be used to increase the accuracy of the

surface alignment step in a state-of-the-art reconstruction pipeline, significantly increasing the accuracy of the final reconstruction. To evaluate this quantitatively, we collect a dataset of RGB-D video sequences with dense ground-truth 3D models acquired with an industrial laser scanner. Many RGB-D datasets have been collected in prior work [37, 42, 19, 5, 12]. To our knowledge, none of them are accompanied by dense and accurate ground-truth 3D models of whole scenes. Synthetic datasets have been created for this purpose [16, 4]. We complement these efforts with real-world datasets.

## 3. RGB-D Image Alignment

In this section, we review the photometric objective for RGB-D image alignment [35, 25] and combine it with a geometric objective defined on the same image plane. This introduces notation and lays the groundwork for colored point cloud alignment, which will be presented in Section 4.

An RGB-D image is composed of a color image  $I$  and a depth image  $D$  registered to the same coordinate frame. For simplicity we use intensity images. Given a pair of RGB-D images  $(I_i, D_i)$  and  $(I_j, D_j)$  and an initial transformation  $T^0$  that roughly aligns  $(I_j, D_j)$  to  $(I_i, D_i)$ , the goal is to find the optimal transformation that densely aligns the two RGB-D images.

A photometric objective  $E_I$  is formulated in terms of squared differences of intensities [35, 25]:

$$E_I(T) = \sum_{\mathbf{x}} (I_i(\mathbf{x}') - I_j(\mathbf{x}))^2, \quad (1)$$

where  $\mathbf{x} = (u, v)^\top$  is a pixel in  $(I_j, D_j)$  and  $\mathbf{x}' = (u', v')^\top$  is the corresponding pixel in  $(I_i, D_i)$ . The correspondence is built by converting the depth pixel  $(\mathbf{x}, D_j(\mathbf{x}))$  to a 3D point in the camera space of  $(I_j, D_j)$ , transforming it with  $T$ , and projecting it onto the image plane of  $(I_i, D_i)$ . Formally,

$$\mathbf{x}' = g_{uv}(s(\mathbf{h}(\mathbf{x}, D_j(\mathbf{x})), T)). \quad (2)$$

Here  $\mathbf{h}$  is the conversion from a depth pixel to a 3D point in homogenous coordinates:

$$\mathbf{h}(u, v, d) = \left( \frac{(u - c_x) \cdot d}{f_x}, \frac{(v - c_y) \cdot d}{f_y}, d, 1 \right)^\top, \quad (3)$$

where  $f_x$  and  $f_y$  are the focal lengths and  $(c_x, c_y)$  is the principal point.  $s$  is the following rigid transformation:

$$s(\mathbf{h}, T) = T\mathbf{h}. \quad (4)$$

$g$  is the inverse function of  $\mathbf{h}$ , which maps a 3D point to a depth pixel:

$$g(s_x, s_y, s_z, 1) = \left( \frac{s_x f_x}{s_z} + c_x, \frac{s_y f_y}{s_z} + c_y, s_z \right)^\top. \quad (5)$$



由于点云配准在高保真场景重建系统 [4] 中起着核心作用。为了对真实世界场景的重建精度进行定量评估，我们创建了一个使用工业激光扫描仪扫描的室内场景数据集。实验表明，改进后的流程能够显著提高重建精度。

2. 相关工作 ICP 算法 [1, 3, 31] 多年来一直是几何配准领域研究和工业中的支柱。其变种已得到广泛研究 [31, 33, 38]。值得注意的是，点对平面 ICP 由于其快速收敛 [3, 31] 而被广泛采用。ICP 和其他局部细化算法需要粗略的初始对齐作为输入。这样的初始对齐可以通过全局配准算法获得 [18, 43, 47]。这些全局算法涉及一个更难的问题，因为它们必须在没有初始化的情况下建立对应关系。尽管在全局对齐方面已经取得了重大进展，但最先进的全局配准算法产生的对齐结果常常可通过局部细化来改善。

大多数利用颜色信息的局部配准算法将问题转移到更高维度的空间，用于建立对应关系 [21, 22, 28, 27]。Godin 等人 [15] 使用颜色来修剪对应关系。我们的方法不同之处在于，我们在被注册的点云所处的物理 3D 空间中建立对应关系，但优化联合光度和几何目标。最近的一项工作 [7] 在高斯混合模型中表示颜色信息。它建立在概率配准算法 [11] 的基础上，比常见的 ICP 变种或我们的方法慢几个数量级。

已经探索了许多 RGB-D 图像配准方法。Huhle 等人 [20] 和 Henry 等人 [17] 将图像匹配与几何配准结合。其他方法优化了一个在图像上密集定义的直接光度目标 [35, 25]。Whelan 等人 [40] 引入了一个联合优化目标，结合了光度目标和点对平面 ICP 目标。我们建立在这些工作的基础上，特别是对 RGB-D 图像配准中用于密集和直接制定的光度目标进行了回顾。我们将在第 3 节中回顾用于 RGB-D 图像配准的光度目标，然后表明它可以推广到非结构化点云。点云与 RGB-D 图像之间的一个关键挑战是缺乏规则的网格参数化。

来自 RGB-D 序列的密集重建已经得到广泛研究 [29, 17, 24, 10, 4, 41]。这样的重建系统通常包括三个关键组成部分：表面对齐（以里程计和循环闭合的形式）、全局优化和表面提取。

我们展示了本文提出的彩色点云配准方法可以用于提高先进重建流程中表面对齐步骤的准确性，显著提高最终重建的准确性。为了定量评估这一点，我们收集了一组带有工业激光扫描仪获取的密集地面真值 3D 模型的 RGB-D 视频序列数据集。许多 RGB-D 数据集已在先前的工作中收集 [37, 42, 19, 5, 12]。据我们所知，其中没有一个配备有整个场景的密集且准确的真值 3D 模型。为此目的创建了合成数据集 [16, 4]。我们通过真实世界数据集补充了这些努力。

3. RGB-D 图像对齐在本节中，我们回顾了 RGB-D 图像对齐的光度目标 [35, 25]，并将其与在同一图像平面上定义的几何目标相结合。这引入了符号并为彩色点云对齐奠定了基础，该内容将在第 4 节中介绍。

一个 RGB-D 图像由注册到相同坐标框架的彩色图像  $I$  和深度图像  $D$  组成。为简单起见，我们使用强度图像。给定一对 RGB-D 图像  $(I, D)$  和  $(I', D')$ ，以及粗略将  $(I, D)$  对齐到  $(I', D')$  的初始变换  $T$ ，目标是找到密集对齐这两个 RGB-D 图像的最佳变换。

光度目标  $E$  以强度的平方差形式制定 [35, 25]：

$$E(T) = \sum_x (I(x) - I'(x))^2, \quad (1)$$

其中  $x = (u, v)$  是  $(I, D)$  中的一个像素，而  $x' = (u', v')$  是  $(I', D')$  中对应的像素。这种对应关系是通过将深度像素  $(x, D(x))$  转换为  $(I', D')$  相机空间中的一个 3D 点，使用  $T$  进行变换，然后投影到  $(I', D')$  的图像平面上而建立的。形式上，

$$x' = g(s(h(x, D(x)), T)). \quad (2)$$

这里  $h$  是从深度像素转换为齐次坐标中的 3D 点的转换：

$$h(u, v, d) = ((\frac{u}{f} - c) \cdot d, (\frac{v}{f} - c) \cdot d, d, 1), \quad (3)$$

其中  $f$  和  $f$  是焦距， $(c, c)$  是主点。 $s$  是下面的刚性变换：

$$s(h, T) = Th. \quad (4)$$

$g$  是  $h$  的逆函数，将一个三维点映射到一个深度像素：

$$g(s, s, s, 1) = (sf_s + c, \frac{sf}{s} + c, s). \quad (5)$$

The first two components of  $g$ , denoted by  $g_{uv}$ , form the corresponding pixel  $x'$  on the image plane of  $(I_i, D_i)$ .

Similarly, we can define a geometric objective  $E_D$  that compares the depth of pixel  $x$  and  $x'$ . We notice that direct comparison between depth values  $D_i(x')$  and  $D_j(x)$  leads to incorrect results since the depth values are measured in different camera spaces. We therefore compare  $D_i(x')$  with the warped depth  $g_d$ , which is the third component of  $g$  as defined in Equation 5:

$$E_D(T) = \sum_x (D_i(x') - g_d(s(h(x, D_j(x)), T)))^2. \quad (6)$$

It is important that both the photometric objective  $E_I$  and the geometric objective  $E_D$  are defined on the same parameterization domain. In the next section, we show that a change of parameterization domain enables generalization of these objectives to unstructured point clouds.

A joint photometric and geometric objective can be formulated by combining  $E_I$  and  $E_D$ :

$$E(T) = (1 - \sigma)E_I(T) + \sigma E_D(T), \quad (7)$$

where  $\sigma \in [0, 1]$  is a constant weight that balances the two terms.

## 4. Colored Point Cloud Registration

In this section we generalize the joint optimization objective (7) to aligning colored point clouds.

### 4.1. Parameterization

Let  $P$  be a colored point cloud, and let  $C(p)$  be a discrete function that retrieves the intensity of each point  $p$ . In order to use color in optimization, we need to generalize  $C(p)$  to a continuous function so that we can compute its gradient.

Conceptually, we introduce a virtual orthogonal camera for each point  $p \in P$ . It is configured to observe  $p$  along the normal  $n_p$ . The image plane of this virtual camera is the tangent plane at  $p$ . It parameterizes a virtual image that can be represented as a continuous color function  $C_p(u)$ , where  $u$  is a vector emanating from  $p$  along the tangent plane:  $u \cdot n_p = 0$ . The function  $C_p(u)$  can be approximated by its first-order approximation:

$$C_p(u) \approx C(p) + d_p^\top u, \quad (8)$$

where  $d_p$  is the gradient of  $C_p(u)$ . The gradient is estimated by applying least-squares fitting to  $\{C(p') | p' \in \mathcal{N}_p\}$ , where  $\mathcal{N}_p$  is the local neighborhood of  $p$ .

Specifically, let  $f(s)$  be the function that projects a 3D point  $s$  to the tangent plane of  $p$ :

$$f(s) = s - n_p(s - p)^\top n_p. \quad (9)$$

The least-squares fitting objective for computing  $d_p$  is

$$\begin{aligned} L(d_p) &= \sum_{p' \in \mathcal{N}_p} (C_p(f(p') - p) - C(p'))^2 \\ &\approx \sum_{p' \in \mathcal{N}_p} (C(p) + d_p^\top (f(p') - p) - C(p'))^2, \end{aligned} \quad (10)$$

with the additional constraint  $d_p^\top n_p = 0$ . This is a linear least-squares problem and can be solved efficiently during preprocessing.

Similarly, we can assume that the virtual camera has a depth channel and define a continuous depth function  $G_p(u)$ . Since its gradient at the origin is 0, the first-order approximation of  $G_p(u)$  is a constant function:

$$G_p(u) \approx (o_p - p)^\top n_p, \quad (11)$$

where  $o_p$  is the origin of the virtual camera.

### 4.2. Objective

Let  $P$  and  $Q$  be two colored point clouds and let  $T^0$  be the coarse initial alignment. Our goal is to find the optimal transformation  $T$  that aligns  $Q$  to  $P$ .

We formulate a joint optimization objective

$$E(T) = (1 - \sigma)E_C(T) + \sigma E_G(T), \quad (12)$$

where  $E_C$  and  $E_G$  are the photometric and geometric terms, respectively.  $\sigma \in [0, 1]$  is a weight that balances the two terms.

The term  $E_C$  is defined by generalizing the photometric term  $E_I$  in Equation 1. The first change we make is to define residuals based on a correspondence set  $\mathcal{K} = \{(p, q)\}$  instead of the pixel set  $\{x\}$ . Here  $\mathcal{K}$  is created following the ICP algorithm: in each optimization iteration,  $\mathcal{K}$  is re-computed as the set of correspondence pairs between  $P$  and  $T^k Q$  that are within distance  $\varepsilon$ , where  $T^k$  is the current transformation.

To use the virtual camera introduced in Section 4.1,  $q$  is projected to a point  $q'$  on the tangent plane of  $p$ :

$$q' = f(s(q, T)), \quad (13)$$

where  $s$  is the rigid transformation in Equation 4 and  $f$  is the projection function in Equation 9. Using the local color function  $C_p$  in (8) and the projected point  $q'$  in (13),  $E_C$  is defined as

$$E_C(T) = \sum_{(p, q) \in \mathcal{K}} (C_p(q') - C(q))^2. \quad (14)$$

Similarly, we generalize the geometric term  $E_D$  in Equation 6 to  $E_G$ :

$$E_G(T) = \sum_{(p, q) \in \mathcal{K}} (G_p(q') - (o_p - s(q, T))^\top n_p)^2. \quad (15)$$

$g$  的前两个分量用  $g$  表示，在  $(I, D)$  的图像平面上形成对应的像素  $x$ 。

同样，我们可以定义一个几何目标  $E$ ，用于比较像素  $x$  和  $x$  的深度。我们注意到，直接比较深度值  $D(x)$  和  $D(x)$  会导致不正确的结果，因为深度值是在不同的相机空间中测量的。因此，我们将  $D(x)$  与变形深度  $g$  进行比较，这是在方程 5 中定义的  $g$  的第三个分量：

$$E(T) = \sum_x (C(x) - g(s(h(x), D(x)), T)) \quad (6)$$

重要的是，光度学目标  $E$  和几何目标  $E$  在相同的参数化域上定义。在下一节中，我们将展示参数化域的变化如何将这此目标推广到非结构化点云。

通过结合  $E$  和  $E$ ，可以制定一个联合的光度和几何目标：

$$E(T) = (1 - \sigma) E(T) + \sigma E(T), \quad (7)$$

其中  $\sigma \in [0, 1]$  是平衡这两个的一个恒定权重项。

4. 彩色点云配准在本节中，我们将将联合优化目标 (7) 推广到对齐彩色点云。

4.1. 参数化设  $P$  为彩色点云，设  $C(p)$  为检索每个点  $p$  的强度的离散函数。为了在优化中使用颜色，我们需要将  $C(p)$  推广为连续函数，以便计算其梯度。

从概念上讲，我们引入了每个点  $p$  的虚拟正交摄像机

。它被配置为沿法线  $n$  观察  $p$ 。这个虚拟摄像机的成像平面是  $p$  处的切平面。它将虚拟图像参数化为连续颜色函数  $C(u)$ ，其中  $u$  是沿切平面从  $p$  出发的向量： $u$

$= 0$ 。函数  $C(u)$  可以通过一阶近似来近似：

$$C(u) \approx C(p) + du, \quad (8)$$

其中  $d$  是  $C(u)$  的梯度。梯度是通过最小二乘拟合来估计的

$\{C(p) | p \in N\}$ ，其中  $N$  是局部邻域

具体来说，设  $f(s)$  是将 3D 点  $s$  投影到点  $p$  的切平面的函数：

$$f(s) = \frac{s \cdot n}{s \cdot n - p \cdot n} \quad (9)$$

用于计算误差的最小二乘拟合目标

$$L(d) = \sum_{p \in N} (C(f(p) - p) - C(p))^2 \approx \sum_{p \in N} (C(p) + d(f(p) - p) - C(p))^2, \quad (10)$$

具有附加约束  $d_n = 0$ 。这是一个线性最小二乘问题，在预处理期间可以高效求解。

类似地，我们可以假设虚拟摄像机具有深度通道，并定义一个连续的深度函数  $G(u)$ 。由于其在原点的梯度为 0， $G(u)$  的一阶近似是一个常数函数：

$$G(u) \approx (o - p) \cdot n, \quad (11)$$

其中  $o$  是虚拟摄像机的原点。

4.2. 目标设  $P$  和  $Q$  为两个彩色点云， $T$  为粗略的初始对齐。我们的目标是找到将  $Q$  对齐到  $P$  的最佳变换  $T$ 。

我们制定了联合优化目标

$$E(T) = (1 - \sigma) E(T) + \sigma E(T), \quad (12)$$

其中  $E$  和  $E$  分别是光度学和几何学术语。 $\sigma \in [0, 1]$  是平衡这两者的权重项。

项  $E$  由在方程 1 中将光度学项  $E$  泛化而得到的。我们做出的第一个改变是基于对应关系集合定义残差

$K = \{(p, q)\}$  而不是像素集  $\{x\}$ 。在这里  $K$  作为  $P$  和  $TQ$  之间对应对的集合被重新计算，在  $\epsilon$  距离内，其中  $T$  是当前的转换。

要使用在第 4.1 节中介绍的虚拟相机， $q$  被投影到点  $p$  的切平面上的点  $q$ ：

$$q = f(s(q, T)), \quad (13)$$

其中  $s$  是方程 4 中的刚性变换， $f$  是方程 9 中的投影函数。使用局部颜色函数  $C$  in (8) 和投影点  $q$  in (13)， $E$  被定义为

$$E(T) = \sum_{(p,q) \in K} (C(q) - C(p))^2. \quad (14)$$

类似地，我们将方程 6 中的几何项  $E$  推广为  $E$ ：

$$E(T) = \sum_{(p,q) \in K} (G(q) - (o - s(q), T) \cdot n)^2. \quad (15)$$



使用 (11) 替换  $G(q)$ ，可以消除变量  $ois$ ：

$$E(T) = \sum_{(p,q) \in K} (s(q, T) - p)n. \quad (16)$$

该函数等同于 ICP 算法中的点到平面目标[3, 31]。当仅使用几何项时 ( $\sigma = 1$ )，我们的算法简化为点到平面 ICP。

把所有东西放在一起，联合优化目标(12)可以写成

$$E(T) = (1 - \sigma) \sum_{(p,q) \in K} (r_{(p,q)}(T))^2 + \sigma \sum_{(p,q) \in K} (r_{(p,q)}(T)), \quad (17)$$

其中  $r_c$  和  $r_g$  是光度和几何残差，分别是：

$$r_c(T) = C(f(s(q, T))) - C(q), \quad (18)$$

$$r_g(T) = (s(q, T) - p)n. \quad (19)$$

4.3. 优化 我们使用高斯-牛顿方法最小化非线性最小二乘目标函数  $E(T)$ 。在每次迭代中，我们将  $T$  在本地线性化为一个 6-向量  $\xi = (\alpha, \beta, \gamma, a, b, c)$ ，其中汇集了一个旋转分量  $\omega$  和一个平移  $t$ 。 $T$  被  $\xi$  的线性函数近似：

$$T \approx \begin{bmatrix} 1 - \gamma \beta a \\ \gamma 1 - \alpha b \\ \beta \alpha 1 c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T, \quad (20)$$

其中  $T_{is}$  是在上一次迭代中估计的变换。遵循高斯-牛顿方法，我们通过解线性系统计算  $\xi$

$$JJ\xi = -Jr, \quad (21)$$

其中  $r$  是残差向量， $J$  是其雅可比矩阵，在  $T$  处求值：

$$r = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \sigma} r_c \\ \sqrt{\sigma} r_g \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{r_c(T)} \\ J_{r_g(T)} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{r_c(T)} \\ J_{r_g(T)} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$J = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \sigma} J_{r_c(T)} \\ \sqrt{\sigma} J_{r_g(T)} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{r_c(T)} \\ J_{r_g(T)} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{r_c(T)} \\ J_{r_g(T)} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

为了评估方程 26 和 27 中的偏导数，我们使用 (18) 和 (19) 并应用链式法则：

$$\nabla_{r_c} (r_c(T)) = \frac{\partial}{\partial \xi} (C \circ f \circ s) \quad (28)$$

$$= \nabla C(f) J(s) J(\xi), \quad (29)$$

$$\nabla_{r_g} (r_g(T)) = n J(\xi), \quad (30)$$

其中  $\nabla C = \text{dis}$  是每个点  $p$  的预计算梯度， $J(s)$  是从 (9) 推导出的  $f$  的 Jacobian， $J$  是从 (4) 和 (20) 推导出的  $s$  相对于  $\xi$  的 Jacobian。

在每次迭代中，我们评估残差  $r$  和  $J$  在  $T$  处，解决 (21) 中的线性系统，在  $T$  上应用增量变换  $\xi$  更新  $T$ ，将变换映射到 SE(3)。在下一次迭代中，我们围绕  $T$  重新参数化  $T$  并重复。

4.4. 由粗到细的处理目标(12)是非凸的，优化可能会陷入局部最小值。为了缓解这个问题，我们使用粗到细的方案。我们通过使用增大的体素大小的体素网格对输入点云进行下采样来构建点云金字塔。下采样算法用其质心近似每个体素中的点。因此，在优化目标方面，粗一级别上的残差是细一级别上几个残差的组合。粗一级别上的目标函数更加平滑，可以引导高斯-牛顿方法进入更深的局部最小值。优化在金字塔的每个级别上执行，从粗到细。粗一级别的结果初始化下一级别的优化。

算法 1 总结了用于彩色点云配准的算法。

5. 场景重建 我们提出了联合光度和几何优化算法，用于对齐 RGB-D 图像 (第 3 节) 和彩色点云 (第 4 节)。联合目标的好处在于它沿着切平面 (通过光度项) 和沿着法线方向 (通过几何项) 锁定对齐。因此，它比单独使用任一目标更稳健和更准确。我们现在通过使用这些算法来展示它们的效用，以提高最先进的场景重建系统[4]的准确性和稳健性。

我们在这个系统的公开可用实现基础上，使用本文提出的算法替换了两个关键步骤。该系统以 RGB-D 序列作为输入，并按以下步骤进行。

#### 1. 从输入 RGB-D 序列的短子序列构建局部几何表面(P)





## 算法 1 彩色点云对齐

输入：彩色点云  $P$  和  $Q$ , 初始变换  $T$  输出：将  $Q$  对准  $P$  的变换  $T$  1: 构建点云金字塔  $\{P\}$  和  $\{Q\}$

2: 对于  $p \in P$  执行  
3: 通过最小化 (10) 预先计算  $d$  4: 这定义了函数  $C$  5:  $T \leftarrow T, L \leftarrow$  最大金字塔级别 6: 对于  $l \in \{L, L-1, \dots, 0\}$  执行  $\Delta$  从最粗到最细 7: 当未收敛时执行 8:  $r \leftarrow 0, J \leftarrow 0$  9: 计算对应集合  $K$  10: 对于  $(p, q) \in K$  执行  
11: 计算  $r$

12:  $c, r_G$  在  $T$  处 (方程 18, 19)  
13: 计算  $\nabla r$  在  $T$  处,  $C, \nabla r_G$  (方程 29, 30)  
14: 相应地更新  $r$  和  $J$   
15: 解线性系统 21 以得到  $\xi$   
使用方程 20 更新  $T$ , 然后映射到 SE (3) 16:  
验证  $T$  是否将  $Q$  对齐到  $P$

2. 执行全局配准并检测可匹配片段对  $\{(P, P)\}$   
通过在全局配准结果上应用强大的图优化; 3. 紧密对齐可匹配的片段对  $\{(P, P)\}$

建立对应关系集  $\{K\}$  在可匹配的片段之间  
优化片段姿势  $\{T\}$  并通过最小化在对应关系上定义的目标来优化相机标定函数  $C(\cdot)$   
[45]; 5. 集成 RGB-D 图像以生成场景的网格模型  $\{K\}$

我们使用第 3 和第 4 节提出的算法来替换第 1 和第 3 步。

更好的片段构建。我们从每  $k = 100$  个 RGB-D 图像创建一个片段。在每个子序列中，我们测试每对 RGB-D 图像，看它们是否可以对齐。初始对齐是通过建立颜色图像中 ORB 特征之间的对应关系[30]来估计的，通过 5 点 RANSAC 算法进行修剪[36]，并计算将对应深度像素对齐的变换[9]。然后，我们优化目标 (7) 来获得紧凑的对齐。该算法在补充资料中有详细说明。对齐结果被视为姿态图中的边缘。进行鲁棒性姿态图优化，以估计每个 RGB-D 图像的相机姿态[4]。通过截断的符号距离体和颜色体，RGB-D 图像以彩色点云的形式集成为片段[6, 29, 40]。这替换了第 1 步。

更好的片段对齐。为了使片段对更紧凑的对齐，我们使用第 4 节开发的彩色点云对齐算法。这提供了更准确

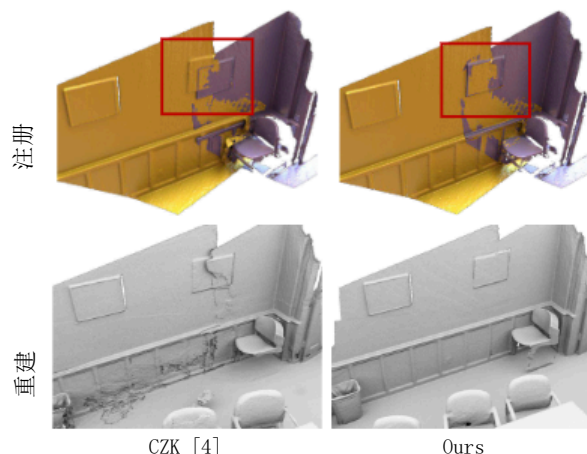


图 1. 左侧：ICP 算法失败（上图）导致错误的重建（下图）。右侧：我们的彩色点云配准算法沿切线平面和法线方向对齐（上图），生成准确的场景模型（下图）。

碎片对齐速率。特别是，新算法对沿着平坦表面滑动的鲁棒性明显提高，如图 1 所示。这替换了第 3 步。

6. 数据集 据我们所知，没有公开可用的 RGB-D 数据集可以提供大规模真实场景的密集地面真实几何。为了补充现有数据集，我们使用高端激光扫描仪创建了五个完整室内环境的地面真实模型，并拍摄了这些场景的 RGB-D 视频序列。这些数据使得可以对真实场景重建进行定量评估，并将公开可用。

我们扫描了五个场景：公寓、卧室、会议室、大堂和阁楼。每个场景的大小范围从 21 到 86 平方米不等。地面真实数据是使用 FARO Focus 3D X330 HDR 扫描仪收集的。该扫描仪的工作范围为 0.6 米至 330 米。在 10 米的距离上，其测距精度为 0.1 毫米。每个场景都是从多个位置扫描的。扫描是使用制造商提供的专用软件合并的，该软件用于工业应用中的范围扫描对齐。

在每个场景中，我们使用 Asus Xtion Live 摄像头捕获了连续的 RGB-D 视频序列。序列的长度范围从 11 到 18 分钟不等。每个序列都全面覆盖了相应的场景。RGB-D 序列可用作场景重建系统的输入。地面真实模型可用于评估结果的准确性。数据集在表 1 中进行了总结。地面真实模型在附录中进行了可视化。



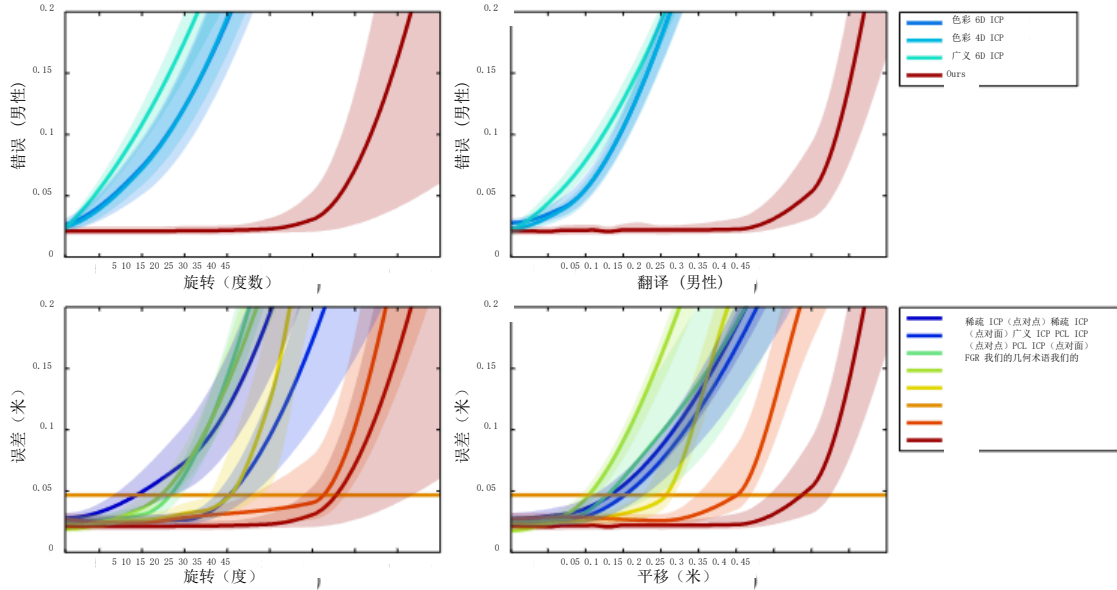


图 2。在 TUM RGB-D 数据集[37]上评估点云对齐。所提出的算法与使用颜色的先前算法（顶部）以及不使用颜色的算法（底部）进行比较。这些算法使用从真实姿势中偏离的变换进行初始化，旋转分量（左侧）和平移分量（右侧）。图表显示了收敛时的中位数 RMSE（粗曲线）以及跨试验的 RMSE 范围（阴影区域）的 40%-60%。数值越低越好。我们的算法优于所有先前的方法。

名称	尺寸 (米)	激光点数	RGBD 帧数
公寓	69.17	18.7 百万	31.9 千
卧室	21.01	10.9 百万	21.9 千
会议室	60.90	17.4 百万	24.3 千
大堂	86.46	14.5 百万	20.0 千
阁楼	34.74	14.5 百万	25.3 千

表 1。数据集统计。使用工业激光扫描仪获取了五个真实场景的密集地面真实模型。然后使用 RGB-D 相机扫描了这些场景。

## 7. 结果

7.1. 彩色点云配准 我们首先评估第 4 节中提出的彩色点云配准算法。我们将该算法与另外三种用于彩色点云对齐的算法进行比较。前两种是将点云嵌入到更高维空间的 ICP 变体算法：Men 等人的算法[28]（称为 Color 4D ICP）和 Johnson 等人的算法[21]（称为 Color 6D ICP）。第三种是 Korn 等人的算法[27]，在 Point Cloud Library [32] 中实现（称为广义 6D ICP）。

第一次评估是在 TUM RGB-D 数据集的四个序列上进行的：fr1/desk、fr1/desk2、fr1/room 和 fr3/office [37]

我们将 RGB-D 序列分割成片段，并利用数据集中提供的地面真实相机姿势使用体积积分[6]构建彩色片段。这给我们带来了具有已知相对姿势的彩色点云。我们在至少重叠 30% 的点云对上测试了配准算法。为了评估不同算法在初始姿势的函数下的准确性，我们将它们初始化在两种情况下。在第一种情况下，初始变换的旋转部分与真实姿势有所偏差。在第二种情况下，平移部分有所偏差。结果显示在图 2（顶部）。我们的算法在初始化接近真实姿势时更准确，并且对于较差的初始化更加稳健。

为了完整起见，我们还评估了不使用颜色的配准算法。结果显示在图 2（底部）。PCL ICP 是 ICP 算法的 Point Cloud Library 实现[32]。Sparse ICP 是 Bouaziz 等人的算法[2]。我们使用点对点 and 点对点距离度量[31]测试了这些算法。广义 ICP 是 Segal 等人的算法[34]的 Point Cloud Library 实现。FGR 是 Zhou 等人的最先进的全局配准算法[47]。我们的几何项指的是仅使用几何项（ $\sigma = 1$ ）的结果。Ours 指的是使用完整优化目标的结果。Ours 和 Our geometric term 之间的差异显示了使用颜色信息的好处。 $\sigma$  的最佳值是通过网格搜索找到的，详细信息请参阅补充材料。

我们的第二次评估是在多模式 IMPART 数据集[26]中的大教堂场景上进行的。数据集提供了七个大型外观的彩色激光雷达扫描。





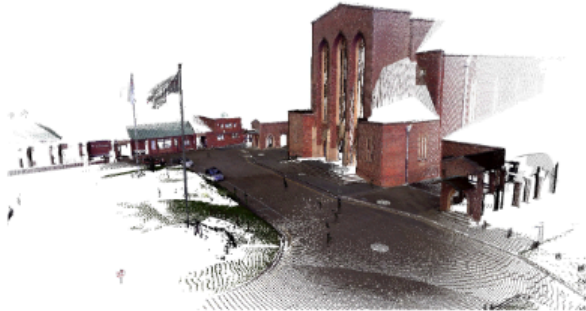


图 3. 使用我们的算法对大教堂场景的七个彩色 LiDAR 扫描进行了对齐。

门景，由 FARO 激光扫描仪捕获。点的密度不均匀。该数据集上的结果类似于图 2，并在补充中提供。如果初始扰动超过 35 度旋转或 4 米平移，其他方法开始失败（RMSE>0.25m）。相比之下，我们的算法即使初始扰动为 40 度旋转和 6 米平移时也能紧密对齐扫描。

不同算法的运行时间报告在表 2 中。运行时间是在具有 8 个并行线程的 Intel Core i75960X CPU 上测量的。我们的算法比所有其他本地配准算法都快。我们假设优化由于粗到细的方案和光度项而收敛更快。

彩色 4D ICP [28]	3.64	彩色 6D ICP [21]	3.66	广义 6D ICP [27]	16.11
广义 ICP [34]	3.54	PCL ICP (点对点) [32]	2.43	PCL ICP (点对面) [32]	1.77
稀疏 ICP (点对点) [2]	8.96	稀疏 ICP (点对面) [2]	9.41		
FGR[47]	0.37				
Ours	0.70				

表 2. 平均运行时间（秒）。FGR 是一种全局配准算法，适用于固定对应关系。

7.2. 场景重建 我们现在评估第 5 节中描述的增强场景重建系统。我们的第一个基准是崔等人的系统 [4]，没有我们的增强（称为 CZK）。我们的第二个基准是 Whelan 等人的 ElasticFusion 系统 [41]，这是一个最先进的实时流水线。请注意，我们的系统和 CZK 都不是实时运行的，因此 ElasticFusion 处于劣势。

我们从现有的 SceneNN 数据集[19]开始评估。该数据集没有提供地面真实模型，因此我们在这里的评估是定性的。我们从数据集中随机抽取两个序列并重建

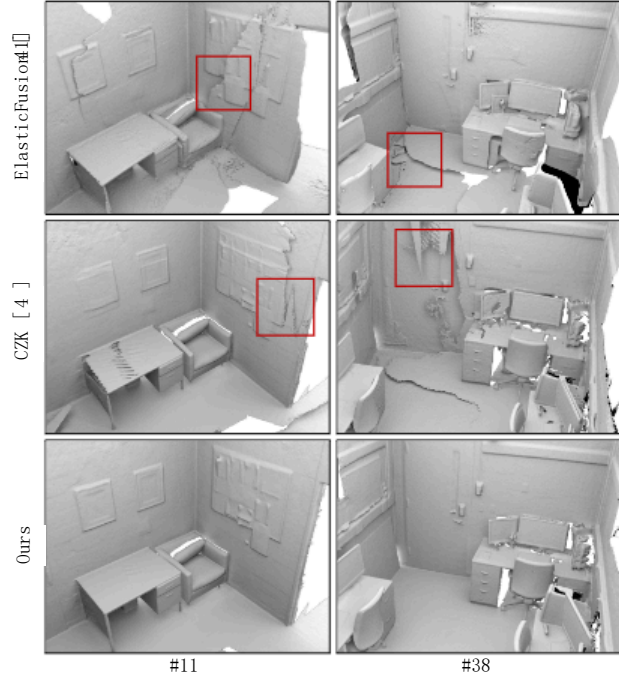


图 4. 从 SceneNN 数据集[19]中随机抽取的两个场景的重建。先前的系统存在表面对齐不准确和产生破碎几何的问题。我们的系统产生了更清晰的结果。

用三个管道对它们进行处理。结果如图 4 所示。为了进行可视化，对 ElasticFusion 的输出应用 Poisson 表面重建以创建一个网格[23]。我们的系统在随机采样场景上产生了最佳的定性结果。

现在我们对第 6 节中呈现的数据集进行定量评估。让一个重建模型的精度为重建点中有地面真实点的百分比，距离为  $\tau$ 。让一个重建模型的召回率为有一个重建点位于距离  $\tau$  内的地面真实点的百分比。我们使用  $\tau = 20$  毫米。我们的主要度量标准是 F 分数，精度和召回率的调和平均值：

$$F = \frac{2 \cdot \text{精度} \cdot \text{召回率}}{\text{精度} + \text{召回率}}$$

每个系统在五个场景中实现的 F 分数报告在表 3 中。我们的系统实现了 59.69% 的平均 F 分数，而 CZK 基准实现了 46.49%。我们的系统生成的重建在图 5 中可视化。

8. 结论我们重新审视了彩色点云配准问题，并提出了一种优化的算法。



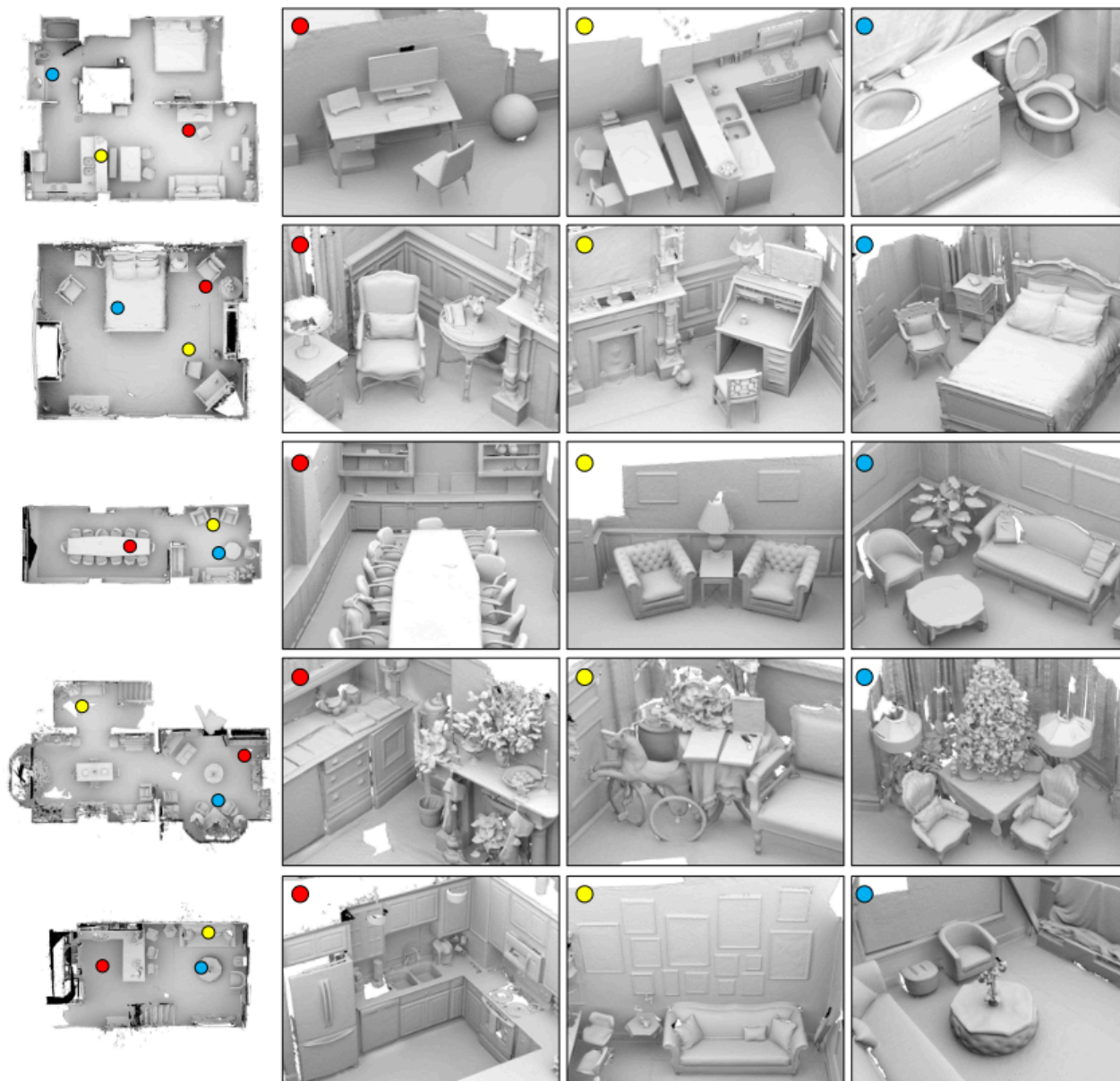


图 5. 使用提供的数据集重建的场景，使用提供的系统。

光度和几何目标。我们的公式统一了 RGB-D 图像对齐和彩色点云配准。我们的方法优于先前的配准算法。作为一个应用，我们使用所提出的方法显著提高了最先进的场景重建系统的准确性。为了在真实世界数据上定量验证结果，我们创建了一个包含五个室内场景的数据集，其中包含准确的地面真实模型。我们的数据集和参考实现将被公开提供。

	EF [41]	CZK [4]	我们的
公寓	7.36	55.63	61.68
卧室	13.21	46.17	75.25
会议室	16.41	49.41	50.43
大堂	7.35	35.37	48.02
阁楼	30.60	45.88	63.05
Mean	14.99	46.49	59.69

表 3. 在提供的数据集上的结果。F 分数以百分比表示。



## 参考资料

- [1] P. J. Besl 和 N. D. McKay. 一种用于三维形状配准的方法。PAMI, 1992 年。1, 2 [2] S. Bouaziz, A. Tagliasacchi 和 M. Pauly. 稀疏迭代最近点。在几何处理研讨会上, 2013 年。
- 6, 7 [3] Y. Chen 和 G. G. Medioni. 通过多个范围图像配准进行对象建模。图像与视觉计算, 10(3), 1992 年。1, 2, 4 [4] S. Choi, Q.-Y. Zhou 和 V. Koltun. 室内场景的稳健重建。在 CVPR, 2015 年。2, 4, 5, 7, 8 [5] S. Choi, Q.-Y. Zhou, S. Miller 和 V. Koltun. 一个大型对象扫描数据集。arXiv:1602.02481, 2016 年。2 [6] B. Curless 和 M. Levoy. 一种从范围图像构建复杂模型的体积方法。在 SIGGRAPH, 1996 年。
- 5, 6 [7] M. Danelljan, G. Meneghetti, F. Shahbaz Khan 和 M. Felsberg. 基于颜色的点集配准的概率框架。在 CVPR, 2016 年。2 [8] A. Delaunoy 和 M. Pollefeys. 用于密集多视角三维建模的光度捆绑调整。在 CVPR, 2014 年。
- 1 [9] D. Eggert, A. Lorusso 和 R. Fisher. 估计三维刚体变换: 四种主要算法的比较。机器视觉与应用, 9, 1997 年。5
- rithms. Machine Vision and Applications, 9, 1997. 5
- [10] F. Endres, J. Hess, J. Sturm, D. Cremers, 和 W. Burgard. 使用 RGB-D 相机进行 3D 映射。IEEE 机器人学交易, 30(1), 2014 年。2
- [11] G. D. Evangelidis, D. Kounades-Bastian, R. Horaud, 和 E. Z. Psarakis. 的多点集联合配准生成模型。在 ECCV, 2014 年。2 [12] M. Firman. PCRD 数据集。讨论和在 CVPR 研讨会, 2016 年。2
- [13] Y. 古川和 C. 埃尔南德斯. 多视图立体: 一教程。计算机图形学和视觉基础与趋势, 2015 年 9(1-2)。1 [14] N. 盖尔方, S. 鲁辛基兹, L. 池本和 M. 利维. 为 ICP 算法稳定采样。几何学。在 3-D 数字成像与建模, 2003 年 1。
- [15] G. Godin, D. Laurendeau 和 R. Bergevin. 一种带属性范围图像的注册方法。在 3-D 数字成像与建模中, 2001 年。2
- [16] A. Handa, T. Whelan, J. McDonald 和 A. J. Davison. RGB-D 视觉里程计, 3D 重建和 SLAM 的基准。在 ICRA, 2014 年。2
- [16] A. Handa, T. Whelan, J. McDonald, and A. J. Davison. ARSS benchmark for RGB-D visual odometry, 3D reconstruction and SLAM. In ICRA, 2014. 2
- [17] P. Henry, M. Krainin, E. Herbst, X. Ren, and D. Fox. RGB 使用 Kinect 风格的深度摄像头进行室内环境的密集 3D 建模。《国际机器人研究杂志》, 31(5), 2012 年。2
- [18] D. Holz, A. E. Ichim, F. Tombari, R. B. Rusu, 和 S. Behnke. 使用点云库进行配准: 用于在 3D 中对齐的模块化框架。《IEEE 机器人与自动化杂志》, 22(4), 2015 年。2
- [19] B. Hua, Q. Pham, D. T. Nguyen, M. Tran, L. Yu, 和 S. Yeung. SceneNN: 带有注释的场景网格数据集。在 3DV, 2016 年。2, 7
- [20] B. Huhle, M. Magnusson, W. Straßer 和 A. J. Lilienthal. 用于彩色 3D 点云的基于核的扩展的正规分布变换的注册。在 ICRA, 2008 年。2
- [21] A. E. Johnson 和 S. B. Kang. 纹理 3D 数据的注册和集成。图像和视觉计算, 1999 年。1, 2, 6, 7
- [22] J. H. Joung, K. H. An, J. W. Kang, M. J. Chung, and W. Yu. 使用修改后的颜色 ICP 算法通过融合相机和 3D 激光测距仪进行 3D 环境重建。在 IROS, 2009 年。1, 2
- [23] M. M. Kazhdan 和 H. Hoppe. 筛选泊松表面重建。ACM 图形学交易, 32(3), 2013 年。
- 7 [24] C. Kerl, J. Sturm 和 D. Cremers. 用于 RGB-D 相机的密集视觉 SLAM。在 IROS, 2013 年。2 [25] C. Kerl, J. Sturm 和 D. Cremers. 稳健的里程计估计- RGB-D cameras. In IROS, 2013. 2 [25] C. Kerl, J. Sturm, and D. Cremers. Robust odometry estimation with 4D ICP algorithm. In ICRA, 2011. 1, 2, 6, 7
- [26] H. Kim 和 A. Hilton. 颜色和特征几何对多模态 3D 点云数据配准的影响。在 3DV, 2014 年。6, 7 [27] M. Korn, M. Holzkothén 和 J. Pauli. 颜色支持的广义 ICP。在 VISAPP, 2014 年。1, 2, 6, 7 [28] H. Men, B. Gebre
- [29] R. A. Newcombe, S. Izadi, O. Hilliges, D. Molyneaux, D. Kim, A. J. Davison, P. Kohli, J. Shotton, S. Hodges 和 A. Fitzgibbon. KinectFusion: 实时密集表面映射和跟踪。在 ISMAR, 2011 年。2, 5
- [30] E. Rublee, V. Rabaud, K. Konolige 和 G. R. Bradski. ORB: SIFT 或 SURF 的高效替代方案。在 ICCV, 2011 年。5 [31] 算法。在 3-D 数字成像和建模, 2001 年。1, 2, 4, 6 [32] R. B. Rusu 和 S. Cousins. 3D 已经到来: 点云库 (PCL)。在 ICRA, 2011 年。6, 7 [33] J. Salvi, C. Matabosch, D. Fofi 和 I. Forest. 综述近期的范围图像配准方法及准确性评估。图像与视觉计算, 2007, 25(5)
- [34] A. V. Segal, D. Haehnel 和 S. Thrun. 广义 ICP。在 RSS, 2009 年。2
- [35] F. Steinboeck, J. Sturm 和 D. Cremers. 实时视觉里程计, 3D 重建和 SLAM 的基准。在 ICRA, 2014 年。2
- [35] F. Steinboeck, J. Sturm, and D. Cremers. 从稠密 RGB-D 图像中的里程计。在 ICCV 研讨会上, 2011 年。1, 2
- [36] H. Stewénius, C. Engels 和 D. Nistér. 直接相对定向的最新进展- 直接相对定向的最新进展。ISPRS 光学期刊和遥感, 2006 年 60。
- [37] J. Sturm, N. Engelhard, F. Endres, W. Burgard 和 D. Cremers. 用于评估 RGB-D SLAM 系统的基准。2012 年 IROS. 2, 6
- [38] G.K.L. Tam, Z. Cheng, Y. Lai, F.C. Langbein, Y. Liu, D. Marshall, R.R. Martin, X. Sun 和 P.L. Rosin. 三维点云和网格的配准: 从刚性到非刚性的调查。IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2013 年 19 (7) 。2





- 2013 年[39] M. Waechter, N. Moehrle 和 M. Goesele。让颜色存在！大规模三维重建的纹理贴图。ECCV, 2014 年。1
- [40] T. Whelan, M. Kaess, H. Lehnert, M. F. Fallon, T. F. Leonard, 和 J. McDonald。实时大规模密集 RGB-D SLAM 与体积融合。国际机器人研究杂志, 34(4-5), 2015 年。1, 2, 5
- [41] T. Whelan, R. F. Salas-Moreno, B. Glocker, A. J. Davison, 和 S. Leutenegger。ElasticFusion: 实时密集 SLAM 和光源估计。国际机器人研究杂志, 35(14), 2016 年。2, 7, 8
- [42] J. Xiao, A. Owens, 和 A. Torralba。SUN3D: 一个数据库使用 SfM 和对象标签重建的大空间。在 ICCV, 2013 年。
- [43] J. 杨, H. 李, D. 坎贝尔和 Y. 贾。Go-ICP: 全局最优解决方案 3D ICP 点集配准。在 ACM SIGGRAPH, 2014 年。
- [44] Q.-Y. Zhou and V. Koltun。Color map optimization for 3D reconstruction with consumer depth cameras. In SIGGRAPH, 2014. 1
- [45] Q.-Y. Zhou 和 V. Koltun。同时定位和校准: 消费者深度相机的自校准。在 CVPR, 2014 年。5
- [46] Q.-Y. Zhou 和 V. Koltun。深度相机跟踪与轮廓线索。在 CVPR, 2015 年。1
- [47] Q.-Y. Zhou, J. Park 和 V. Koltun。快速全局注册。在 ECCV, 2016 年。2、6、7
- [48] Q.-Y. Zhou, J. Park, 和 V. Koltun。In ECCV, 2016. 2, 6, 7