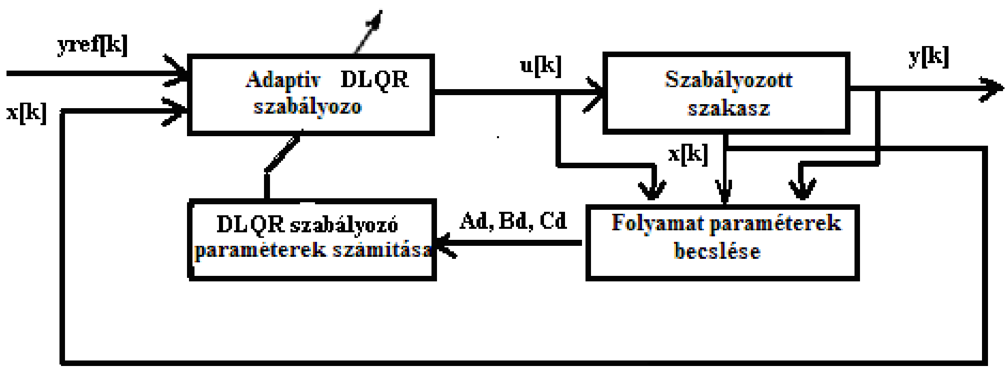
ADAPTÍV DLQR SZABÁLYOZÓK TANULMÁNYOZÁSA

3.1. A dolgozat célja:

A dolgozatban tanulmányozni szeretnénk a DLQR szabályozókat együtt az állapotteres modellek parametrikus becslésével. Ebben a laborgyakorlatban a már ismert DLQR szabályozás egy lehetséges adaptív változatának a tanulmányozásával foglalkozunk. Fontos megjegyezni, hogy ez a változat csak akkor alkalmazható, ha a rendszer állapotvektora mérhető. Ha ez nem lehetséges, akkor be kell illeszteni még egy becslőt (pl. Kálmán szűrő) mely a mért kimenetekből meghatározza a rendszer állapotait.

3.2. Elméleti bevezető:

Egy adaptív LQR szabályozó tömbvázlata a 3.1. ábrán van szemléltetve.



3.1. ábra. Adaptív DLQR szabályozó elvi tömbdiagramja

Legkisebb négyzetes becslő on-line változata állapotteres modellekre

Mivel feltételezzük, hogy a rendszer állapotai és kimenetei mérhetők, ezért csak az állapotegyenletekben szereplő mátrixok (Ad, Bd) becslésével foglalkozunk. A Cd mátrix kiszámolható egyszerű direkt módszerrel is. A becslést először egy példával szemléltetjük, majd általánosítjuk a feladatot.

Legyen a következő egyszerű másodfokú rendszer állapotteres modell, ahol mérni tudjuk az állapotokat és a bemeneteket.

$$x[k+1] = A_d[k] \cdot x[k] + B_d[k] \cdot u[k] \tag{3.1}$$

A cél a diszkrét Ad és Bd mátrixok becslése. Átírjuk az egyenletet „k”-ik lépésre és transzponáljuk az mátrixos egyenletrendszert:

$$x[k]^T = x[k-1]^T \cdot A_d^T[k-1] + u[k-1]^T \cdot B_d^T[k-1] \tag{3.2}$$

Felírva a kapott összefüggést mátrixosan kapjuk:

$$x[k] = \left[x[k-1]^T \;\; u[k-1]^T \right] \cdot \begin{bmatrix} A_d^T[k-1] \\ B_d^T[k-1] \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Ha bevezetjük a következő megfeleltetéseket

$$y[k] = x[k]^T \to 1\ x\ n\ ,\ \varphi_k = \left[x[k-1]^T \quad u[k-1]^T \right] \to 1\ x\ (n+m) \quad \widetilde{\theta}_k = \begin{bmatrix} A_d^T[k] \\ B_d^T[k] \end{bmatrix} \to (n+m)\ x\ (n) \tag{3.4}$$

A becslési modell $y[k] = \varphi_k^T \cdot \widetilde{\theta}_k$ és erre már alkalmazni lehet az ismert parametrikus becslési módszereket (lásd .2. laborgyakorlat):

Diszkrét LQR követő szabályozó

A diszkrét LQR követő szabályozó rövid bemutatatása a cél egy általános diszkrét állapotteres rendszer esetében. Legyen a következő diszkrét dinamikus rendszer modell:

$$\begin{aligned} x[k+1] &= A_d[k] \cdot x[k] + B_d[k] \cdot u[k] \\ y[k] &= C_d[k] \cdot x[k] \end{aligned} \tag{3.5}$$

Feltételezzük, hogy az előírt pálya adott és ismert (y_{ref} [k]), adott t_k mintavételezési időpontokban. Keressük azt a diszkrét vezérlőjel szekvenciát, mely minimálja a következő négyzetes diszkrét kritérium függvényt:

$$J(u) = \min \left[\frac{1}{2} e^T[N] \cdot F . e[N] + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (e^T[k] \cdot Q_k \cdot e[k] + u^T[k] \cdot R_k \cdot u[k]) \right] \tag{3.6}$$

ahol:

$e[k] = y_{ref}[k] - y[k]$, a y_{ref} [k] előírt pályának megfelelő követési hiba,

R a bemeneteket súlyozó mátrix,

F,Q a végpontban illetve az útvonalon hibát súlyozó mátrixok.

A súlyozó mátrixok mindegyike szimmetrikus és pozitívan értelmezett mátrixok.

A Bellman elv alapján levezetett képlett szerint a következő vezérlő szekvenciát kapjuk:

$$u[k] = \left[\left[R_k + B_d^T[k] \cdot P_{k+1} \cdot B_d[k] \right]\right]^{-1} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot B_d^T[k] \cdot g_{k+1} - B_d^T[k] \cdot P_{k+1} \cdot A_d[k] \cdot x[k] \right] \tag{3.7}$$

<u>Véges horizont</u> esetén a következő algoritmust kapjuk:

$$u[k] = K_k \cdot x[k] + f_k \tag{3.8}$$

ahol a következő rekurzív összefüggéseket kell használnunk ($i = \overline{k+N-1, k}$):

$$K_i = -\left[R_i + B_d^T[k] \cdot P_{i+1} \cdot B_d[k] \right]^{-1} \cdot B_d^T[k] \cdot P_{i+1} \cdot A_d[k]$$

$$f_i = -\frac{1}{2} \left[R_i + B_d^T[k] \cdot P_{i+1} \cdot B_d[k] \right]^{-1} \cdot \left[B_d^T[k] \cdot g_{i+1} \right] \tag{3.9}$$

$$[g_i]^T = -2\cdot y_{ref}^T[i]\cdot Q_i\cdot C_d[k] + g_{i+1}^T\cdot[A_d[k] + B_d[k]\cdot K_i]$$

$$P_i = C_d^T[k]\cdot Q_i\cdot C_d[k] - A_d^T[k]\cdot P_{i+1}\cdot B_d[k]\cdot\left[R_i + B_d^T[k]\cdot P_{i+1}\cdot B_d[k]\right]^{-1}\cdot B_d^T[k]\cdot P_{i+1}\cdot A_d[k] + A_d^T[k]\cdot P_{i+1}\cdot A_d[k]$$

A végső határfeltételek pedig:

$$g_N^T = -2\cdot y_{ref}^T[k+N]\cdot F\cdot C_d[k] \qquad P_N = C_d^T[k]\cdot F\cdot C_d[k] \qquad (3.10)$$

Egy nagy horizonttal rendelkező szabályozási feladat esetében a diszkrét Riccati egyenlet megoldása a P_k mátrix illetve a g_k vektor állandó értékekhez tartanak. Ebben az esetben a súlyozó mátrixokat is állandónak tekintjük.

<u>Végtelen horizont</u> esetén használhatjuk a következő egyszerű képleteket:

$$u[k] = K_1\cdot x[k] + K_2\cdot y_{ref}[k] \qquad (3.11)$$

Ahol

$$P = A_d^T[k]\cdot P\cdot A_d[k] + C_d^T[k]\cdot Q\cdot C_d[k] - A_d^T[k]\cdot P\cdot B_d[k]\left(R + B_d^T[k]\cdot P\cdot B_d[k]\right)^{-1} B_d^T[k]\cdot P\cdot A_d[k] \qquad (3.12)$$

$$K_1 = -(R + B_d^T[k]\cdot P\cdot B_d[k])^{-1}\cdot B_d^T\cdot P\cdot A_d \qquad (3.13)$$

$$K_2 = (R + B_d^T[k]\cdot P\cdot B_d[k])^{-1}\cdot B_d^T[k]\cdot((I_n - A_d[k] - B_d[k]\cdot K_1)^T)^{-1}\cdot C_d^T[k]\cdot Q \qquad (3.14)$$

Látható, hogy mindkét esetben a rendszer mátrixok a „k”-ik lépésben becsült értékekre hivatkoznak.

<u>3.3. A munka menete:</u>

Adottak a következő két dinamikus diszkrét rendszer.

I. Rendszer

$$\begin{cases} x_1[k+1] = -0.6\cdot x_1[k] - 2\cdot u[k]; \\ x_2[k+1] = 0.02\cdot x_1[k] - 0.8\cdot x_2[k] + u[k] \\ x_3[k+1] = 0.3\cdot x_3[k] + 2\cdot u[k]; \\ y[k] = x_1[k] + x_2[k] - x_3[k] \end{cases}$$

II Rendszer

$$\begin{cases} x_1[k+1] = -0.6\cdot x_1[k] - 3\cdot x_2[k]\cdot + u_1[k]; \\ x_2[k+1] = 0.02\cdot x_1[k] + 0.8\cdot x_2[k] + u_2[k]\cdot; \\ y[k] = x_1[k] - x_2[k] \end{cases}$$

1. Mindkét esetben készítsük el egy **szimulációs adaptív szabályozási programot.** A program elkészítésekor a következő lépések elvégzése javasolt:

- Rendszer modell beírása és ennek szimulációja egy általunk választott bemenő jelre, ábrázoljuk a kapott kimeneteket és állapotokat szabályozás nélkül.

- Írjuk meg a rendszer paramétereket becslő on-line algoritmust (a mért állapotokat felhasználva) és ábrázoljuk a becsült paraméterek változását illetve a becslési hibát. (mindez szabályozás nélkül működik). A kezdeti paraméterek megválasztása történhet véletlenszerűen.

- Írjuk meg a rendszer DLQR szabályozási algoritmusát (végtelen vagy véges hozizontra) és ábrázoljuk a szabályozott kimenetet és az előírt pályát. A súlyozó mátrixok helyes megválasztásával hangoljuk az algoritmust.

- Kapcsoljuk össze a már megírt on-line becslő algoritmust az LQR szabályozóval, úgy hogy a szabályozó jel kiszámításához felhasználjuk a becsült paramétereket.

2. Az algoritmust implementáljuk **Matlab-Simulink** környezetben is, ahol a rekurzív becsléshez **S-function** megvalósítást használjuk**.**

3.4. Kérdések:

1. Hogyan válasszuk meg a kezdeti szórásmátrixot?
2. Mit értünk felejtési együtthatón?
3. Milyen tulajdonságokkal kell rendelkezzenek az R,Q súlyozó mátrixok?
4. Mi a horizont hatása?
5. Mi történik akkor, ha nem mérhetők a rendszerállapotok?