Vizsga Optimális irányítások 2021. június 18.

1. Legyen a következő dinamikus rendszer:

$$\dot{x}(t) = x(t) + u(t), \quad x(0) = 1$$

a. Tervezzetek egy olyan $u(t) = k \cdot x(t)$ **visszacsatolást, amely biztosítja a** $J(u) = \int_0^\infty qx^2 + ru^2 dt$ **minimális értékét. Bizonyítsátok be, hogy a k nem függ a q értékétől, hanem a q/r aránytól.**

b. Tervezzetek egy olyan $u(t) = -(k_1 \quad k_2) \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$ **optimális szabályozást ahol** $\dot{z}(t) = x(t)$**, és** $J(u) = \int_0^\infty \left\{ (x(\tau) \quad z(\tau)) \begin{pmatrix} q & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(\tau) \\ z(\tau) \end{pmatrix} + u^2(\tau) \right\} d\tau$, $q \geq 0$, **amely az** $y(t) = x(t)$ **kimeneten érzékelt állandósult hibát eltünteti. Magyarázzátok meg, hogy ez miért lehetséges.**

c. Ezek után tételezzük fel, hogy a dinamikus rendszer egyenlete:

$$\dot{x}(t) = x(t) + u(t) + 1, \quad x(0) = 1$$

alakot veszi fel. Tervezzétek meg újra az a. pontban meghatározott feladatot.

2. Adott a következő dinamikus rendszer: $x(k+1) = 3 \cdot x(k) + 2 \cdot u(k)$

Határozzuk meg azt az optimális vezérlőjel szekvenciát, mely minimalizálja a következő négyzetes kritériumot:

$$J(u) = \tfrac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (x^2(k) + u^2(k))$$

Majd oldjátok meg a feladatot ha:

$$J(x_0, u) = (x_2 - 2)^2 + \sum_{k=0}^{1} u_k{}^2$$

Magyarázzátok meg a kapott eredményt és hasonlítsátok a két feladatot.

3. Legyen a következő rendszer:

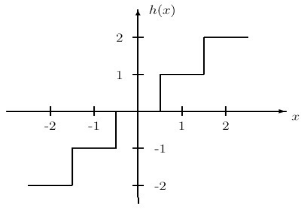
$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u, \quad |x_1(0)| \leq 2, x_2(0) = 0$$

Ha egy tetszőleges kezdeti állapotból el szeretnénk érni az $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ **állapotot minimális idő alatt. A vezérlő jel korlátos** $|u(t)| \leq 1$**. Határozzátok meg a vezérlési stratégiát.**

4. Legyen a következő dinamikus rendszer:

$$x_{k+1} = 0.9 \cdot x_k + w_k$$
$$y_k = h(x_k) + v_k$$

Ahol a $h(x) = i$ **függvény, ha** $i - 0.5 \leq x \leq i + 0.5$ **nem más mint az x értékének a kerekítése a legközelebbi egész értékhez, amint az alábbi ábrán is látható.**



A kezdőállapot x_0 **a** w_k, v_k **a zajok amelyek feltételei megfelelnek a Kalman szűrő feltételeinek. Találjátok meg a Kálmán szűrő egyenleteit. Hogy határoznátok meg a szűrés hatékonyságát. Határozzatok meg egy olyan** $h(x)$ **függvényt, amely jó hatékonyságot biztosít.**