Gyakorlat házi

$x_1'(t) = x_2(t)$

$x_2'(t) = u(t)$

$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$

a) $J(u) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{tf} \left(x_1^2(t) + u^2(t) \right) dt$

a₁) $tf \to \infty \quad u(t) = ?$

Ricatti egyenlet < Klasszikus módszer / Potter

<u>Állapot mátrixok</u>

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B} \cdot u(t)$$

$$\begin{cases} x_1'(t) = 0 \cdot x_1(t) + 1 \cdot x_2(t) + 0 \cdot u(t) \\ x_2'(t) = 0 \cdot x_1(t) + 0 \cdot x_2(t) + 1 \cdot u(t) \end{cases}$$

$x'(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t)$ ← alapegyenlet

$$y(t) = \overset{C}{\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

$$y(t) = 1 \cdot x_1(t) + 1 \cdot x_2(t)$$

Állapot utáni szabályzás (mert a kritérium függvényben csak állapotok vannak és vezérlőjel, a kimenet nem szerepel benne)

$$u(t) = -R^{-1} \cdot B^T \cdot P \cdot x(t)$$

Q, R - meghatározása

általános kritérium függvény

$$J = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot x_{tf}^T \cdot F \cdot x_{tf}}_{\text{állapot utánnál ez a rész kiesik}} + \frac{1}{2} \cdot \int (x^T \cdot Q \cdot x + u^T \cdot R \cdot u)\, d\tau$$

tf ← végpont

F ← a végpontot súlyozza

R ← beavatkozást súlyozza

Q ← állapotokat súlyozza

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^\infty x_1^2(t) + u^2(t)\, dt$$

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^\infty [x_1 \; x_2] \cdot \Big(\qquad \Big) \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u^T \cdot R \cdot u$$

Scanned with CamScanner

Q egyenlen $$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} & x_1 & x_2 \\ x_1 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$}} \\ x_2 & & \end{array}$$

$$x_1^2 = 1 \cdot x_1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 \cdot x_2$$

- az R-rel ugyan így
- ott most csak 1 dimenzió van

$$u^T \cdot R \cdot u = u^2 \Rightarrow R = 1$$

ha $t_f \to \infty$

$$P \cdot A + A^T \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + Q = 0$$ ← algebrai Riccati egyenlet

P (Riccati mátrix
- mindig szimmetrikus
- pozitív definit
- méret: $F, Q \leftarrow n \times n$ -es (n - állapotok száma)
  $R \leftarrow m \times m$ -es (m - bemenetek száma)
  $P \leftarrow n \times n$ -es

- 2 állapot $\Rightarrow$ $P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} -$$

$$- \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} P_{11} & 0 \\ P_{12} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P_{12} \\ P_{22} \end{pmatrix} \cdot 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\cancel{\begin{pmatrix} 2P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & 0 \end{pmatrix} - [\text{illegible}]\,P_{22} \cdot \begin{pmatrix} P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0}$$

$$\cancel{\begin{pmatrix} 2P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P_{12} \cdot P_{12} + P_{22} \cdot P_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0}$$

$$\begin{pmatrix} P_{11} & 0 \\ P_{12} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - P_{22} \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P_{11} \cdot P_{22} & P_{12} \cdot P_{22} \\ P_{12} \cdot P_{22} & P_{22}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2P_{11} - P_{11} \cdot P_{22} + 1 & P_{12} - P_{12} \cdot P_{22} \\ P_{12} - P_{12} \cdot P_{22} & -P_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -P_{22}^2 = 0 \Rightarrow P_{22} = 0 \\ P_{12} - P_{12} \cdot P_{22} = 0 \Rightarrow P_{12} = 0 \\ 2P_{11} - \underbrace{P_{11} \cdot P_{22}}_{0} + 1 = 0 \end{cases}$$

$$2P_{11} + 1 = 0$$

$$P_{11} = -\frac{1}{2}$$

$$P = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$u = 1 \cdot (0 \quad 1) \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot x(t)$$

valori el vom iesa

$$u =$$

De a Matlab le verint io!!

b) $t_f \to 4 \Leftarrow$ nem véges a horizont

$$P'(t) = -P(t)\cdot A - A^T \cdot P(t) + P(t)\cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P(t) - Q$$

$$P'(t) = -\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 1 \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -P_{11} & 0 \\ -P_{21} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -P_{11} & P_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & P_{12} \\ 0 & P_{12} \end{pmatrix} -$$

$$- \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2\cdot P_{11} - 1 & 0 \\ -P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \leftarrow \text{ode 45}$$

vagy

$$P'(t_k) \simeq \frac{P(t_k) - P(t_{k-1})}{h} \qquad (h \leftarrow \text{perturbáció})$$

$$P(t_{k+1}) = F = 0 \qquad P(t_f) = F$$

$$J = \frac{1}{2} \cdot x$$

b) Követő szab:

$$J(u) = \int_0^\infty (y(t) - 3t)^2 + 2u^2(t)\,dt$$

$R = 2$ $\quad$ $y_{ref} = -3t$

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$u(t) = \underbrace{-R^{-1} \cdot B^T \cdot P}_{K_{fb}} \cdot x(t) + \underbrace{\left(-R^{-1} \cdot B^T \cdot \left(\left(A - B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P\right)^T\right)^{-1} \cdot C' \cdot Q\right)}_{K_{ff}} \cdot y_{ref}(t)$$

Szabályzó jel

$$P \cdot A + A^T \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + C^T \cdot A \cdot C = 0$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{-2P_{11} - (P_{12} \cdot P_{12})}{2} - 1 & -\frac{P_{12} - (P_{12} \cdot P_{22})}{2} - 1 \\ \frac{-P_{12} - (P_{12} \cdot P_{22})}{2} - 1 & -\frac{P_{22}^2}{2} - 1 \end{pmatrix}$$

Scanned with CamScanner

$$-2P_{11} - P_{12}^2 = 2$$

$$-P_{12} - (P_{12} \cdot P_{22}) = 2$$

$$-P_{22}^2 = 2$$

$P_{22} = \sqrt{-2}$ => valós nem jó