Corrigé du lab Probabilités Discrètes 2

Exercice 1

$$
\begin{aligned}
P(X+Y=n) = \textstyle\sum_{k=0}^{n} P(X=k).P(Y=n-k) \\
&= \sum_{k=0}^{n} \frac{p_1^k}{k\,!}\, e^{-p_1} . \frac{p_2^{n-k}}{n-k\,!}\, e^{-p_2} \\
&= e^{-(p_1+p_2)} \sum_{k=0}^{n} \frac{p_1^k . p_2^{n-k}}{k!\,(n-k)!} \\
&= \frac{e^{-(p_1+p_2)}}{n!} \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!\,(n-k)!} p_1^k . p_2^{n-k} \\
&= \frac{(p_1+p_2)^n}{n!} e^{-(p1+p2)}
\end{aligned}
$$

Exercice 2

1. Soit X la note de l'étudiant suite à l'examen, Y1 la probabilité qu'il réponde juste à une question qu'il a bien préparé, Y2 la probabilité qu'il réponde juste à une question qu'il a moyennement préparé et Y3 la probabilité qu'il réponde juste à une question qu'il n'a pas préparé et Y la probabilité qu'il réponde juste à une question quelconque:

P(Y1) = 1

P(Y2) = 0.5

P(Y3) = 0.25

⇨ P(Y) = 0.3+0.5*0.2+0.25*0.5 = 0.525

Donc,

$$P(X = 20) = P(Y)^{20} = 2.53\ 10^{-6}$$

$$P(X = 10) = C_{20}^{10} P(Y)^{10} \left(1 - P(Y)\right)^{10} = 0.17$$

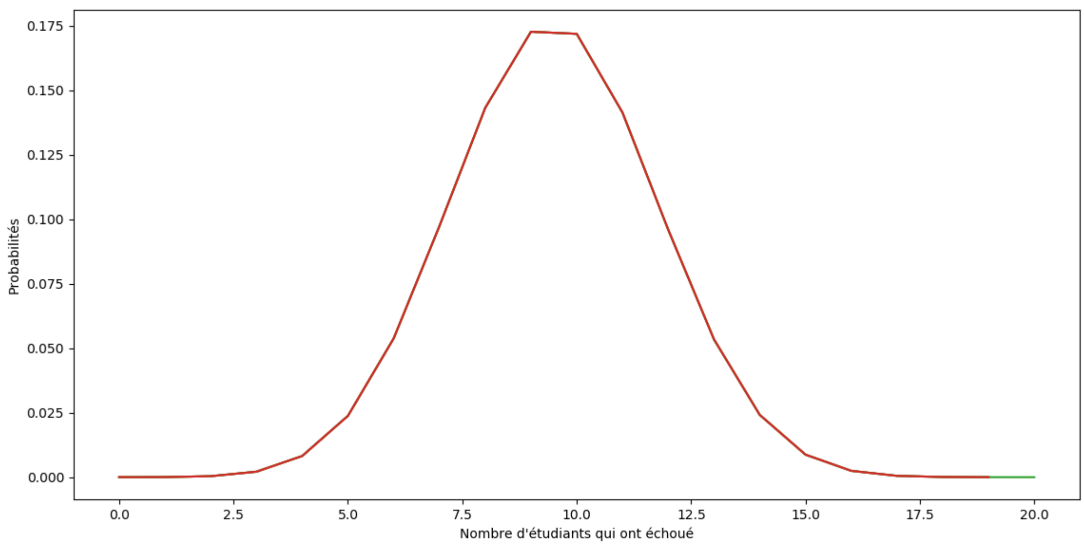
2. Nous avons répété le test 20 fois (4 étudiants/an * 5ans) avec un probabilité de succès 1-P(X = 10) (La probabilité de succès c'est la probabilité de l'échec de l'étudiant ??!!!) .

Soit R_i l'évènement : exactement i étudiants n'ont pas eu la moyenne parmis les 20.

$$R_i \sim B(20{,}1 - P(X = 10))$$

A.N : La probabilité que 10 étudiants aient échoués la matière :

$$R_{10} = C_{20}^{10} * 0.475^{10} * 0.525^{10} = 0{,}17$$



Exercice 3

1. $E[X] = 0.9 * 6 + 0.1 * 54 = 10.8\, minutes$

2. Soient Y1 l'événement : L'individu arrive durant un intervalle court (6 min entre les trains) et Y2 l'événement : L'individu arrive durant un intervalle long (54 min entre les trains)

P(Y1) = ?

Sur 100 intervalles de temps, il y a en moyenne 90 Intervalles courts et 10 Intervalles longs pour un total moyen de 1080 minutes.

90 * 6 min = 540 min

10 * 54 = 540 min

Donc, il y'a 50% de chance qu'il arrive durant un intervalle court et 50% qu'il arrive durant un intervalle long.

P(Y1) = 0.5 et P(Y2) = 0.5

S'il arrive durant un intervalle court , il attendra en moyenne 3 min.

S'il arrive durant un intervalle long, il attendra en moyenne 27 min.

- ⇨ Temps d'attente moyen = 27*0.5+3*0.5 = 15 min