

Lab Densité de Probabilité 1

Exercice 1

Parmis les fonctions suivantes, lesquelles sont des densités de probabilité ?

1. $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \in [-1,0] \\ 1 - x & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
2. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
3. $f(x) = \begin{cases} 2 \cos(x) & \text{si } x \in [0,2\pi] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
4. $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2) & \text{si } x \in [-1,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Calculez pour ces densités la fonction de répartition correspondante.

Exercice 2

Soient X, Y deux V.A et λ_1, λ_2 deux réels. Vérifiez que :

- $E[\lambda_1 X + \lambda_2 Y] = \lambda_1 E[X] + \lambda_2 E[Y]$.
- $Var[\lambda_1 X + \lambda_2 Y] = \lambda_1^2 Var[X] + \lambda_2^2 Var[Y]$

Exercice 3

Soit X une v.a de densité

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} x^{\frac{1}{3}} & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Quelle est la fonction de répartition de X ?
2. Quelle est l'espérance de X ?
3. Quelle est la variance de X ?
4. Quelle est la probabilité de l'évènement $\{\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{1}{2}\}$?
5. Quels sont les terciles de la loi de X ?