

Lab Consolidation Probabilités Continues

Exercice 1

Parmi les fonctions suivantes définies sur \mathbf{R} , déterminer lesquelles sont la densité d'une variable aléatoire à densité. Calculer le cas échéant leur fonction de répartition.

1. $f_1(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{si } x \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

2. $f_2(x) = \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$ pour $x \in \mathbf{R}$

3. $f_3(x) = \sin(x) + 1$, $x \in \mathbf{R}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = a1 + x^2$. Déterminer a pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire X . Déterminer la fonction de répartition de X . X admet-elle une espérance?

Exercice 3

Dans une station-service, la demande hebdomadaire en essence, en milliers de litres, est une variable aléatoire X de densité $f(x) = c(1-x)^4 \chi_{[0,1]}$.

1. Déterminer c
2. La station est réapprovisionnée chaque lundi à 20h. Quelle doit être la capacité du réservoir d'essence pour que la probabilité d'épuiser ce réservoir soit inférieure à 10^{-5} ?

Exercice 4

Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme $U([0,1])$.

Déterminer la loi de $T = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-X)$, $\lambda > 0$. En déduire un algorithme permettant de simuler la loi exponentielle de paramètre 5.