Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Matemática - Geometria Analítica 1
Prof. Rodrigo Cavalcante

Terceira Lista
Dependência Linear, Bases e Componentes

1. Julgue os itens abaixo como verdadeiro ou falso, justificando sua resposta.

   a) Se a sequência $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LD, então o vetor $\vec{w}$ é uma combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
   b) Uma sequência de vetores contendo o vetor nulo é sempre LD.
   c) A sequência $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LI se, e somente se, $(\vec{u}, \vec{v})$ também é.
   d) Dado que $\vec{u}$ é forma com $\vec{v}$ uma sequência LI e que o vetor $\vec{w}$ também forma uma sequência LI com $\vec{v}$, então a sequência formada por estes três vetores pode ou não ser LI.

2. Dados os vetores não coplanares $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ e $\vec{e}_3$

   a) Justifique porque esses vetores formam uma base;
   b) Encontre as componentes de $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ e $\vec{e}_3$ na base $\beta_1 = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$;
   c) Encontre as componentes de $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ e $\vec{e}_3$ na base $\beta_2 = (3\,\vec{e}_1, 2\,\vec{e}_2, 4\,\vec{e}_3)$;
   d) Encontre as componentes do vetor $(2,1,0)_{\beta_1} + (3,2,1)_{\beta_2}$ nas bases β_1 e β_2.

3. Seja $OABC$ um tetraedro e M o ponto médio de BC.

   a) Justifique porque a sequência $\beta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ é uma base do espaço $(\mathbb{V}^3)$;
   b) Determine as componentes do vetor $\overrightarrow{AM}$ na base β;

4. Seja $VABCD$ uma pirâmide regular de base quadrada com vértice fora do quadrado V.

   a) Justifique porque a sequência $\beta = (\overrightarrow{VA}, \overrightarrow{VB}, \overrightarrow{CD})$ não é uma base do espaço $(\mathbb{V}^3)$;
   b) Considere a sequência $\beta = (\overrightarrow{VA}, \overrightarrow{VB}, \overrightarrow{VC})$. Escreva os vetores $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{BD}$ como combinação linear dos vetores desta sequência.
   c) As combinações lineares do item anterior são únicas?

5. Dadas as componentes dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ em relação a uma base β de $\mathbb{V}^3$, determine $m \in \mathbb{R}$ de forma que as sequências formadas pelos seguintes vetores sejam LD:

   a) $\vec{u} = (m^2 - 4, m+2, 0)_\beta$;
   b) $\vec{u} = (1,3,5)_\beta$ e $\vec{v} = (2, m+1, 10)_\beta$;
   c) $\vec{u} = (3,5,1)_\beta$, $\vec{v} = (2,0,4)_\beta$ e $\vec{w} = (1,m,3)_\beta$.