

Nona Lista de Exercícios

Ângulos e Distâncias

Em todas as questões abaixo considere que os pontos são dados em relação a algum sistema ortogonal de coordenadas.

1. Determine a medida angular entre:

a) A reta $r : X = (-\frac{5}{2}, 2, 0) + \lambda(\frac{1}{2}, 1, 1)$ e a reta $s : \begin{cases} 3x - 2y + 16 = 0 \\ 3x - z = 0 \end{cases}$;

b) $r : \begin{cases} \frac{x+2}{3} = 3 - z \\ y = 0 \end{cases}$ e a reta $s : \begin{cases} \frac{x+1}{2} = z + 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$.

c) A reta $r : x = y = z$ e o plano $\pi : z = 0$;

d) A reta $r : X = (0, 0, 1) + \lambda(-1, 1, 0)$ e o plano $\pi : 3x + 4y = 0$;

e) A reta $r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = -2\lambda \end{cases}$ e o plano $\pi : x + y - z - 1 = 0$.

f) O plano $\pi_1 : 2x + y - z - 1 = 0$ e o plano $\pi_2 : x - y + 3z - 10 = 0$;

g) O plano $\pi_1 : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(1, 1, 1)$ e o plano $\pi_2 : X = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 2, 0) + \mu(0, 1, 0)$.

2. Encontre uma equação vetorial para a reta que contém o ponto $P = (1, -2, 3)$ e que formam ângulos de $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{3}$ com os eixos Ox e Oy , respectivamente.

3. Calcule a medida dos ângulos entre a diagonal de um cubo e suas faces.

4. A diagonal BC de um quadrado $ABCD$ de lado 1 está contida na reta $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$. Sabendo-se que $A = (1, 1, 0)$, determine as coordenadas dos outros vértices.

5. Calcule a distância entre:

a) O ponto $P = (0, -1, 0)$ e a reta $r : \begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = z + 1 \end{cases}$;

b) A reta $r : \frac{1-x}{2} = 2y = z$ e a reta $s : X = (0, 0, 2) + \lambda(-2, \frac{1}{2}, 1)$;

c) O ponto $P = (1, 1, \frac{15}{6})$ e o plano $\pi : 4x - 6y - 12z + 21 = 0$;

d) O plano $\pi_1 : \begin{cases} x = 2 - \lambda - \mu \\ y = \mu \\ z = \lambda \end{cases}$ e o plano $\pi_2 : x + y + z - \frac{5}{2} = 0$.

6. Encontre as coordenadas de todos os pontos da reta $r : \begin{cases} x + y = 2 \\ x = y + z \end{cases}$ que distam 3 unidades do ponto $A = (0, 2, 1)$.

7. Encontre as coordenadas de todos os pontos da reta dada $r : x - 1 = 2y = z$, que são equidistantes do ponto $A = (1, 1, 0)$ e do ponto $B = (0, 1, 1)$.