Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Matemática - Geometria Analítica 1
Prof. Rodrigo Cavalcante

Quinta Lista de Exercícios
Produto misto

1. Sejam A, B e C pontos não colineares. Exprima a distância entre um ponto D qualquer do espaço e o plano ABC em função de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$.

2. Seja $\mathcal{B}$ uma base ortonormal positiva. Nesta base temos $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (a, 0, 2)$ e $\vec{w} = (b, 4, 1)$. Determine os valores de a e b de forma que o volume do tetraedo definido por $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ seja 1 e a área da face definida por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja $\sqrt{2}$.

3. Seja $ABCD$ um tetraedro de volume 3. Determine o volume do prisma triângular obtido pela justaposição de três tetraedos de mesmo volume tais que, para o tetraedro $A_1B_1C_1D_1$ temos $\overrightarrow{A_1B_1} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A_1C_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{A_1D_1} = 4\overrightarrow{AD}$.

4. Em relação a uma base ortonormal positiva, são dados os vetores

$$\vec{u} = (1, 2, -1) \quad , \quad \vec{v} = (0, 3, -4)$$
$$\vec{w} = (1, 0, \sqrt{3}) \quad , \quad \vec{t} = (0, 0, 2)$$

Calcule o volume do tetraedro $ABCD$, sabendo que $\overrightarrow{AB} = \mathrm{Proj}_{\vec{v}}^{\vec{u}}$ que $\overrightarrow{AC}$ é o vetor oposto do versor de $\vec{w}$ e que $\overrightarrow{DC} = \mathrm{Proj}_{\vec{t}}\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right)$.

5. Considere a seguinte identidade vetorial

$$\vec{A} \wedge \left(\vec{B} \wedge \vec{C}\right) = \vec{B}\,(\vec{A} \cdot \vec{C}) + \vec{C}\,(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

conhecida como regra do $BAC - CAB$. Use esta identidade para mostrar que

$$[\vec{u} \wedge \vec{v}, \vec{a} \wedge \vec{b}, \vec{x} \wedge \vec{y}] = \begin{vmatrix} [\vec{u}, \vec{a}, \vec{b}] & [\vec{u}, \vec{x}, \vec{y}] \\ [\vec{v}, \vec{a}, \vec{b}] & [\vec{v}, \vec{x}, \vec{y}] \end{vmatrix}$$