Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Matemática - Geometria Analítica 1
Prof. Rodrigo Cavalcante

Oitava Lista de Exercícios
Posições Relativas e Intersecções

Em todas as questões abaixo considere que os pontos são dados em relação a algum sistema ortogonal de coordenadas.

1. Sejam $r : X = (1, 0, 2) + \lambda(2, 1, 3)$ e $s : X = (0, 1, -1) + \lambda(1, m, 2m)$. Estude a posição relativa entre r e s em função de m. Quando possível, determine a equação geral do plano definido por r e s.

2. Estude a posição relativa entre r e π e, quando forem concorrentes, obtenha o ponto P de intersecção entre eles.

   a) $r : \frac{x-1}{2} = y = z$ e $\pi : X = (3, 0, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(2, 2, 0)$;

   b) $r : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ e $\pi : X = \left(0, \frac{1}{2}, 0\right) + \lambda\left(1, -\frac{1}{2}, 0\right) + \mu(0, 1, 1)$;

   c) $r : X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 4, 1)$ e $\pi : X = (1, -1, 1) + \lambda(0, 1, 2) + \mu(1, -1, 0)$.

3. Estude a posição relativa dos planos π_1 e π_2.

   a) $\pi_1 :\ X = (1, 1, 1) + \lambda(0, 1, 1) + \mu(-1, 2, 1)$ e $\pi_2 :\ X = (1, 0, 0) + \lambda(1, -1, 0) + \mu(-1, -1, -2)$;

   b) $\pi_1 :\ 2x - y + 2z - 1 = 0$ e $\pi_2 :\ 4x - 2y + 4z = 0$;

   c) $\pi_1 :\ x - y + 2z - 2 = 0$ e $\pi_2 :\ X = (0, 0, 1) + \lambda(1, 0, 3) + \mu(-1, 1, 1)$.

4. Obtenha uma equação vetorial da reta s que contém o ponto $P = (1, 1, 0)$ e é paralela (ou está contida) no plano $\pi :\ 2x + y - z - 3 = 0$ e é concorrente à reta $r :\ X = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 0, 1)$.

5. Considere os planos $\pi_1 :\ 2x = y$, $\pi_2 :\ x = 0$, $\pi_3 :\ z = 0$ e seja π_4 o plano determinado pelas retas $r :\ X = (1, 2, 0) + \lambda(1, 2, -1)$ e $s :\ \begin{cases} x = 0 \\ z + y = 1 \end{cases}$. Mostre que estes quatro planos definem um tetraedo e encontre as coordenadas dos vértices deste tetraedro.

6. Considere as retas dadas por $r :\ X = (1, 1, 0) + \lambda(0, 1, 1)$ e $s :\ \frac{x-1}{2} = y = z$. Seja A o ponto onde a reta s que intercepta o plano $\pi :\ x - y + z = 2$ e B e C os ponto onde a reta r que interceptam os planos xOz e xOy, respectivamente. Calcule a área do triângulo ABC.

7. Dados os pontos $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 2, 0)$, $C = (0, 0, 3)$ e $O = (0, 0, 0)$, sejam r, s e t as retas que contém os segmentos OA, OB e OC, respectivamente. Encontre a equação geral do plano π paralelo ao plano que contém os pontos A, B, C e de modo que a área do triângulo $A'B'C'$ seja igual $\frac{7}{8}$, onde A', B' e C' são os pontos de intersecção das retas r, s e t com o plano π, respectivamente.