

Décima Primeira Lista de Exercícios

Rotação e Translação de Eixos - Identificação de Cônicas

Em todas as questões abaixo considere que os pontos são dados em relação a algum sistema ortogonal de coordenadas.

1. Determine a equação geral da elipse que tem focos $F_1 = (2, 4)$ e $F_2 = (3, -1)$ e eixo maior 6.
2. Determine a equação geral da hipérbole que tem focos $F_1 = (-2, 1)$ e $F_2 = (2, -1)$ e eixo transversal 4.
3. Determine a equação geral da parábola que tem foco em $F = (3, 1)$ e diretriz $l : 2x + 5y - 3 = 0$.
4. Encontre uma translação no plano de modo que, em relação ao novo sistema $uO'v$, a reta $r : x + 3y - 2 = 0$, contenha a nova origem O' , sabendo que esta tem abscissa -1 , em relação ao sistema original.
5. Encontre uma rotação no plano de modo que, em relação ao novo sistema uOv , as coordenadas do ponto $P = (\sqrt{3}, 1)$ sejam $(u, v) = (\sqrt{3}, -1)$.
6. Siga as seguintes instruções:
 - i) Identifique se a cônica possui um centro único. Caso afirmativo, identifique o centro e efetue uma translação que elimine os termos lineares. Caso contrário, parta para o passo ii);
 - ii) Caso a cônica possua termo misto, efetue uma rotação de eixos que elimine esse termo;
 - iii) Caso após a rotação ainda existir termos lineares, efetue uma translação de eixos usando o método de 'completar quadrados';
 - iv) Identifique a cônica;
 - v) Esboce a cônica no sistema de coordenadas original.

As equações gerais das cônicas são

- | | |
|--|---|
| a) $32x^2 + 52xy - 7y^2 + 180 = 0$; | e) $5x^2 + 4xy + y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$; |
| b) $x^2 + y^2 - 2xy - 8\sqrt{2}x - 8\sqrt{2}y = 0$; | f) $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 7 = 0$; |
| c) $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 - 16 = 0$; | g) $4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 3y + 2 = 0$; |
| d) $3x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 1 = 0$; | h) $x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 4y + 1 = 0$. |