

Décima Quarta Lista de Exercícios

Superfícies Cilíndricas e Cônicas

1. Determine a equação livre de parâmetros da superfície cilíndrica \mathcal{S} de diretriz γ e geratrizes paralelas a \vec{v} , para os seguintes casos:

a) $\begin{cases} y^2 = 4x \\ z = 0 \end{cases}$ e $\vec{v} = (0, 0, 1)$;

c) $\begin{cases} 4x^2 + z^2 + 4z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ e $\vec{v} = (4, 1, 0)$;

b) $\begin{cases} y^2 + x = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ e $\vec{v} = (2, 0, 1)$;

d) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ e $\vec{v} = (1, 3, 1)$.

2. Determine a equação livre de parâmetros da superfície cilíndrica \mathcal{S} circunscrita à esfera \mathcal{Q} de centro $C = (2, 1, 3)$ e raio $\rho = 3$, cujas geratrizes são paralelas à reta $r : X = (-3, 7, 5) + \lambda(1, 1, -2)$

3. Determine a equação livre de parâmetros da superfície cilíndrica \mathcal{S} cuja diretriz γ é a circunferência que contém o ponto $A = (1, 3, 2)$ e está contida no plano ortogonal à reta $r : X = (0, 1, 4) + \lambda(2, 3, 1)$, sabendo que o centro da circunferência pertence à esta reta e que as geratrizes são paralelas a ela.

4. Determine a equação livre de parâmetros da superfície cônica \mathcal{S} de diretriz γ e vértice V , para os seguintes casos:

a) $\begin{cases} 4x^2 + z^2 = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ e $V = (0, 0, 0)$;

c) $\begin{cases} yz = 1 \\ x = 1 \end{cases}$ e $V = (0, 0, 0)$;

b) $\begin{cases} x^2 = y - 1 \\ z = 1 \end{cases}$ e $V = (0, 1, 0)$;

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$ e $V = (1, 0, 1)$.

5. Determine a equação livre de parâmetros da superfície cônica \mathcal{S} que é tangente à superfície esférica $\mathcal{Q} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ e tem vértice em $V = (4, 4, 0)$.

6. Determine a equação livre de parâmetros da superfície cônica \mathcal{S} cuja diretriz γ é a circunferência que contém o ponto $A = (1, 3, 2)$ e está contida no plano ortogonal à reta $r : X = (0, 1, 4) + \lambda(2, 3, 1)$, sabendo que o centro da circunferência pertence à esta reta e o vértice de \mathcal{S} é o ponto $V = (2, 4, 5) \in r$.