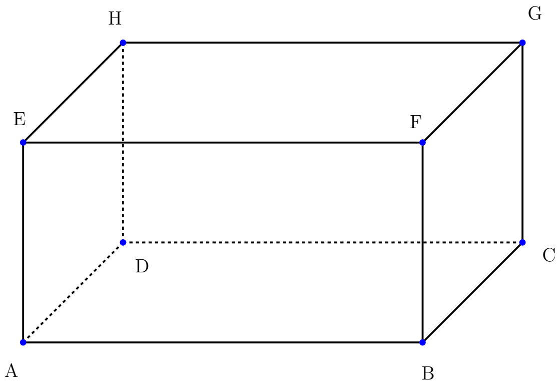
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - GEOMETRIA ANALÍTICA 1
PROF. RODRIGO CAVALCANTE

Segunda Lista
Álgebra Vetorial II

1. Considere o paralelepípedo retângulo abaixo:



   a) Escreva o vetor $\overrightarrow{AG}$ como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{AB}$;
   b) Escreva o vetor $\overrightarrow{BH}$ como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{AB}$;
   c) O vetor $\overrightarrow{AG}$ pode ser escrito como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{AB}$? Justifique sua resposta.

2. Seja ABC um triângulo. Suponha que M, N e P sejam os pontos médios de AB, BC e CA respectivamente. Seja G o ponto comum às retas AN e BP e seja H o ponto comum às retas AN e CM.

   a) Mostre que $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$;
   b) Mostre que $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$;
   c) Mostre que existem números reais α, β, λ e μ tais que:

$$\overrightarrow{AG} = \lambda\overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{AG} = \lambda\overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{BG} = \mu\overrightarrow{BP},\ \overrightarrow{CH} = \alpha\overrightarrow{CM} \text{ e } \overrightarrow{AH} = \beta\overrightarrow{AN}$$

   d) Mostre que $\alpha = \beta = \lambda = \mu = \frac{2}{3}$

3. Mostre que se a sequênca $(\vec{v}_1,\ \vec{v}_2,\ \vec{v}_3)$ é LI, então, dado que $\alpha_i \neq 0$, a sequência $(\alpha_1\vec{v}_1,\ \alpha_2\vec{v}_2,\ \alpha_3\vec{v}_3)$ também é LI.

4. Mostre que se a sequênca $(\vec{v}_1,\ \vec{v}_2,\ \vec{v}_3)$ é LI e $\vec{u} = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2 + \gamma\vec{v}_3$ é um vetor não nulo genérico, então a sequência $(\vec{v}_1 + \vec{u},\ \vec{v}_2 + \vec{u},\ \vec{v}_3 + \vec{u})$ é LI apenas se $\alpha + \beta + \gamma + 1 \neq 0$.

5. Mostre que se a sequênca $(\vec{v}_1,\ \vec{v}_2,\ \vec{v}_3)$ é LI então a sequênca $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3, \vec{v}_1 - \vec{v}_2, \vec{v}_2)$ é LI.