# Lista 9

**Curso de Ciências atuariais**
**Disciplina Probabilidade 1- Professora Cristina**
**29/08/2022 - Exercícios distribuição geométrica e hipergeométrica**

1) Considere o experimento em que uma moeda viciada é lançada sucessivas vezes, até que ocorra a primeira cara. Seja a variável aleatória que conta o número de coroas obtidos no experimento (ou seja, a quantidade de lançamentos anteriores a obtenção da primeira cara). Sabendo que a probabilidade de cara é de $\frac{3}{5}$, qual é a probabilidade de $\mathbb{P}(2 \leq X < 4)$

Y = Obter cara no lançamento de uma moeda

$$\mathbb{P}(Y = k) = \frac{3}{5}$$

X = Número de coroas no lançamento de uma moeda até a primeira cara

$$\mathbb{P}(2 \leq X < 4) = \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 3)$$

$$\mathbb{P}(2 \leq X < 4) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 * \frac{3}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^3 * \frac{3}{5} = \frac{12}{125} + \frac{24}{625} = \frac{84}{625}$$

2) Um pesquisador está realizando experimentos químicos independentes e sabe que a probabilidade de que cada experimento apresente uma reação positiva é 10% . Qual é a probabilidade de que menos de 5 reações negativas ocorram antes da primeira positiva?

Y = Obter uma reação química positiva

$$\mathbb{P}(Y = s) = 10\% = 0{,}1$$

X = Número de reações negativas até a primeira reação química positiva

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} \leq 5) = \mathbb{P}(\mathrm{X} = 0) + \mathbb{P}(\mathrm{X} = 1) + \mathbb{P}(\mathrm{X} = 2) + \mathbb{P}(\mathrm{X} = 3) + \mathbb{P}(\mathrm{X} = 4) + \mathbb{P}(\mathrm{X} = 5)$$

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} \leq 5) = 0,1 + 0,9 * 0,1 + (0,9)^2 * 0,1 + (0,9)^3 * 0,1 + (0,9)^4 * 0,1 + (0,9)^5 * 0,1$$

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} \leq 5) = \text{0,1} + \text{0,09} + \text{0,081} + \text{0,0729} + \text{0,0656} + \text{0,0590} = \text{0,4685}$$

3) Você está procurando emprego e está enviando seu CV (Currículo Vitae). Apenas 25% dos CVs enviados resultam numa entrevista. Calcule a probabilidade de que a primeira entrevista ocorrerá no envio do 10 o CV.

Y = Ser chamado para uma entrevista após enviar um currículo

$$\mathbb{P}(\mathrm{Y} = \mathrm{s}) = 25\% = \text{0,25}$$

X = Número de currículos enviados até a primeira entrevista

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} = 10) = (0,75)^1 0 * 0,25 = 0,05631 * 0,25 = 0,01408$$

4) Um estado tem uma loteria em que seis números são selecionados aleatoriamente de 40, sem reposição. Um jogador escolhe seis números antes do sorteio acontecer.
a) Qual é a probabilidade de que os seis números escolhidos pelo jogador coincidam com todos os seis números sorteados?

X = Acertar os número da loteria

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} = 6) = \frac{\binom{6}{6} * \binom{34}{0}}{\binom{40}{6}} = \frac{\frac{6!}{6!0!} * \frac{34!}{34!0!}}{\frac{40!}{34!6!}} = \frac{34!6!}{40!} = \frac{720}{2.763.633.600} = 0,0000002605$$

b) Qual é a probabilidade de que cinco dos seis números escolhidos pelo jogador apareçam entre os números sorteados?

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} = 5) = \frac{\binom{6}{5} * \binom{34}{1}}{\binom{40}{6}} = \frac{\frac{6!}{5!1!} * \frac{34!}{33!1!}}{\frac{40!}{34!6!}} = \frac{6 * 34 * 34!6!}{40!}$$

$$\mathbb{P}(\mathrm{X} = 5) = \frac{146.880}{2.763.633.600} = 0,0000531474$$

c) Qual é a probabilidade de que quatro dos seis números escolhidos pelo jogador apareçam entre os números sorteados?

$$\mathbb{P}(X = 4) = \frac{\binom{6}{4} * \binom{34}{2}}{\binom{40}{6}} = \frac{\frac{6!}{4!2!} * \frac{34!}{32!2!}}{\frac{40!}{34!6!}} = \frac{15 * 561 * 34!6!}{40!} = \frac{6.058.800}{2.763.633.600}$$

$$\mathbb{P}(X = 4) = 0{,}0021923311$$

d) Qual é a probabilidade de que no máximo cinco dos seis números escolhidos pelo jogador apareçam entre os números sorteados?

$$\mathbb{P}(X \leq 5) = 1 \text{ - } \mathbb{P}(X = 6)$$

$$\mathbb{P}(X \leq 5) = 1 \text{ - } 0{,}0000002605 = 0{,}9999997395$$

5) Cartões de circuito integrado são verificados em um teste funcional. Um lote contém 140 cartões e 20 são selecionados sem reposição para o teste funcional.
a) Se 20 cartões forem defeituosos, qual será a probabilidade de que no mínimo um cartão defeituoso esteja na amostra?

X = Selecionar um cartão defeituoso

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 \text{ - } \mathbb{P}(X = 0)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 \text{ - } \frac{\binom{20}{0} * \binom{120}{20}}{\binom{140}{20}} = 1 - \frac{\frac{20!}{20!0!} * \frac{120!}{100!20!}}{\frac{140!}{120!20!}} = 1 - \frac{120!120!20!}{100!20!140!}$$

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 \text{ - } 0{,}0356 = 0{,}9644$$

b) Se 5 cartões forem defeituosos, qual será a probabilidade de que no mínimo um cartão defeituoso apareça na amostra?

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 \text{ - } \mathbb{P}(X = 0)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 \text{ - } \frac{\binom{5}{0} * \binom{135}{20}}{\binom{140}{20}} = 1 - \frac{\frac{5!}{5!0!} * \frac{135!}{115!20!}}{\frac{140!}{120!20!}} = 1 - \frac{135!120!20!}{115!20!140!}$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 1) = 1 \text{ - } 0{,}4571 = 0{,}5429$$

Um lote contém 100 partes de um fornecedor brasileiro e 200 partes de um fornecedor chinês. Se quatro partes são selecionadas aleatoriamente, sem reposição, qual é a probabilidade de que sejam todas elas de um fornecedor brasileiro? Qual é a probabilidade de que duas ou mais partes na amostra sejam de um fornecedor brasileiro? Qual a probabilidade de que pelo menos uma parte seja de um fornecedor brasileiro?

X = Selecionar partes de um fornecedor brasileiro

$$\mathbb{P}(\text{X} = 4) = \frac{\binom{100}{4} * \binom{200}{0}}{\binom{300}{4}} = \frac{\frac{100!}{4!96!} * \frac{200!}{0!200!}}{\frac{300!}{4!296!}} = \frac{100!4!296!}{4!96!300!}$$

$$\mathbb{P}(\text{X} = 4) = 0{,}0118$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 2) = 1 \text{ - } \mathbb{P}(\text{X} < 2) = 1 \text{ - } [\mathbb{P}(\text{X} = 0) + \mathbb{P}(\text{X} = 1)]$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 2) = 1 \text{ - } \left[\frac{\binom{100}{0} * \binom{200}{4}}{\binom{300}{4}} + \frac{\binom{100}{1} * \binom{200}{3}}{\binom{300}{4}}\right]$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 2) = 1 \text{ - } \left[\frac{\frac{100!}{0!100!} * \frac{200!}{4!196!}}{\frac{300!}{4!296!}} + \frac{\frac{100!}{1!99!} * \frac{200!}{3!197!}}{\frac{300!}{4!296!}}\right]$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 2) = 1 \text{ - } \left[\frac{200!4!296!}{4!196!300!} + \frac{100 * 200!4!296!}{3!197!300!}\right]$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 1) = 1 \text{ - } [0{,}1955 + 0{,}3970] = 1 \text{ - } 0{,}5925 = 0{,}4075$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 1) = 1 \text{ - } \mathbb{P}(\text{X} = 0)$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 1) = 1 \text{ - } \frac{\binom{100}{0} * \binom{200}{4}}{\binom{300}{4}} = 1 - \frac{\frac{100!}{0!100!} * \frac{200!}{4!196!}}{\frac{300!}{4!296!}} = 1 - \frac{200!4!296!}{4!196!300!}$$

$$\mathbb{P}(\text{X} \geq 1) = 1 \text{ - } 0{,}1955 = 0{,}8045$$