LISTA DE PROVAS (ÁREA II)
Regras de Derivação

Enunciados

1º EE. - 2008.1

5. (3,0) Calcule a derivada de cada função abaixo.

$a)(1,0)\ f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x} - x}{2x^4 + 1}$ $\qquad b)(1,0)\ g(x) = e^{-x} \text{ sen } x$

$c)(1,0)\ h(x) = \ln(1 + \cos^2 x)$

1º EE. - 2008.2

3. Calcule as derivadas das seguintes funções:

(*1.5 pt.*) **a)** $f(x) = \dfrac{\sin(\cos(x))}{x^2 + 3x - 1}$.

(*1.5 pt.*) **b)** $f(x) = \dfrac{e^{\tan(x)}}{-x + \ln(x^2 + 1)}$.

2º EE. - 2008.2

1ªQuestão: (2,25 pontos) Calcule a derivada das seguintes funções:

a) $y = \dfrac{e^{-x}}{2 + \text{sen} x}$

b) $y = \text{arctg}(\sqrt[3]{x})$

c) $y = \ln(1 + 2x^4)$

1º EE. – 2009.1

2. (*1.0 pt.*) **a)** Calcule $y'(x)$ dado que $y(x) = \tan\left(\dfrac{x}{1 + x^2}\right)$

(*1.0 pt.*) **b)** Calcule $y'(x)$ dado que $y(x) = \ln(x^3 + 1)\sin(x)$

1º EE. – 2009.2

4. (2,5) Calcule as derivadas das seguintes funções.

$a)(0,75)\ f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ $\qquad b)(0,75)\ g(x) = \text{sen}(x)\cos(x)$

$c)(1,0)\ h(x) = \ln[\cos(e^x)+2]$

1º EE. – 2011.2

2ª Questão Calcule a derivada das seguintes funções :

a) (1,25 pontos) $f(x) = 3^x\,\text{tg}(4x)$

b) (1,25 pontos) $g(x) = \dfrac{1 - xe^x}{2x + e^x}$

1º EE. – 2012.1

2 - Calcule a derivada da função dada:

a)*(1.0 pt)* $\quad y = e^{\sin(2x)}\ln\left(x^2+2x\right)3^x.$

b)*(1.0 pt)* $\quad y = \dfrac{x^3}{3\sqrt{(1+x\sec(x))^3}}$

c)*(1.0 pt)* $\quad y = \cos(x)^{\sin(x^2)}.$

1º EE. – 2012.2

2 - Calcule a derivada das seguintes funções:

b) (1,0 ponto) $f(x) = tg\left(\dfrac{3x-1}{x^2+x-4}\right)$

a) (1,0 ponto) $g(x) = \sqrt{sen(x) + \sqrt{cos(x)}}$

c) (1,0 ponto) $h(x) = x^{4/5}\cdot sec(x^5)$

1º EE. – 2015.1

2. Derive as seguintes funções:

(a) (1,5 pt) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + sen(x)}{x^3 + 5}$.

(b) (1,5 pt) $g(x) = tg\left(\sqrt{x} \cdot sec(x)\right)$.

1º EE. – 2015.2

2) Calcule a derivada das seguintes funções:

(a)(1,5 pt.) $y = \dfrac{\mathrm{tg}(5x^3) \cdot (7x^5 + 8)}{x^2 + 1}$.

(b)(1,0 pt.) $y = \mathrm{arctg}(\sqrt[3]{x+1})$.

1º EE. – 2016.1

2. Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) (1,0 ponto) $g(x) = x^3 \cos(x)$;

(b) (1,0 ponto) $\varphi(x) = \dfrac{\mathrm{tg}(e^x)}{\ln x}$;

(c) (1,0 ponto) $y = x^{\sqrt{x}}$.

1º EE. – 2017.1

3ª Questão [3 pontos]: Use as regras de derivação e calcule a função derivada em cada caso.

a. $f(x) = x^2 + 3x \tan x$ **b.** $h(x) = \frac{x+1}{x \ln x}$ **c.** $f(x) = \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

Gabarito

1º EE. - 2008.1

5. (a) Usando a regra do quociente temos que

$$f'(x) = \frac{(2x^4+1)(\frac{1}{3}x^{-2/3}-1)-(8x^3)(x^{1/3}-x)}{(2x^4+1)^2}.$$

(b) Pela regra do produto e regra da cadeia $g'(x) = e^{-x}(\cos x - \text{ sen } x)$.

(c) Usando a regra da cadeia, $h'(x) = -\dfrac{2\cos x \text{ sen } x}{1+\cos^2 x}$.

1º EE. - 2008.2

3ª **Questão** Faremos uso das regras básicas de derivação, bem como da regra da cadeia.

a)

$$f'(x) = \frac{-(x^2+3x-1)(\cos(\cos(x)))\sin(x)-(\sin(\cos(x)))(2x+3)}{(x^2+3x-1)^2}$$

b)

$$f'(x) = \frac{[-x+\ln(x^2+1)]e^{\tan(x)}\sec^2(x)-e^{\tan(x)}(-1+\frac{2x}{x^2+1})}{[-x+\ln(x^2+1)]^2}$$

1º EE. - 2008.2

1ªQuestão: (2,25 pontos) Calcule a derivada das seguintes funções:

a) $y = \dfrac{e^{-x}}{2+\text{sen}x}$; $y' = \dfrac{(2+\text{sen}x)(-e^{-x})-e^{-x}\cos x}{(2+\text{sen}x)^2} = \dfrac{-e^{-x}(2+\text{sen}x+\cos x)}{(2+\text{sen}x)^2}$

b) $y = \text{arctg}(\sqrt[3]{x})$; $y' = \dfrac{(\sqrt[3]{x})'}{1+(\sqrt[3]{x})^2} = \dfrac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}}{1+x^{\frac{2}{3}}}$

c) $y = \ln(1+2x^4)$; $y' = \dfrac{8x^3}{1+2x^4}$.

1º EE. – 2009.1

2. (*1.0 pt.*) **a)** Calcule $y'(x)$ dado que $y(x) = \tan\left(\dfrac{x}{1+x^2}\right)$

$$y'(x) = \sec^2\left(\frac{x}{1+x^2}\right)\frac{(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$$

(*1.0 pt.*) **b)** Calcule $y'(x)$ dado que $y(x) = \ln(x^3+1)\,\sin(x)$

$$y'(x) = \frac{3\,x^2}{x^3+1}\,\sin(x) + \ln(x^3+1)\,\cos(x)\,.$$

1º EE. – 2009.2

4. a) Usando a regra do quociente, $f'(x) = \dfrac{(x^2+1).1 - (x^2+1)'.x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$.

b) Pela regra do produto, $g'(x) = \sin x(-\sin x) + \cos x \cos x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

c) Pela regra da cadeia,

$$h'(x) = \frac{1}{\cos(e^x)+2}[\cos(e^x)+2]' = \frac{1}{\cos(e^x)+2}[-\sin(e^x)(e^x)'] = -\frac{e^x \sin(e^x)}{\cos(e^x)+2}.$$

1º EE. – 2011.2

2ª Questão ***a)*** $f'(x) = (3^x)'\text{tg}(4x) + 3^x[\text{tg}(4x)]' = (3^x)\ln(3)\,\text{tg}(4x) + 3^x[\text{tg}'(4x)](4x)'$

$$= \mathbf{(3^x)\ln(3)\,tg(4x) + 3^x \sec^2(4x)\cdot 4}$$

b) $g'(x) = \dfrac{(1-xe^x)'(2x+e^x) - (1-xe^x)(2x+e^x)'}{(2x+e^x)^2} = \dfrac{-(xe^x)'(2x+e^x) - (1-xe^x)(2+e^x)}{(2x+e^x)^2}$

$$= \boldsymbol{\frac{-(xe^x+e^x)(2x+e^x) - (1-xe^x)(2+e^x)}{(2x+e^x)^2}} = \frac{-e^x(2x^2+e^x+1)-2}{(2x+e^x)^2}$$

1º EE. – 2012.1

2 - Calcule a derivada da função dada:

a) *(1.0 pt)* $y = e^{\sin(2x)} \ln\left(x^2+2x\right) 3^x$.

$$\boxed{e^{\sin(2x)}\, cos(2x)\, 2 \ln\left(x^2+2x\right) 3^x. + e^{\sin(2x)} \frac{2x+2}{\underset{1}{x^2+2x}} 3^x. + e^{\sin(2x)} \ln\left(x^2+2x\right) 3^x \ln(3).}$$

b) *(1.0 pt)* $y = \dfrac{x^3}{3\sqrt{(1+x\sec(x))^3}}$

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{1}{3}\frac{x^3}{(1+x\sec(x))^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{3x^2\sqrt{(1+x\sec(x))^3} - x^3\,\frac{3}{2}\sqrt{(1+x\sec(x))}.(\sec(x)+x\sec(x)\tan(x))}{(1+x\sec(x))^3}\right).\end{aligned}}$$

c) *(1.0 pt)* $y = \cos(x)^{\sin(x^2)}$.

Tomando-se o logaritmo:

$$\ln(y) = \sin(x^2)\ \ln(\cos(x))$$

Derivando:

$$\frac{y'}{y} = \cos(x^2)\,2\,x\ \ln(\cos(x)) - \sin(x^2)\,\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

e portanto:

$$y' = \cos(x)^{\sin(x^2)}\left(\cos(x^2)\,2\,x\ \ln(\cos(x)) - \sin(x^2)\ \tan(x)\right)\ .$$

1º EE. – 2012.2

2 - Calcule a derivada das seguintes funções:

Solução:

b) (1,0 ponto) $f'(x) = sec^2\left(\frac{3x-1}{x^2+x-4}\right)\cdot\frac{3\cdot(x^2+x-4)-(2x+1)\cdot(3x-1)}{(x^2+x-4)^2}$

a) (1,0 ponto) $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen(x)+\sqrt{cos(x)}}}\cdot\left(cos(x)-\frac{sen(x)}{2\sqrt{cos(x)}}\right)$

c) (1,0 ponto) $h'(x) = \frac{4sec(x^5)}{5x^{1/5}} + 5x^{24/5}\cdot sec(x^5)\cdot tg(x^5)$

1º EE. – 2015.1

2. Derive as seguintes funções:

(a) (1,5 pt) $f(x) = \frac{x^2+2x+sen(x)}{x^3+5}$.

$f'(x) = \frac{[2x+2+cos(x)]\cdot(x^3+5) - [x^2+2x+sen(x)]\cdot(3x^2)}{(x^3+5)^2}$.

(b) (1,5 pt) $g(x) = tg\left(\sqrt{x}\cdot sec(x)\right)$.

$g'(x) = sec^2\left(\sqrt{x}\cdot sec(x)\right)\cdot\left[\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot sec(x) + \sqrt{x}\cdot sec(x)\cdot tg(x)\right]$.

1º EE. – 2015.2

2) Calcule a derivada das seguintes funções:

(a)(1,5 pt.) $y = \dfrac{\operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)}{x^2+1}$.

Solução:

$$y' = \frac{\left[\operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)\right]'\cdot(x^2+1) - \operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)\cdot[x^2+1]'}{(x^2+1)^2}$$

$$y' = \frac{\left([\operatorname{tg}(5x^3)]'\cdot(7x^5+8) + \operatorname{tg}(5x^3)\cdot[7x^5+8]'\right)\cdot(x^2+1) - \operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$y' = \frac{\left(\sec^2(5x^3)\cdot[5x^3]'\cdot(7x^5+8) + \operatorname{tg}(5x^3)\cdot 35x^4\right)\cdot(x^2+1) - \operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$y' = \frac{\left(\sec^2(5x^3)\cdot 15x^2\cdot(7x^5+8) + \operatorname{tg}(5x^3)\cdot 35x^4\right)\cdot(x^2+1) - \operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)\cdot 2x}{(x^2+1)^2} \qquad \square$$

(b)(1,0 pt.) $y = \operatorname{arctg}(\sqrt[3]{x+1})$.

Solução:

$$y' = \frac{1}{1+(\sqrt[3]{x+1})^2}\cdot[\sqrt[3]{x+1}]'$$

$$y' = \frac{1}{1+(\sqrt[3]{x+1})^2}\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}\cdot[x+1]'$$

$$y' = \frac{1}{1+(\sqrt[3]{x+1})^2}\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} \qquad \square$$

1º EE. – 2016.1

2. Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) (1,0 ponto) $g(x) = x^3 \cos(x)$;

Solução. Usando a Regra do Produto, temos que

$$g'(x) = (x^3)' \cos(x) + x^3(\cos(x))' = 3x^2 \cos(x) - x^3 \operatorname{sen}(x).$$

$\square$

(b) (1,0 ponto) $\varphi(x) = \dfrac{\operatorname{tg}(e^x)}{\ln x}$;

Solução. Pela Regra da Cadeia, concluímos que $(\operatorname{tg}(e^x))' = \operatorname{tg}'(e^x).(e^x)' = \sec^2(e^x)\, e^x$. Assim, pela Regra do Quociente, segue que

$$\varphi'(x) = \frac{(\operatorname{tg}(e^x))' \ln x - \operatorname{tg}(e^x)\,(\ln x)'}{(\ln x)^2} = \frac{\sec^2(e^x)\, e^x \ln x - \operatorname{tg}(e^x)\,\dfrac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{x \sec^2(e^x)\, e^x \ln x - \operatorname{tg}(e^x)}{x \ln^2 x}.$$

$\square$

(c) (1,0 ponto) $y = x^{\sqrt{x}}$.

Solução. Se $y = x^{\sqrt{x}}$ então

$$\ln y = \ln x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x} \ln x \implies y = e^{\sqrt{x} \ln x}.$$

Portanto, pela Regra da Cadeia:

$$\begin{aligned} y' = \frac{d}{dx}(x^{\sqrt{x}}) &= \frac{d}{dx}(e^{\sqrt{x}\ln x}) = e^{\sqrt{x}\ln x}\frac{d}{dx}(\sqrt{x}\ln x) = x^{\sqrt{x}}\frac{d}{dx}(\sqrt{x}\ln x) \\ &= x^{\sqrt{x}}\left[(\sqrt{x})' \ln x + \sqrt{x}\,(\ln x)'\right] \\ &= x^{\sqrt{x}}\left[\frac{1}{2\sqrt{x}} \ln x + \sqrt{x}\,\frac{1}{x}\right] = x^{\sqrt{x}}\left[\frac{1}{2\sqrt{x}} \ln x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right] \\ &= x^{\sqrt{x}}\left[\frac{2 + \ln x}{2\sqrt{x}}\right]. \end{aligned}$$

1º EE. – 2017.1

a.

$$f'(x) \overset{\text{i}}{=} (x^2)' + (3x\tan x)' \overset{\text{ii}}{=} 2x + (3x)'\tan x + 3x(\tan x)' = 2x + 3\tan x + 3x\sec^2 x$$
$$= x(2 + 3\sec^2 x) + 3\tan x$$

b.

$$h'(x) \overset{\text{iii}}{=} \frac{(x+1)'x\ln x - (x+1)(x\ln x)'}{(x\ln x)^2} \overset{\text{ii}}{=} \frac{x\ln x - (x+1)(x'\ln x + x(\ln x)')}{(x\ln x)^2}$$
$$= \frac{x\ln x - (x+1)(\ln x + 1)}{(x\ln x)^2} = -\frac{x + \ln x + 1}{(x\ln x)^2}$$

c.

$$f'(x) = \left[\left(\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)^{\frac{1}{2}}\right]' \overset{\text{iv}}{=} \frac{1}{2}\left(\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)^{\frac{1}{2}-1}\left(\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)'$$
$$\overset{\text{iii}}{=} \frac{1}{2}\left(\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{(1+\cos x)'(1-\cos x) - (1+\cos x)(1-\cos x)'}{(1-\cos x)^2}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\left(\frac{-\sin x(1-\cos x) - (1+\cos x)\sin x}{(1-\cos x)^2}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\left(\frac{-2\sin x}{(1-\cos x)^2}\right) = -\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\left(\frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}\right) = -\sqrt{\frac{1}{1-\cos^2 x}}\left(\frac{\sin x}{1-\cos x}\right)$$
$$= -\frac{\sin x}{|\sin x|(1-\cos x)}$$