



**ET660 - Séries Temporais para Atuária - Prova 01 - 2020/2**

Profa. Francielle L. Medina

**Questões:**

**1** - Considere o processo  $x_t = w_t + \theta w_{t-1}$ , em que  $w_t \sim RB(0, \sigma_w^2)$ .

(a) **(1 pto)** Mostre que  $|\rho_x(1)| \leq \frac{1}{2}$  para todo  $\theta \in \mathbb{R}$ .

(b) **(1 pto)** Faça o gráfico de  $\rho_x(1)$  para diferentes valores de  $\theta$ , verifique e comente os resultados obtidos em (a).

**2** - Seja o processo

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t,$$

em que  $Z_t \sim RB(0, \sigma_z^2)$ .

(a) **(0,5 pto)** - Escreva o processo em termos de  $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ .

(b) **(1,5 pto)** - Encontre a média e a função de autocovariância do processo  $X_t$ , para  $|h| \geq 0$ .

(c) **(1 pto)** - Para quais valores de  $\phi$ , o processo  $X_t$  é estacionário? Justifique teoricamente sua resposta.

**3** - Considere o modelo  $Z_t = -bZ_{t-4} + a_t$ , em que  $a_t \sim RB(0, \sigma_a^2)$ .

(a) **(0,5 pto)** - Por substituições recursivas, encontre uma representação de  $Z_t$  na forma de uma média móvel.

(b) **(1 pto)** - Qual a condição para que  $Var(Z_t) < \infty$ ? Responda e justifique sua resposta.

(c) **(1 pto)** - Sob a condição adotada no item (b), encontre uma representação simplificada para a função de autocovariância da série  $Z_t$ , denotada por  $\gamma_Z(h)$ , para  $h \geq 0$ .

**4** - Seja o processo

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + a_t,$$

em que  $a_t \sim RB(0, \sigma_a^2)$ .

(a) **(1 pto)** - Obtenha a representação do processo  $Y_t = \Delta^2 X_t$ .

(b) **(1,5 pto)** - Encontre uma representação simplificada para a função de autocovariância do processo  $Y_t$  e mostre que o processo é estacionário.