UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais

CT508 Fundamentos de Cálculo 2

Aluno: [redacted] 13/09/2018

1º EE

Questão 1. Seja a função demanda

$$Q = f(c,t) = 100\frac{t}{c} \tag{1}$$

para o café, em milhares de quilos por semana, como função do preço do café c e do preço do chá t.

(a) Esboce as curvas de nível correspondentes a $Q = 25$, $Q = 50$, $Q = 100$ e $Q = 200$.

(b) Determine, a partir do diagrama de curvas de nível, se Q é uma função crescente ou decrescente de c. E de t? Explique brevemente seu raciocínio.

(c) A demanda é denominada *elástica* se pequenas variações no preço de um produto causam grandes variações na demanda. Se o preço do chá está fixo em $t = 1$, a demanda do café é mais elástica em preços baixos ou altos? Justifique.

Questão 2. Sobre continuidade e diferenciabilidade, responda aos itens abaixo.

(a) Qual a definição de diferenciabilidade para funções de duas variáveis? Ou seja, o que uma função de duas variáveis precisa satisfazer para ser, por definição, diferenciável *em um certo ponto*?

(b) Verifique se a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0), \end{cases} \tag{2}$$

é contínua no ponto $(0,0)$. Determine também se ela é diferenciável no mesmo ponto.

Questão 3. Usando x horas de mão de obra especializada e y horas de mão de obra não especializada, um fabricante é capaz de produzir $Q = 10xy^{1/2}$ unidades. No momento, 30 horas de mão de obra especializada e 36 horas

$\frac{f(0,K)-f(0,0)}{K}$ $\frac{\frac{0}{K^2}}{K}$

$\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \frac{f(x,y) - \left[f(x_0,y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)(x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)(y-y_0)\right]}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}}$

de mão de obra não-especializada estão sendo usadas. Suponha que o fabricante reduza de 3 horas a quantidade de mão de obra especializada e aumente de 5 horas a de mão de obra não especializada. Use de aproximação linear para estimar a variação na produção.

Questão 4. Suponha que as funções $y = y(x)$ e $z = z(x)$ sejam definidas implicitamente pelo sistema

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = z^2 \\ x + y = 2 \end{cases} \tag{3}$$

Determine $\frac{dy}{dx}$.

ESCOLHA APENAS UMA DAS QUESTÕES SEGUINTES:

Questão 5. A demanda de um certo produto é $Q(x, y) = 200 - 10x^2 + 20xy$ unidades por mês, onde x é o preço do produto e y é o preço de um produto concorrente. Estima-se que daqui a t meses o preço do produto será $x(t) = 10 + 0{,}5t$ reais, enquanto o preço do produto concorrente será $y(t) = 12{,}8 + 0{,}2t^2$ reais. Qual sera a taxa de variação da demanda do produto com o tempo daqui a 4 meses? $\frac{\partial Q}{\partial t}$; $t = 4$

$\frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$

Questão 6. Dois produtos são ditos substitutos se o aumento na demanda de um deles causa diminuição na demanda do outro; caso as demandas de ambos aumentem ou diminuam sempre na mesma direção, são ditos complementares. Dois produtos (1 e 2) têm demandas, em função de seus preços p_1 e p_2, dadas por

$$D_1 = 2000 + \frac{100}{p_1 + 2} - 25p_2 \quad \text{e} \tag{4}$$

$$D_2 = 1500 - \frac{p_2}{p_1 + 7}. \tag{5}$$

Determine se eles são substitutos, complementares, ou nenhuma destas opções.

D PARCIAIS

$\frac{\partial D_1}{\partial p_1} = 2000 + \frac{100}{0+2} - 25p^2$

$= 2000 + 50 - 25p^2$

$= 2050 - 25p^2$

$= 2050 - 2 \cdot 25p$

$2050 - 50p$

$\frac{\partial D}{\partial p} = 1500 - \frac{p^2}{0+7}$

$= 1500 - \frac{p^2}{7}$

São substitutos