



Primeiro Exercício – PROVA TIPO A – (ET657) PROBABILIDADE 2 PARA ATUÁRIA – 2020.2

Turma: 2P

Professor: Roberto Ferreira Manghi

Data: 21/06/2021

ATENÇÃO: As respostas devem estar acompanhadas dos cálculos, respostas sem cálculos serão anuladas.

1º) (3,0 pontos) A proporção de substâncias tóxicas em um reservatório de água que abastece uma cidade é uma variável aleatória $X \sim Beta(3, 2)$, com função de densidade dada por $f_X(x) = 12x^2(1 - x)$, $x \in (0, 1)$. Caso exista acima de 10% de concentração de substâncias tóxicas, é necessário realizar um procedimento de desintoxicação do reservatório. Quando a concentração de substâncias está abaixo de 5%, é dito que a qualidade da água está plenamente própria para consumo.

- a) (1,5 ponto) Qual a probabilidade de ser necessário o procedimento de desintoxicação do reservatório?
- b) (1,5 ponto) Qual a probabilidade da água do reservatório estar plenamente própria para consumo?

2º) (3,0 pontos) O tempo (em minutos) até a chegada do primeiro automóvel a um lava-jato, a partir do início das atividades, é uma variável aleatória $X \sim Exp(1/12)$, com função de densidade dada por $f_X(x) = \frac{1}{12}e^{-x/12}$, $x > 0$. O tempo mediano é definido como o tempo até a chegada do primeiro automóvel registrado em 50% dos dias de funcionamento do lava-jato em um longo período (por exemplo durante um determinado ano), ou seja, é o tempo $t_{50\%}$ tal que $P(X \leq t_{50\%}) = 0,5$.

- a) (1,5 ponto) Obtenha o tempo mediano e compare com o tempo médio. Qual o maior valor dentre eles?
- b) (1,5 ponto) Qual a probabilidade do tempo até a chegada do primeiro automóvel num determinado dia estar entre os tempos obtidos no item (a)?

Dica: $\ln(0,5) \approx -0,693$.

3º) (3,0 pontos) Se as alturas das pessoas seguem distribuição normal, com média $\mu = 170cm$ e desvio padrão $\sigma = 100cm$, determine:

- a) (1,5 ponto) A altura mínima que uma pessoa deve ter para estar incluída entre as 6,68% mais altas;
- b) (1,5 ponto) A altura máxima que uma pessoa deve ter para estar incluída entre as 9,68% mais baixas.

4º) (1,0 ponto) Suponha que X é uma variável aleatória com densidade $f_X(x) = 2xe^{-x^2}$, com $x \in (0, \infty)$. Obtenha a expressão de sua função de distribuição acumulada, ou seja, forneça a expressão da função $F_X(x) = P(X \leq x)$, para $x \in \mathbb{R}$.

Boa Prova!

Standard Normal Probabilities

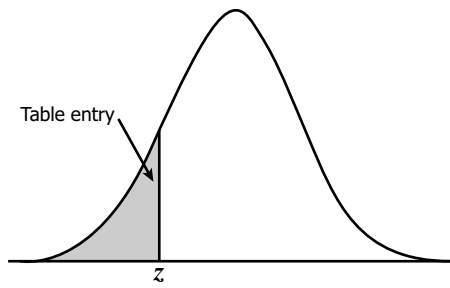


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

Standard Normal Probabilities

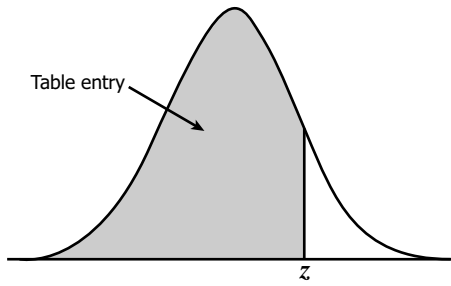


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

[illegible]