

Disciplina: Fundamentos de Álgebra Linear
Professor: Edilberto Almeida

Nota:

Aluno: Maria Beatriz P. M. Palmeira

Exame 3 - Fundamentos de Álgebra Linear

Duração: 2 horas

Data: / /

a prova contém 1 página e 5 questões, formando um total de 10 pontos.

(2 pontos) Seja \mathbf{P}_2 o espaço das funções polinomiais reais de grau menor ou igual a dois. Definimos em \mathbf{P}_2 :

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(t)g(t)dt$$

$$\beta = \{1, t, t^2\}$$

Considere \mathbf{W} o subespaço de \mathbf{P}_2 gerado pelos vetores $p(t) = 1$ e $q(t) = 1 - t$.

- (a) $\langle f, g \rangle$ é um produto interno? Mostre usando as propriedades.
(b) Se a resposta de (a) for afirmativa determine uma base ortogonal para \mathbf{W} .

(2 pontos) Seja $\beta = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 2, 0)\}$. Ache uma base ortonormal de \mathbb{R}^3 em relação ao produto interno usual.

(2 pontos) Seja $\mathbf{V} = \mathbb{R}^2$. Sejam $\vec{v}_1 = (x_1, y_1)$ e $\vec{v}_2 = (x_2, y_2)$. Se $f(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 2x_1x_2 + x_2y_1 + y_1y_2$.

- (a) Mostre que $f(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ é produto interno.
(b) Seja $\beta = \{(-1, 1), (1, 1)\}$. Ache uma base ortonormal para \mathbb{R}^2 em relação a $f(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$.

(2 pontos) Seja $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, a rotação de um ângulo θ em torno do eixo z. Pode-se expressar T por:

$$T(x, y, z) = (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta, z).$$

Encontre a matriz $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ onde α é a base canônica e classifique T a partir de $[T]_{\alpha}^{\alpha}$. Auto-Adjunto ou Ortogonal ou Nenhum dos dois. Prove sua resposta a partir das propriedades da matriz $[T]_{\alpha}^{\alpha}$.

(2 pontos) Seja $B: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$B((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 2y_1y_2.$$

Mostre que B é uma forma bilinear.

$$B((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = B((x_1, y_1), (x_2, y_2)) + B((x_1, y_1), (x_3, y_3))$$