



Terceiro Exercício – PROVA TIPO A – (ET657) PROBABILIDADE 2 PARA ATUÁRIA – 2020.2

Turma: 2P

Professor: Roberto Ferreira Manghi

Data: 16/08/2021

OBS1: Esta prova tem o total de 12,0 pontos. Você pode resolver quantas questões quiser. A nota será o mínimo entre a soma dos pontos obtidos e o valor 10,0.

OBS2: As respostas devem estar acompanhadas dos cálculos, respostas sem cálculos serão anuladas.

1º) (3,0 pontos) Seja (X, Y) um vetor aleatório com densidade conjunta

$$f(x, y) = 2e^{-(x+y)} I_{(0,y)}(x) I_{(0,\infty)}(y).$$

Defina $U = X + Y$ e $V = Y$.

- a) (1,5 ponto) Obtenha a função de densidade conjunta do vetor (U, V) ;
- b) (1,5 ponto) Obtenha a função de densidade marginal de U .

2º) (3,0 pontos) Seja (X, Y) um vetor aleatório com X e Y variáveis i.i.d. (independentes e identicamente distribuídas) tais que $X \sim U(0, 1)$ e $Y \sim U(0, 1)$. Defina $U = \min\{X, Y\}$ e $V = \max\{X, Y\}$.

- a) (1,5 ponto) Obtenha as funções de densidade de U e de V ;
- b) (1,5 ponto) Sabendo que $E(X) = E(Y) = 1/2$ e que $Var(X) = Var(Y) = 1/12$, obtenha o valor de $Cov(X + Y, X - Y)$.

3º) (3,0 pontos) Seja (X, Y) um vetor aleatório tal que $Y|X = x \sim U(x, x + 1)$ e $X \sim U(0, 1)$.

- a) (1,5 ponto) Obtenha $E(Y)$ e $Var(Y)$;
- b) (1,5 ponto) Calcule $Cov(X, Y)$.

4º) (3,0 pontos) Um elevador de um prédio recebe pessoas diariamente. O peso máximo recomendado para a utilização do elevador em cada viagem é de 450Kg. Suponha que o peso das pessoas que utilizam o elevador segue uma distribuição exponencial, com parâmetro $\beta = 1/80$. O número de pessoas que utilizam o elevador numa mesma viagem segue uma distribuição de Poisson, com parâmetro $\lambda = 6$. Determine:

- a) (1,5 ponto) O peso médio total e o desvio padrão do peso total das pessoas que utilizam o elevador em uma viagem;
- b) (1,5 ponto) Com base no peso médio total de utilização obtido no item (a), você diria que as pessoas estão utilizando corretamente este elevador? Justifique.

Boa Prova!