$3^{\underline{0}}$ EXERCÍCIO DE PROBABILIDADE 2 PARA ATUÁRIA(ET657)- 18/06/2018

1. **(2,0 pontos)** Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes onde X tem distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$ e Y tem distribuição uniforme no intervalo $(1,2)$. Considere
$$Z = max(X,Y) \text{ e } W = min(X,Y).$$
Descreva as funções de distribuição acumulada de Z e a de W.

2. **(2,0 pontos)** Uma urna contém três bolas numeradas, a saber $0,1,2$. Duas bolas são retiradas ao acaso e sucessivamente. Considere as variáveis aleatórias as quais indicam: o número da primeira bola retirada, por X e o número da segunda bola retirada, por Y. Calcule para X e Y
$$(a)\mathbb{E}(XY) \qquad (b)Cov(X,Y) \qquad (c)Var(X+Y).$$
O que $\rho_{X,Y}$ nos indica sobre a dependência linear entre as variáveis aleatórias X e Y?

3. **(2,0 pontos)** Sejam X e Y variáveis aleatórias com $\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(Y) = 0$ e $Var(X) = Var(Y) = 1$. Mostre que $\rho_{Z,U} = 0$, se $Z = X + Y$ e $U = X - Y$.

4. **(3,0 pontos)** Sejam $X > 0$ e Y variáveis aleatórias contínuas com função de densidade conjunta $f_{X,Y}$ e $Z = X^2 + Y$. Mostre pelo método do jacobiano que a função densidade de Z é dada por
$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_{X,Y}(\sqrt{z-w}, w)}{2\sqrt{z-w}} dw.$$

5. **(1,0 ponto)** Seja (X,Y) um vetor aleatório contínuo com distribuição uniforme no conjunto $(0,\pi)^2$. Qual a esperança da variável aleatória, $Z = Y \cdot sen(X)$?

Boa sorte