

Prova 3

Curso de Ciências Atuariais
Disciplina Probabilidade 1- Professora Cristina
26/09/2022 - Terceiro exercício de probabilidade

- 1) Uma moeda honesta é lançada 3 vezes. Seja X o número de caras nos 2 primeiros lançamentos e seja Y o número de caras nos 2 últimos lançamentos.
- a) (0,5 pontos) Liste todos os elementos do espaço amostral deste experimento, especificando os valores de X e Y .
- b) (1 ponto) Construa a função de distribuição de probabilidade conjunta de (X, Y) .
- c) (1 ponto) Calcule $E(X)$

- 2) A tabela a seguir fornece a função de probabilidade conjunta da v.a. (X, Y) .

X	Y		
	1	2	3
0	0,10	0,20	0,20
1	0,04	0,08	0,08
2	0,06	0,12	0,12

- a) (0,5 pontos) Verifique se X e Y são independentes
- b) (1 ponto) Encontre a distribuição de X dado $Y = 2$
- c) (1 ponto) Encontre $E(X|Y = 2)$

- 3) Numa caixa encontram-se 5 moedas de ouro e 2 de prata. Serão retiradas 2 moedas com reposição. Considere as variáveis aleatórias:

X = Quantidade de moedas de ouro

Y = Quantidade de moedas de prata

- a) (1 ponto) Construa a função de distribuição de probabilidade conjunta de (X, Y) .
- b) (0,5 pontos) Verifique se X e Y são independentes.
- c) (1 ponto) Encontre a distribuição de probabilidade de Y dado $X = 0$.

- 4) Considere a seguinte distribuição de probabilidade conjunta (X, Y)

X	Y	
	0	-1
0	0,1	0,05
-1	0,3	0,15
2	0,2	0,2

- a) (0,5 pontos) Encontre $E(X|Y = -1)$.
b) (1 ponto) Encontre a distribuição de probabilidade de $W = X - 2Y$.
c) (1 ponto) Encontre $E(W)$.

Desafio para bônus (1 ponto):

Foi feito o loteamento de uma área rural em terrenos retangulares. Para cada terreno, seu comprimento e sua largura, ambos em metros, podem ser iguais a 10m, 20m ou 30m. Para simplificar, vamos trabalhar em decâmetros (simbolicamente dam), lembrando que 1dam = 10m. Assim, tanto o comprimento X como a largura Y de um terreno sorteado ao acaso, podem ser iguais a 1, 2 ou 3. A tabela a seguir fornece (apenas parcialmente) a distribuição conjunta de X e de Y, variáveis aleatórias supostas independentes:

X	Y			$\mathbb{P}(X)$
	1	2	3	
1	0,35		0,14	
2				0,20
3	0,05			
$\mathbb{P}(Y)$		0,30		

Considere as v.a.'s $V = 2X + 2Y$, o perímetro do terreno e $W = XY$, a área do terreno. Calcule:

- a) O valor de cada probabilidade, conjunta ou marginal, omitido na tabela acima.
b) A probabilidade condicional de que a área seja igual a 4dam^2 , dado que o perímetro é igual a 8dam .

Formulário:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i * \mathbb{P}(X = x_i)$$

$$\mathbb{P}(X = x_i | Y = y_j) = \frac{\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j)}{\mathbb{P}(Y = y_j)}$$

Se X e Y são independentes, então: $\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j) = \mathbb{P}(X = x_i) * \mathbb{P}(Y = y_j)$

$$E(X | Y = y_j) = \sum_{i=1}^n x_i * \mathbb{P}(X = x_i | Y = y_j)$$