Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Centro de Ciências Sociais Aplicadas - CCSA
Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais
Bacharelado em Ciências Atuariais

**Disciplina: Fundamentos de Álgebra Linear** **Nota:**
**Professor: Edilberto Almeida**

**Aluno:** [redacted]

---

# Exame 3 - Fundamentos de Álgebra Linear

Duração: 2 horas Data: / /

---

a prova contém 1 página e 5 questões, formando um total de 10 pontos.

---

(2 pontos) Seja $\mathbf{P}_2$ o espaço das funções polinomiais reais de grau menor ou ig
dois. Definimos em $\mathbf{P}_2$:

$\beta = \{1, t,$
$\beta = \{1, t$

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(t)g(t)dt$$

Considere $\mathbf{W}$ o subespaço de $\mathbf{P}_2$ gerado pelos vetores $p(t) = 1$ e $q(t) = 1 - t$.

(a) $\langle f, g\rangle$ é um produto interno? Mostre usando as propriedades.

(b) Se a resposta de (a) for afirmativa determine uma base ortogonal para $\mathbf{W}$.

(2 pontos) Seja $\beta = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 2, 0)\}$. Ache uma base ortonormal de $\mathbb{R}$
relação ao produto interno usual.

(2 pontos) Seja $\mathbf{V} = \mathbb{R}^2$. Sejam $\vec{v}_1 = (x_1, y_1)$ e $\vec{v}_2 = (x_2, y_2)$. Se $f(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 2x$
$x_1y_2 + x_2y_1 + y_1y_2$.

(a) Mostre que $f(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ é produto interno.

(b) Seja $\beta = \{(-1, 1), (1, 1)\}$. Ache uma base ortonormal para $\mathbb{R}^3$ em relação a $f(\vec{v}$

(2 pontos) Seja T: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, a rotação de um ângulo $\theta$ em torno do eixo z. Pod
expressar T por:

$$T(x, y, z) = (x\cos\theta - y\,\text{sen}\theta, x\,\text{sen}\theta + y\cos\theta, z).$$

Encontre a matriz $[T]_\alpha^\alpha$ onde $\alpha$ é a base canônica e classifique T a partir de $[T]_\alpha^\alpha$
Auto-Adjunto ou Ortogonal ou Nenhum dos dois. Prove sua resposta a parti
propriedades da matriz $[T]_\alpha^\alpha$.

(2 pontos) Seja B: $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por:

$$B((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 2y_1y_2.$$

Mostre que B é uma forma bilinear.

$B((x_1, y_1), (x_2, y_2) + (x_3, y_3)) = B((x_1, y_1), (x_2, y_2)) + B((x_1,$