



Universidade Federal de Pernambuco
Curso: Ciências Atuariais
Disciplina: Matemática Actuarial 1A
Professor: Filipe Costa de Souza

Gabarito - Tábuas de sobrevivência e funções biométricas

Questão 1: Com base na tábua CSO-80, calcule:

- a. A probabilidade de uma pessoa de 50 anos sobreviver até o próximo ano.

$$p_{50} = \frac{l_{51}}{l_{50}} = \frac{89064,55}{89666,21} \approx 0,99329.$$

- b. A probabilidade de uma pessoa de 70 anos falecer antes de completar 71 anos.

$$q_{70} = \frac{d_{70}}{l_{70}} \approx 0,03951.$$

- c. A probabilidade de uma pessoa de 20 anos sobreviver à idade de 50 anos.

$${}_{30}p_{20} = \frac{l_{50}}{l_{20}} \approx 0,919261.$$

- d. A probabilidade de uma pessoa de 30 anos falecer antes dos 40 anos.

$${}_{10}q_{30} = \frac{l_{30} - l_{40}}{l_{30}} \approx 0,021166.$$

- e. A probabilidade de uma pessoa de 40 anos sobreviver até os 50, vindo a falecer antes de completar 51 anos.

$${}_{10|}q_{40} = \frac{d_{50}}{l_{40}} \approx 0,006416.$$

- f. A probabilidade de uma pessoa de 25 anos falecer entre 40 e 45 anos.

$${}_{15|5}q_{25} = \frac{l_{40} - l_{45}}{l_{25}} \approx 0,017276.$$

Questão 2: Com base na tábua CSO-80, calcule:

- a. A probabilidade de uma pessoa de 20 anos e outro de 55 anos sobreviverem até o próximo ano.

$$p_{20:55} = \frac{l_{21}}{l_{20}} \cdot \frac{l_{56}}{l_{55}} = 0,98765.$$

- b. A probabilidade de três pessoas de idades 20, 25 e 37 anos sobreviverem por mais 10 anos.

$${}_{10}p_{20:25:37} = {}_{10}p_{20} \cdot {}_{10}p_{25} \cdot {}_{10}p_{37} \approx 0,93133.$$

- c. A probabilidade de duas pessoas de 40 anos falecerem nos próximos 6 anos.

$${}_6q_{\overline{40:40}} = ({}_6q_{40})^2 \approx 0,0004901.$$

- d. Dado três pessoas de 55 anos, a probabilidade de pelo menos uma delas estar viva daqui a 8 anos.

$${}_8p_{\overline{55:55:55}} = 1 - {}_8q_{\overline{55:55:55}} \approx 0,99867.$$

- e. Dado uma pessoa de 35 anos e outra de 30, a probabilidade de que apenas a de 30 sobreviva até o próximo ano.

$$p_{30:(35)} = p_{30} \cdot q_{35} \approx 0,002106.$$

Questão 3: Ainda com base na tábua CSO-80, calcule a vida provável de uma pessoa de 25 anos.

$$l_{25} = 96.630,09; l_{25+vp} = \frac{96.630,09}{2} = 48.315,04. l_{75} = 48.989,08 \text{ e } l_{76} = 45.844,47.$$

Então

$$l_{---} 3.144,61 (d_{75})$$

$$x_{---} 674,04 (l_{75} - l_{25+vp}).$$

Portanto, $x \approx 0,21435$ e $vp \approx 50,21435$.

Questão 4: Utilizando a tábua CSO-80, calcule:

- a. A expectativa de vida e a duração média da vida de uma criança de 10 anos.

$$e_{10}^0 = \frac{T_{10}}{l_{10}} \approx 61,66 \text{ e } dm_{10} = 10 + e_{10}^0 \approx 71,66.$$

- b. A esperança de vida abreviada de uma pessoa de 50 anos.

$$e_{50} = e_{50}^0 - 0,5 \approx 24,86.$$

Questão 5: Utilizando a tábua CSO-80, e assumindo a hipótese de distribuição uniforme das mortes ao longo do ano, calcule:

- a. ${}_2p_{50,5}$.

$${}_2p_{50,5} = \frac{l_{52,5}}{l_{50,5}} = \frac{0,5 \cdot l_{52} + 0,5 \cdot l_{53}}{0,5 \cdot l_{50} + 0,5 \cdot l_{51}} \approx 0,985421.$$

- b. ${}_{0,7}p_{30}$.

$${}_{0,7}p_{30} = \frac{l_{30,7}}{l_{30}} = \frac{0,3 \cdot l_{30} + 0,7 \cdot l_{31}}{l_{30}} \approx 0,998789.$$

Questão 6: Mostre, passo a passo, que $e_x = p_x(1 + e_{x+1})$.

$$\begin{aligned} e_x &= \sum_{t=1}^{\infty} {}_tp_x \\ &= p_x + {}_2p_x + {}_3p_x + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= p_x + p_x \cdot p_{x+1} + p_x \cdot p_{x+1} \cdot p_{x+2} + \cdots \\
&= p_x(1 + p_{x+1} + {}_2p_{x+1} + {}_3p_{x+1} + \cdots) \\
&= p_x \left(1 + \sum_{t=1}^{\infty} {}_t p_{x+1} \right) \\
&= p_x(1 + e_{x+1}).
\end{aligned}$$