FICHA 1 — 1ª unidade

TODA FUNÇÃO QUE É DERIVADA É CONTÍNUA, MAS NEM TODA CONTÍNUA É DERIVADA.

→ PROVA DO SEMESTRE PASSADO.

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Alessandra P. Cezario

FUNÇÕES	DERIVADAS
$y = \operatorname{sen} x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\operatorname{sen} x$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \sec^2 x$
$y = \operatorname{cotg} x$	$y' = -\operatorname{cossec}^2 x$
$y = \sec x$	$y' = \sec x \cdot \operatorname{tg} x$
$y = \operatorname{cossec} x$	$y' = -\operatorname{cossec} x \cdot \operatorname{cotg} x$

Exercícios – Fundamentos de Cálculo 1

REFAZER

1) Seja $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \le 1 \\ ax + b & \text{se } x > 1 \end{cases}$

$a+b=1$ A FUNÇÃO É CONTÍNUA $a+b=1$

② $\begin{cases} a+b=1 \\ a=2 \end{cases} \rightarrow b = 1-a$, $b = 1-2$, $b=-1$

Determine os valores de a e b para os quais f é contínua e tem derivada em x = 1.

NÃO É CONTÍNUA. ① $f'(x)$ p/ $x \to 1^+$: a NO PONTO 1; $f'(x)$ p/ $x \to 1^-$: $2x$ NO PONTO → 2; $a = 2$

↳ P/ SER DERIVADA, AS DERIVADAS LATERAIS SÃO IGUAIS. ↳ PRECISAM SER.

2) Encontre a função derivada, utilizando a técnica que julgar mais adequada.

a) $y = x^x$ b) $y = e^{2x} tgx + \ln 5x$

c) $y = \dfrac{senx}{e^x} = 1$ d) $y = \sec x.e^x + \dfrac{x^2}{\ln x}$

a) $y = x^x$

$\ln y = \ln x^x = x \ln x$

$\frac{1}{y} \cdot y' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$

$y' = y[\ln x + 1]$

$y' = x^x[\ln x + 1]$ ($= y$)

3) Um fabricante do produto alfa está disposto a colocar x milhares de produtos quando o preço por atacado for de p reais .Suponha que a relação entre x e p seja dada por onde $x^2 - 2xp + p^2 = 1$

Qual a taxa e variação da oferta com o tempo se o preço unitário é de \$5,00 e está diminuindo à taxa de 40 centavos por mês?

$\frac{dx}{dt}$ $p = 5$ $\frac{dp}{dt} = -0,40$

$\frac{dx}{dt} = -0,4$ = DIMINUI 400 UNIDADES P/ MÊS. (RESULTADO)

• A TAXA FOR DAR 2 VALORES DIFERENTES, ESPECIFICA AS DUAS. (SE FOR UMA NEGATIVA → DESCARTA E OUTRA POSITIVA → CONSIDERA ELA.)

4) Calcule os seguintes limites

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{4x}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x}{sen 5x}$

5) A quantidade demandada mensal de relógios de pulso de certa empresa está relacionada como o preço unitário pela equação

$p = \dfrac{50}{0{,}01x^2 + 1}$, p em dólares, x em milhares.

$50 \left(\dfrac{50}{0{,}01x^2+1} \right) \cdot x$

a) Determine a função receita $R = \dfrac{50x}{0{,}01x^2+1}$ $f(x)$ / $g(x)$

a) Determine a função receita marginal $\dfrac{50(0{,}01x^2+1) - (0{,}01 \cdot 2x + 0) \cdot 50x}{(0{,}01x^2+1)^2}$

c) Calcule a receita marginal quando são produzidas 5 unidades e interprete o resultado. $R'\left(x = \frac{5}{1000}\right)$

HORIZONTAL

CASA $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^2}{x^2-9} = \lim_{x\to\infty} \frac{4x^2}{x^2(1-\frac{9}{x^2})} = \frac{4}{1+\frac{9}{x^2}} = 4$

6) Encontre, se existirem, as assíntotas verticais e horizontais da função $f(x)=\dfrac{4x^2}{x^2-9}$. Não esqueça de indicar as condições (limites) que foram verificadas para que as retas sejam assíntotas.

VERTICAIS → $x=3$, $x=-3$: $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 3^+} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to -3^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to -3^-} f(x)=+\infty$

NO RESULTADO COLOCAR ASSIM: $x=3$ e $x=-3$ SÃO CANDIDATOS A SEREM ASSÍNTOTAS VERTICAIS.

7) a) Usando a definição, determinar a derivada da seguinte função:

$$f(x)=\frac{1}{x+3}$$

Obs.: Não é pérmitido nesta questão a utilização de regras básicas!

b) Encontre a equação da reta tangente a curva no ponto (0,1/3)

→ CASA → $y = y_0 - m(x-x_0)$ — DERIVAM NO PONTO

8) A quantidade demandada mensal x de computadores de certa marca está relacionada com o preço médio unitário p (em dólares) de computadores pela equação

$$x=f(p)=\frac{100}{9}\sqrt{810.000-p^2}$$

Estima-se que daqui a t meses o preço médio de um computador seja dado por

$p(t)=\dfrac{400}{1+\frac{1}{8}\sqrt{t}}+200$ dólares. Determine a taxa de variação da quantidade demandada mensal de computadores daqui a 16 meses.

8) $f(p) = \frac{100}{9} \cdot \sqrt{810.000 - p^2}$

$P(t) = \frac{400}{1+\frac{\sqrt{t}}{8}} + 200$

$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dp} \cdot \frac{dp}{dt}$

7) $f(x) = \frac{1}{x+3}$

$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

OU PELA REGRA DO QUOCIENTE

$\lim_{h\to 0} = \frac{\left(\frac{1}{x+h+3}\right) - \left(\frac{1}{x+3}\right)}{h}$

$\lim_{h\to 0} = \frac{\frac{1-h}{x+h+3}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1-h}{(x+h+3)} \cdot \frac{1}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1-h}{xh+h^2+3h} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{-h+1}{h(x+h+3)} = \lim_{h\to 0}$