PROVA 1º UNIDADE

Atividades- Fundamentos de Cálculo - 1

1) As derivadas à esquerda e à direita de *f* em "a" são definidas por

$$f'_{-}(a) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{e} \quad f'_{+}(a) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Se esses limites existirem. Então f'(a) existe se, e somente se, essas derivadas unilaterais existirem e forem iguais.

a) Encontre $f'_{-}(4)$ e $f'_{+}(4)$ para a função $f(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ 5 - x, 0 < x < 4 \\ \dfrac{1}{5-x}, x \ge 4 \end{cases}$

−5 $-\frac{1}{5}$

b) Esboce o gráfico de f

c) Onde f é descontínua? Justifique

d) Onde f não é diferenciável?

2) Encontre a função derivada, utilizando a técnica que julgar mais adequada.

a) $y = a^x$ b) $y = senx.\ln x + \dfrac{tgx}{x^2}$ c) $y = \dfrac{\sec x}{e^x}$

3) A produção de certa fábrica é dada por $Q(t) = 60K^{1/3}L^{2/3}$ unidades, em que K é o capital imobilizado (em milhares) e L é a mão de obra utilizada em homens-horas. Se a produção se mantém constante, qual a taxa de variação do capital imobilizado no instante em que o capital imobilizado é de $8.000, a mão de obra utilizada é 1000 homens-horas e a mão de obra está aumentando à razão de 25 homens-horas por semana?

$\frac{dK}{dt} = 75$ $\frac{dK}{dt}$ $\frac{dL}{dt} \to +25$

4) O valor V (em milhares de reais) de uma máquina industrial pode ser modleado pela função $V(N) = \left(\dfrac{N+430}{N+1}\right)^{2/3}$ em que N é o número de horas diárias de uso da máquina.

Suponha que o uso varia com o tempo de tal modo que $N(t) = \sqrt{t^2 + 10t + 45}$ em que t é o número de meses de operação da máquina.

a) Quantas horas por dia a máquina estará sendo usada daqui a 9 meses? Qual será o valor da máquina nessa ocasião?

K = 8000
K = 8 → L = 1000

É O PRODUTO MAS É:

$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dN} \cdot \frac{dN}{dt}$ → ACHA ESSA; OPS QUE ACHAR AS DUAS FUNÇÕES, DERIVADAS, SUBSTITUIR POR $t = 9$ e $N = 14,7$

ACHA ESSA

$P = t = 0$, $Q = 20$ → $Q(A) = 40 - A \cdot e^{-k \cdot 0}$, $A = 20$

$20 = 40 - A \cdot 1$, $A = 20$

$P\ t = 1$: $30 = 40 - 20 \cdot e^{-k \cdot 1}$, $20 \cdot e^{-k} = 40 - 30$, $20 \cdot e^{-k} = 10$, $e^{-k} = \frac{1}{2}$

$\ln e^{-k} = \ln \frac{1}{2}$; $-k \cdot \ln e = \ln(\frac{1}{2})$; $-k = \ln(\frac{1}{2})$; $k = -\ln(\frac{1}{2})$; $k = -0,69$

b) A que taxa o valor da máquina estará variando com o tempo daqui a 9 meses? O valor estará aumentando ou diminuindo?

REGRA DA CADEIA ① $\frac{dV}{dt}$ AND $t = 9$ ② $\frac{dV}{dt} = ?$

DETERMINAR QUEM É A e K

Cadeia

$\frac{1}{(t+1)^2}$ derivada

② CALCULAR O VALOR DE $Q(t)$

5) A produção diária de um operário que foi admitido há t semanas é dada por uma função da forma $Q(t) = 40 - Ae^{-kt}$. Inicialmente, o operário é capaz de produzir 20 unidades por dia; após uma semana, o operário está produzindo 30 unidades por dia.

a) Quantas unidades o operário estará produzindo após 3 semanas? $Q(3)$

b) Qual será a taxa de variação da produção daqui a 10 semanas? ACHAR Q', OPS $Q'(10)$

6) a) Mostre que $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

b) Se $f(x) = \cos x$ mostre que $f'(x) = -senx$

variação

7) O completo de apartamentos LW possui 100 unidades de dois dormitórios. O lucro mensal obtido pelo aluguel de x apartamentos é de $P(x) = -10x^2 + 1760x - 50.000$

↳ SÓ É A FUNÇÃO L(X)

a) Calcule o lucro real obtido no aluguel obtido da 51ª unidade, assumindo 50 unidades já tenham sido alugadas. $P(x)$

$P(51) - P(50) =$ $P(50)$

b) Use os métodos de análise marginal para estimar o lucro obtido com o aluguel da 51ª unidade. Compare com os resultados encontrado no item anterior.

↳ COMPARAR O $P'(x)$ - LUCRO REAL

Questão Bônus

A expressão do montante duplamente decrescente, uma grandeza usada em contabilidade, é $V(t) = V_0\left(1 - \frac{2}{L}\right)^t$ em que V(t) é o valor após t anos de um artigo que originalmente custou V_0 reais e L é uma constante conhecida como "vida útil" do artigo.

a) Uma geladeira custou $875,00 e tem uma vida útil de 8 anos. Qual é o valor da geladeira após cinco anos?

b) Qual a taxa de variação do valor com o tempo (taxa anual de depreciação)?

c) Qual a taxa de variação percentual de V(t)?