

DERIVADAS: REGRAS DE DERIVAÇÃO

3. DERIVADA DO PRODUTO ENTRE DUAS FUNÇÕES:

Para a realização dessa derivada, vamos considerar a seguinte função básica,

$$f(x) = x \cdot (x + 1)$$

Se quiséssemos derivar essa função nessa forma que se encontra, iríamos fazer da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h) \cdot ((x+h)+1) - x \cdot (x+1)}{h} = \\ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\textcolor{red}{x}^2 + h\textcolor{blue}{x} + \textcolor{blue}{x}) + (hx + h^2 + h) - (\textcolor{red}{x}^2 + \textcolor{blue}{x})}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(hx) + (hx + h^2 + h)}{h} = \\ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hx + h^2 + h}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h + 1 = \mathbf{2x + 1}.\end{aligned}$$

Porém como as outras regras, a uma forma mais fácil de se lidar com o produto entre duas funções que dependem de x . Essa forma é a qual chamamos da **Regra do Produto**, a qual temos que:

$$f(x) = f \cdot g \therefore f'(x) = f' \cdot g + f \cdot g'$$

A qual podemos obter o mesmo resultado, de forma mais rápida e menos complicada, para isso consideremos $\textcolor{red}{f} = \textcolor{red}{x}$ e $\textcolor{blue}{g} = \textcolor{blue}{x} + 1$, logo pela regra teríamos:

$$f'(x) = (\textcolor{red}{1} \cdot \textcolor{red}{x}^0) \cdot (\textcolor{blue}{x} + 1) + \textcolor{red}{x} \cdot (\textcolor{blue}{1} \cdot \textcolor{blue}{x}^0 + 0) = \textcolor{red}{1} \cdot (\textcolor{blue}{x} + 1) + \textcolor{red}{x} \cdot (\textcolor{blue}{1} + 0) = \mathbf{2x + 1}$$

Outro exemplo de função:

$$f(x) = (x^4 + 1) \cdot (2x + 5)$$

Considere $f = x^4 + 1$ e $g = 2x + 1$, logo teríamos que

$$\begin{aligned}\textcolor{red}{f} &= \textcolor{red}{x}^4 + 1 \therefore \textcolor{red}{f}' = 4x^3 + 0 = \textcolor{red}{4x}^3 \\ \textcolor{blue}{g} &= \textcolor{blue}{2x} + 1 \therefore \textcolor{blue}{g}' = 2 + 0 = \textcolor{blue}{2}\end{aligned}$$

$$f(x) = (x^4 + 1) \cdot (2x + 5) \therefore$$

$$f'(x) = \textcolor{red}{4x}^3 \cdot (\textcolor{blue}{2x} + 1) + (\textcolor{red}{x}^4 + 1) \cdot \textcolor{blue}{2} = 8x^4 + 4x^3 + 2x^4 + 2 = \mathbf{10x^4 + 4x^3 + 2};$$