

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE  
Centro de Ciências Sociais Aplicadas - CCSA  
Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais  
Bacharelado em Ciências Atuariais

Disciplina: Fundamentos de Álgebra Linear  
Professor: Edilberto Almeida

Nota:

Aluno: [REDACTED]

## 2ª Prova de Fundamentos de Álgebra Linear

Duração: 2 horas

Data: 11 / 12 / 2018

Esta prova contém 2 página(s), incluindo esta capa, e 5 questões, formando um total de 10 pontos.

Tabela (para uso EXCLUSIVO do professor)

Questão:	1	2	3	4	5	Total
Valor:	2	2	2	2	2	10
Pontuação:						

1. (2 pontos) Seja  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x + y, x - y + 2z, 2x + y - z)$ .  
Pede-se

(a) autovalores de  $T$ .

(b) autovetores de  $T$ .

$x(1, 1, 2)$   
 $y(1, -1, 1)$   
 $z(0, 2, -1)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (2 pontos) Considere o espaço de matrizes reais, quadradas de ordem 2,  $M_2(\mathbb{R})$ . Verifique quais das seguintes transformações são lineares:

(a)  $T: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $T \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ .

(b)  $T: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $T \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = 2a + 3b + c - d$ .

3. (2 pontos) Verifique quais das seguintes transformações são lineares:

(a)  $T(x, y) = (x + 1, y)$

(b)  $T(x, y) = (y, x)$

(c)  $T(x, y) = (x - 3y, 2x + 5y)$

(d)  $T(x, y) = (2x - y, 0)$

4. (2 pontos) Seja  $T$  uma transformação linear de  $\mathbb{R}^3$  em  $\mathbb{R}^3$  definida por:

$$T(x) = (T_1(x), T_2(x))$$

com  $T_1(x)$  e  $T_2(x)$  transformações lineares de  $\mathbb{R}^3$  em  $\mathbb{R}$ . Prove que  $T$  é transformação linear se e somente se  $T_1(x)$  e  $T_2(x)$  são transformações lineares.

5. (2 pontos) Seja  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  um operador linear dado por  $T(x, y, z) = (x + y + z, 3z)$ . Pede-se:

- Determinar o polinômio minimal.
- Verifique se  $T$  é diagonalizável.
- Encontre a base do espaço em relação ao qual a matriz do operador é diagonal e determine essa matriz.

PROVAR QUE  $T$  É LINEAR

AUTOVALORES/AUTOVECTORES

DIAGONALIZAÇÃO

POLINÔMIO MINIMAL

(5)  $x(1,0,0) \quad y(1,2,0) \quad z(1,0,1)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(T - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 0 & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (1-\lambda)(2-\lambda)(1-\lambda) + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$$

$$(2-\lambda)(1-\lambda)(1-\lambda) = (2-\lambda)(1-\lambda)^2$$

$$(\lambda^2 - 3\lambda + 2)(1-\lambda) = \lambda^3 - 4\lambda^2 + 5\lambda - 2$$

$$\lambda^3 - 4\lambda^2 + 5\lambda - 2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$