Departamento de Estatística - CCEN - UFPE

ET660 - Séries Temporais para Atuária - Prova 02 - 2020/2

Profa. Francyelle L. Medina

Questões:

1 - Seja $\{w_t; t = 0, 1, \ldots\}$ um processo de ruído branco, com variância σ_w^2 e seja uma constante $|\phi| < 1$. Considere $x_0 = w_0$ e o processo

$$x_t = \phi x_{t-1} + w_t, \quad t = 1, 2, \ldots.$$

(a) **(0,5 pto)** - Mostre que $x_t = \sum_{j=0}^{t} \phi^j w_{t-j}$, para $t = 0, 1, \ldots$.

(b) **(1 pto)** - Mostre que para $t = 0, 1, \ldots$,

$$var\,(x_t) = \frac{\sigma_w^2}{1-\phi^2}\left(1 - \phi^{2(t+1)}\right).$$

(c) **(1 pto)** - Encontre uma representação simplificada para a função de autocovariância da série x_t, denotada por $\gamma_x(h)$, para $h \geq 0$. e mostre que

$$\gamma_x(h) = \phi^h var\,(x_{t+h})\,.$$

(d) **(0,5 pto)** - O processo x_t é estacionário?

(e) **(1 pto)** - Argumente que, quando $t \to \infty$, o processo se torna estacionário, então de certa forma, x_t é "assintoticamente estacionário".

(f) **(1 pto)** - Suponha que

$$x_0 = \frac{w_0}{\sqrt{1-\phi^2}}.$$

Sob esta condição, x_t é estacionário?

2 - **(2 ptos)** Seja o processo

$$x_t = 0,2x_{t-1} + 0,35x_{t-2} - 0,7w_{t-1} + w_t,$$

em que $w_t \sim RB(0, \sigma_w^2)$.

Verfique se o processo é causal e/ou invertível. Justifique teoricamente sua resposta.

3 - Considere o processo MA(5), definido por $x_t = \theta(B)a_t$, em que $a_t \sim RB(0, \sigma_a^2)$.

(a) **(1 pto)** - Encontre uma representação simplificada para a função de autocovariância da série x_t, denotada por $\gamma_x(h)$, para $h \geq 0$.

(b) **(1 pto)** - Encontre a função de autocorrelação da série x_t e comente os resultados obtidos no item (a) e (b).

4 - Considere o processo AR(2) dado por

$$x_t = 0,5x_{t-1} - 0,4x_{t-2} + w_t,$$

em que $w_t \sim RB(0, \sigma_w^2)$.

(a) **(1 pto)** - O processo x_t é estacionário? Justifique sua resposta.

(b) **(1 pto)** - Obtenha os valores de $\rho_x(h)$, para $h = 1, 2, 3$.