**Universidade Federal de Pernambuco - UFPE**
**Centro de Ciências Sociais Aplicadas - CCSA**
**Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais**
**Bacharelado em Ciências Atuariais**

**Disciplina: Fundamentos de Álgebra Linear** **Nota:**
**Professor: Edilberto Almeida**

**Aluno:** [redacted]

# 1ª Prova de Fundamentos de Álgebra Linear

Duração: 2 horas Data: / /

Esta prova contém 2 página(s), incluindo esta capa, e 6 questões, formando um total de 1
pontos.

**Tabela (para uso EXCLUSIVO do professor)**

| Questão: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valor: | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 11 |
| Pontuação: | | | | | | | |

1. (2 pontos) Dadas $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

3x3 3x3 3x3

Pede-se

(a) $\mathbf{AB}$

(b) $\mathbf{BA}$

(c) Mostre que $\mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2 = (\mathbf{A} - \mathbf{B})(\mathbf{A} + \mathbf{B})$

(d) Mostre que $\mathbf{ACB} = \mathbf{CBA}$.

2. (2 pontos) Resolva os sistemas seguintes achando: (i) as matrizes ampliadas linha reduzidas à forma escada e; (ii) apresentando também seus postos; (iii) os postos da matrizes dos coeficientes e; (iv) se o sistema for possível, o grau de liberdade.

(a) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \\ x + 7y - 7z = 5 \end{cases}$

• FORMA ESCADA
• POSTO
• POSTO COEFICIENTE
• GRAU DE CIBERDADE

(b) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -4 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$

3. (1 ponto) Calcule $\det\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 7 \end{bmatrix}$ 1+2

(a) Pela definição

(b) Em relação à segunda coluna, usando o desenvolvimento de Laplace.

4. (2 pontos) Dada a matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ calcule

(a) $\operatorname{adj}(\mathbf{A})$

(b) $\det \mathbf{A}$

(c) $\mathbf{A}^{-1}$

5. (2 pontos) Considere o sitema linear abaixo

TEM SOLUÇÃO

$$\begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

3 LINHA 1 COLU

Mostre que o conjunto de vetores-solução do sistema é um subespaço de M(3,1).

6. (2 pontos) Mostre que os seguintes subconjuntos do $\mathbb{R}^4$ são subespaços.

(a) $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z - t = 0\}$

(b) $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x + y - t = 0 \text{ e } z = 0\}$

→ 1º RESOLVER O SISTEMA

POSTO (Nº DE LINHAS Ñ NULAS DA MATRIZ ESCALONADA)

SE O P = P, TEM SOLUÇÃO - POSTO

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1 & 3/2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1 & 3/2 & 0 \\ 0 & 1 & -3/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & -3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

= POSTOS IGUAIS TEM SOLUÇÃO

→ PROVANDO QUE É S

$x + 2y + \frac{1}{2}z = 0$

$y - \frac{3}{2}z = 0$

$x + 3z + \frac{1}{2}z = 0$

$x = -\frac{7}{2}z$

O z é livre

↳ INFINITAS SOLUÇÕES

$\left(-\frac{7}{2}z, \frac{3}{2}z, z\right)$