

LISTA DE EXERCÍCIOS

1- Resolva as equações diferenciais

- a)  $e^x dx - y dy = 0, y(0) = 1$
- b)  $\sin x dx + y dy = 0; y(0) = 2$
- c)  $(x^2 + 1) dx + \frac{1}{y} dy = 0; y(-1) = 1$
- d)  $x e^{x^2} dx + (y^5 - 1) dy = 0; y(0) = 0$
- e)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{y^2 - x^2}$
- f)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x + \sqrt{xy}}$
- g)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{xy + (xy^2)^{1/3}}$
- h)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^4 + 3x^2 y^2 + y^4}{x^3 y}$
- i)  $(2xy + x) dx + (x^2 + y) dy = 0$
- j)  $(y + 2xy^3) dx + (1 + 3x^2 y^2 + x) dy = 0$
- k)  $xe^{xy} dx + ye^{xy} dy = 0$
- l)  $3x^2 y^2 dx + (2x^3 y + 4y^3) dy = 0$
- m)  $(y \sin x + xy \cos x) dx + (x \sin x + 1) dy = 0$
- n)  $y dx + (1 - x) dy = 0$
- o)  $(y + x^4 y^2) dx + x dy = 0$
- p)  $x y^2 dx + (x^2 y^2 + x^2 y) dy = 0$
- q)  $(x^3 y^2 - y) dx + (x^2 y^4 - x) dy = 0$
- r)  $3x^2 y^2 dx + (2x^3 y + x^3 y^4) dy = 0$
- s)  $(x^3 y^2 - y) dx + (x^2 y^4 - x) dy = 0$
- t)  $y' = \frac{(3x^2 - e^x)}{(2 + 4y)}$
- u)  $\sin 2x dx + \cos 3y dy = 0$
- v)  $(e^x \sin y + 3y) dx - (3x - e^x \sin y) dy = 0$
- w)  $(x \ln x + xy) dx + (y \ln x + xy) dy = 0$
- x)  $(3x^2 - 2xy + 2) + (2x^2 y + 2x) y' = 0$
- y)  $\frac{dy}{dx} = \frac{-ax - by}{bx + cy}$
- z)  $(3xy + y^2) + (x^2 + xy) y' = 0$

2- O eistênio 253 decai a uma taxa proporcional ao nuclídeo presente. Determinar sua meia-vida se o material perde um terço de sua massa em 11,7dias.

3- Suponha que a população da Terra está aumentando a uma taxa proporcional à população. Considere que no instante  $t=0$  (1650 d.C) a população era de 660 milhões de habitantes e em 2017,  $t=427$  era 7 bilhões de habitantes. Determine a expressão da população da Terra em função do tempo e o instante no qual a Terra terá 25 bilhões de habitantes. Comente a razoabilidade dos cálculos.

4- Numa investigação criminal referente a um assassinato, a equipe técnica observa que a temperatura do corpo é 30°C no instante da descoberta. Duas horas após observa-se que a temperatura está em 23°C. Considerando a temperatura normal de uma pessoa como sendo 36,5°C, estime a hora da morte.

5- O núcleo do plutônio 241 decai de acordo com a equação diferencial

$$\frac{dQ}{dt} = -0,0525 Q$$

onde  $Q$  está em miligramas e  $t$  em anos. Determine a meia-vida do plutônio e considerando a existência atual de 50 mg de plutônio, quanto existirá daqui a 10 anos?

6- Suponha que uma xícara de café obedece à lei de resfriamento de Newton. Se o café depois de coada está a uma temperatura de 90°C e um minuto e meio depois está a 85°C, determine o tempo no qual a temperatura atingirá 65°C.

7- Considere que a taxa de variação da população, no tempo, é dada por  $\frac{dP}{dt} = Pf(P)$ , com

$$f(P) = \lambda \left( \frac{P_{\infty} - P}{P_{\infty}} \right) \text{ sendo } P_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t). \text{ Resolva o modelo e faça uma análise da solução.}$$

8- Tendo em vista que a pesca, atualmente, segue padrões para ser observado no que concerne a forma de captura dos peixes e também o momento em que isso deve ocorrer, o modelo de Von Bertalanffy serve para estimar o peso de um peixe como função do tempo, sendo dado pela equação

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P^{2/3} - \beta P$$

Onde,  $\alpha, \beta$  são, respectivamente as constantes de anabolismo (taxa de síntese da massa por unidade de superfície animal) e catabolismo (taxa de diminuição da massa por unidade de massa). Resolva o modelo e faça uma análise qualitativa.

9- Resolva as equações abaixo:

a)  $y' + \frac{1}{x} y = \sin x$

b)  $t^2 y' + 3ty = \frac{\sin t}{t}$

c)  $y' + 2y = 2e^{-x} + x$

- d)  $xy' + 2y = x^2 - x + 1; y(1) = 0,5$
- e)  $(1 - x^2)y' - xy = x(1 - x^2), y(0) = 2$
- f)  $x^2y' + 2xy - y^3 = 0$
- g)  $y' = ry - ky^2$
- h)  $y' + xy = 6x\sqrt{x}$
- i)  $y' + y = y^2$
- j)  $y' = \frac{2x}{(y + x^2y)}$
- k)  $y' = \frac{2 - e^x}{3 + 2y}; y(0) = 0$
- l)  $y' = 2xy - x$
- m)  $y' = \frac{2\cos 2x}{3 + 2y}, y(0) = 1$
- n)  $y' = \frac{xy(4 - y)}{3}; y(0) = y_0$
- o)  $y' = \frac{(e^{-x} - e^x)}{(3 + 4y)}; y(0) = 1$
- p)  $y' = \frac{xy(4 - y)}{(1 + t)}; y(0) = y_0 > 0$
- q)  $y' - 14y = 14x$
- r)  $y' - \frac{3}{x^2}y = \frac{1}{x^2}$
- s)  $(x^3y^2 - y)dx + (x^2y^4 - x)dy = 0$
- t)  $y' + 6xy = 0; y(\pi) = 5$
- u)  $y' = \cos x$
- v)  $y' + xy = x; y(0) = 1$
- w)  $y' - xy = x^2e^x$
- x)  $y' - 7y = \sin 2x$
- y)  $y' + \frac{2}{x}y = -x^9y^5; y(-1) = 2$
- z)  $\dot{K} - (\delta + \eta + g)K = sf(K)$

10- Resolva as questões a seguir

- a) Coloca-se uma barra de metal, à temperatura de 50°C, numa temperatura ambiente de 20°C. Se 30 minutos após a temperatura da barra for 35°C determine: a) o tempo gasto para atingir a temperatura de 25°C; a temperatura da barra quando t=10 minutos;
- b) Determine as trajetórias ortogonais da família de curvas dadas por  $x^2 - y^2 = c^2$
- c) Determine as trajetórias ortogonais da família de curvas dadas por  $y = ce^x$
- d) Determine as trajetórias ortogonais da família de curvas dadas por  $x^2 - y^2 = cx$
- e) A taxa de variação da população de Caruaru cresce proporcionalmente à população. Se após 10 anos a população triplicou e após 20 anos chegou a 250 mil habitantes. Determine a população inicial.

- f) De acordo com algumas religiões a população no início da vida era composta por Adão e Eva. Hoje, segundo os dados religiosos, passaram 6020 anos do surgimento desse casal, somos 7 bilhões de pessoas. Qual a taxa de crescimento populacional nesse período?

11- A

12-  $\sqrt[2]{A}$