Prova Segunda Chamada

Curso de Ciências Atuariais
Disciplina Probabilidade 1- Professora Cristina
24/10/2022 - Segunda chamada de probabilidade

1)
a) (1 ponto) Qual a probabilidade de aparecer 4 ao menos uma vez em 2 lançamentos de um dado não viciado?
b) (1 ponto) Um dado é viciado de forma que as chances de sair números pares é o triplo de sair números ímpares. Qual a probabilidade de sair o número 5?

2) (1 ponto) Sejam A e B dois eventos associados a um experimento. Suponha que $\mathbb{P}(A \cup B) = 0{,}7$. Seja $\mathbb{P}(B) = x$. Paraque valor de x. A e B são excludentes?

3) A distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta é dada por:

x	10	20	30
$\mathbb{P}(X = x)$	2a	a	4a

a) (1 ponto) Determine o valor de a.
b) (1 ponto) Calcule as seguintes probabilidades $\mathbb{P}(0 \leq x < 30)$ e $\mathbb{P}(0 < x < 20)$.

4) De um lote que contém 20 peças das quais 5 são defeituosas serão retiradas 2 peças. Encontre a distribuição de probabilidade de X = número de peças defeituosas encontradas, nos seguintes casos:
a) (0,25 pontos) Retirada um a um com reposição.
b) (0,25 pontos) Retirada um a um sem reposição.
c) (0,5 pontos) Em cada caso, encontre a Função Distribuição Acumulada.

5) A probabilidade de ocorrência de turbulência em um determinado percurso a ser feito por uma aeronave é de 0,4 em um circuito diário. Seja X o número de voos com turbulência em um total de de 7 desses voos (ou seja, uma semana de trabalho). Qual a probabilidade de que:
a) (1 ponto) Não haja turbulência em nenhum dos 7 voos?

b) (1 ponto) Haja turbulência em pelo menos 3 deles?

6) A tabela abaixo dá a distribuição de probabilidade conjunta das V. A. X e Y:

Y	X		
	1	2	3
0	0,1	0,1	0,1
1	0,2	0	0,3
2	0	0,1	0,1

a) (1 ponto) Obtenha as distribuições de X+Y e de XY.
b) (1 ponto) Calcule E(X+Y) e E(XY)

Formulário:

$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

$\mathbb{P}(A \mid B) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$

Se B_1, B_2, ..., B_k é uma partição de S, e A é um evento qualquer de S. Então,
$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \cap B_1) + \mathbb{P}(A \cap B_2) + \mathbb{P}(A \cap B_3) + \ldots + \mathbb{P}(A \cap B_k)$

X é uma V. A. discreta. Então,
$E(X) = \sum_1^k x_i * \mathbb{P}(X = x_i)$
$V(X) = E(X^2) - E^2(X)$
$E(X^2) = \sum_1^k x_i^2 * \mathbb{P}(X = x_i)$

X é uma **Bernoulli** (p). Então,
$\mathbb{P}(X = k) = p^k * (1\text{-}p)^{(1-k)}$, para $k \in \{0, 1\}$
$E(X) = p$
$V(X) = q$, onde $q = (1 - p)$

X é uma **Binomial** (n, p). Então,
$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{n} * p^k * (1\text{-}p)^{(n-k)}$, para $k \in \{0, 1, 2, ..., n\}$
$E(X) = n * p$
$V(X) = n * p * q$, onde $q = (1 - p)$

X é uma **Geométrica** (p). Então,
$\mathbb{P}(X = k) = p * (1\text{-}p)^{(k-1)}$, para $k \in \{0, 1, 2, ...\}$

E(X) = $\frac{1}{p}$
V(X) = $\frac{q}{P^2}$

X é uma **Poisson** (λ). Então,
$\mathbb{P}$(X = k) = p^k * (1-p)$^{(1-k)}$, para k $\in$ {0,1}
E(X) = V(X) = λ

$\mathbb{P}$(X = x$_i$ | Y = y$_j$) = $\frac{\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j)}{\mathbb{P}(Y = y_j)}$

Se X e Y são independentes, então: $\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j) = \mathbb{P}(X = x_i) * \mathbb{P}(X = x_j)$

E(X | Y = y$_j$) = $\sum_{i=1}^{n}$ x$_i$ * $\mathbb{P}$(X = x$_i$ | Y = y$_j$)