

**1º EXERCÍCIO DE PROBABILIDADE 2**  
**PARA ATUÁRIA(ET657)- 02/04/2018**

1. **(2,0 pontos)** Sabe-se que uma f.d.p. pertence a família de funções

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -1; \\ -Kx & \text{se } -1 < x \leq 0; \\ Ke^{-6x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- a) Mostre que  $f$  é f. d. p. para algum  $K$  e determine este  $K$ .
  - b) Assumindo o item a), pergunta-se: qual a probabilidade de que  $x$  seja maior que 0?
  - c) Assumindo o item a), exiba a função de distribuição acumulada (f.d)  $F$ .
  - d) Esboce os gráficos da  $f$  e  $F$ .
2. **(2,0 pontos)** Qual o valor de  $K$  em (1) para que a  $F$  seja uma função de distribuição acumulada?

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0; \\ Kx & \text{se } 0 \leq x < 2; \\ 1 & \text{se } x \geq 2. \end{cases} \quad (1)$$

3. **(2,0 pontos)** Seja  $\Gamma(x)$  a função gama de  $x$ . Calcule:

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \left( \frac{140}{\sqrt{\pi}} \left( \int_0^1 x^3(1-x)^3 dx \right) + \left(-\frac{5}{2}\right)! + \frac{5}{2} \times \left(-\frac{7}{2}\right)! \right)$$

4. **(4,0 pontos)** Seja  $X$  uma variável aleatória com f.d.p.  $f$  dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 2 & \text{se } -1/2 \leq x < 0; \\ -4x + 2 & \text{se } 0 \leq x \leq 1/2; \\ 0 & \text{nos outros casos.} \end{cases}$$

- a) Calcule a  $\mathbb{P}(-1/5 \leq X \leq 1/5)$ .
- b) Obtenha o valor de  $C$  para que  $\mathbb{P}(X \leq C) + \mathbb{P}(X \geq -C) = 0.5$ .
- c) Calcule  $Var(3X) + Var(X + 5) - \mathbb{E}(4X) + \mathbb{E}(X - 5)$ .
- d) Calcule o  $k$ -ésimo momento da v.a.  $X$ .

**Notação:** função densidade de probabilidade - f.d.p;

função distribuição - f.d.;

variável aleatória - v.a.

*Boa Sorte!*