



Segundo Exercício – PROVA TIPO A – (ET657) PROBABILIDADE 2 PARA ATUÁRIA – 2020.2

Turma: 2P

Professor: Roberto Ferreira Manghi

Data: 19/07/2021

**ATENÇÃO:** As respostas devem estar acompanhadas dos cálculos, respostas sem cálculos serão anuladas.

1º) (2,0 pontos) Considere  $X \sim U(0, 1)$ , ou seja,  $X$  é uma v.a. com densidade  $f_X(x) = 1 \cdot \mathbf{I}_{(0,1)}(x)$ .

- a) (1,0 ponto) Defina a variável  $Y = \frac{X}{5-X}$  e obtenha a densidade de  $Y$  (com seu suporte);
- b) (1,0 ponto) Defina  $W = (1 + Y)^k$ , para  $k > 2$  fixado e obtenha uma expressão para  $E(W)$ .

2º) (4,0 pontos) Seja a função geradora de momentos da variável aleatória  $X$ , dada por

$$M_X(t) = \left( \frac{1}{1-2t} \right)^8, \quad t < 1/2.$$

- a) (2,0 pontos) Obtenha  $E(X)$  e  $Var(X)$ ;
- b) (2,0 pontos) Defina  $Y = e^{-X}$  e, com base em  $M_X(t)$ , obtenha  $E(Y)$  e  $Var(Y)$ .

3º) (4,0 pontos) Seja  $(X, Y)$  um vetor aleatório com densidade

$$f(x, y) = xe^{-y} \mathbf{I}_{(0,y)}(x) \mathbf{I}_{(0,\infty)}(y).$$

- a) (2,0 pontos) Obtenha a densidade marginal de  $Y$  e identifique sua distribuição;
- b) (2,0 pontos) Obtenha a densidade condicional de  $X|Y = y$  e calcule  $E(X|Y = y)$  e  $Var(X|Y = y)$ .

**Boa Prova!**