

Introdução a Funções de Múltiplas Variáveis

Diretorio de Apoio Acadêmico

August 30, 2024

1 Conceito

Em fundamentos de cálculo I, focamos em trabalhar com funções de uma única variável, alguns exemplos:

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + 5 \\p(t) &= 2\ln(t) - 3t^2 \\R(q) &= (500 - 5q) * q\end{aligned}$$

O que essas funções tem em comum? As três dependem de apenas uma única variável, seja x , t ou q . Porém, há alguns casos que vimos anteriormente que a função tinha duas ou mais objetos que poderiam variar, iremos utilizar a função Receita como exemplo, como sabemos tal função é o produto entre *preço* e *demanda/quantidade*, aqui poderíamos tanto variar o preço quanto a quantidade, mas como visto em fundamentos de cálculo I, podemos manipular algumas funções para que tenha uma aparência mais amigavel, logo transformavamos a função Receita em uma função que dependia apenas ou do *preço*, ou da *quantidade*, ao torna uma dessas variáveis como uma função da outra.

$$\begin{aligned}R(p, q) &= p * q \\R(p) &= p * D(p); \text{ onde } D(p) \text{ é a função demanda de acordo com o preço} \\R(q) &= P(q) * q; \text{ onde } P(q) \text{ é a função preço de acordo com a quantidade}\end{aligned}$$

Porém em fundamentos de cálculo II iremos trabalhar com ambas, ou mais, variáveis de forma independente, ou seja, de forma separada iremos fixar uma das variáveis enquanto modificamos a outra. Ainda utilizando a função Receita: $R(p, q) = p * q$

Primeiro, vamos fixar o *preço*(p) em um valor de 10 reais, enquanto variamos a *quantidade*(q) entre 1 a 5 dezenas de unidades:

$$\begin{aligned}R(10, q) &= 10 * q \\R(10, 1) &= 10 * 1 = 10 \\R(10, 2) &= 10 * 2 = 20\end{aligned}$$

$$R(10, 3) = 10 * 3 = 30$$

$$R(10, 4) = 10 * 4 = 40$$

$$R(10, 5) = 10 * 5 = 50$$

Poderíamos fazer o contrário, fixar a *quantidade*(q) em um valor k qualquer, enquanto variamos o *preço*(p), no fim teríamos uma tabela de valores cruzados. Abaixo encontra a tabela cruzada da função Receita:

p/q	1	2	3	4	5
10	10	20	30	40	50
20	20	40	60	80	100
30	30	60	90	120	150
40	40	80	120	160	200
50	50	100	150	200	250

Table 1: Valores da da função receita preço x quantidade

Logo, se quiséssemos saber a receita que uma loja obteria ao vender 30 unidades de um produto por um preço de 40 reais, basta ver $R(40, 3)$, ou seja, a interseção na tabela onde o *preço*(p) é 30, e a *quantidade*(q) é 3, por fim obteríamos que a receita fora de 120 Reais:

p/q	1	2	3	4	5
10	10	20	30	40	50
20	20	40	60	80	100
30	30	60	90	120	150
40	40	80	120	160	200
50	50	100	150	200	250

Table 2: Valores da da função receita preço x quantidade