



Segundo Exercício – PROVA TIPO B – (ET657) PROBABILIDADE 2 PARA ATUÁRIA – 2020.2

Turma: 2P

Professor: Roberto Ferreira Manghi

Data: 19/07/2021

ATENÇÃO: As respostas devem estar acompanhadas dos cálculos, respostas sem cálculos serão anuladas.

1º) (2,0 pontos) Suponha que X é uma v.a. com densidade

$$f_X(x) = 2xe^{-x^2} \cdot \mathbf{I}_{(0,\infty)}(x).$$

- a) (1,0 ponto) Para uma constante $a > 0$, defina a variável $Y = aX$ e obtenha a densidade de Y (com seu suporte);
- b) (1,0 ponto) Para constantes $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma > 0$, defina $W = \mu + \sigma \cdot \log(X)$ e obtenha a densidade de W (com seu suporte). Aqui, $\log(\cdot)$ é o logaritmo neperiano.

2º) (4,0 pontos) Seja a função geradora de momentos da variável aleatória X dada por

$$M_X(t) = \frac{1}{(1 - t/\beta)} e^{t^2/2}, \quad t < \beta.$$

- a) (2,0 pontos) Obtenha $E(X)$ e $Var(X)$;
- b) (2,0 pontos) Defina $Y = e^{-X}$. Com base em $M_X(t)$, obtenha $E(Y)$ e $Var(Y)$.

3º) (4,0 pontos) Seja (X, Y) um vetor aleatório com densidade

$$f_{(X,Y)}(x, y) = 24xy \mathbf{I}_{\mathcal{A}}(x, y),$$

em que $\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.

- a) (2,0 pontos) Obtenha as densidades marginais de X e de Y e identifique suas respectivas distribuições;
- b) (2,0 pontos) Obtenha a densidade condicional de $Y|X = x$ e calcule $E(Y|X = x)$ e $Var(Y|X = x)$.

Boa Prova!