Curvas de Níveis

Diretorio de Apoio Ácadêmico

September 1, 2024

1 Conceito

Agora que estamos lidando com diversas variáveis em uma única função, a forma de visualizar a mesma em um gráfico passa a ser dificultoso, pois cada variável nova, acrescenta uma nova dimensão ao gráfico. Abaixo alguns exemplos de gráficos de funções de diferentes dimensões:

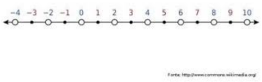

Figure 1: Gráfico de uma dimensão: Reta númerica

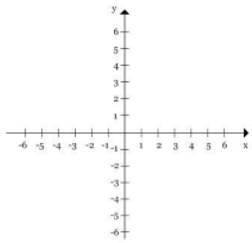

Figure 2: Gráfico de duas dimensões: Plano cartesiano

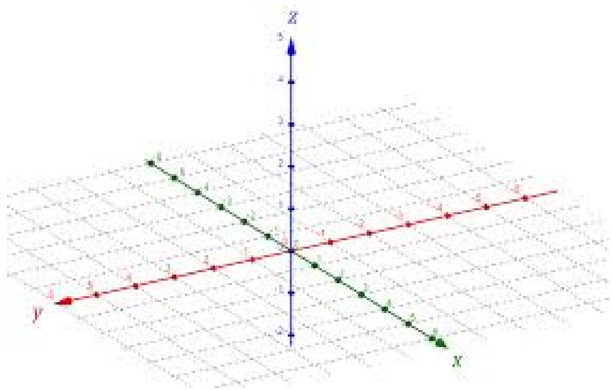

Figure 3: Gráfico de três dimensões: Plano cartesiano tri-dimensional

Como visto acima, quanto mais dimensões mais complexo se torna a visualização do gráfico, partindo de uma única reta, para um plano, e do plano para uma superfície. Percebam que no momento que a partir da terceira dimensão não teremos mais uma estrutura de visualização de funções com 4 ou mais variáveis.

As curvas de níveis, é uma outra forma de visualizar os gráficos, que é basicamente um mapa de contorno, utilizado por cartógrafos, em que os pontos com elevação constantes são ligados para formar *curvas de contorno*, ou *curvas de níveis*. Que podem ser dadas como:

$f(x, y, z, ..., n) = K$; *Para uma função de n-dimensões.*

Para facilitar nossa vida, focaremos em curvas de niveis de funções de 2 dimensões, ou seja, $f(x, y) = K$. Para isso vamos utilizar como exemplo uma função de reta:

$y = 5x + 10$

Vejam que a função acima, é uma função de uma única variável x, porém podemos manipular a mesma para que se torne uma função de duas variáveis:

$y = 5x + 10 \to y - 5x = 10 \to f(x, y) = 10$

Ao jogar *5x* para o outro lado da função, temos então uma função de duas variáveis x e y, tal que as mesma formam uma curva de nível de valor 10, vejam como ficaria esse gráfico:

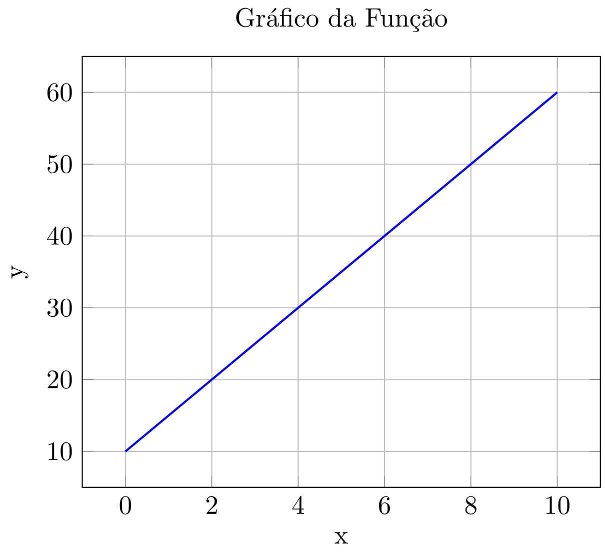

Figure 4: Curva de nível: $K = 10$

O que esse gráfico significa para a gente? Que em cada ponto de coordenada no contorno da reta, o valor da função $f(x, y)$ é o valor do nível *K = 10*. E se considerassemos outros pontos, como $K = 5, 10, 15$.

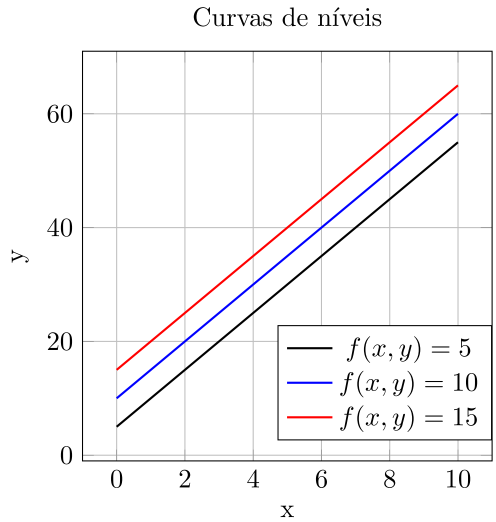

Figure 5: Curvas de níveis para *K = 5, 10, 15*.

Agora temos mais contornos no gráfico, ao apenas modificar o valor do nível. Tal que em todo ponto na reta vermelha *f(x,y) = 5* temos que o nível é 5, e assim por diante.

Vejamos agora para a seguinte função: $y^2 + x^2 = K^2$, utilizando os seguintes níveis $K = 2, 3, 4, 5, 6$

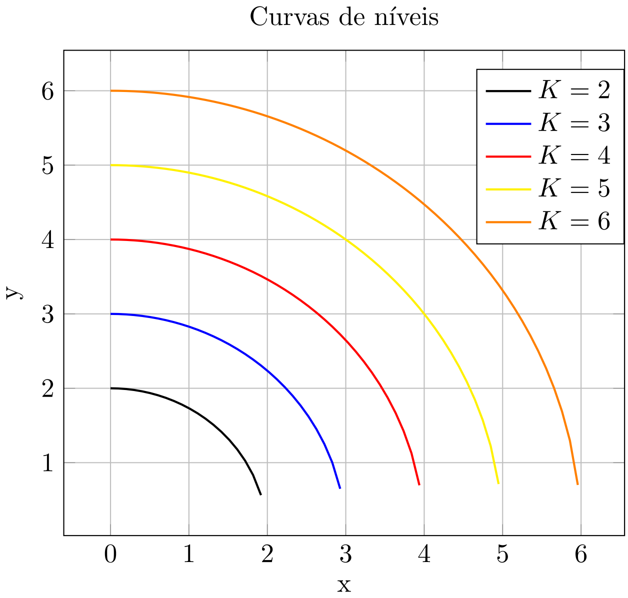

Figure 6: Curvas de níveis para K = *2, 3, 4, 5, 6*.

Outros exemplos utilizados no livro do Stewart ed.7:

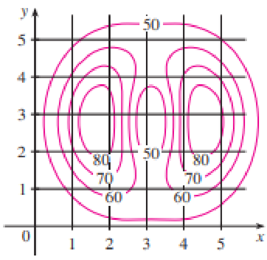

Figure 7: figura 14 do capítulo 14.1

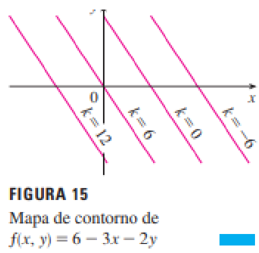

Figure 8: figura 15 do capítulo 14.1

Figure 9: figura 16 do capítulo 14.1