UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais

CT508 Fundamentos de Cálculo 2

Aluno: [redacted] 06/12/2018

3º EE

Questão 1. Determine o volume do sólido abaixo do gráfico de $z = 1 + e^x \operatorname{sen} y$, acima do plano xy e limitado pelos planos $x = \pm 1$, $y = 0$ e $y = \pi$.

Questão 2. Calcule a área da região D mostrada na Fig. 1.

$y = (x+1)^2$

$y = x^2 + 1$

$x^2 + 1 = y$

$x^2 = y - 1$

$x = \sqrt{y-1}$

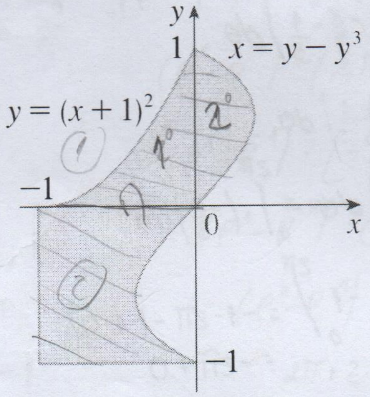

Figura 1: Figura referente à Questão 2.

1º REGIÃO 2º REGIÃO

$y - y^3 \le x \le 1$ $\quad -1 \le x \le \sqrt{y+1}$

$0 \le y \le 1$ $\quad -1 \le y \le 1$

TIPO TIPO 2

$\int_{-1}^{1} 2y \, dx$

$= 2 \cdot y \cdot x \Big|_{-1}^{1} = 2y \cdot 1 - 2y \cdot (-1)$

$2y + 2y$

$4y$

CARTESIANA

Questão 3. Calcule $\displaystyle\iint_R \frac{x-2y}{3x-y}\,dA$, em que R é o paralelogramo limitado pelas retas $x - 2y = 0$, $x - 2y = 4$, $3x - y = 1$ e $3x - y = 8$. Utilize a mudança de variáveis apropriada.

Questão 4. Determine o volume do sólido que está dentro tanto do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ como da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

$r^2 + z^2 = 4$

$r = \sqrt{z^2 - 4}$

Questão 5. Suponha que X, Y, Z sejam variáveis aleatórias com função densidade conjunta $f(x,y,z) = Ce^{-(0.5x+0,2y+0,1z)}$ para $x \ge 0$, $y \ge 0$ e $z \ge 0$, e $f(x,y,z) = 0$ caso contrário. Calcule o valor da constante C.

Questão 6. Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias com função densidade conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} 0{,}1e^{-(0{,}5x+0{,}2y)}, & \text{se } x \ge 0,\, y \ge 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Determine $P(X \le 2, Y \le 4)$.

$\displaystyle\int_0^2\int_0^4 0{,}1e^{-(0{,}5x+0{,}2y)}\,dy\,dx$

$\displaystyle 0{,}1\int_0^2 e^{-(0{,}5x)}\,dx \int_0^4 e^{-(0{,}2y)}$

$\displaystyle \to 0{,}1\int_0^2 e^{-u}\frac{du}{0{,}5}\int_0^4 e^{-u}\frac{du}{0{,}2}$

SUBSTITUIÇÃO

$u = 0{,}5x$ $\quad u = 0{,}2y$

$du = 0{,}5\,dx$ $\quad du = 0{,}2\,dy$

$\frac{du}{0{,}5} = dx$ $\quad \frac{du}{0{,}2} = dy$

$\to 0{,}1 \cdot \frac{1}{0{,}5} \cdot \frac{1}{0{,}2}\left(-e^{-u}\Big|_0^4\right)\cdot\left(-e^{-u}\Big|_0^2\right)$

$\frac{0{,}1}{0{,}10}\left(-e^{-0{,}2\cdot 4} - -e^{-0{,}2\cdot 0}\right)\cdot\left(-e^{-0{,}5\cdot 2} - -e^{-0{,}5\cdot 0}\right)$

$1\left(-e^{-0{,}8} - (-e^{0})\right)\cdot\left(-e^{-0{,}1} - (-e^{0})\right)$

$1\left(-e^{-0{,}8} + 1\right)\cdot\left(-e^{-0{,}1} + 1\right)\cdot(-1)$

$\left(e^{-0{,}8} - 1\right)\cdot\left(e^{-0{,}1} - 1\right)$