

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



SEGUNDO EXERCÍCIO ESCOLAR — ET658

15 DE ABRIL DE 2021 - EQUIPE VERDE

1 ► O Evaristo pode encontrar-se num de três estados de espírito: 1 - radiante; 2 - assim-assim; 3 - macambúzio. Caso hoje esteja radiante, o seu estado amanhã será 1, 2 ou 3 com probabilidades 0, 5, 0, 4 e 0, 1, respectivamente. Se num dia estiver assim-assim, no dia seguinte estará radiante, assim-assim ou macambúzio com probabilidades 0, 3, 0, 4 e 0, 3. Por fim, caso hoje esteja macambúzio, amanhã encontrar-se-á nos estados 1, 2 ou 3 com probabilidades 0, 2, 0, 3 e 0, 5.

- (a) Considerando que X_n representa o estado de espírito do Evaristo no dia n , identifique a matriz de probabilidades de transição da cadeia de Markov $\{X_n, n \geq 0\}$.
- (b) Obtenha a probabilidade do Evaristo se encontrar radiante dois dias após ter estado macambúzio.
- (c) Qual é a probabilidade do Evaristo não estar radiante daqui a 4 dias, sabendo que hoje se encontra assim-assim?

2 ► O Evaristo Jr., o filho mais problemático do Evaristo, pode encontrar-se em 4 estados de espírito. No estado 1 ele manifesta tendências suicidas, enquanto que no estado 4 procura ajuda psiquiátrica. Os estados 2 e 3 correspondem a estados depressivos. As mudanças de estado de espírito do Evaristo Jr. são modeladas por uma cadeia de Markov com matriz de probabilidades de transição

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,50 & 0 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,50 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Calcule as probabilidades do Evaristo Jr. cometer suicídio partindo dos estados depressivos 2 e 3.
- (b) Calcule os números esperados de mudanças de estado de espírito, partindo dos estados depressivos 2 e 3, necessárias para que o Evaristo Jr. procure ajuda psiquiátrica.

3 ► O exército está avaliando a qualificação de uma bateria de artilharia. No último exercício foram disparados 200 projéteis. Destes, 130 atingiram os alvos designados. Sabe-se também que dentre os 130 acertos, houve 100 vezes em que um acerto foi seguido por outro acerto. E, dentre os erros, houve 60 vezes em que um erro foi seguido por outro erro.

- (a) Obtenha a matriz de transição do processo, supondo que há apenas 2 estados possíveis: 0 - acertar o alvo e 1 - errar o alvo.
- (b) Calcule as probabilidades de estar em cada um dos estado após dois períodos de tempo, supondo que o processo inicia com a bateria acertando o alvo.
- (c) Calcule as probabilidades limite de cada estado.
- (d) Quantas vezes um acerto deveria ser seguido por outro acerto para que a probabilidade limite de acertar o alvo fosse maior do que 0,5?

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

SEGUNDO EXERCÍCIO ESCOLAR — ET658



15 DE ABRIL DE 2021 - EQUIPE VERDE

4

► Um processo de ramificação foi observado até a quarta geração. Seguem os dados obtidos.

Geração	Número de indivíduos	Descendentes				
0	1	2				
1	2	2	2			
2	4	1	0	2	1	
3	4	1	2	2	0	
4	5	0	2	2	1	1

- (a) Obtenha estimativa para a probabilidade do número de descendentes de cada indivíduo.
(b) Qual a probabilidade de extinção desta população?

SUGESTÃO: Utilizar o site <https://matrixcalc.org/> para realizar as operações com matrizes.

BOA PROVA!