LISTA 4 - PROBABILIDADE 1

①

$$P\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER BOLA BRANCA}\\ \text{URNA 1}\end{matrix}\right) = \frac{x}{x+y}$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER BOLA VERMELHA}\\ \text{URNA 1}\end{matrix}\right) = \frac{y}{x+y}$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER BOLA BRANCA}\\ \text{URNA 2}\end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix}\text{ESCOLHEU BOLA BRANCA}\\ \text{URNA 1}\end{matrix}\right)$$

$$= \frac{x}{x+y}\left[\frac{z+1}{(z+1)+v}\right]$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER BOLA BRANCA}\\ \text{URNA 2}\end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix}\text{ESCOLHEU BOLA VERMELHA}\\ \text{URNA 1}\end{matrix}\right)$$

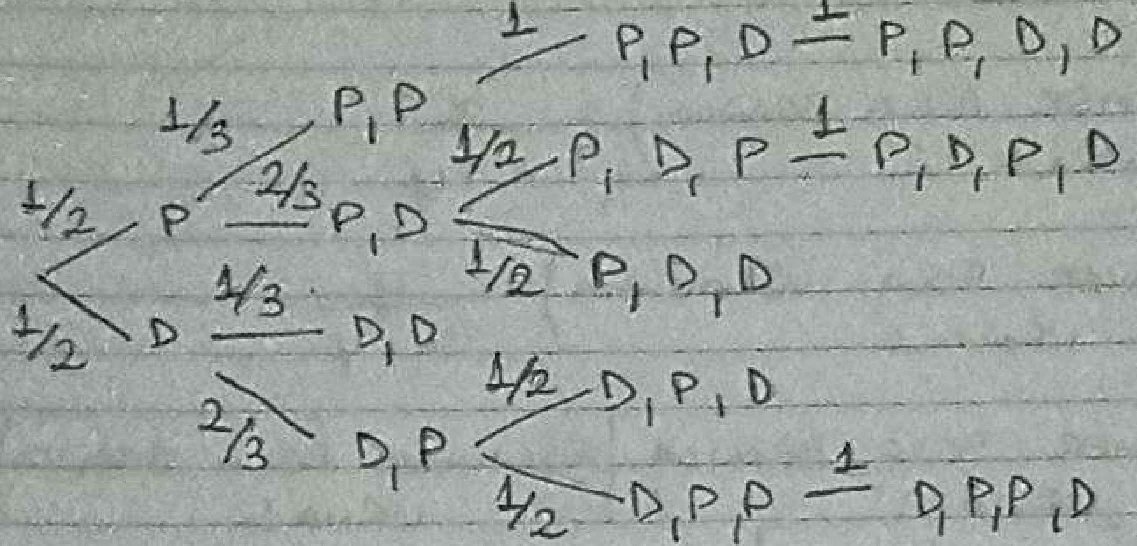
$$= \frac{y}{x+y}\left[\frac{z}{z+(v+1)}\right]$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER BOLA BRANCA}\\ \text{URNA 2}\end{matrix}\right) = \frac{x}{x+y}\left[\frac{z+1}{(z+1)+v}\right] +$$

$$\frac{y}{x+y}\left[\frac{z}{z+(v+1)}\right] = \frac{1}{x+y}\left[\frac{xz+x}{z+1+v}\right] + \frac{1}{x+y}\left[\frac{yz}{z+1+v}\right]$$

$$= \frac{1}{x+y}\left(\frac{xz+yz+x}{z+v+1}\right)$$

(2)



a) $P(x=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

b) $P(x=3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)$

$= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

c) $P(x=4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1$

$= \frac{1}{6} + 2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6} + \frac{4}{12} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = 1$

(3)

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$$P(B|A) = \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}}{\frac{6}{10}} = \frac{6}{10} \frac{5}{9} \cdot \frac{10}{6} = \frac{5}{9}$$

(4)

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

FACES 1 DADO × FACES 2 DADO

6 × 6 = 36 PARES ORDENADOS

(1, 1); (2, 2); (3, 3); (4,4); (5, 5); (6, 6) → 6 PARES ORDENADOS DE FACES IGUAIS

36 − 6 = 30 PARES DIFERENTES → NÚMERO DE RESULTADOS POSSÍVEIS (NRP)

(1, 4); (4, 1), (2, 4); (4, 2); (3, 4), (4, 3); (4, 5), (5, 4); (4, 6); (6, 4) → 10 PARES ORDENADOS COM 1 FACE 4 → NÚMERO DE CASOS FAVORÁVEIS (NCF)

$$P(\text{PROBABILIDADE DO EVENTO}) = \frac{NCF}{NRP} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

(5)

$\begin{pmatrix} \text{ESCOLHER 2 BOLAS} \\ \text{SEM REPOSIÇÃO} \end{pmatrix} = A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4\ 3!}{3!} = 5 \cdot 4$
$= 20$

$\begin{pmatrix} \text{ESCOLHER 2 BOLAS BRANCAS} \\ \text{SEM REPOSIÇÃO} \end{pmatrix} = A_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3\ 2\ 1!}{1!}$
$= 3 \cdot 2 = 6$

$\begin{pmatrix} \text{ESCOLHER 2 BOLAS PRETAS} \\ \text{SEM REPOSIÇÃO} \end{pmatrix} = A_{2,2} = \frac{2!}{(2-2)!} = 2\ 1 = 2$

$P\begin{pmatrix} \text{ESCOLHER 2 BOLAS IGUAIS} \\ \text{SEM REPOSIÇÃO} \end{pmatrix} = \frac{A_{3,2}}{A_{5,2}} + \frac{A_{2,2}}{A_{5,2}}$

$\frac{6+2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

(6)

$P(A) = 0{,}4$

$P(A \cup B) = 0{,}7$

$P(B) = x$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0{,}7 = 0{,}4 + x - 0 \rightarrow x = 0{,}7 - 0{,}4 \rightarrow x = 0{,}3$

b) SIM, POIS NÃO HÁ INTERCEÇÃO ENTRE A E B

(7)

$P(A \cup B) = 0{,}6$

$P(A) = 0{,}4$

$P(A \cap B) = 0$

$P(B) = x$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0{,}6 = 0{,}4 + x - 0 \rightarrow x = 0{,}6 - 0{,}4 \rightarrow x = 0{,}2$

(8)

* SEM REPOSIÇÃO

a) (ESCOLHER 2 PEÇAS) $= A_{20,2} = \dfrac{20!}{(20-2)!} = \dfrac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{18!}$

$= 380$

$\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER 2} \\ \text{PEÇAS DEFEITUOSAS}\end{matrix}\right) = A_{12,2} = \dfrac{12!}{(12-2)!} = \dfrac{12 \cdot 11 \cdot 10!}{10!}$

$= 132$

$P\left(\begin{matrix}\text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{SEREM DEFEITUOSAS}\end{matrix}\right) = \dfrac{A_{12,2}}{A_{20,2}} = \dfrac{132}{380} = \dfrac{33}{95}$

b) $\left(\begin{matrix}\text{ESCOLHER 2} \\ \text{PEÇAS PERFEITAS}\end{matrix}\right) = A_{8,2} = \dfrac{8!}{(8-2)!} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 56$

$P\left(\begin{matrix}\text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{SEREM PERFEITAS}\end{matrix}\right) = \dfrac{A_{8,2}}{A_{20,2}} = \dfrac{56}{380} = \dfrac{14}{95}$

c) $P\left(\begin{matrix}\text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{1 PERFEITA E 1 DEFEITUOSA}\end{matrix}\right) = 1 - \left[\dfrac{33}{95} + \dfrac{14}{95}\right]$

$= 1 - \dfrac{47}{95} = \dfrac{48}{95}$

*Com reposição

a) $\mathbb{P}\begin{pmatrix} \text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{SEREM DEFEITUOSAS} \end{pmatrix} = \frac{12}{20} \cdot \frac{12}{20} = \frac{144}{400} = \frac{9}{25}$

b) $\mathbb{P}\begin{pmatrix} \text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{SEREM PERFEITAS} \end{pmatrix} = \frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20} = \frac{64}{400} = \frac{4}{25}$

c) $\mathbb{P}\begin{pmatrix} \text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{1 PERFEITA E 1 DEFEITUOSA} \end{pmatrix} = \mathbb{P}(x_1 = P)\mathbb{P}(x_2 = D) +$

$\mathbb{P}(x_1 = D) \cdot \mathbb{P}(x_2 = P) = \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{20} + \frac{12}{20} \cdot \frac{8}{20} = \frac{192}{400}$

$= \frac{12}{25}$

OU

$\mathbb{P}\begin{pmatrix} \text{AS 2 PRIMEIRAS PEÇAS} \\ \text{1 PERFEITA E 1 DEFEITUOSA} \end{pmatrix} = 1 - \left[\frac{144}{400} + \frac{64}{400}\right]$

$= 1 - \frac{208}{400} = \frac{192}{400} = \frac{12}{25}$