

2º EXERCÍCIO DE PROBABILIDADE 2
PARA ATUÁRIA(ET657)- 07/05/2018

1. **(3,0 pontos)** Seja

$$L(r) = r^2 + 2Xr + Y \text{ para } r \in \mathbb{R},$$

onde X é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $(-1, 1)$ e Y é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $(0, 1)$. Considerando X e Y variáveis aleatórias independentes. Pergunta-se:

- a) Qual a qual a função de distribuição acumulada de (X, Y) ?
 - b) Qual a probabilidade que $L(r)$ tenha raízes reais ?
 - c) Sendo $X > 0$, qual a probabilidade que $L(r)$ tenha raízes reais ?
2. **(2,5 pontos)** Uma avaliação possui 80 questões, cada questão possui dois itens, sendo um item correto e outro falso. Um estudante que não se preparou para está avaliação, decidiu fazer-lá. Ele assume a seguinte estratégia para resolver a avaliação: em cada questão, de maneira independente das outras questões, ele escolhe aleatoriamente um item. Qual a probabilidade aproximada que o estudante acerte no máximo cinquenta por cento das questões?
3. **(2,5 pontos)** Considere o enunciado da questão anterior sendo que a avaliação agora possui N questões. Para N a partir de qual valor, o estudante estará certo que vai acertar entre 49% e 51% das questões com probabilidade de ao menos 95% ?
4. **(2,0 pontos)** Suponha que a função densidade de probabilidade conjunta de (X, Y) é dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{se } (x, y) \in [-1, 1]^2; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- a) X e Y são variáveis aleatórias independentes? Justifique!
- b) Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Calcule $\mathbb{P}((X, Y) \in A)$.

Boa sorte