

Lista Extra 1

Exercícios para aula Distribuição Binomial 19/08/2022

1) Em um sistema de transmissão de dados existe uma probabilidade igual a 0,05 de um dado ser transmitido erroneamente. Ao se realizar um teste para analisar a confiabilidade do sistema foram transmitidos 4 dados.

a) Qual é a probabilidade de que tenha havido erro na transmissão?

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X < 1) = 1 - \mathbb{P}(X = 0)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \binom{5}{0} * 0,05^0 * 0,95^5 = 1 - \frac{5!}{0!5!} * 1 * 0,7738 = 1 - 0,7738 = 0,2262$$

b) Qual é a probabilidade de que tenha havido erro na transmissão de exatamente 2 dados?

$$\mathbb{P}(X = 2) = \binom{4}{2} * 0,05^2 * 0,95^2 = \frac{4!}{2!2!} * 0,0025 * 0,9025 = 6 * 0,0025 * 0,9025 = 0,0135$$

2) Suponha que você vai fazer uma prova com 10 questões do tipo verdadeiro-falso. Você nada sabe sobre o assunto e vai responder as questões por adivinhação.

a) Qual é a probabilidade de acertar exatamente 5 questões?

$$\mathbb{P}(X = 5) = \binom{10}{5} * 0,5^5 * 0,5^5 = 252 * 0,03125 * 0,03125 = 0,2461$$

b) Qual é a probabilidade de acertar pelo menos 8 questões?

$$\mathbb{P}(X \geq 8) = \mathbb{P}(X = 8) + \mathbb{P}(X = 9) + \mathbb{P}(X = 10)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 8) = \binom{10}{8} * 0,5^8 * 0,5^2 + \binom{10}{9} * 0,5^9 * 0,5^1 + \binom{10}{10} * 0,5^{10} * 0,5^0$$

$$\mathbb{P}(X \geq 8) = 45 * 0,00391 * 0,25 + 10 * 0,00195 * 0,5 + 1 * 0,00098 * 1$$

$$\mathbb{P}(X \geq 8) = 0,04399 + 0,00975 + 0,00098 = 0,0547$$

3) Suponha que 10% da população seja canhota. São escolhidas 3 pessoas ao acaso. Qual é a probabilidade de ao menos uma das pessoas ser canhota?

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X < 1) = 1 - \mathbb{P}(X = 0)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \binom{3}{0} * 0,1^0 * 0,9^3 = 1 - 1 * 1 * 0,729 = 1 - 0,271 = 0,271$$

4) Suponha que em uma fábrica produz resistência para chuveiros, com uma taxa de defeitos de 2%. Qual a probabilidade de que em uma inspeção de 10 resistências se tenha 3 resistências defeituosas?

$$\mathbb{P}(X = 3) = \binom{10}{3} * 0,02^3 * 0,98^7 = 120 * 0,000008 * 0,86812 = 0,0008$$

5) Num armazém encontra-se um lote de 10.000 latas de um certo produto alimentar que está a ser preparado para ser distribuído. 500 dessas latas já ultrapassaram o prazo de validade. É efetuada uma inspeção sobre uma amostra de 15 embalagens escolhidas ao acaso com reposição. A inspeção rejeita o lote se forem encontradas mais do que duas latas fora do prazo de validade nessa amostra.

a) Qual a probabilidade de rejeição do lote?

$$Q_{Vencidos} = \frac{500}{10.000} = 0,05$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(X < 2) = 1 - [\mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 1)]$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - \left[\binom{15}{1} * 0,05^1 * 0,95^{14} + \binom{15}{0} * 0,05^0 * 0,95^{15} \right]$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - [15 * 0,05 * 0,48767 + 1 * 1 * 0,46329] = 1 - [0,36575 + 0,46329]$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - 0,82904 = 0,1710$$

b) Qual o número esperado de latas fora do prazo de validade?

$$E[X] = n * p = 15 * 0,05 = 0,75$$

6) Uma remessa de 800 estabilizadores de tensão é recebida pelo controle de qualidade de uma empresa. São inspecionados 20 aparelhos da remessa, que será aceita se ocorrer no máximo um defeituoso. Há 80 defeituosos no lote. Qual a probabilidade de o lote ser aceito?

$$Q_{Defeituosos} = \frac{80}{800} = 0,1$$

$$\mathbb{P}(X \leq 1) = \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 0)$$

$$\mathbb{P}(X \leq 1) = \binom{20}{1} * 0,1^1 * 0,9^{19} + \binom{20}{0} * 0,1^0 * 0,9^{20}$$

$$\mathbb{P}(X \leq 1) = 20 * 0,1 * 0,13508 + 1 * 1 * 0,12158 = 0,27016 + 0,12158 = 0,3917$$

7) Acredita-se que 20% dos moradores das proximidades de uma grande indústria siderúrgica têm alergia aos poluentes lançados ao ar. Admitindo que este percentual de alérgicos é real (correto), calcule a probabilidade de que pelo menos 4 moradores tenham alergia entre 13 selecionados ao acaso.

$$\mathbb{P}(X \geq 4) = 1 - \mathbb{P}(X < 4) = 1 - [\mathbb{P}(X = 3) + \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 0)]$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \geq 4) = 1 - [& \binom{13}{3} * 0,2^3 * 0,8^{10} + \binom{13}{2} * 0,2^2 * 0,8^{11} \\ & + \binom{13}{1} * 0,2^1 * 0,8^{12} + \binom{13}{0} * 0,2^0 * 0,8^{13}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \geq 4) = 1 - [& 286 * 0,008 * 0,10737 + 78 * 0,04 * 0,08590 \\ & + 13 * 0,2 * 0,06872 + 1 * 1 * 0,05497] \end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(X \geq 4) = 1 - [0,24223 + 0,26801 + 0,17867 + 0,05497] = 1 - 0,74338 = 0,2561$$

8) 25% dos universitários de São Paulo praticam esporte. Escolhendo-se ao acaso 15 desses estudantes, determine a probabilidade de:

a) Pelo menos 2 deles serem esportistas

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(X < 2) = 1 - [\mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 0)]$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - [\binom{15}{1} * 0,25^1 * 0,75^{14} + \binom{15}{0} * 0,25^0 * 0,75^{15}]$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - [15 * 0,25 * 0,017818 + 1 * 1 * 0,01336] = 1 - [0,06682 + 0,01336]$$

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - 0,08018 = 0,9198$$

b) No mínimo 12 deles não serem esportistas

Y = Não ser esportista

$$\mathbb{P}(Y \geq 12) = 1 - \mathbb{P}(Y < 12) = \mathbb{P}(X \leq 3)$$

$$\mathbb{P}(X \leq 3) = \mathbb{P}(X = 3) + \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 0)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \leq 3) = & \binom{15}{3} * 0,25^3 * 0,75^{12} + \binom{15}{2} * 0,25^2 * 0,75^{13} \\ & + \binom{15}{1} * 0,25^1 * 0,75^{14} + \binom{15}{0} * 0,25^0 * 0,75^{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \leq 3) = & 455 * 0,015625 * 0,03168 + 35 * 0,0625 * 0,02376 \\ & 15 * 0,25 * 0,017818 + 1 * 1 * 0,01336 \end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(X \leq 3) = 0,22522 + 0,05197 + 0,06682 + 0,01336 = 0,35737$$