

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



SEGUNDO EXERCÍCIO ESCOLAR — ET658

15 DE ABRIL DE 2021 - EQUIPE AZUL

- I ► Considere a cadeia de Markov  $\{X_n, n \geq 0\}$  com espaço de estados  $E = \{0, 1, 2\}$  e matriz de probabilidades de transição

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Calcule:

- (a)  $P(X_2 = 2 | X_0 = 0)$
- (b)  $P(X_4 = 2, X_2 = 2 | X_0 = 0)$
- (c)  $P(X_1 = 2)$  e  $P(X_2 = 0)$  sabendo que  $X_0$  tem distribuição uniforme discreta.

- 2 ► O Evaristo possui um restaurante cujas finanças anuais podem encontrar-se num dos seguintes estados: 1 - falência; 2 - quase-falência; 3 - solvência. A matriz de probabilidades de transição associada à cadeia de Markov que modela o estado financeiro anual do referido restaurante é

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,50 & 0,25 & 0,25 \\ 0,50 & 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}.$$

- (a) Calcule a probabilidade do restaurante falir partindo do estado de solvência.
- (b) Calcule os números esperados de anos, partindo dos estados quase-falência e solvência, necessários para que o restaurante venha a falir.

- 3 ► Em uma certa região anualmente 20% da população rural migra para a zona urbana e 5% da população urbana migra para a zona rural. Se estas taxas são constantes ao longo dos anos, determine a longo prazo as proporções da população em cada setor.

- 4 ► Um exemplo de processo de ramificação bem conhecido é devido a Lotka e estuda a evolução da descendência de uma família (homens americanos com dados baseados num censo de 1920). Lotka mostrou que  $p_0 = 0,4825$  e  $p_k = (0,2126)(0,5893)^{k-1}$  ( $k \geq 1$ ) descreve o processo. Determine a probabilidade de extinção.

SUGESTÃO: Utilizar o site <https://matrixcalc.org/> para realizar as operações com matrizes.

BOA PROVA!