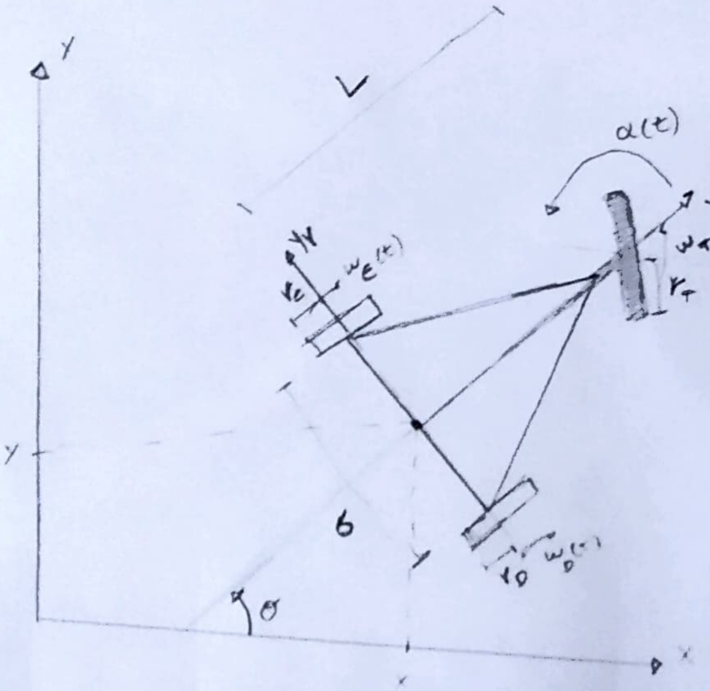
1: Prova Sistemas Robóticos Autônomos

Aluno: Atyson Jaime de Sousa Martins   Matrícula: 20190153956

01 -



Dados:

- Rodas traseiras:

D: $\phi_D = -90°$ $\alpha_D = 180°$ $l_D = \frac{b}{2}$

E: $\phi_E = 90°$ $\alpha_E = 0°$ $l_E = \frac{b}{2}$

- Roda dianteira:

$\phi = 0°$ $\alpha(t)$ $l = L$

- Encontrando as restrições

→ Rodas traseiras

— Como são rodas não tracionadas, as restrições de rolamento não precisam ser calculadas.

- Restrição derrapagem lateral

D: $\left[\cos(-90°+180°) \;\; \text{sen}(-90°+180°) \;\; \frac{b}{2}\cdot\text{sen}(180°)\right] \cdot {}^{I}R_R(\theta) \cdot q' = 0$

D: $\left[0 \;\; 1 \;\; 0\right] \cdot \left({}^{I}R_R\right)^T \cdot q' = 0$

E: $\left[\cos(90°+0°) \;\; \text{sen}(90°+0°) \;\; b/2 \cdot \text{sen}(0°)\right] \cdot {}^{I}R_R(\theta) \cdot q' = 0$

E: $\left[0 \;\; 1 \;\; 0\right] \cdot \left({}^{I}R_R\right)^T \cdot q' = 0$

- Dado que as duas deram iguais, precisamos usar apenas uma delas.

· CONTINUAÇÃO 01 ATYSON JAIME DE S. MARTINS

→ RODA DIANTEIRA

- COMO A RODA É TRACIONADA, TEMOS TAMBEM A RESTRIÇÃO DE ROLAMENTO.

· RESTRIÇÃO DE ROLAMENTO

$$\begin{bmatrix} sen(0^\circ + \alpha(t)) & -cos(0^\circ + \alpha(t)) & -L.cos(\alpha(t)) \end{bmatrix} . {}^I R_R(\theta)\, q' = \omega_T r_T$$

· RESTRIÇÃO DE DERRAPAGEM LATERAL

$$\begin{bmatrix} cos(0^\circ + \alpha(t)) & sen(0^\circ + \alpha(t)) & L.sen(\alpha(t)) \end{bmatrix} . {}^I R_R(\theta) . q' = 0$$

- JUNTANDO TODAS EM UMA UNICA MATRIZ

$$\begin{bmatrix} sen(\alpha(t)) & -cos(\alpha(t)) & -L.cos(\alpha(t)) \\ cos(\alpha(t)) & sen(\alpha(t)) & L.sen(\alpha(t)) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} . {}^I R_R(\theta) . q' = \begin{bmatrix} \omega_T r_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- COLOCANDO O q' EM EVIDÊNCIA:

$$q' = \begin{bmatrix} \omega_T r_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} . \left({}^I R_R(\theta)\right)^T . \begin{bmatrix} sen(\alpha(t) & -cos(\alpha(t)) & -L.cos(\alpha(t)) \\ cos(\alpha(t) & sen(\alpha(t)) & L.sen(\alpha(t)) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

ASSIM:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_T r_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} cos(\theta) & sen\theta & 0 \\ -sen(\theta) & cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} sen(\alpha(t)) & -cos(\alpha(t)) & -L.cos(\alpha(t)) \\ cos(\alpha(t)) & sen(\alpha(t)) & L.sen(\alpha(t)) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

02 -

DADOS:

$r_T = r_D = r_E = 10\ cm$

$b = 50\ cm = L$

$w_T = 2\ RAD/s$

$\alpha = 45°$

$\theta' = w$

$x' = dx/dt$

$y' = dy/dt$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{sen}(45°) & \cdot\cos(45°) & -50\cdot\cos(45°) \\ \cos(45°) & \text{sen}(45°) & 50\cdot\text{sen}(45°) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{50\sqrt{2}} & \frac{1}{50\sqrt{2}} & -1/50 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta)}{\sqrt{2}} & \frac{\cos(\theta)}{\sqrt{2}} & \text{sen}(\theta) \\ -\frac{\text{sen}(\theta)}{\sqrt{2}} & -\frac{\text{sen}(\theta)}{\sqrt{2}} & \cos(\theta) \\ -\frac{1}{50\sqrt{2}} & \frac{1}{50\sqrt{2}} & -\frac{1}{50} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\sqrt{2}\cdot\cos(\theta) \\ 10\sqrt{2}\cdot\text{sen}(\theta) \\ \frac{\sqrt{2}}{5} \end{bmatrix}$$

ASSIM:

VELOCIDADE ANGULAR DO ROBO (w):

$$\theta' = -\frac{\sqrt{2}}{5} \rightarrow \theta' = w \rightarrow w = \frac{\sqrt{2}}{5}\ RAD/s$$

VELOCIDADE LINEAR (v):

$$\left.\begin{aligned} dx/dt &= v\cdot\cos(\theta) \\ 10\sqrt{2}\cdot\cancel{\cos(\theta)} &= v\cdot\cancel{\cos(\theta)} \end{aligned}\right\} v = 10\sqrt{2}\ cm\cdot RAD/s$$

RAIO DE GIRO (r):

$$v = w\cdot r \rightarrow r = \frac{v}{w} \rightarrow r = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{5}} = 50\ cm$$

RESPOSTAS:

$v = 10\sqrt{2}\ cm\cdot RAD/s$

$w = \frac{\sqrt{2}}{5}\ RAD/s$

$r = 50\ cm$

03-

Informações:

$(x_i, y_i) = (0,0)\,m$

$\theta_i = 0°$

$(x_f, y_f) = (10,10)\,m$

$\theta_f = 45°$

$\alpha_i = \tan(\theta_i) = 0$

$\alpha_f = \tan(\theta_f) = 1$

$\Delta x = 10 - 0 = 10$

$\Delta y = 10 - 0 = 10$

• Calculando os Parâmetros

$a_0 = x_i = 0$

$a_1 = \Delta x = 10$

$a_2 = 0$

$a_3 = \Delta x - a_1 - a_2 = 0$

$b_0 = y_i = 0$

$b_1 = \alpha_i \cdot a_1 = 0$

$b_2 = 3.(\Delta y - \cancel{\alpha_f \cdot \Delta x}^{0}) + 2.(\alpha_f - \cancel{\alpha_i}^{0}) \cdot a_1 + \cancel{\alpha_f \cdot a_2}^{0}$

$b_2 = 20$

$b_3 = 3.\alpha_f \cdot \Delta x - 2.\Delta y - (2.\alpha_f - \cancel{\alpha_i}^{0}) \cdot a_1 - \cancel{\alpha_f \cdot a_2}^{0}$

$b_3 = 30 - 20 - 20 = -10$

• Montando Polinômios

$x(\lambda) = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^3 \rightarrow x(\lambda) = 10\lambda$

$y(\lambda) = b_0 + b_1\lambda + b_2\lambda^2 + b_3\lambda^3 \rightarrow y(\lambda) = 20\lambda^2 - 10\lambda^3$

$\theta(\lambda) = \tan^{-1}\left(\frac{b_1 + 2b_2\lambda + 3b_3\lambda^2}{a_1 + 2a_2\lambda + 3a_3\lambda^2}\right) \rightarrow \theta(\lambda) = \tan^{-1}\left(\frac{40\lambda - 30\lambda^2}{10}\right) \rightarrow$

$\rightarrow \theta(\lambda) = \tan^{-1}(4\lambda - 3\lambda^2)$

a) $\lambda = 0,5$

$x(0,5) = 10 \cdot 0,5 = 5\,m$

$y(0,5) = 20.(0,5)^2 - 10.(0,5)^2$

$y(0,5) = 5 - 2,5 = 2,5\,m$

$\theta(0,5) = \tan^{-1}(4 \cdot 0,5 - 3 \cdot 0,25)$

$\theta(0,5) = \tan^{-1}(2 - 0,75)$

$\theta(0,5) = \tan^{-1}(1,25) = -51,3°$

b) $r(\lambda) = ?$ $\lambda = 0$, $\lambda = 1$, $\lambda = 0,5$

$r(\lambda) = \frac{\left[(D_x)^2 + (D_y)^2\right]^{3/2}}{\left[D^2_y \cdot D_x - D^2_x \cdot D_y\right]}$

$D_x = dx(\lambda) = 10$

$D_y = dy(\lambda) = 40\lambda - 30\lambda^2$

$D_2x = 0$

$D_2y = 40 - 60\lambda$

$r(0) = \frac{(10^2)^{3/2}}{400} = \frac{1000}{400} = 2,5\,m$

$r(0,5) = \frac{(10^2 + 12,5^2)^{3/2}}{100} = \frac{4102}{100} = 41,02\,m$

$r(1) = \frac{\left[(10)^2 + (-10)^2\right]^{2/3}}{-200} = \frac{2828,4}{-200} = -14,14\,m$