

BÀI TẬP 02

Bài 1. Cho:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Kiểm tra xem các phép toán sau có thực hiện được không? Nếu có, hãy cho biết kết quả:

$$AB, A(3B + C), ABC, ABD, B^T A, BC^T \quad (2)$$

Bài 2. Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) và tính định thức của các ma trận sau:

(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

(b)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Bài 3. Cho:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}, \mathbf{z} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tính $2\mathbf{x}$, $-3\mathbf{y}$, $\mathbf{x} + 2\mathbf{y} - 3\mathbf{z}$, $\langle \mathbf{x}, \mathbf{z} \rangle$, $\langle \mathbf{x}, 2\mathbf{y} + \mathbf{z} \rangle$, $\|\mathbf{x}\|$, $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$.

Bài 4. Xác định xem các tập vector sau có tạo thành cơ sở của \mathbb{R}^3 hay không?

(a)

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (6)$$

(b)

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ 2 \end{bmatrix} \right\} \quad (7)$$

(c)

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} 67 \\ 13 \\ -47 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \pi \\ -7.84 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (8)$$

Bài 5. Xác định xem 4 vector sau có tạo thành một cơ sở của \mathbb{R}^4 hay không?

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Bài 6. Dùng thuật giải Gram-Schmidt để thực hiện phân rã QR (nếu có) cho các ma trận sau:

(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

(d)

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix} \quad (13)$$

(e)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

(f)

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

(g)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$