

1 Grafi

- Grafo non orientato

Un grafo non orientato è un grafo $G = (V, E)$ dove E consiste in coppie non ordinate di vertici $\{u, v\}$ dove $u, v \in V$ e $u \neq v$. Dalla definizione risulta che non sono possibili cappi.

- Grafo non orientato connesso

Un grafo non orientato $G = (V, E)$ viene definito connesso se $\forall(u, v)$ dove $u, v \in V$ esiste un cammino che collega il vertice u al vertice v . Un grafo non orientato è anche detto connesso se è composto da una singola componente connessa.

- Componente connessa

Le componenti connesse di un grafo $G = (V, E)$ sono le classi di equivalenza sull'insieme V sotto la relazione "raggiungibile da".

- * Classe di equivalenza

Data una relazione di equivalenza R su un insieme S , la classe di equivalenza di un elemento $x \in S$ è definita come: $[x] = \{y \mid (x, y) \in R\}$

- * Relazione di equivalenza

R è una relazione di equivalenza su un insieme S sse R è una relazione binaria su S , R deve godere delle proprietà di riflessività, simmetria e transitività.

- Grafo orientato

Un grafo orientato G è composto da una coppia (V, E) dove V è l'insieme finito di vertici ed E una relazione binaria su V . E è l'insieme degli archi del grafo. Sono possibili cappi.

- Relazione binaria

Una relazione binaria R tra due insiemi S e T è un insieme di coppie ordinate (x, y) con $x \in S$, $y \in T$ dove R è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $S \times T$.

- Grafo orientato fortemente connesso

Un grafo orientato è detto fortemente connesso se $\forall(u, v)$ $u, v \in V$ u è connesso a v da un cammino e viceversa. Un grafo orientato è fortemente connesso se è composto da una singola componente fortemente connessa.

- Componente fortemente connessa

Le componenti connesse di un grafo orientato sono le classi di equivalenza sull'insieme dei vertici V sotto la relazione di "vertici mutualmente raggiungibili". Se ho $(u,v) \in V$ intendo che u deve essere raggiungibile da v e viceversa.

- Grafo completo

Se in un grafo $G = (V,E)$ $\forall (u,v)$ dove $u,v \in V$ esiste un arco $(u,v) \in E$. Un grafo è completo se ha $V(V-1)/2$ archi.

- Cammino

Un cammino di lunghezza k da un vertice u ad un vertice v in un $G = (V,E)$ è una sequenza di vertici (v_0, v_1, \dots, v_k) dove $u = v_0$ e $v = v_k$ e $(v_{i-1}, v_i) \in E$ per $i = 1, \dots, k$. La lunghezza del cammino è il numero di archi nel cammino.

- Distanza tra vertici

La distanza tra due vertici è la lunghezza di uno dei cammini più brevi che connettono i due vertici.

- Foresta

Una foresta è un grafo non orientato aciclico.

- Albero non radicato

Un albero non radicato è un grafo orientato, connesso e aciclico. Equivalentemente un albero è un grafo non orientato connesso con N nodi e $N-1$ archi.

2 Programmazione Greedy

- Matroide Un matroide è una coppia ordinate $M = (E, F)$ dove:

1. E è un insieme finito.
2. F è una famiglia (non vuota) di sottoinsiemi di E chiamati sottoinsiemi indipendenti di E . Deve valere che se $B \in F$ e $A \subseteq B$ allora $A \in F$.
3. Se $A, B \in F$ e $|A| < |B|$ allora $\exists x \in B-A$ tale per cui $A \cup \{x\} \in F$.