

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Progetto di Metodi del Calcolo Scientifico

Tonelli Lidia Lucrezia (m. 813114)

Grassi Marco (m. 830694)

Giudice Gianluca (m. 829664)

University of Milano Bicocca

Giugno 2021



Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo

Metodi diretti per matrici sparse



Compressione di immagini tramite DCT



Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo



Sistema operativo e hardware

Sistema operativo (installazione da zero)

- Windows 10 Pro
- Ubuntu 20.04 LTS

Hardware

- CPU: Intel Core i7-8550U 4 x 1.8 - 4 GHz
- RAM: 32 GB, DDR4-2400



Ambienti di programmazione e librerie utilizzate

Abbiamo utilizzato 3 ambienti di programmazione; per Python abbiamo usato 3 librerie, di cui una necessaria per ottimizzare il calcolo su matrici molto grandi.

- Matlab R2021a
- GNU Octave 6.1.0
- Python 3.8.7
 - numpy 1.20.3
 - scipy 1.6.3
 - scikit-sparse 0.4.4

N.B.: Per entrambi i sistemi operativi è stata utilizzata la stessa versione di libreria in modo da avere risultati comparabili.



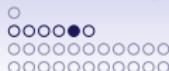
Metriche di performance

Per misurare le performance sono state utilizzate le seguenti metriche:

- Tempo di calcolo della soluzione
- Picco memoria RAM utilizzata per risolvere il sistema
- Errore della soluzione:

$$err_rel = \frac{\|x - xe\|_2}{\|xe\|_2}$$

con $\|\cdot\|$ la norma euclidea dei vettori

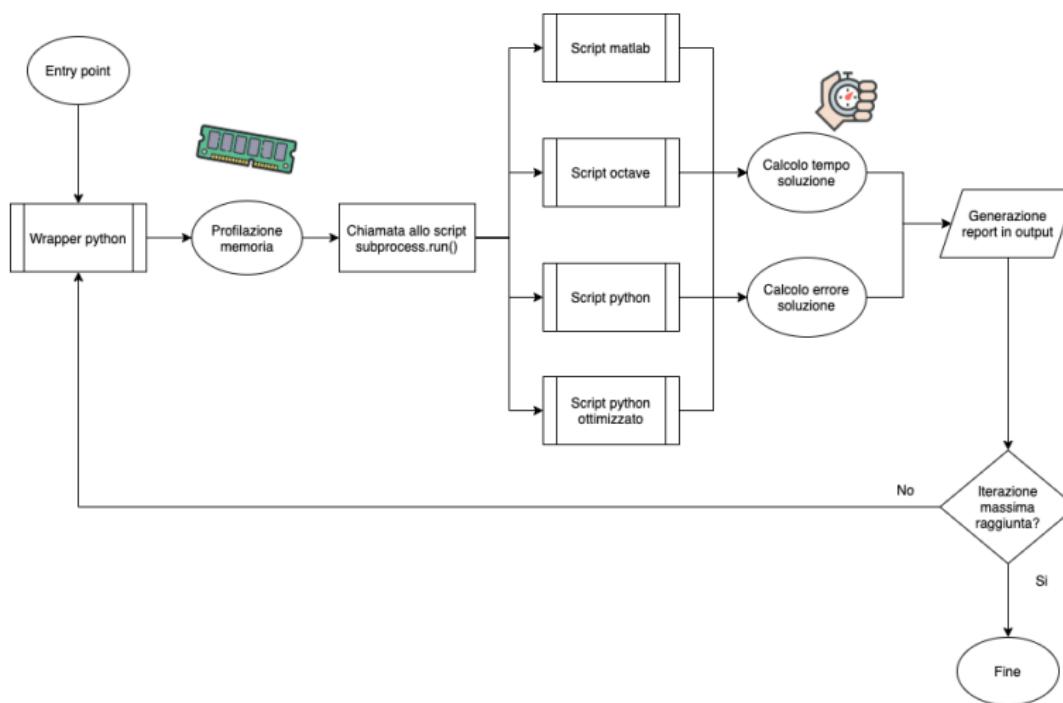


Tecniche di misurazione

1. Creazione dei 4 script per il calcolo della soluzione di una matrice
 - INPUT: file matrice
 - OUTPUT: File di report
2. 10 iterazioni per il calcolo delle misure (in modo tale da avere risultati statisticamente validi)
 - Script Python con funzione di *wrapper* per profilare la memoria utilizzata.
 - 2.1 Run di ogni script per ogni matrice su ogni sistema operativo.
 - 2.2 Misurazione del tempo (si considera solo il tempo per il calcolo della soluzione)
 - 2.3 Misurazione dell'errore
3. Analisi dei report generati



Tecniche di misurazione



Metodi diretti per matrici sparse



Compressione di immagini tramite DCT



Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo



Matlab

Matlab è ben documentato alla pagina

it.mathworks.com/help/matlab, con motore di ricerca ed esempi.

Memorizzazione di matrici sparse: data una matrice sparsa, Matlab salva solo gli elementi diversi da 0 in una lista, insieme al numero di colonna e riga.



Matlab

Risoluzione di $Ax = b$: Matlab ha a disposizione tanti risolutori di sistemi, il cui uso dipende dalla forma della matrice A ; pertanto, quando viene eseguito il comando $A \setminus b$ si fanno una serie di controlli su A , i casi presi in considerazione sono: matrice quadrata, triangolare, triangolare permutata, Hermitiana, Hessenberg superiore, la matrice ha la diagonale tutta positiva o tutta negativa, la matrice è simmetrica e definita positiva. In tutti questi casi viene usato un solutore diverso, ad esempio se la matrice è simmetrica e definita positiva si applica l'algoritmo di Cholesky.



Octave

Octave è documentato in modo scomodo rispetto a Matlab alla pagina <https://octave.org/doc/v6.2.0>, che è un semplice manuale.

Memorizzazione di matrici sparse: usa il *compressed column format*, ovvero salva solo gli elementi diversi da 0 con il proprio numero di riga, e per ogni colonna salva il numero di elementi diversi da 0 per quella colonna; pertanto al posto di una tripletta per ogni elemento diverso da 0, si salva una coppia e in più un numero per ogni colonna, ottimizzando la memorizzazione.



Octave

Risoluzione di $Ax = b$: si comporta allo stesso modo di Matlab, ovvero considera la forma della matrice A per scegliere il risolutore adatto. Anche Octave, come Matlab, prova ad applicare Cholesky e se non riesce significa che la matrice non è definita positiva e/o simmetrica.



Python (*numpy + scipy + scikit-sparse*)

Python è un linguaggio di programmazione general purpose.
Abbiamo utilizzato 3 librerie apposite per il calcolo scientifico,
ognuna con un compito diverso.

1. *numpy*: libreria utilizzata per leggere e gestire le matrice in memoria
2. *scipy*: libreria specifica per il calcolo scientifico. Utilizza metodi diretti per il calcolo della soluzione di un sistema.
Il metodo standard per la risoluzione diretta di sistemi lineari non è ottimizzato come in Matlab o Octave, ovvero non divide i risolutori in base alla matrice. Supporta la fattorizzazione LU tuttavia non è abilitata di default; non supporta Cholesky su matrici sparse.
3. *scikit-sparse*: libreria che permette di applicare Cholesky su matrici sparse; è implementata in c.



Python (*numpy + scipy + scikit-sparse*)

numpy e *scipy* é documentato peggio di Matlab ma meglio di Octave: ci sono molti esempi ed é disponibile il codice essendo open source, anche non essendo presente una buona spiegazione del workflow come in Matlab, si puó capire leggendo il codice; la documentazione si trova alla pagina

<https://www.scipy.org/docs.html>.

sciki-sparse non ha una documentazione chiara, ma anche in questo caso, essendo open source, é possibile leggere direttamente il codice; la documentazione si trova alla pagina <https://scikit-sparse.readthedocs.io/en/latest/cholmod.html>.



Python (*numpy + scipy + scikit-sparse*)

Memorizzazione di matrici sparse: *numpy* salva le matrici sparse come Matlab.

Risoluzione di $Ax = b$: *scipy* sfrutta il pacchetto *UMFPACK*, un insieme di routines scritte in c per risolvere sistemi lineare sparsi. Per questo pacchetto è disponibile la documentazione¹ in cui viene spiegato il processo utilizzato per risolvere il sistema sparso. Il risolutore assume che la soluzione x sia sparsa, perché può capitare spesso; se invece x è densa, la costruzione risulta molto più costosa. Utilizza sempre la fattorizzazione LU per risolvere il sistema, quindi il suo comportamento non è differente nel caso di matrici simmetriche e definite positive, perché non utilizza mai Cholesky, questo permette di rimanere il più generale possibile ma si paga in efficienza. Per questo motivo abbiamo introdotto la libreria *scikit-sparse*, che permette di applicare Cholesky a grandi matrici sparse, perciò abbiamo potuto adattare l'algoritmo scritto in Python ai casi di matrici simmetriche e definite positive.



Python (*numpy + scipy + scikit-sparse*)

Memorizzazione di matrici sparse: *numpy* salva le matrici sparse come Matlab.

Risoluzione di $Ax = b$:

- *scipy* si appoggia completamente sul pacchetto opensource *UMFPACK*, un insieme di routines scritte in C per risolvere sistemi lineari sparsi.
- La documentazione² di *UMFPACK* è completa, riporta il codice C con relativa spiegazione delle varie routines. Qui viene chiaramente spiegato il processo di risoluzione per sistemi lineari sparsi.

²https://fossies.org/linux/SuiteSparse/UMFPACK/Doc/UMFPACK_UserGuide.pdf



Python (*numpy + scipy + scikit-sparse*)

- Il risolutore assume che la soluzione x sia sparsa, perché può capitare spesso; se invece x è densa, la costruzione risulta molto più costosa
- Utilizza sempre la fattorizzazione LU per risolvere il sistema, quindi il suo comportamento non è differente nel caso di matrici simmetriche e definite positive, perché non utilizza mai Cholesky, questo permette di rimanere il più generale possibile ma si paga in efficienza.
- Per questo motivo abbiamo introdotto la libreria *scikit-sparse*, che permette di applicare Cholesky a grandi matrici sparse, perciò abbiamo potuto adattare l'algoritmo scritto in Python ai casi di matrici simmetriche e definite positive.



Nuovo workflow con *scikit-sparse*

- Poiché *scipy* utilizza sempre e solo la fattorizzazione LU per risolvere i sistemi lineari, abbiamo voluto introdurre un workflow simile a Matlab sfruttando la fattorizzazione con Cholesky.
- *scipy* non permette di utilizzare Cholesky su matrici sparse, quindi abbiamo introdotto la libreria *scikit-sparse* proprio a questo scopo.
- Il nuovo codice in Python fa uso della libreria *scikit-sparse* per calcolare la fattorizzazione di Cholesky della matrice A presa in input; nel caso A sia simmetrica e definita positiva, calcoliamo la soluzione grazie alla fattorizzazione $A = RR^T$, altrimenti viene lanciata e gestita un'eccezione, quindi calcoliamo la soluzione come nell'algoritmo precedente, utilizzando la fattorizzazione LU.

Metodi diretti per matrici sparse



Compressione di immagini tramite DCT



Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo



Proprietá delle matrici

Matrice	Simmetrica	Def. pos.	Cand. Cholesky
Hook_1498	Y	Y	Y
G3_circuit	Y	Y	Y
nd24k	Y	Y	Y
boundle_adj	Y	Y	Y
ifiss_mat	N	N	N
TSC_OPF_1047	Y	N	N
ns3Da	N	N	N
GT01R	N	N	N

Durante l'esecuzione di ogni script si suppone di non essere a conoscenza di queste informazioni, così da rimanere il piú generali possibili.



Dimensione delle matrici

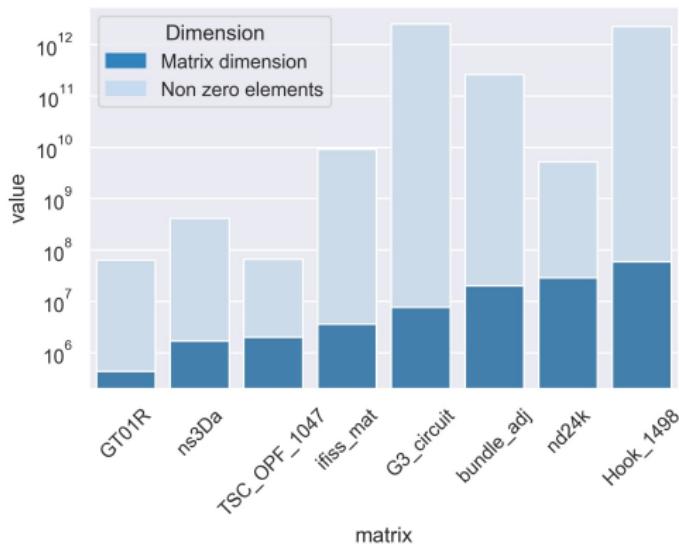


Figure: Confronto delle dimensioni e del numero di nnz delle matrici.



Grafici performance

Confronto tra Matlab, Octave, Python su Windows o Linux per i parametri velocità, precisione e occupazione di memoria.

Metodi diretti per matrici sparse



Compressione di immagini tramite DCT



Tempo di esecuzione

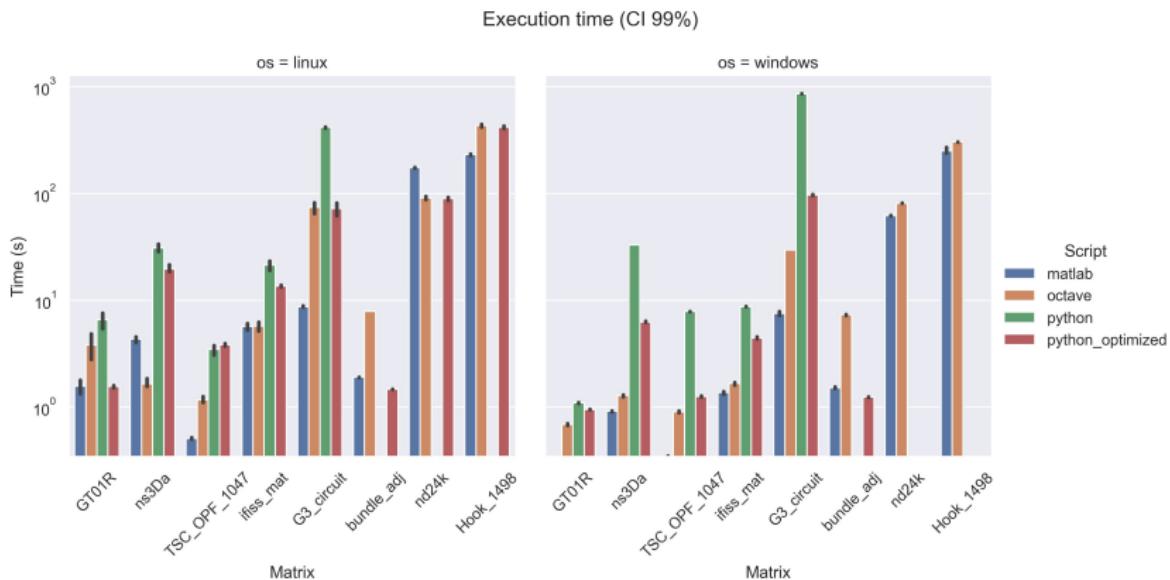


Figure: Confronto tempo di esecuzione.



Memoria utilizzata

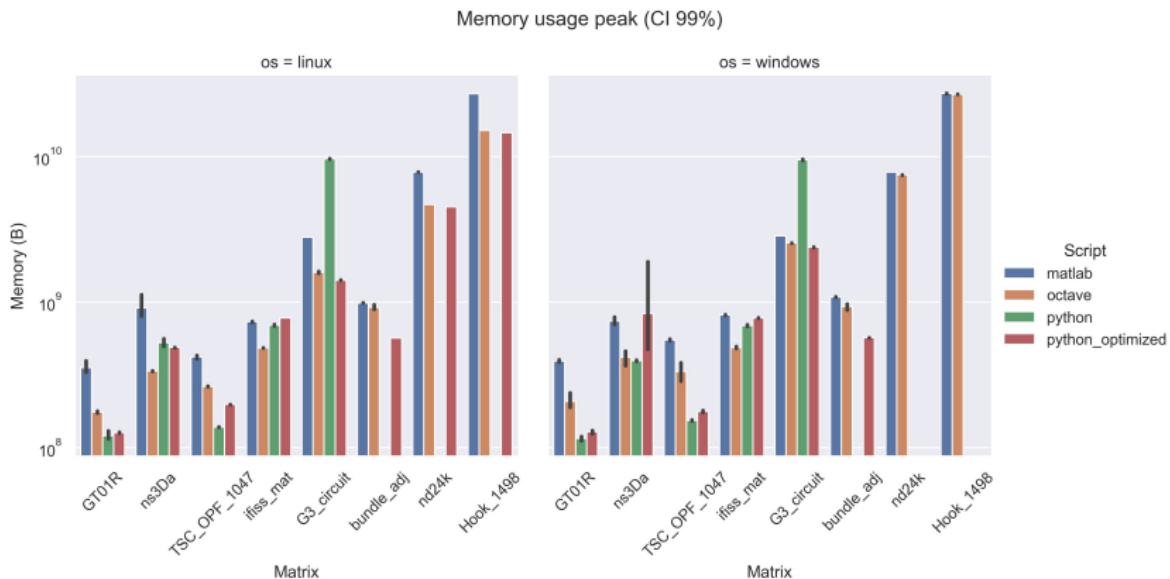


Figure: Picco di memoria utilizzata (in byte).

Metodi diretti per matrici sparse

Compressione di immagini tramite DCT

A grid of 25 small circles arranged in 5 rows. The first row has 1 circle, the second row has 2 circles, the third row has 3 circles, the fourth row has 4 circles, and the fifth row has 5 circles.

Tempo di esecuzione

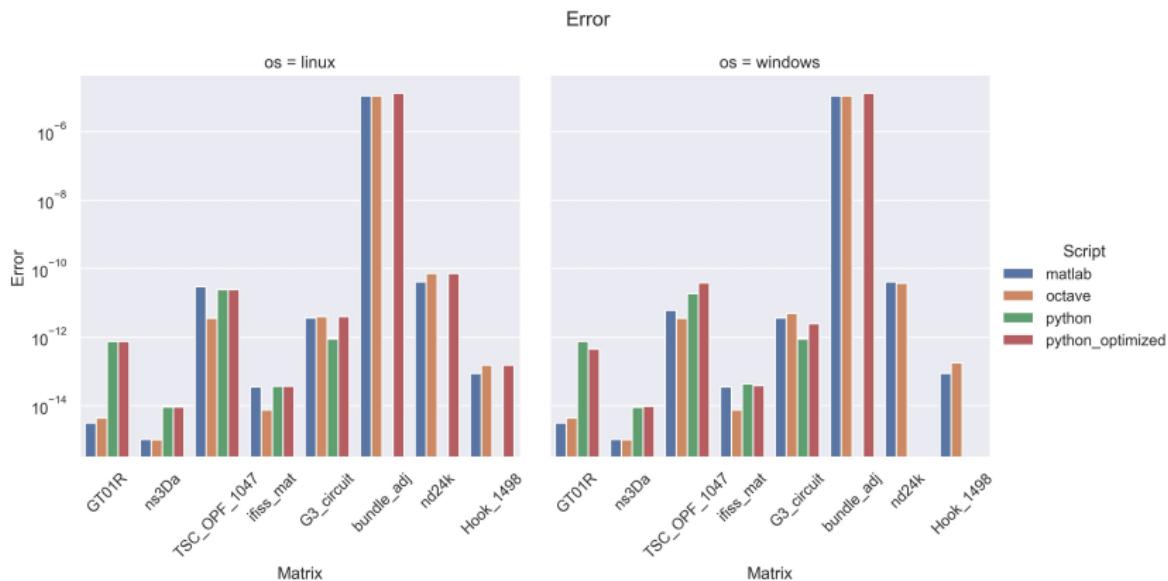


Figure: Confronto errore relativo soluzione.



Codice - Matlab

```

1 function [] = matlab_solver(matrix_file, result_file)
2
3     load(matrix_file);                      % Carica matrice dato il path
4     A = Problem.A;                          % Accesso effettivo alla matrice
5
6     xe = ones(length(A(:,1)), 1);        % Ground truth soluzione
7     b = A * xe;                            % Calcolo termine noto data soluzione
8
9     tic;                                % Inizio timer
10    x = A \ b;                            % Calcolo della soluzione
11    time = toc;                           % Tmpo impiegato
12
13    % Statistiche
14    er = norm(xe - x) / norm(xe);      % Errore relativo
15    m_size = numel(A);                  % Dimensione matrice
16    m_nnz = nnz(A);                    % Elementi non zero matrice
17
18    fid = fopen(result_file, "a+"); % Apri file in append
19    fprintf(fid, "%d;%d;%d;%d", m_size, m_nnz, er, time);
20    fclose(fid);                         % Chiudi il file
21
22 end

```



Codice - Octave

```

1 args = argv();                                # Argomenti da linea di comando
2 matrix_file = args{1};                         # Path matrice input
3 result_file = args{2};                          # Path matrice output
4
5 load(matrix_file);                           # Carica la matrice dato il path
6
7 A = Problem.A;                               # Accesso effettivo alla matrice
8 xe = ones(rows(A), 1);                        # Ground truth soluzione
9 b = A * xe;                                  # Calcolo termine noto data soluzione
10
11 tic;                                         # Inizio timer
12 x = A \ b;                                    # Calcolo della soluzione
13 time = toc;                                   # Tempo impiegato
14
15 er = norm(xe - x) / norm(xe);    # Errore relativo
16 m_size = numel(A);                          # Dimensione della matrice
17 m_nnz = nnz(A);                            # Elementi non zero
18
19 fid = fopen(result_file, "a+"); # Apri file
20 fprintf(fid, "%d;%d;%d;%d", m_size, m_nnz, er, time);
21 fclose(fid);                                # Chiudi file

```



Codice - Python

```

1 matrix_file = sys.argv[1]           # Path matrice input
2 result_file = sys.argv[2]          # Path matrice output
3
4 struct = loadmat(matrix_file)
5
6 A = struct['Problem']['A'][0, 0]    # Accesso matrice
7 xe = np.ones(A.shape[0])           # Ground truth soluzione
8 b = A.dot(xe)                     # Termine noto dato xe
9
10 start_time = time.time()         # Start timer
11 x = spsolve(A, b)               # Risoluzione sistema
12 elapsed = time.time() - start_time # Tempo trascorso
13
14 er = norm(xe - x) / norm(xe)    # Errore relativo
15 m_size = A.shape[0] * A.shape[1]  # Dimensione matrice
16 nnz = A.nnz                      # Elementi non zero della matrice
17
18 # Scrittura risultati su file
19 with open(result_file, 'a+') as f:
20     f.write(f'{m_size};{nnz};{er};{elapsed}')

```



Codice - Python ottimizzato

```

1 matrix_file = sys.argv[1]           # Path matrice input
2 result_file = sys.argv[2]          # Path matrice output
3
4 struct = loadmat(matrix_file)
5
6 A = struct['Problem']['A'][0, 0]    # Accesso matrice
7 xe = np.ones(A.shape[0])           # Ground truth soluzione
8 b = A.dot(xe)                     # Termine noto dato xe
9
10 start_time = time.time()         # Start timer
11 try:
12     # Calcolo soluzione con Cholesky
13     factor = cholesky(A)          # Fattorizzazione con Cholesky
14     x = factor(b)                # Calcolo soluzione con fattorizzazione
15 except CholmodNotPositiveDefiniteError:
16     # Eccezione: La matrice non e' definita positiva
17     # Calcolo soluzione utilizzando fattorizzazione LU
18     x = spsolve(A, b)
19 elapsed = time.time() - start_time # Tempo trascorso
20
21 er = norm(xe - x) / norm(xe)      # Errore relativo
22 m_size = A.shape[0] * A.shape[1]   # Dimensione matrice
23 nnz = A.nnz                      # Elementi non zero della matrice
24
25 # Scrittura risultati su file
26 with open(result_file, 'a+') as f:
27     f.write(f'{m_size};{nnz};{er};{elapsed}')

```

Metodi diretti per matrici sparse

O
○○○○○○
○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

●
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
●○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo

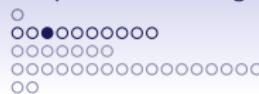


Implementazioni - FFT

1. La FFT è un modo per calcolare la trasformata discreta di Fourier in modo efficiente, facendo uso di simmetrie; a differenza della DCT, la DFT usa anche numeri complessi. È definita così:

$$c_k = \sum_{j=1}^N v_j e^{-2\pi i \frac{kj}{N}} \quad k = 0, \dots, N-1$$

2. Utilizziamo `numpy.fft`, la cui implementazione sottostante è scritta in linguaggio C.
3. Costo computazionale: $O(n^2 \log(n))$



Implementazioni - Custom DCT

1. Implementata da noi in Python, applicando la DCT scalata alla matrice prima per righe e poi per colonne:

$$c_k = \frac{1}{\sqrt{\alpha_k}} \sum_{j=1}^N \cos\left(\pi k \frac{2j-1}{2N}\right) v_j \quad k = 0, \dots, N-1$$

2. Non viene utilizzato un linguaggio a basso livello, risulta essere più lenta ma emerge comunque il comportamento asintotico
3. Costo computazionale: $O(n^3)$

A grid of 15 circles arranged in four rows. The first row has 1 circle, the second row has 3 circles, the third row has 4 circles, and the fourth row has 7 circles.

Algoritmo

```
1 def dct_personal(v):
2     n = len(v)
3     c = numpy.zeros(n)
4     for k in range(n):
5         if k == 0:
6             alpha = n
7         else:
8             alpha = n / 2
9         sum = 0
10        for i in range(n):
11            sum = sum + v[i] * math.cos(k * math.pi *
12                ((2 * i + 1) / (2 * n)))
13        c[k] = (1 / math.sqrt(alpha)) * sum
14
15 return c
```

```

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

```

```

○
○○○○●○○○○○
○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

```

Algoritmo

```

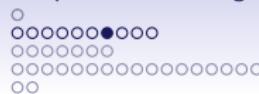
1 def dct2_personal(a):
2     n = len(a)    # rows
3     m = len(a[0]) # columns
4     c = numpy.zeros((n, m)) # result matrix
5     # dct by rows
6     for i in range(n):
7         c[i] = dct_personal(a[i]) # i-th row
8     # dct by columns
9     for j in range(m):
10        c[:, j] = dct_personal(c[:, j])

```

A 4x8 grid of 32 small circles, arranged in four rows and eight columns.

Algoritmo

```
1 lib_times = []
2 my_times = []
3
4 for i in range(4, 12):
5     N = 2 ** i
6     a = numpy.random.rand(N, N)
7
8     lib_ti = time.time()
9     lib_dct = numpy.fft.fft(numpy.fft.fft(a, axis=1,
10                           norm="ortho"), axis=0, norm="ortho")
11    lib_tf = time.time()
12    lib_times.append(lib_tf - lib_ti)
13
14    my_ti = time.time()
15    my_dct = dct2_personal(a)
16    my_tf = time.time()
17    my_times.append(my_tf - my_ti)
```



Confronto tra Custom DCT2 e FFT

Per il calcolo della FFT utilizziamo la funzione `numpy.fft.fft`. Le matrici vengono create di dimensione 2^i con $1 \leq i \leq 14$ e gestite con `numpy`. Questo è utile per motivi di visualizzazione del tempo di esecuzione, infatti i costi computazionali sono $O(n^3)$ per la Custom DCT e $O(n^2 \log(n))$ per la FFT.

Plotando il tempo di esecuzione in secondi al variare della dimensione delle matrici $n = 2^i$ con i crescente, e riportando le ascisse su scala logaritmica si ottiene:

- DCT: $O(n^3) \Rightarrow \log_2((2^i)^3) = \log_2(2^{3i}) = 3i$
- FFT: $O(n^2 \log(n)) \Rightarrow \log_2((2^i)^2 \log_2(2^i)) = \log_2(2^{2i}) + \log_2(i) = 2i + \log_2(i) \approx 2i$

Ci aspettiamo quindi che il plot sia composto da due rette con coefficiente angolare (circa) diverso (più alto DCT più basso FFT).

A 4x5 grid of 20 small circles, arranged in four rows and five columns.

Confronto tra Custom DCT2 e FFT

Numpy FFT vs Custom DCT time comparison

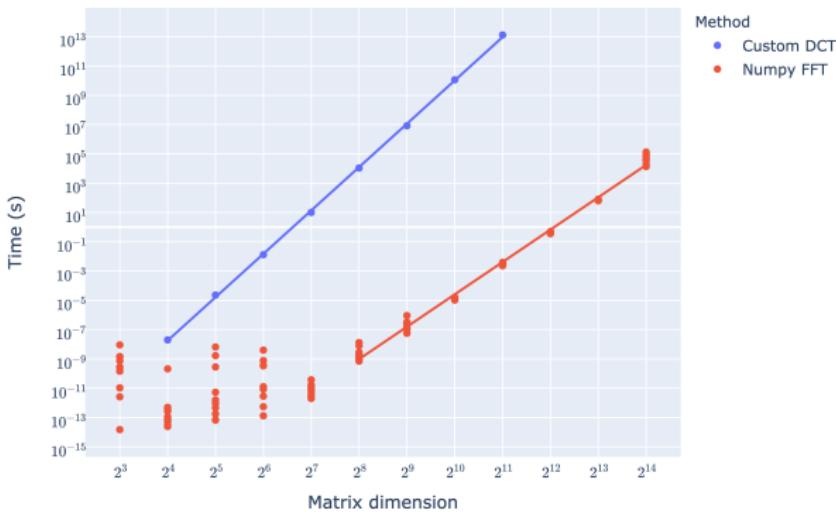


Figure: Tempi di esecuzione DCT e FFT.

```

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

```

```

○
○○○○○○○●○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

```

Confronto tra Custom DCT2 e FFT

- Analisi retta di regressione:

Custom DCT		Numpy FFT*	
m	q	m	q
2.959	-19.587	2.209	-26.693

- Da cui:** FFT impiega il 74% del tempo impegnato alla DCT
- L'intercetta della FFT di numpy è minore rispetto alla custom DCT in quanto viene utilizzato un linguaggio a basso livello (il costo computazionale non cambia).
- (*) Vengono esclusi i tempi di calcolo per matrici troppo piccole, così da far emergere il comportamento asintotico dell'algoritmo e quindi il costo computazionale



Confronto tra Custom DCT2 e FFT

- Comportamento asintotico teorico:
 - Custom DCT: $3i$ (vs. 2.959)
 - Numpy FFT: $2i$ (vs. 2.209)
 - **Da cui:** FFT impiega il 66% (vs. 74%) del tempo impegno dalla DCT.
 - I risultati teorici e sperimentali sono coerenti tra loro, tuttavia non considerando il contributo del logaritmo nella FFT le proporzioni vengono leggermente distorte.

Metodi diretti per matrici sparse

A grid of 15 small circles arranged in three rows of five. The first row has one circle at the top left. The second row has five circles in a horizontal line. The third row has five circles in a horizontal line.

Compressione di immagini tramite DCT

Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo



Passi dell'algoritmo

INPUT: immagine, **f** dimensione dei blocchetti, **d** soglia di taglio delle frequenze

1. Inizializza una matrice con i valori dell'immagine bitmap e una matrice di zeri
2. Calcola il numero di blocchetti per righe e per colonne data la dimensione dei blocchetti **f**
3. Ad ogni blocchetto applica la DCT2 (della libreria *scipy.fft*)
4. Per ogni blocchetto taglia le frequenze alte data la soglia **d**
5. Ad ogni blocchetto applica la IDCT2 (della libreria *scipy.fft*)
6. Arrotonda i numeri e li mappa nell'intervallo [0, 255]

OUTPUT: immagine compressa

```

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

```

```

○
○○○○○○○○○○
○○●○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

```

Algoritmo

```

1 import math
2 import numpy as np
3 from PIL import Image
4 from numpy.fft import fft
5 from numpy.fft import ifft

```

```

1 ## fissa un range di valori possibili per n
2 def clamp(self, n, smallest, largest):
3     return max(smallest, min(n, largest))
4
5 ## forza n ad un valore intero tra 0 e 255
6 def fix_number(self, n):
7     return self.clamp(round(n), 0, 255)

```

O
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○

O
○○○○○○○○○○
○○○●○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Algoritmo

```
1 def pseudo_jpeg(self, img_path, f, d):
2     img = Image.open(img_path)
3     img_mat = np.array(img)
4     c_mat = np.zeros_like(img_mat)
5     rows, columns = img_mat.shape
6
7     max_i = math.floor(rows / f)
8     max_j = math.floor(columns / f)
```

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○●○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Algoritmo

```
1  for i in range(max_i):  
2      for j in range(max_j):  
3  
4          ## Applicazione DCT2  
5          ## Slice della matrice fxf  
6          block = img_mat[i * f: (i + 1) * f, j * f: (j + 1) * f]  
7          block = fft(fft(block, axis=1, norm="ortho"), axis=0, norm="ortho")
```

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○●○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Algoritmo

```
1      ## Eliminazione elementi sotto diagonale
2      block_rows, block_columns = block.shape
3      for k in range(block_rows):
4          for l in range(block_columns):
5              if (k + l) >= d:
6                  block[k, l] = 0
```

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○●
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Algoritmo

```
1  ## Applicazione IDCT2
2  block = ifft(ifft(block, axis=1, norm="ortho"), axis=0, norm="ortho")
3
4  ## fix dei numeri
5  for k in range(block.shape[0]):
6      for l in range(block.shape[1]):
7          block[k, l] = self.fix_number(block[k, l])
8
9  c_mat[i * f: (i + 1) * f, j * f: (j + 1) * f] = block
10
11 return c_mat
```

Metodi diretti per matrici sparse

A grid of 15 small circles arranged in three rows of five. The first row has one circle at the top left. The second row has five circles in a horizontal line. The third row has five circles in a horizontal line.

Compressione di immagini tramite DCT

Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○●○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

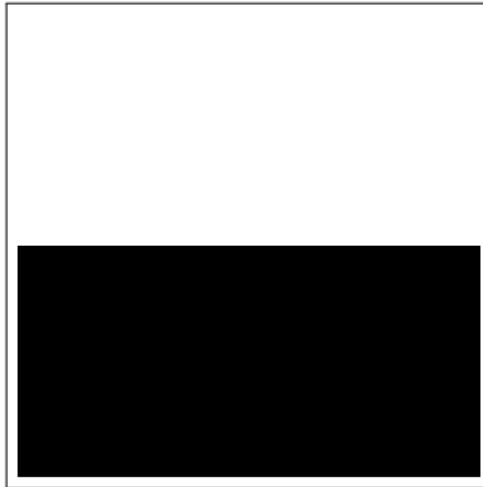


Figure: Originale 400x400

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○●○○○○○○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

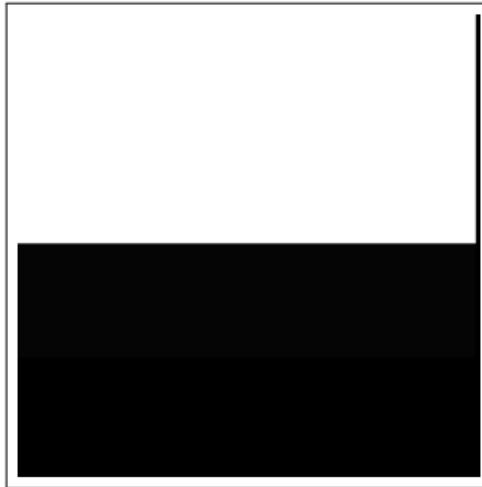


Figure: $f = 99$, $d = 1$

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○●○○○○○○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

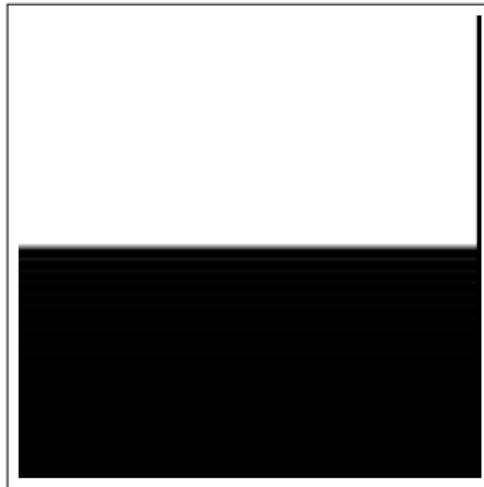


Figure: $f = 99$, $d = 20$

O
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

O
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○●○○○○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

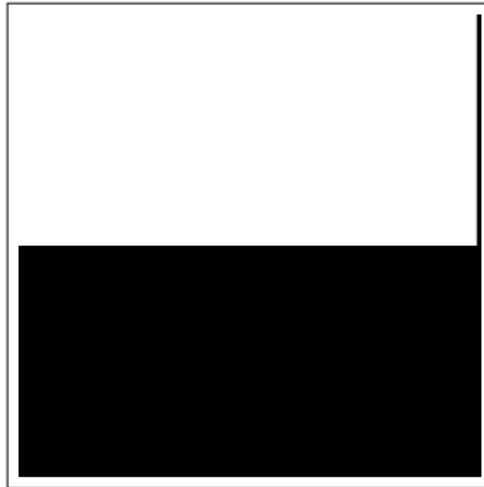


Figure: $f = 99$, $d = 196$

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○○●○○○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

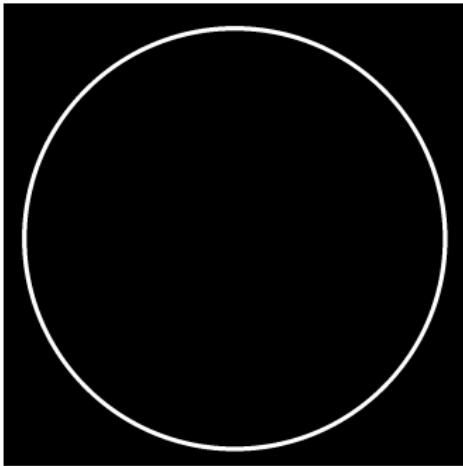


Figure: Originale 1100x1100

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○○○●○○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

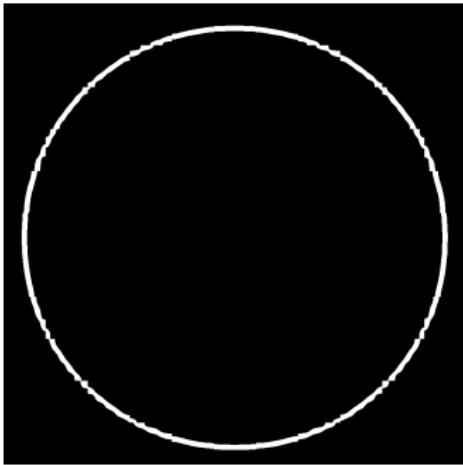


Figure: $f = 100$, $d = 10$

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○○○○●○○○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

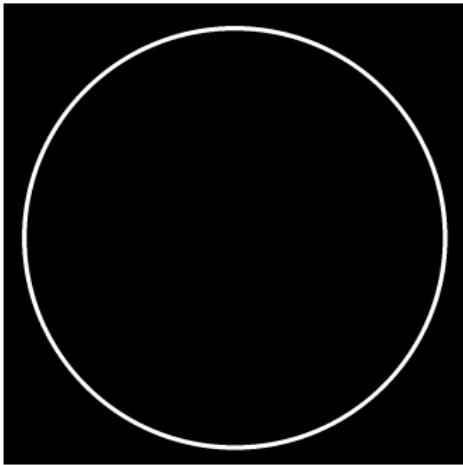


Figure: $f = 100$, $d = 50$

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○●○○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte

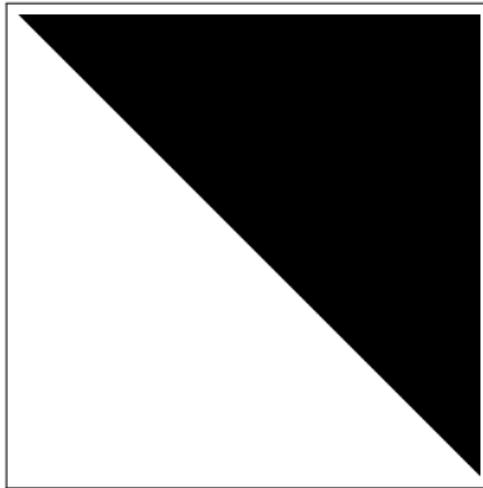


Figure: Originale 400x400

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○○○○○○●○○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte



Figure: $f = 100$, $d = 20$

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○
○○○○○○○○○○●○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte



Figure: $f = 100$, $d = 50$

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○●○○○○○
○○

Esempi con le immagini proposte



Figure: Originale 4043x2641

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○●○○○
○○

Esempi con le immagini proposte



Figure: $f = 120$, $d = 10$

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○●○○○
○○

Esempi con le immagini proposte



Figure: $f = 120$, $d = 30$

Metodi diretti per matrici sparse

A grid of 15 circles arranged in four rows. The first row has 1 circle, the second row has 3 circles, the third row has 4 circles, and the fourth row has 7 circles.

Compressione di immagini tramite DCT

Esempi con le immagini proposte



Figure: Originale 7216x5412

A diagram consisting of four rows of circles. The top row has one circle. The second row has two circles. The third row has three circles. The bottom row has four circles.

Esempi con le immagini proposte



Figure: $f = 340$, $d = 20$

A grid of 15 circles arranged in three rows of five circles each.

A diagram consisting of four rows of circles. The top row has 10 circles. The second row has 6 circles. The third row has 14 circles. The bottom row has 2 circles.

Esempi con le immagini proposte



Figure: $f = 340$, $d = 400$

Metodi diretti per matrici sparse

Compressione di immagini tramite DCT

Metodi diretti per matrici sparse

Approccio al problema

Analisi delle librerie

Campagna sperimentale

Compressione di immagini tramite DCT

Custom DCT2

Custom JPEG

Esempi

Live demo

Metodi diretti per matrici sparse

○
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○●

Live demo

Esecuzione live del programma realizzato.

Metodi diretti per matrici sparse

O
○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○

Compressione di immagini tramite DCT

●
○○○○○○○○○○
○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○
○○

Grazie per l'attenzione