41268 OLLIVIER Aubin

Remedium Codes : Codes correcteurs avec des carrés latins

La lecture de "La Vie mode d'emploi" de Georges Perec nous a amené à nous interroger sur l'utilisation des carrés gréco-latins dans des cas pratiques. Ainsi, nous avons décidé d'étudier leurs applications aux codes correcteurs d'erreurs.
À mesure de l'intensification des communications, la correction d'erreur devient primordiale. En particulier, les codes étudiés sont adaptés à une application à la fois aux communications filaires, telles qu'en câble sous-marins, ou sans-fil, telles que des communications spatiales, ce qui rend leur utilisation en télécommunication particulièrement intéressante.

Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.
Liste des membres du groupe :

- *KOENIG Julien*

Positionnement thématique (ETAPE 1)

INFORMATIQUE (Informatique pratique), INFORMATIQUE (Informatique Théorique), MATHEMATIQUES (Mathématiques Appliquées).

Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	**Mots-Clés** (en anglais)
Carrés latins	*Latin squares*
Code correcteur d'erreurs	*Error correcting code*
Erreur de rafale	*Burst error*
Communications	*Communications*
Python	*Python*

Bibliographie commentée

Inventés par le mathématicien suisse Leonhard Euler au XVIIIème siècle, les carrés latins ont ouvert de nombreuses questions en analyse combinatoire. Les carrés latins orthogonaux, soient la superposition de deux carrés latins où chaque couple est unique, posent des problèmes encore ouverts aujourd'hui. Par exemple, Euler conjectura qu'il n'existât pas de carrés latins orthogonaux d'ordre 4k+2. Au début du XXème siècle, le mathématicien français Gaston Tarry le démontra pour le cas n = 6 en essayant toutes les possibilités. Mais en 1960, trois mathématiciens (Bose, Parker et Shrikhande) démontrent que la conjecture d'Euler est fausse, et qu'il existe des carrés latins orthogonaux pour tout n supérieur ou égal à 7. Aujourd'hui, nous n'avons qu'une minoration de leur nombre dans le cas général, et ne savons ainsi pas les construire d'une manière efficace [4].

Dans les années 1970, l'écrivain Georges Perec, membre de l'Oulipo (Ouvroir de littérature potentielle), un groupe d'écrivains expérimentant l'écriture sous contraintes mathématiques, s'est servi de la possibilité qu'offre les carrés latins orthogonaux d'associer des éléments de manière unique afin de construire la structure de son roman *La Vie mode d'emploi*, publié en 1978. Ce dernier a ainsi obtenu le Prix Médicis la même année pour ce roman. Le génie de Perec réside dans le fait que ces contraintes n'ont été découvertes que bien plus tard après la publication du roman [3].

À partir des années 1960, leur application aux codes correcteurs d'erreurs s'est développée car ils permettent de former des codes linéaires cycliques [1]. Cette manière de corriger des erreurs est notamment décrite par les articles [1] et [2] pour ce qui concerne le codage et le décodage du code binaire. En les convertissant en matrices binaires, on peut ainsi construire des matrices de contrôle à tout ordre. Ceci nécessite toutefois d'avoir un algorithme afin de construire des carrés latins orthogonaux de tout ordre, ce qui est donné par un théorème de l'article [5]. Néanmoins, du fait de la complexité de la construction de ces carrés dans le cas général, nous n'avons pu implémenter leur construction que dans le cas où leur taille a une valuation p-adique maximale de 1, le cas où cette taille est un nombre premier est toutefois le cas optimal d'utilisation du code correcteur [1].

L'intérêt de ce type de code est la possibilité qu'il offre de pouvoir être utilisé dans différents cas de figure, en particulier dans les télécommunications. En effet, il permet à la fois de corriger de faibles erreurs équitablement réparties, telles que dans les fibres optiques, mais également et des erreurs de rafale suffisamment espacées telles que des ondes radio et des transmissions longue-distance. Cette dernière configuration correspond à l'utilisation optimale de notre code correcteur [2].

Problématique retenue

Comment implémenter un code correcteur d'erreurs avec des carrés latins orthogonaux ? Pour quel type d'erreurs ce code correcteur est-il optimal ?

Objectifs du TIPE

1. Appréhender la construction et les applications des carrés latins orthogonaux.

2. Comprendre le fonctionnement des codes correcteurs d'erreurs, en particulier linéaires, avec l'exemple d'un code formé à partir de carrés latins.

3. Implémenter le code correcteur et un algorithme de construction de carrés latins orthogonaux à partir d'articles scientifiques n'expliquant que son fonctionnement, ainsi que dans des cas concrets tels que la transmission d'images.

4. Analyser les caractéristiques de ce code : Pour quels paramètres est-il le plus intéressant ? Quel type d'erreurs permet-il de corriger préférentiellement ? Étudier asymptotiquement son efficacité en fonction des différents paramètres.

Références bibliographiques (ETAPE 1)

[1] M. Y. Hsiao, D. C. Bossen and R. T. Chien : Orthogonal Latin Square Codes : *IBM Journal of*

Research and Development, vol. 14, no. 4, pp. 390-394, July 1970, doi: 10.1147/rd.144.0390
[2] R. Datta and N. A. Touba : Generating Burst-error Correcting Codes from Orthogonal Latin Square Codes – a Graph Theoretic Approach : *2011 IEEE International Symposium on Defect and Fault Tolerance in VLSI and Nanotechnology Systems*
[3] Oulipo : Atlas de littérature potentielle : *Gallimard, Paris, 1981*
[4] J.H. Van Lint, R. M. Wilson : A course in combinatorics : *Cambridge University Press, Cambridge, 1992*
[5] H.B. Mann : Analysis and Design of Experiments : *Dover Publications, New-York, 1949*

DOT

[1] *Recherche des caractéristiques et propriétés générales des carrés latins orthogonaux.*
[2] *En décembre, étude du fonctionnement des codes correcteurs d'erreurs les utilisant et implémentation en langage Python.*
[3] *En janvier, réalisation des premiers tests afin de déterminer leur configuration optimale et optimisation du programme.*
[4] *Réalisation de tests plus poussés sur l'effet des erreurs aléatoires et étude des phénomènes observés.*
[5] *L'analyse du comportement pour des probabilités d'erreurs élevées nous amène à étudier la correction d'erreurs de rafale.*