

第六周作业参考答案

第四章 连续时间控制系统的稳定性与稳态误差 习题四

P.159-161

4-1②

4-2②

4-3②

4-5

4-8

4-10

4-12

4-1 试用劳斯判据判定下列特征方程所代表的系统的稳定性。如果系统不稳定，求特征方程在 S 平面右半平面根的个数。

$$\textcircled{2} \quad s^5 + s^4 + 4s^3 + 4s^2 + 2s + 1 = 0$$

答案：② 不稳定，2

4-2 已知单位负反馈系统的开环传递函数如下，试用劳斯判据判定系统的稳定性。

$$\textcircled{2} \quad G(s) = \frac{5s+1}{s^3(s+1)(s+2)}$$

答案：② [1 3 2 0 5 1] 不稳定

4-3 设单位负反馈系统的开环传递函数如下，试确定使系统稳定的 K 的取值范围。

$$\textcircled{2} \quad G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s-1)(0.2s+1)}$$

答案：② $K > 4/3$

4-5 设单位负反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+1.5)(s+2)}$$

若希望所有特征方程根都具有小于-1 的实部，试确定 K 的最大值。

答案：

闭环特征方程： $(s+1)(s+1.5)(s+2) + K = 0$

令 $s=z-1$ ： $z^3 + 1.5z^2 + 0.5z + K = 0$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|cc} z^3 & 1 & 0.5 \\ z^2 & 1.5 & K \\ z^1 & 0.75 - K & 0 \\ z^0 & K & \end{array}$$

新系统稳定的 K 的最大值为 0.75，原系统特征根具有小于-1 的实部的 K 的最大值为 0.75。

4-8 设单位反馈系统开环传递函数 $G(s) = \frac{K}{(s+2)(s+4)(s^2+6s+25)}$ ，试应用劳斯判据

确定 K 为多大时，将使系统振荡，并求出振荡频率。

答案：

闭环特征方程： $s^4 + 12s^3 + 69s^2 + 198s + 200 + K = 0$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 69 & 200 + K \\ s^3 & 12 & 198 & 0 \\ s^2 & 52.5 & 200 + K & \\ s^1 & 7995 - 12K & 0 & \\ s^0 & 200K & & \end{array}$$

$K=666.25$ 时系统振荡。

由 $52.5s^2 + (200 + 666.25) = 0$ 得一对虚根为 $\pm j\sqrt{16.5}$ ，振荡频率为 $\sqrt{16.5}$ 。

4-10 单位反馈系统开环传递函数 $G(s) = \frac{K(2s+1)(s+1)}{s^2(Ts+1)}$ ， $K>0$ ， $T>0$ 。确定当闭环稳定

时， T 、 K 应满足的条件。

答案：

闭环特征方程： $Ts^3 + (2K+1)s^2 + 3Ks + K = 0$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & T & 3K \\ s^2 & 2K+1 & K \\ s^1 & 3K(2K+1)-TK & 0 \\ s^0 & K & \end{array}$$

系统稳定应满足：

$$\begin{cases} T > 0 \\ 2K+1 > 0 \\ 3K(2K+1)-TK > 0 \\ K > 0 \end{cases}$$

整理得：

$$\begin{cases} K > 0 \\ T < 6K+3 \end{cases}$$

4-12 控制系统方块图如图 4-22 所示，已知 $r(t) = t$ ， $f(t) = -1(t)$ ，求系统稳态误差。

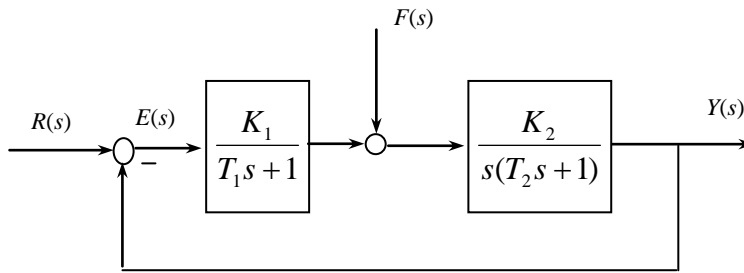


图 4-22 题 4-12 图

答案：

$$R(s) = \frac{1}{s^2}, \quad F(s) = -\frac{1}{s}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s) - \frac{K_2}{s(T_2s+1)} F(s)}{1 + \frac{K_1}{T_1s+1} \frac{K_2}{s(T_2s+1)}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s^2} + \frac{K_2}{s(T_2s+1)} \frac{1}{s}}{1 + \frac{K_1}{T_1s+1} \frac{K_2}{s(T_2s+1)}} = \frac{1+K_2}{K_1K_2}$$