5.1 完纯导体表面$\mathbf{H_t}$=3$\mathbf{x}_0$+4$\mathbf{z}_0$ A/m, 求表面电流$\mathbf{J}_s$。

答：$\hat{n}\times(\overline{H}_1-\overline{H}_2)=\overline{J}_s$

由于完纯导体内部磁场为 0， 则$\mathbf{J}_s$= $\mathbf{H_t}$=3$\mathbf{x}_0$+4$\mathbf{z}_0$ A/m 。

5.2 两无限大平板间有电场$\mathbf{E}=\mathbf{x}_0 A\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}$，式中 A 为常数，平行板外空间电磁场为零，坐标如图 P5.2 所示。试求：

(1) $\nabla\cdot\mathbf{E}$, $\nabla\times\mathbf{E}$；

(2) $\mathbf{E}$ 能否用一位置的标量函数的负梯度表示，为什么？

(3) 求与 $\mathbf{E}$ 相联系的 $\mathbf{H}$；

(4) 确定两板面上面电流密度和面电荷密度.

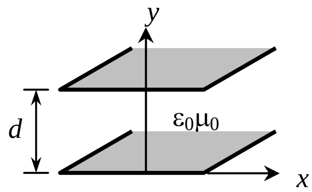


图 P5.2

解：（1） $\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0$

$$\nabla\times\mathbf{E}=\mathbf{x}_0\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)+\mathbf{y}_0\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)+\mathbf{z}_0\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

$$=-\mathbf{y}_0 jkA\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}-\mathbf{z}_0\frac{\pi}{d}A\cos\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}$$

（2）$\nabla\times\mathbf{E}\neq 0$，是有旋场，不能用标量函数的负梯度表示

（3）$\mathbf{H}=-\frac{1}{j\omega\mu_0}\nabla\times\mathbf{E}=\mathbf{y}_0\frac{kA}{\omega\mu_0}\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}+\mathbf{z}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}A\cos\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}$

（4）$\mathbf{J}_s=\mathbf{n}\times\mathbf{A}$

$$\mathbf{J}_s\big|_{y=0}=\mathbf{y}_0\times\left[\mathbf{y}_0\frac{kA}{\omega\mu_0}\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}+\mathbf{z}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}A\cos\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}\right]$$

$$=\mathbf{x}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}Ae^{j(\omega t-kz)}$$

同理 $\mathbf{J}_s\big|_{y=d}=-\mathbf{x}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}Ae^{j(\omega t-kz)}$

$$\rho_s=\mathbf{D}\cdot\mathbf{n}$$

$$\rho_s\big|_{y=0}=\mathbf{D}\cdot\mathbf{n}=0$$

同理 $\rho_s\big|_{y=d}=0$

5.3 有一均匀平面波垂直入射到 z = 0 处的理想导电平面，其电场强度为 $\mathbf{E}=E_0(\mathbf{x}_0-j\mathbf{y}_0)e^{-jkz}$，确定

(1) 入射波和反射波的极化方式；

(2) 导电平面上面电流密度；

(3) 写出 $z\leq 0$ 区域合成电场强度的瞬时值。

解：（1）$\mathbf{E}=E_0(\mathbf{x}_0-j\mathbf{y}_0)e^{-jkz}$，所以入射波是右手圆极化

反射波，为满足导体表面边界条件，E_x^r, E_y^r 与 E_x^i, E_y^i 都有 180°相移,且波传播方向相反，所以 $\mathbf{E}^r = E_0(-\mathbf{x}_0 + j\mathbf{y}_0)e^{jkz}$，所以是左手圆极化。

（2） $$\mathbf{H} = -\frac{\nabla\times\mathbf{E}}{j\omega\mu} = -\frac{1}{j\omega\mu}\begin{vmatrix} \mathbf{x}_0 & \mathbf{y}_0 & \mathbf{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_0 e^{-jkz} & -jE_0 e^{-jkz} & 0 \end{vmatrix} = (j\mathbf{x}_0 + \mathbf{y}_0)\frac{k}{\omega\mu}E_0 e^{-jkz}$$

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n}\times\mathbf{H} = -\mathbf{z}_0\times(j\mathbf{x}_0 + \mathbf{y}_0)\frac{k}{\omega\mu}E_0 e^{-jkz} = (-j\mathbf{y}_0 + \mathbf{x}_0)\frac{k}{\omega\mu}E_0 e^{-jkz}$$

（3） 此入射波可看成是两个平面波的叠加。$\mathbf{E}_1 = E_0 e^{-jkz}\mathbf{x}_0$，$\mathbf{E}_2 = -jE_0 e^{-jkz}\mathbf{y}_0$，在这个坐标系下两个均为 TEM 波，

对平面波 1，在 $z \le 0$ 区域合成电场强度 $E_x(z) = E_0(e^{-jkz} - e^{jkz}) = -2jE_0\sin kz$

对平面波 2，在 $z \le 0$ 区域合成电场强度 $E_y(z) = -jE_0(e^{-jkz} - e^{jkz}) = -2E_0\sin kz$

所以 $z \le 0$ 区域合成电场强度的瞬时值 $E = 2E_0\sin kz\sin wt\mathbf{x}_0 - 2E_0\sin kz\cos wt\mathbf{y}_0$

5.4 计算从下列各种介质斜入射到它与空气的平面分界面时的临界角。

（1）蒸馏水 ε_r=81.1　（2）酒精 ε_r= 25.8　（3）玻璃 ε_r=9　（4）云母 ε_r= 6；

答：(1) $\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}}$=6.37°　（2） $\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}}$ = 11.35°

(3) $\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}}$ = 19.47 °　(4) $\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}}$ =24.09°

5.5 一圆极化均匀平面波自空气投射到非磁性媒质表面z = 0，入射角θ_i = 60°，入射面为x-z面。要求反射波电场在y方向，求媒质的相对介电系数ε_r。

解： 将该圆极化波分解为TE、TM，如果θ_b = 60°，则反射波只有TE，由θ_b = 60°，得到

$\theta_b = tg^{-1}\sqrt{\varepsilon_{r_2}/\varepsilon_{r_1}} = 60°$，　$\varepsilon_{r_2} = \sqrt{3}$

5.6 若要求光波以任何角度入射到玻璃板的一端，都在板内发生全反射，从而将光波约束在板内传至另一端，求玻璃的介电常数最小应为多少？

答：要在玻璃板侧面永远都是全反射，则在内部投射到交界面的入射角应该大于临界角，那么有：$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$，$\frac{\pi}{2} - \theta > a\sin(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}})$，即：$\varepsilon > 2$

5.7 如图P5.7 所示三介质系统，$\mathbf{k_1,k_2,k_3}$分别为介质 1,2,3 中波矢，求用θ_1表示的θ_3，θ_1为入射角，θ_3为透射角。（图略）

答：由相位匹配，可以得到：$k_1\sin\theta_1 = k_2\sin\theta_2 = k_3\sin\theta_3$

所以 $\theta_3 = \arcsin(\frac{k_1}{k_3}\sin\theta_1)$

5.8 光从水以θ=30° 角投射到与空间交界面（见图P5.８），设光频时水的介电常数为ε=1.７

ε₀，磁导率μ=μ₀，空气的ε$_a$=ε₀，μ$_a$=μ₀，给出x方向传输线模型（给出级连传输线的特征参数）并用传输线模型求反射系数与折射系数。（图略）

答：$k_a = \omega \dfrac{\sqrt{5.1}}{2}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$，$k_{水} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}(1-\dfrac{1.7}{4})^{1/2}$

对于 TE 波，$Y_a = \dfrac{k_a}{\omega\mu_0} = \dfrac{\sqrt{5.1}}{2}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$，$Y_{水} = \dfrac{k_{水}}{\omega\mu_0} = \dfrac{\sqrt{2.3}}{2}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$

反射系数为：$\Gamma_{TE} = \dfrac{Y_{水} - Y_a}{Y_{水} + Y_a} = \dfrac{\sqrt{2.3}-\sqrt{5.1}}{\sqrt{2.3}+\sqrt{5.1}}$，透射系数为：$T_{TE} = 1+\Gamma_{TE} = \dfrac{2\sqrt{2.3}}{\sqrt{2.3}+\sqrt{5.1}}$

对于 TM 波，$Y_a = \dfrac{\omega\varepsilon}{k_a} = \dfrac{2\sqrt{5.1}}{3}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$，$Y_{水} = \dfrac{\omega\varepsilon_0}{k_{水}} = \dfrac{2}{\sqrt{2.3}}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$

反射系数为：$\Gamma_{TM} = \dfrac{Y_{水} - Y_a}{Y_{水} + Y_a} = \dfrac{3-\sqrt{11.73}}{3+\sqrt{11.73}}$，透射系数为：$T_{TE} = 1+\Gamma_{TE} = \dfrac{6}{3+\sqrt{11.73}}$

5.9 均匀平面波由介质 *I*（空气）以 45°角投射到无损介质 *II*，已知折射角为 30°，如图 *P*5.9，频率为 300*MHz*。求

(1) ε_2=?

(2) 反射系数Γ

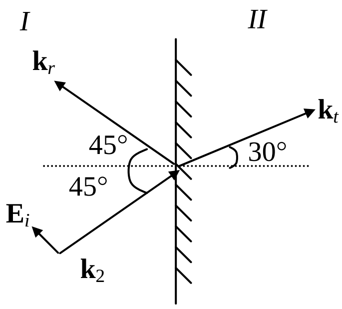


图 *P*5.9

解：1）$\sqrt{\varepsilon_{r1}}\sin 45^\circ = \sqrt{\varepsilon_{r2}}\sin 30^\circ$

$\sqrt{\varepsilon_{r2}} = \sqrt{2}, \varepsilon_{r2} = 2$

2）由图所示，该平面波为 TM 波，

$$\Gamma = \frac{\varepsilon_{r1}k_{z2} - \varepsilon_{r2}k_{z1}}{\varepsilon_{r1}k_{z2} + \varepsilon_{r2}k_{z1}} = \frac{\dfrac{\sqrt{6}}{2}k_0 - 2\dfrac{\sqrt{2}}{2}k_0}{\dfrac{\sqrt{6}}{2}k_0 + 2\dfrac{\sqrt{2}}{2}k_0} = -0.0718$$

5.10 两个各向同性媒质组成的交界面，两边的磁导率、介电常数均不相等，$\mu_1 \neq \mu_2$，$\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$，求入射波平行极化、垂直极化两种情形下的布儒斯特角θ_B。

解：对于 TE 模

$$\Gamma_{TE} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{\dfrac{\omega\mu_2}{k_{z_2}} - \dfrac{\omega\mu_1}{k_{z_1}}}{\dfrac{\omega\mu_2}{k_{z_2}} + \dfrac{\omega\mu_1}{k_{z_1}}} = \frac{\mu_2 k_{z_1} - \mu_1 k_{z_2}}{\mu_2 k_{z_1} + \mu_1 k_{z_2}}$$

要使 $\Gamma_{TE} = 0, \mu_2 k_{z_1} - \mu_1 k_{z_2} = 0$

即 $\mu_2 k_1 \cos\theta_B = \mu_1 k_2 \cos\theta_2$ (1)

由相位匹配条件：$k_1 \sin\theta_B = k_2 \sin\theta_2$ (2)

由(1) $$\cos\theta_2=\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}\cos\theta_B,\sin\theta_2=\sqrt{1-\cos^2\theta_2}=\sqrt{1-\frac{\mu_2^2 k_1^2}{\mu_1^2 k_2^2}\cos^2\theta_B} \quad (3)$$

（3）代入（2）

$$k_1\sin\theta_B=k_2\sqrt{1-\frac{\mu_2^2 k_1^2}{\mu_1^2 k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

$$\frac{k_1}{k_2}\sqrt{1-\cos^2\theta_B}=\sqrt{1-\frac{\mu_2^2 k_1^2}{\mu_1^2 k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

两边平方，均整理后得到

$$\cos^2\theta_B=\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\frac{\mu_1\varepsilon_1-\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1^2-\mu_2^2}$$

所以 $$\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\frac{\mu_1\varepsilon_1-\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1^2-\mu_2^2}}$$

当 $$\varepsilon_1=\varepsilon_2,\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_1+\mu_2}}$$

对于 TM 模

$$\Gamma_{TM}=\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}=\frac{\dfrac{k_{z_2}}{\omega\varepsilon_2}-\dfrac{k_{z_1}}{\omega\varepsilon_1}}{\dfrac{k_{z_2}}{\omega\varepsilon_2}+\dfrac{k_{z_1}}{\omega\varepsilon_1}}=\frac{k_{z_2}\varepsilon_1-k_{z_1}\varepsilon_2}{k_{z_2}\varepsilon_1+k_{z_1}\varepsilon_2}$$

要使 $\Gamma_{TM}=0,k_{z_2}\varepsilon_1-k_{z_1}\varepsilon_2=0$

即 $$\varepsilon_2 k_1\cos\theta_B=\varepsilon_1 k_2\cos\theta_2 \quad (1)$$

由相位匹配条件： $$k_1\sin\theta_B=k_2\sin\theta_2 \quad (2)$$

由(1) $$\cos\theta_2=\frac{\varepsilon_2 k_1}{\varepsilon_1 k_2}\cos\theta_B,\sin\theta_2=\sqrt{1-\cos^2\theta_2}=\sqrt{1-\frac{\varepsilon_2^2 k_1^2}{\varepsilon_1^2 k_2^2}\cos^2\theta_B} \quad (3)$$

（3）代入（2）

$$k_1\sin\theta_B=k_2\sqrt{1-\frac{\varepsilon_2^2 k_1^2}{\varepsilon_1^2 k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

$$\frac{k_1}{k_2}\sqrt{1-\cos^2\theta_B}=\sqrt{1-\frac{\varepsilon_2^2 k_1^2}{\varepsilon_1^2 k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

两边平方，均整理后得到

$$\cos^2\theta_B=\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}\frac{\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}$$

所以 $$\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}\frac{\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}}$$

当 $$\mu_1 = \mu_2, \theta_B = \arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}$$

5.11 垂直极化平面波由媒质*I*倾斜投射到媒质*II*，如图*P*5.11，$\varepsilon_1=4\varepsilon_0$，$\varepsilon_2=\varepsilon_0$，求

(1) 产生全反射时的临界角；

(2) 当$\theta=60°$时，求k_x，k_{z1}(用$k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ 表示)；

(3) 求k_{z2}(用k_0表示)；

(4) 在媒质 *II*，求场衰减到 $1/e$ 时离开交界面的距离；

(4) 求反射系数Γ。

解：

(1) $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0, \varepsilon_2 = \varepsilon_0$， $\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

(2) $\theta = 60^\circ, k_x = k_1 \sin\theta_1 = k_0\sqrt{4}\sin 60^\circ = \sqrt{3}k_0$

$k_{z1} = k_1 \cos 60^\circ = k_0\sqrt{4}\cos 60^\circ = k_0$

(3) $k_{z2} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2} = \sqrt{k_0^2 - 3k_0^2} = \sqrt{-2}k_0 = -\sqrt{2}jk_0 = -j\alpha_2$

(4) $\alpha_2 = \sqrt{2}k_0$， $\alpha_2 d = 1, d = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{\sqrt{2}k_0}$

(5) $\Gamma = \frac{k_{z1} - k_{z2}}{k_{z1} + k_{z2}} = \frac{k_0 - j\sqrt{2}k_0}{k_0 + j\sqrt{2}k_0} = 1e^{-j\psi(0)},\qquad \psi(0) = -109.5^\circ$

5.12 平面波从空气垂直投射到一块铜板，铜的电导率σ=5.8×10^7S/m，求频率 500MHz时，入射波的多少功率（以百分比表示）为铜板吸收？

答：由 5.4.10 式，铜的纵向传播常数为 $k_c \approx \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu_0}{2}}(1-j)$，自由空间波阻抗为$Z_a$=377Ω，由 5.4.12 式，铜的波阻抗为$Z_m$=R(1+j)= 0.583379 $\times10^{-2}$(1+j) Ω.

反射系数为：$\Gamma = \frac{Z_m - Z_a}{Z_m + Z_a} = -0.999969 + 0.00003094753\mathrm{j}$

铜板吸收的功率的百分比为：$\eta = 1 - |\Gamma|^2 = 0.0062\%$

5.13 频率为 1MHz平面波，从空气垂直投射到铜，入射波电场幅值E=100V/m，求反射系数Γ，趋肤深度δ，离开铜表面一个趋肤深度距离的**E**及**H**（铜的电导率σ=5.8×10^7S/m)。

答：由 5.4.12 式，铜的波阻抗为Z_m=R(1+j)= 2.60895 $\times10^{-4}$(1+j) Ω.

$$\Gamma = \frac{Z_m - Z_a}{Z_m + Z_a} = -0.99999862 + 0.0000013841\mathrm{j}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_0}} = 0.0661\,\mathrm{mm}$$

透射系数：$T = 1 + \Gamma = (1.38406 + 1.38406\mathrm{j}) \times 10^{-6}$，离开铜表面一个趋肤深度距离的 E 及

H 为：

E=|T|×100/e =　7.2007×10^{-5}V/m;　H = EY_0=1.91×10^{-7} A/m.

5.14 一均匀平面电磁波由空气向理想介质（μ=μ_0、ε=9ε_0）垂直入射。已知z=5 米处

$H_y = H_2 = 10e^{-jk_2 z} = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 毫安/米（设介质分界面处为 z=0，初相φ=0°）。试求：

（1）此平面电磁波的工作频率；

（2）写出介质区域及空气区域的E_2、H_2、E_1、H_1的表示式；

（3）在介质区域中再求：

a. 由复数振幅写成复数或瞬时的表示式；

b. 坡印廷矢量瞬时表示式S及S_{av}；

c. 电场与磁场能量密度的瞬时表示式w_e、w_m

及其最大的能量密度的大小w_{emax}，$w_{m\,max}$；

d. 能量密度的平均值w_{eav}，w_{mav}。

解：

(1)　由题意 $k_2 z = \dfrac{\pi}{4}, k_2 = \dfrac{\pi}{4z} = \dfrac{\pi}{4\times 5} = \dfrac{\pi}{20}$（弧度/m）

$$k_2 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon} = \omega\sqrt{9\mu_0\varepsilon_0} = 6\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \frac{\pi}{20}$$

故 $f = \dfrac{k_2}{6\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \dfrac{\pi/20}{6\pi\times\dfrac{1}{3\times 10^8}} = 2.5MHz$

(2)　$\eta_2 = \sqrt{\dfrac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{9\varepsilon_0}} = \dfrac{1}{3}\eta_0 = 40\pi(\Omega)$

反射系数 $\Gamma = \dfrac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \dfrac{\frac{1}{3}\eta_0 - \eta_0}{\frac{1}{3}\eta_0 + \eta_0} = -\dfrac{1}{2}$

$$T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{\frac{2}{3}\eta_0}{\frac{4}{3}\eta_0} = \frac{1}{2}$$

在介质区域中 $E_2 = \eta_2 Hz = 40\pi\times 10^{-j\frac{\pi}{4}} = 400\pi e^{-j\frac{\pi}{4}} = E_{10}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

从而得到　$E_{t0} = 400\pi,\ E_{i0} = \dfrac{1}{\Gamma}E_{t0} = 800\pi\quad(\text{mV/m})$

式中E_{t0}、E_{i0}表示透射波与入射波场强在z = 0 处的振幅值。

在空气区域中的场强是入射波与反射波的合成，以E_1、H_1表示

$$E_1 = E_{i0}\left(e^{-jk_1 z} + \Gamma e^{jk_1 z}\right) = 800\pi\left(e^{-jk_1 z} - \frac{1}{2}e^{jk_1 z}\right)$$

$$H_1 = H_t - H_r = \frac{E_{i0}}{\eta_0}e^{-jk_1 z} - \Gamma\frac{E_{i0}}{\eta_0}e^{jk_1 z} = \frac{20}{3}\left(e^{-jk_1 z} + \frac{1}{2}e^{jk_1 z}\right)\qquad(mA/m)$$

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{120} = \frac{\pi}{60}$$ （弧度/m）

在介质 2 中E_2、H_2为

$$E_2 = TE_{i0}e^{-jk_1 z} = 400\pi e^{-j\frac{\pi}{20}z}$$

$$H_2 = \frac{E_2}{\eta_2} = \frac{400\pi}{40\pi}e^{-jk_1 z} = 10e^{-j\frac{\pi}{20}z}$$

(3) 由（E_2、H_2）的复矢量表示→瞬态表示

求坡印廷**S**(t), <**S**(t)>, W_e, W_m, W_{emax}, W_{emin}就不难了。

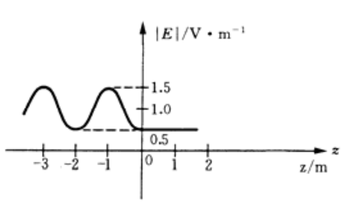
（注意：TEM 波即可以用 TE 波的公式，也可以用 TM 波的公式）

$$H_2 = 10e^{-j\pi z/20}y_0$$
$$E_2 = Z_2|H_2|e^{-j\pi z/20}x_0 = 400\pi e^{-j\pi z/20}x_0$$
$$Z_1 = 120\pi, Z_2 = 40\pi, k_1 = \pi/60$$
$$\Gamma_{TM} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = -1/2$$
$$T_{TM} = 1 - \Gamma_{TM} = 3/2$$
$$H_y^i = 10e^{-j\pi z/60}/T_{TM}y_0 = 20/3e^{-j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^r = 20/3e^{-j\pi z/60} \times (-\Gamma_{TM})y_0 = 10/3e^{j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^1 = H_y^i + H_y^r = 1/3(20^{-j\pi z/60} + 10e^{j\pi z/60})y_0$$
$$E_x^i = Z_1 \times 20/3e^{-j\pi z/60}x_0 = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0$$
$$E_x^r = 800\pi e^{-j\pi z/60} \times \Gamma_{TM}x_0 = -400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$E_1 = E_{入} + E_{反} = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0 - 400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$T_{TE} = 1 + \Gamma_{TE} = 1/2$$
$$E_x^i = 400\pi/T_{TE}e^{-j\pi z/60}x_0 = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0$$
$$E_x^r = 800\pi e^{-j\pi z/60} \times \Gamma_{TM}x_0 = -400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$E_1 = E_{入} + E_{反} = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0 - 400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$H_y^i = 800\pi/Z_1e^{-j\pi z/60}y_0 = 20/3e^{-j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^r = 400\pi/Z_1e^{-j\pi z/60}y_0 = 10/3e^{j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^1 = H_y^i + H_y^r = 1/3(20^{-j\pi z/60} + 10e^{j\pi z/60})y_0$$

5.15 均匀平面波垂直投射到介质板，介质板前电场的大小示于下图，求

（1）介质板的介电常数 ε

（2）入射波的工作频率。



解：$\rho = 1.5/0.5 = 3,$

$$\left|\Gamma\right| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\psi(0) = -\pi, \Gamma = -\frac{1}{2} = -0.5$$

垂直投射时，$k_z = k$

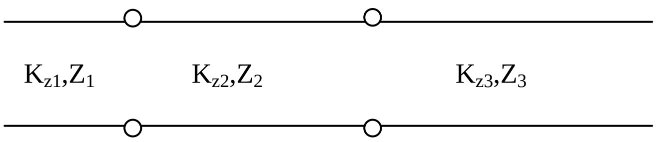
$$\Gamma = \frac{k_{z1} - k_{z2}}{k_{z1} + k_{z2}} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \frac{k_1 - \sqrt{\varepsilon_{r2}}k_2}{k_1 + \sqrt{\varepsilon_{r2}}k_2} = -\frac{1}{2}, \sqrt{\varepsilon_{r2}} = 3, \varepsilon_{r2} = 9$$

$$\lambda = 4m, f = \frac{3\times 10^8}{4} = 10^7 \times 7.5m, \omega = 2\pi f = 4.71\times 10^8 rad/秒$$

5.16 在介电系数分别为ε_1与ε_3的介质中间放置一块厚度为d的介质板，其介电常数为ε_2，三种介质的磁导率均为μ_0，若均匀平面波从介质 1 以$\theta^i = 0°$垂直投射到介质板上，试证明当$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_3}$，且$d = \dfrac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{r2}}}$时，没有反射。

如果$\theta^i \neq 0°$，导出没有反射时的d的表达式。

解：



每一层介质可等效为传输线，如果均匀平面波从介质 1 以$\theta^i = 0°$垂直投射到介质板上，对TE波，传输线的特征参数为

$$k_{z1} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_1} = \sqrt{\varepsilon_{r1}}k_0, k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}, Z_1 = \omega\mu_0 / k_{z1} = \eta_0 / \sqrt{\varepsilon_{r1}}, \eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$$

$$k_{z2} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_2} = \sqrt{\varepsilon_{r2}}k_0, Z_2 = \omega\mu_0 / k_{z2} = \eta_0 / \sqrt{\varepsilon_{r2}},$$

$$k_{z3} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_3} = \sqrt{\varepsilon_{r3}}k_0, Z_3 = \omega\mu_0 / k_{z3} = \eta_0 / \sqrt{\varepsilon_{r3}},$$

当$d = \dfrac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{r2}}}, k_{z2}d = \pi/2$，即介质板相当于$\lambda/4$传输线，当${Z_2}^2 = Z_1Z_3$时，传输线匹配，

即没有反射，把波阻抗公式代入即可得$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_3}$，所以得证。

当$\theta^i \neq 0°$，$k_{z1} = \sqrt{\varepsilon_{r1}}k_0\cos\theta, k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}, Z_1 = \omega\mu_0 / k_{z1}$

$$k_{z2} = k_0\sqrt{\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}\sin^2\theta}, Z_2 = \omega\mu_0 / k_{z2}，\quad k_{z3} = k_0\sqrt{\varepsilon_{r3} - \varepsilon_{r1}\sin^2\theta}, Z_3 = \omega\mu_0 / k_{z3}$$

若要求没有反射，则$Z_{in} = \dfrac{Z_3 + jZ_2 tgk_{z2}d}{Z_2 + jZ_3 tgk_{z2}d} = Z_1$，此即为无反射时 d 所要满足的方程。

5.17 空气中均匀平面波垂直投射到厚度为 d 的铜片上，铜的 $\mu=\mu_0$，$\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon}>>1$，求铜两侧的电场之比。

答：由式 5.4.10 得铜的纵向传播常数为：$k_{zm}=\sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma}{2}}(1-j)$，

由式 5.4.12，铜的波阻抗为: $Z_m=\sqrt{\dfrac{\omega\mu_0}{2\sigma}}(1+j)$.

由传输线模型，设铜的透射系数为 T，则：$\Gamma_1(d)=1+T$，$T=\dfrac{-2Z_m}{Z_0+Z_m}$

而 $\Gamma_1(0)=\Gamma_1(d)e^{-2jk_{zm}d}$

在铜的前表面上呈现的阻抗为：$Z_{in}=\dfrac{1+\Gamma_1(0)}{1-\Gamma_1(0)}Z_m$，

那么在铜前表面的空气中的反射系数为：$\Gamma_0=\dfrac{Z_{in}-Z_0}{Z_{in}+Z_0}$

可以得到：$\dfrac{1+\Gamma_0}{T}=\dfrac{-(Z_0+Z_m)[Z_0+Z_m+(Z_0-Z_m)e^{-2jkd}]}{Z_m[Z_0+Z_m+(Z_0-Z_m)e^{-2jkd}]+Z_0[Z_0+Z_m-(Z_0-Z_m)e^{-2jkd}]}$

5.18 光从空气以θ=30°角投射到厚度为 l 的薄层介质，见图 *P*5.18。薄层介质的介电系数 $\varepsilon_g=2.25\varepsilon_0$，给出 x 方向等效传输线模型（给出级连传输线的特征参数）。并用传输线模型求反射系数，透射系数及沿 z 轴场分布，设 l = 0.65λ。

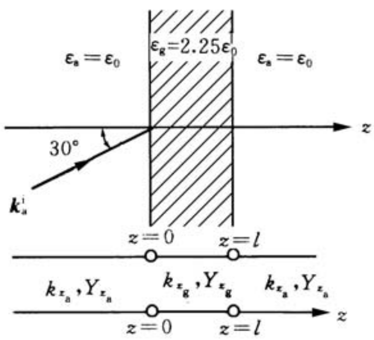


图 *P*5.18

解题方法与步骤同讲义第五章[例 5-8]

5.19 如果作增透膜，选择每一层介电系数、厚度使 $\Gamma=\dfrac{Z_{in}-Z_1}{Z_{in}+Z_1}\to 0$

如果作全反射膜使 $\Gamma=\dfrac{Z_{in}-Z_1}{Z_{in}+Z_1}\to 1$

5.20 从卫星或飞机对地球进行微波遥感时，用辐射计测量湖上冰层的厚度，设辐射计测量时，入射波垂直于湖面，冰的介电常数 $\varepsilon=3.2\varepsilon_0(1-j0.01)$，冰层下面是水，把水当作理想的反射体。试用自由空间波长 λ 表示辐射计能测量冰层的厚度。

答：以传输线模型来求解，冰层波数：$k=k_0\sqrt{3.2(1-0.01j)}$，波阻抗：$Z=\dfrac{Z_0}{\sqrt{3.2(1-0.01j)}}$.

假定冰层的厚度为 d，那么在冰层表面的阻抗为：$Z_{in} = Z\frac{1-e^{-2jkd}}{1+e^{-2jkd}}$

在冰层表面的反射系数 ：$\Gamma_0 = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$

整理后得到：$\Gamma_0 = \frac{1-c-(1+c)e^{-j4\pi c\frac{d}{\lambda}}}{1+c-(1-c)e^{-j4\pi c\frac{d}{\lambda}}}$，其中：$c = \sqrt{3.2(1-0.01j)} = 1.79 - 0.009\mathrm{j}$。

那么，$e^{-j4\pi c\frac{d}{\lambda}} = \frac{(1+c)\Gamma_0 - (1-c)}{(1-c)\Gamma_0 - (1+c)}$

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{j}{4\pi c}\ln[\frac{(1+c)\Gamma_0 - (1-c)}{(1-c)\Gamma_0 - (1+c)}]$$