夏学期第七周作业：

P.378-382 第八章 线性定常系统的状态空间分析法　习题八

8-15;　8-16;　8-17;　8-19

8-15．开环受控系统（A，b）的系数矩阵如下

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2 & -3\\ 4 & -9\end{bmatrix};\qquad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}$$

试求出状态反馈矩阵，使得闭环系统极点配置在-1+2j,-1-2j。

解：

$$k_1=-5.6$$
$$k_2=7.8$$

8-16　设某系统由状态方程

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -4\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix}u\,;;\ y=\begin{bmatrix}2 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$$

表示。要求：（1）设计状态反馈矩阵 K，以达到将闭环极点配置在{-3,-6}的目的；（2）确定在初始状态 $\boldsymbol{x}(0)=[1\ -1]^T$.作用下的状态响应。

8-16 参考答案：

（1）$K=\begin{bmatrix}-8 & -2.5\end{bmatrix}$；

$$x(t)=L^{-1}\{X(s)\}=L^{-1}\{\begin{bmatrix}X_1(s)\\ X_2(s)\end{bmatrix}\}=L^{-1}\{\frac{1}{(s+3)(s+6)}\begin{bmatrix}s+8\\ -s-18\end{bmatrix}\}$$

（2）$=L^{-1}\{\begin{bmatrix}\dfrac{s+8}{(s+3)(s+6)}\\ \dfrac{-s-18}{(s+3)(s+6)}\end{bmatrix}\}=L^{-1}\{\begin{bmatrix}\dfrac{5/3}{s+3}+\dfrac{-2/3}{s+6}\\ \dfrac{-5}{s+3}+\dfrac{4}{s+6}\end{bmatrix}\}$

$$=\begin{bmatrix}\dfrac{5}{3}e^{-3t}-\dfrac{2}{3}e^{-6t}\\ -5e^{-3t}+4e^{-6t}\end{bmatrix}$$

8-17 设受控系统传递函数为 $\dfrac{y(s)}{u(s)}=\dfrac{10}{s^3+3s^2+2s}$，要求：

(1) 设计状态反馈阵，使闭环系统极点为–2，$-1\pm j$；

(2) 给出系统的闭环传递函数。

8-17 参考答案：

（1）能控标准型时 $\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}-4 & -4 & -1\end{bmatrix}$；串联分解时 $\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}-4 & -3 & -1\end{bmatrix}$

（2） $\dfrac{\mathrm{Y}(\boldsymbol{s})}{\boldsymbol{V}(\boldsymbol{s})}=\dfrac{10}{\boldsymbol{s}^3+4\boldsymbol{s}^2+6\boldsymbol{s}+4}$

8-19 一个 SISO 系统由状态方程 $\dot{\mathbf{x}}_p=\mathbf{A}_p\mathbf{x}_p+\mathbf{b}_p u$ 表示，其中

$$\boldsymbol{A}_p=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & -2\\ -1 & 0 & -3\end{bmatrix};\quad \boldsymbol{b}_{p1}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix};$$

(a) 确定系统的能控性；

(b) 求出系统的特征值；

(c) 求出将状态方程变换为能控标准型状态方程的变换矩阵 T_c；

(d) 求出将闭环极点配置为σ(A_{cl})={-2, -4, -6}的状态反馈矩阵 K_p。

解:

(a) 系统完全能控.

(b) 特征值: -1,-2,-3

(c) 变换矩阵

$$T_{c1}=M_{c1}L=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -4 & 16\\ 1 & -4 & 13\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & 1\\ a_2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -4 & 16\\ 1 & -4 & 13\end{bmatrix}\begin{bmatrix}11 & 6 & 1\\ 6 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 5 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

$$T_{c1}^{-1}=\begin{bmatrix}6 & 5 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}^{-1}=-\frac{1}{9}\begin{bmatrix}0 & -3 & 3\\ -3 & 6 & -3\\ 6 & -12 & -3\end{bmatrix}$$

可以验证： $A_c=T_c^{-1}A_pT_c=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -6 & -11 & -6\end{bmatrix}$; $b_c=T_c^{-1}b_p=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$

（d）Determine the state-feedback matrix Kp required to assgin the eigenvalue spacetrum σ(Acl)={-2,-4,-6}.

The desired characteristic equation is

$$\Delta^*(s)=(s+2)(s+4)(s+6)=s^3+12s^2+44s+48=s^3+\beta_2 s^2+\beta_1 s+\beta_0$$

For control canonical(phase-variable) form with state feedback meets the equations

$$\mathbf{k}_{ci}=\boldsymbol{\alpha}_{i-1}-\boldsymbol{\beta}_{i-1}\qquad i=1,2,\cdots,n$$

$$\Rightarrow$$

$$k_{c1}=a_0-\beta_0=6-48=-42$$
$$k_{c2}=a_1-\beta_1=11-44=-33$$
$$k_{c3}=a_2-\beta_2=6-12=-6$$

$$\mathbf{k}_p=\mathbf{k}_c\mathbf{T}_c^{-1}=\begin{bmatrix}-42 & -33 & -6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7 & 0 & 1\end{bmatrix}$$