

量子信息基础

第七章：量子测量

金潮渊

浙江大学信息与电子工程学院



C7-2 符合测量和延迟选择



课程回顾

- 量子测量公设：如果我们知道微观系统的波函数为 $|\psi\rangle$ ，这时算符 \hat{A} 的平均值为 $\langle A \rangle = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle$ ，如果 $|\psi\rangle$ 不是 \hat{A} 的本征态，那么获得 $\langle A \rangle$ 需要通过多次测量取平均。每次测量随机获得 \hat{A} 的本征值 A_n 。如果我们把波函数通过本征波函数展开 $|\psi\rangle = \sum_n c_n |\psi_n\rangle$ ，我们知道测量得到 A_n 的几率为 $|c_n|^2$ 。如果持续同样的测量，由于系统的状态已经坍缩到了 $|\psi_n\rangle$ ，所以我们会一直得到同样的 A_n 。
- 量子测量中的退相干可以理解为：为了测量量子系统中的可观测量 \hat{A} ，需要建立“测量哈密顿量 H ”，包括被测子系统的可观测量 \hat{A} 和测量仪器的指示器量 \hat{X} 。 A - X 之间建立的耦合关系，在可观测量 \hat{A} 的本征态和指示器的可区分态 x 之间产生的量子纠缠。正是这种量子纠缠，使我们能够通过测量指示器读数测量可观测量 \hat{A} 的本征态。
- 量子测量极限包括标准量子极限和海森堡极限。在不违背不确定性原理的情况下，改进的方法包括压缩态和量子非破坏性测量。



HOM实验

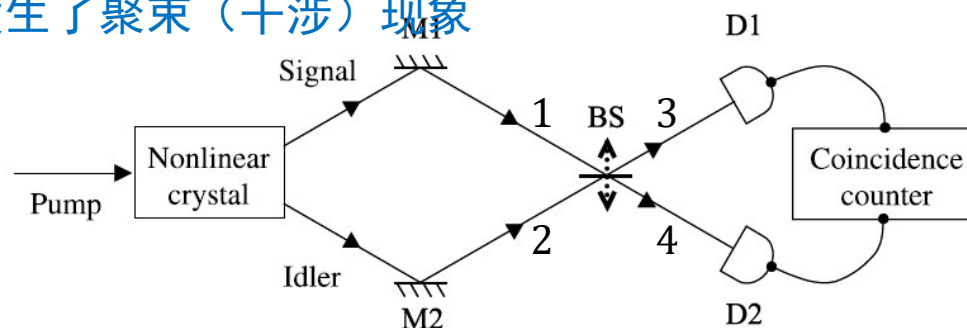
- HOM实验是C.K. Hong, Z.Y. Ou和L. Mandel在1987年开展的关于双光子干涉的一个著名实验。
- 考虑到50:50分束器两边的光子产生消灭算符满足

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix}$$

- 输入光子可以写作 $|1_1 1_2\rangle = a_1^\dagger a_2^\dagger |0\rangle$ ，输出光子为

$$\frac{1}{2}(a_3^\dagger + a_4^\dagger)(a_3^\dagger - a_4^\dagger)|0\rangle = \frac{1}{2}(a_3^{\dagger 2} - a_4^{\dagger 2})|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2_3 0_4\rangle - |0_3 2_4\rangle)$$

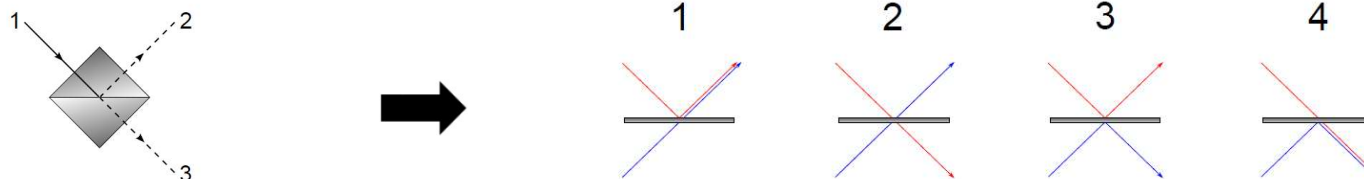
两个入射光子之间发生了聚束（干涉）现象



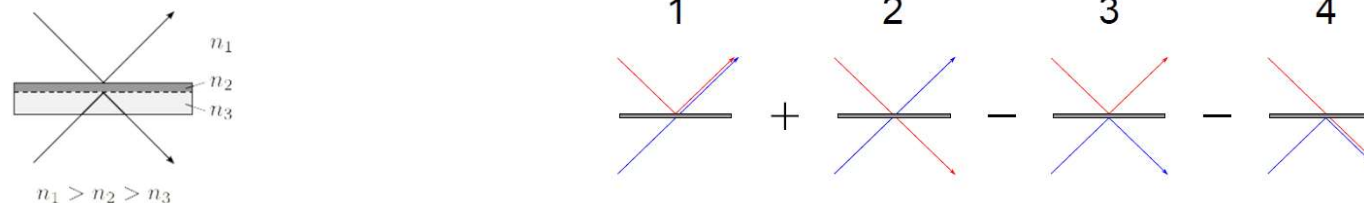
量子测量

双光子干涉(1)

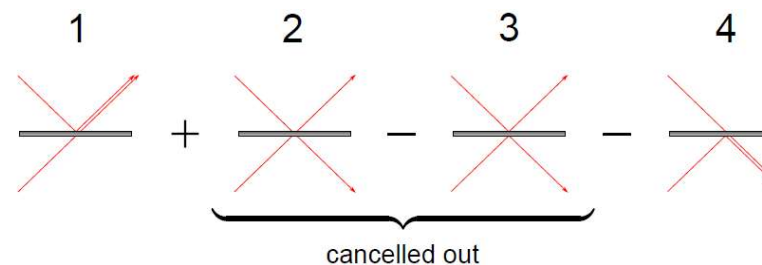
- 怎样理解双光子干涉过程？两个光子经过50:50分束器，共有四种可能的组合



- 从低折射率介质向高折射率介质传播的光，反射后存在 π 的相移



- 如果两个光子是全同粒子：



量子测量

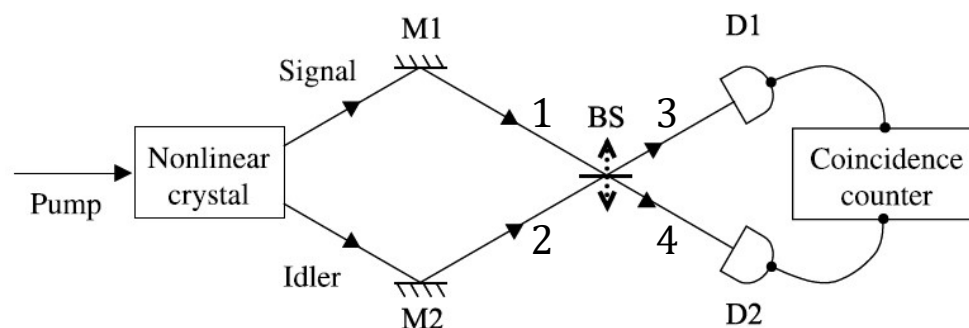
5



浙江大学

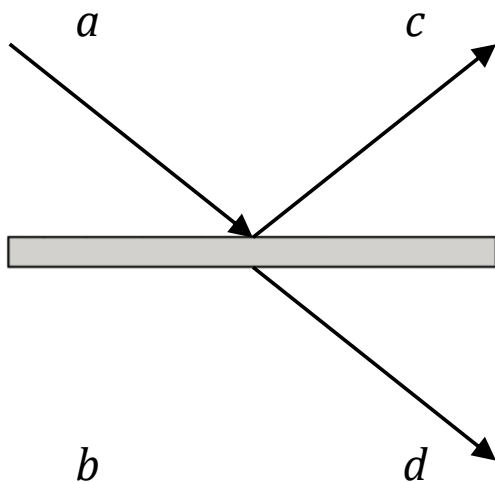
双光子干涉(2)

- 自1980年起，双光子干涉在量子光学领域开始扮演极其重要的角色。但狄拉克在他的经典教材《量子力学原理》中写道：“光子只和它自身发生干涉，两个不同光子之间从不发生干涉”。那么双光子干涉是两个光子之间的干涉么？
- 无论经典理论还是量子理论都不认为不同的光子之间会发生干涉，经典理论认为干涉是电磁波相干叠加的结果。而在量子理论中，量子干涉被认为是量子振幅叠加的结果。在双光子干涉实验中，两个探测器D1和D2进行了符合测量，当两路光的光程相等时，符合计数为0，这意味着完全的相消，也是两路光振幅叠加的自然结果。
- 在双光子干涉实验中引入光子的偏振，会产生更加令人困惑的实验结果。



量子测量

半透片(1)



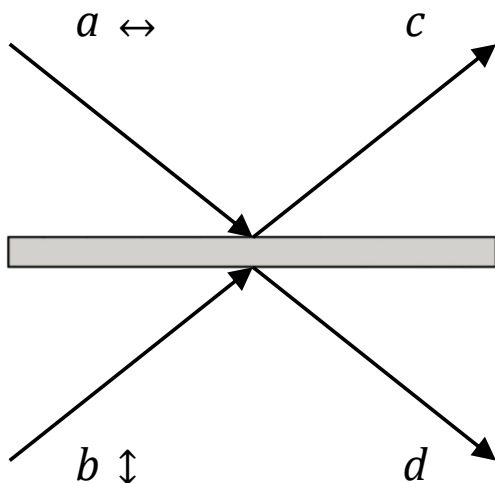
- 单个光子入射到半透片，可以看作广义的杨氏双缝实验，也是最简单的“which way”实验或者路径纠缠的量子比特实验。
- 考虑水平极化的光子从半透片的 a 端入射，半透片会将其相干分解。一部分光经过反射向着半透片的 c 端出射，另一部分经过透射向着 d 端出射。这里用水平箭头表示光子的偏振方向， $|a\rangle$ 表示输入端的空间模式。此时光子的输入态为

$$|\psi_i\rangle_1 = |\leftrightarrow\rangle_1 \cdot |a\rangle_1$$

- 经过半透片之后，出射光子是 c 端和 d 端空间模式的线性叠加，其中反射光附加有 $\pi/2$ 的相位变化。因此光子的输出态为

$$|\psi_o\rangle_1 = |\leftrightarrow\rangle_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(i|c\rangle_1 + |d\rangle_1)$$

半透片(2)



- 假设有两个不同偏振方向的光子，分别从 a 端和 b 端入射，但具有不同的偏振方向。水平偏振的光子1从 a 端入射，半透片将其相干分解，出射的光子是 c 端和 d 端空间模式的线性叠加；垂直偏振的光子2从 b 端入射，半透片将其相干分解，出射的光子是 c 端和 d 端空间模式的线性叠加。此时二光子输入态为

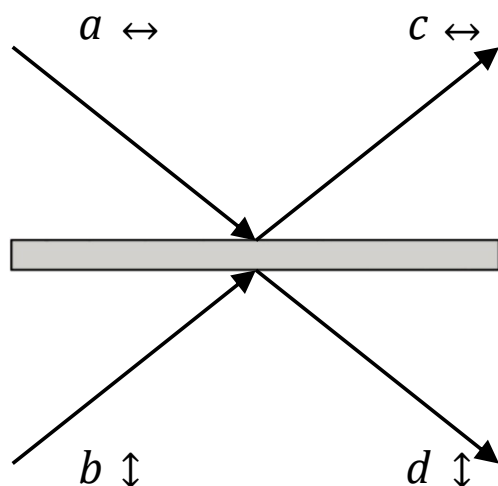
$$|\psi_i\rangle_{12} = (|\leftrightarrow\rangle_1 \cdot |a\rangle_1) \otimes (|\uparrow\rangle_2 \cdot |b\rangle_2)$$

由于半透片不改变光子的偏振方向，因此光子的输出态为

$$|\psi_o\rangle_{12} = \left(|\leftrightarrow\rangle_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (i|c\rangle_1 + |d\rangle_1) \right) \otimes \left(|\uparrow\rangle_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (i|c\rangle_2 + |d\rangle_2) \right)$$

- 上述写法默认两个光子可区分。但如果两个光子同时到达半透片的两侧，还需要考虑两个光子的不可区分性。因此需要构造满足交换干涉的全同光子。

极化测量



- 如果考虑两个全同光子同时到达半透片，出射光子的波函数必须是对称化的，于是

$$|\psi_o\rangle_{[12]} = \frac{1}{2} \{ i|\psi^+\rangle_{12}(|c\rangle_1|c\rangle_2 + |d\rangle_1|d\rangle_2) + |\psi^-\rangle_{12}(|c\rangle_1|d\rangle_2 - |d\rangle_1|c\rangle_2) \}$$

这里的 $|\psi^\pm\rangle$ 是4个Bell态中的2个

$$|\psi^\pm\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\uparrow\rangle_1|\leftrightarrow\rangle_2 \pm |\leftrightarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2 \}$$

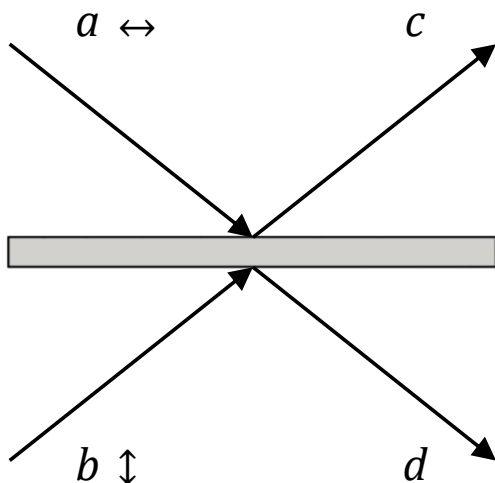
- 如果考虑 c 端只测量水平偏振光子， d 端只测量垂直偏振的光子。则相当于实验只能选择以下末态

$$|\psi_o\rangle_{[12]} \sim (|\leftrightarrow\rangle_1 \cdot |c\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2 \cdot |d\rangle_2) + (|\leftrightarrow\rangle_2 \cdot |c\rangle_2 \otimes |\uparrow\rangle_1 \cdot |d\rangle_1)$$

- 由于两个光子的偏振状态不变，相当于两个光子在这种测量中可分辨。

符合测量(1)

$$|\psi_o\rangle_{[12]} = \frac{1}{2} \{i|\psi^+\rangle_{12}(|c\rangle_1|c\rangle_2 + |d\rangle_1|d\rangle_2) + |\psi^-\rangle_{12}(|c\rangle_1|d\rangle_2 - |d\rangle_1|c\rangle_2)\}$$



- 注意：出射态中的第二项与态 $|\psi^-\rangle_{12}$ 关联的空间模式为两个光子分别从 c 端和 d 端出射

$$|\psi_o\rangle_{12} \sim |c\rangle_1|d\rangle_2 - |d\rangle_1|c\rangle_2$$

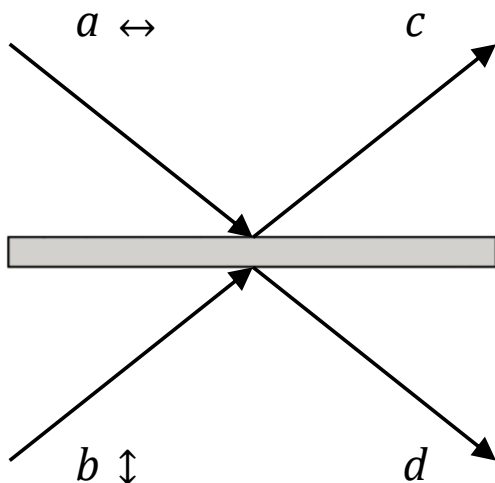
- 这不同于第一项与 $|\psi^+\rangle_{12}$ 关联的光子同时出现在了 c 端或者 d 端。为了探测分别从两个端口出射的模式，可以在两个端口各放置一个探测器，对两处的单光子做符合测量，则有1/2的可能性探测到出射态坍缩为第二项，于是获得双光子偏振纠缠态

$$|\psi^-\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|\uparrow\rangle_1|\leftrightarrow\rangle_2 - |\leftrightarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2\}$$

- 尽管两个光子之间并不存在可以让光子极化状态改变的相互作用，但微观粒子的全同性原理加上符合测量坍缩还是使得两光子的偏振状态发生了改变，并且有可能产生纠缠。

符合测量(2)

$$|\psi_o\rangle_{[12]} = \frac{1}{2}\{i|\psi^+\rangle_{12}(|c\rangle_1|c\rangle_2 + |d\rangle_1|d\rangle_2) + |\psi^-\rangle_{12}(|c\rangle_1|d\rangle_2 - |d\rangle_1|c\rangle_2)\}$$



- 符合测量造成的坍缩，使得两个光子的每个偏振模式都不再守恒，尽管表面上看并不存在改变入射光子偏振状态的作用。或者事实上，这两个粒子已经不可分辨，符合测量的坍缩末态和光子的偏振状态不是兼容的。
- 符合测量的效果分析。上面两个光子入射半透片的实验说明，两种测量手段得到了两种完全不同的结果。即两种不同偏振状态的光子入射半透片。在极化测量方式下，两个光子不再纠缠，可以利用偏振来分辨；在符合测量方式下，两个光子的偏振状态因为纠缠而不可分辨。
- 因此，量子测量的实验结果不仅仅依赖于初态和相互作用过程，而且依赖于测量方案的选择。不同的测量方案将选定不同的坍缩类型，产生不同的末态，即测量选择了末态！

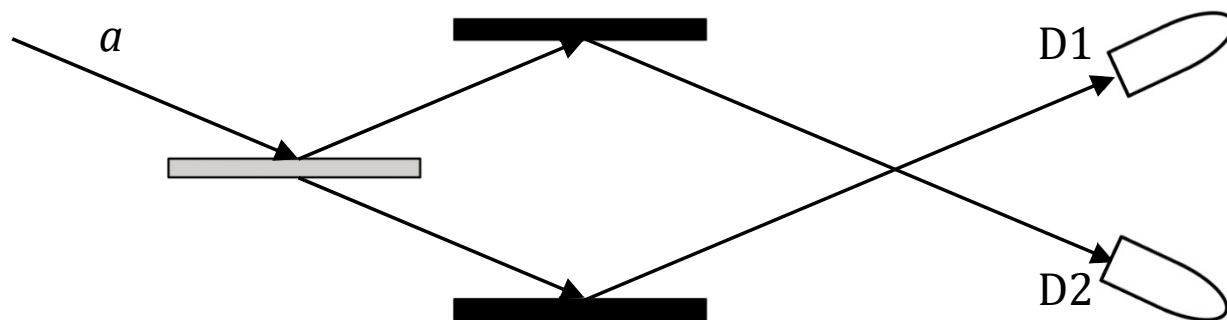
约翰·惠勒(John Wheeler)



- 约翰·阿奇博尔德·惠勒（John Archibald Wheeler, 1911-2008），美国物理学家。1933年获得Johns Hopkins大学博士学位后来到丹麦哥本哈根，在波尔指导下从事核物理研究。1957年，他与米斯纳开始发展“几何动力学”，把万有引力、电磁场、质量、电荷都当作弯曲的空虚空间的性质来解说，企图把物理学完全几何化。1969年，惠勒在纽约的一次会议上首次使用“黑洞”一词。他还创造了诸如“虫洞”和“量子泡沫”等词汇，并且成为物理学中的重要术语。
- 惠勒最有代表性的思想是1979年在纪念爱因斯坦100周年诞辰学术研讨会上提出的延迟选择实验。“我们此时此刻作出的决定，对于我们有足够理由说，它对已经发生了的事件产生了不可避免的影响”。惠勒反复强调：“没有一个基本量子现象是一个现象，直到它是一个被记录（观察）的现象”。纯粹的客观的观察是不可能的，观察者必然成为参与者。这也引发了量子力学“唯心”和“唯物”的争论。

延迟选择(1)

- 一个简单的延迟选择实验如下图所示，这是典型的一种“which way”的测试。一个光子从 a 端入射，各有50%的可能性被探测器1或者探测器2所探测。而当大量光子入射时，两个探测器各纪录一半的计数。
- 这类“which way”的实验总是迫使光子从两路传播的叠加态坍缩向两路之一的空间态。这和杨氏双缝实验一致，对穿过双缝的电子所做的任何实验总是迫使从同时穿过双缝的叠加态坍缩向只穿过两缝之一的空间态。



量子测量

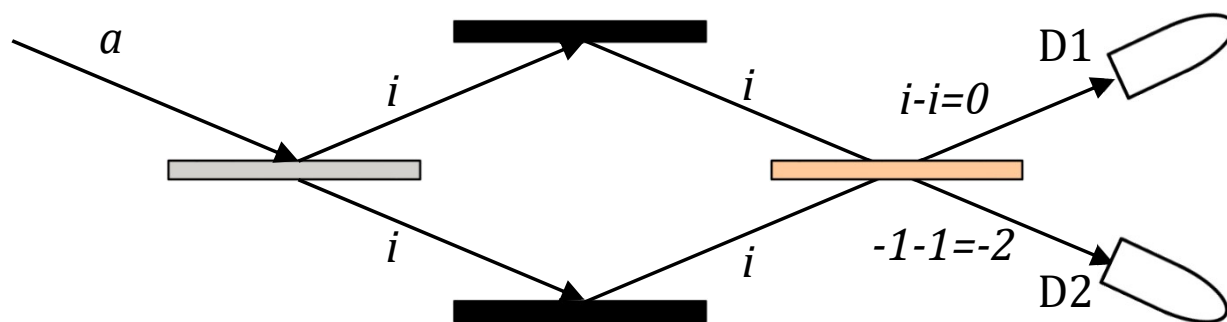
13



浙江大学

延迟选择(2)

- 如果在上述装置中放入第二个半透片，将完全改变两个探测器的计数情况。入射上方探测器D1的两路光子的振幅，一路经过了一次反射 i ，另一路经过了三次反射 $i^3 = -i$ ，所以两者正好相消；入射下方探测器D2的两路光子的振幅，都经过了两次反射 $i^2 = -1$ ，所以两者正好相加。只有假设光子同时从两条路径传播到探测器，才能解释这时的测量结果。
- 或者可以认为第二个半透片的加入完全抹去了两个光子的路径信息（which way?），使得我们无法判定光子从哪一条路径而来。



量子测量

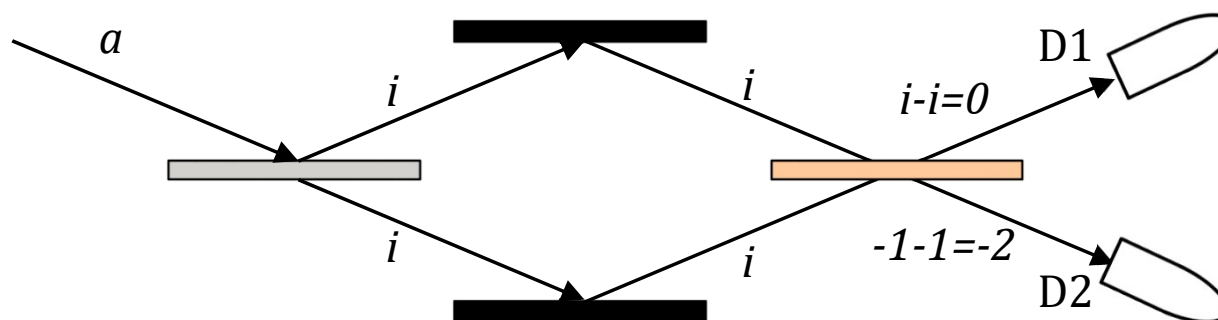
14



浙江大学

延迟选择(3)

- 如果装置开始时并没有放置第二个半透片。只有当单个光子发出并穿过第一个半透片之后，才中途临时决定放入第二个半透片，并假设放入的速度足够快。由于第二个半透片是中途决定放入的，看起来会使两个探测器的计数分布不同于上面第二种实验（which way?）。但实验事实仍然是只有下面的探测器有计数，也就是说，这种延迟选择的结果并没有改变测量的结论。
- 按照“定域实在论”的观点，根据第一种实验，已经判定，这个经过第一个半透片的光子只能选择两条路径中的一条。但延迟加入的第二个半透片，又告诉我们光子从两条路径同时过来。这种能从事后以延迟的方式选择光子路径的实验安排，被称作“延迟选择”。



量子测量

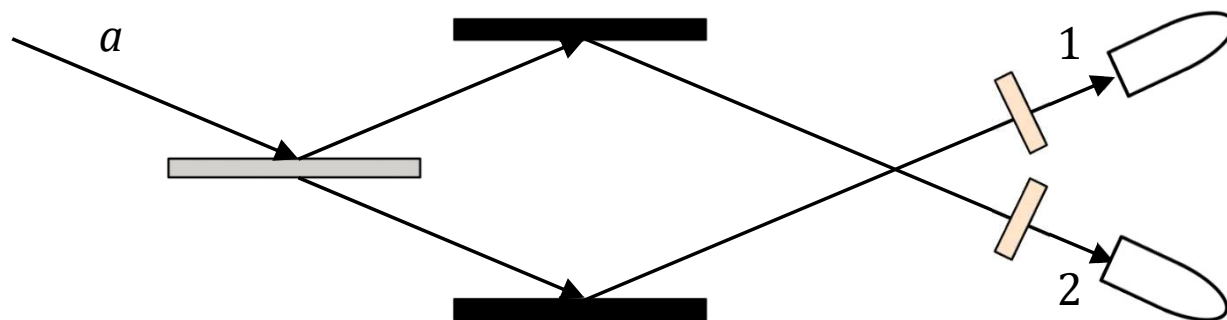
15



浙江大学

后选择和预选择

- 后选择是将滤波片安置在探测器前，也就是在光子经历各种运作器件之后，进入探测器被探测之前一刻将其通过滤波片，反回头去选择实验结果。这种实验安排称作后选择。预选择是将滤波片安放在光子进入各种运作器件之前，以便开始去选择其后的实验结果。这种实验安排称作预选择。
- 由于量子理论的空间非定域性质，若不计实验细节只就基本原理而言，预选择和后选择的效果是一样的。



量子测量

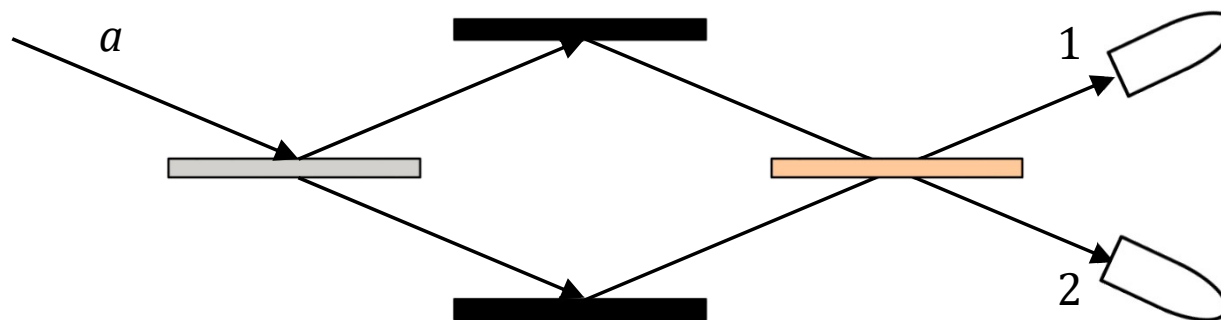
16



浙江大学

量子擦除

- M. Scully和K. Druhl在1972年提出的“量子擦除”实验是另一挑战量子测量基本原理的假象实验。
- 哥本哈根学派似乎告诉我们“只有测量到的现象才是基本的量子现象”。如果测量是为干涉准备的，那么光子就会像波一样同时通过两条路径；如果测量是为观察光子从那条路径经过，从而干扰光子并破坏了干涉，光子的行为就会像粒子一样。
- “量子擦除”则告诉我们，当擦除了粒子通过那条路径的信息，干涉能够重现。选择记录或者擦除粒子的路径信息，仍然能够决定粒子之前的表现是波还是粒子。



量子测量

17



浙江大学

参考文献

- 符合测量和延迟选择的内容主要参考：
 - 张永德，量子信息物理原理，科学出版社。第1-2节。
 - 史砚华，量子光学导论，第12章。
 - H. Salih, “Quantum Erasure Cryptography” arXiv:1512.00808v1, 2015.

