2.1．市话用的平行双导线，测得其分布电路参数为：
R'=0.042Ωm^{-1}; L'=5×$10^{-7}Hm^{-1}$; G'=5×$10^{-10}Sm^{-1}$; C'=30.5PFm^{-1}.
求传播常数k与特征阻抗Z_c.

答：$k=\frac{1}{j}\sqrt{(R'+j\omega L')(G'+j\omega C')}$

$$Z_c=\sqrt{\frac{R'+j\omega L'}{G'+j\omega C'}}$$

而ω=100π rad/s

代入数据可得：k=(1.385-1.453i) ×10^{-5} ； Z_c= (1.52 -1.44i) ×10^{3} Ω

2.2．传输线的特征阻抗Z_c= 50Ω，负载阻抗Z_L= 75 +75j Ω，用公式和圆图分别求：
(1)与负载阻抗对应的负载导纳；

（2）负载处的反射系数Γ_L；

（3）驻波系数与离开负载第一驻波最小点的位置。

答：（1）$Y_L=\frac{1}{Z_L}=\frac{1-j}{150}$

（2）$\Gamma_L=\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}=\frac{25+75j}{125+75j}=\frac{1}{17}(7+6j)$

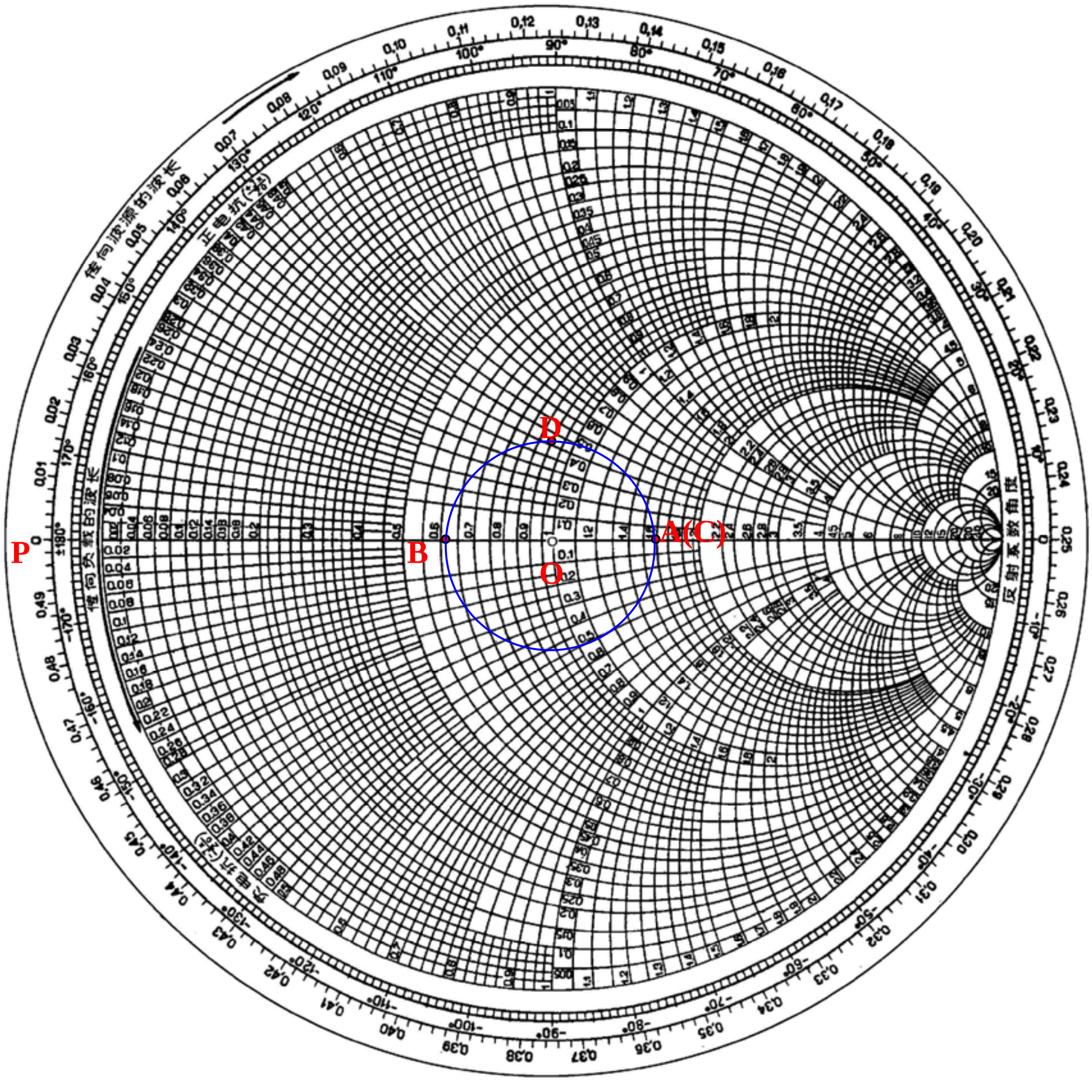
（3）$\psi(0)=\arctan(6/7)=0.70863\ \text{rad}$

离开负载第一驻波最小点的位置：$d_{\min}=\frac{\lambda}{4}(1+\frac{\psi(0)}{\pi})=0.3064\lambda$。

（圆图求解略）

2.3．参看图$P2.3$，Z_L = 80Ω，Z_c = 50Ω，负载Z_L上电压 5V，求离开负载l = λ/4, λ/2, 3λ/8 处的输入阻抗Z_{in}以及V_{max}, V_{min}, I_{max}, I_{min}。

图 $P2.3$



解：归一化负载阻抗$z_L = Z_L / Z_c = 1.6$，即图中的 A 点，刚好在实轴的右半轴上。

1）$l = \lambda / 4$，A 点绕等Γ圆至 B 点，$z_B = 1 / z_L = 5/8, \therefore Z_{in}(B) = z_B \times z_c = 31.25\Omega$

2）$l = \lambda / 2$，A 点绕等Γ圆至 C 点，$z_C = z_L = 1.6, \therefore Z_{in}(C) = 80\Omega$

3）$l = 3\lambda / 8$，A 点绕等Γ圆至 D 点，$z_D = 0.9 + j0.43, \therefore Z_{in}(D) = z_D \times z_c = 45 + j21.5\Omega$

4）A 点所在的位置即为电压最大点位置，由题意已知，$V_{\max}=5V$，所以

$$I_{\max}=V_{\max}/Z_c=0.1A，V_{\min}=\frac{\overline{PB}}{\overline{PA}}\times 5V=3.13V, I_{\min}=V_{\min}/Z_c=0.0627A$$

注：该题也可以用公式法求解。

2.4．无耗传输线特征阻抗Z_c=50Ω，负载阻抗Z_L=5∠25.99^{0}Ω，求传输线长度l= λ/8, λ/4，3λ/8 处的输入阻抗Z_{in}。

答：$Z_L=5\angle 25.99^{\circ}\approx 4.5+2.2\ \mathrm{j}$

$$Z_{in}(\lambda/8)=Z_c\frac{Z_L-jZ_c\tan(-k\lambda/8)}{Z_C-jZ_L\tan(-k\lambda/8)}=8.2-45.1\mathrm{j}$$

$$Z_{in}(\lambda/4)=Z_c\frac{Z_L-jZ_c\tan(-k\lambda/4)}{Z_C-jZ_L\tan(-k\lambda/4)}=448.4-219.2\mathrm{j}$$

$$Z_{in}(3\lambda/8)=Z_c\frac{Z_L-jZ_c\tan(-3k\lambda/8)}{Z_C-jZ_L\tan(-3k\lambda/8)}=9.8+53.7\mathrm{j}$$

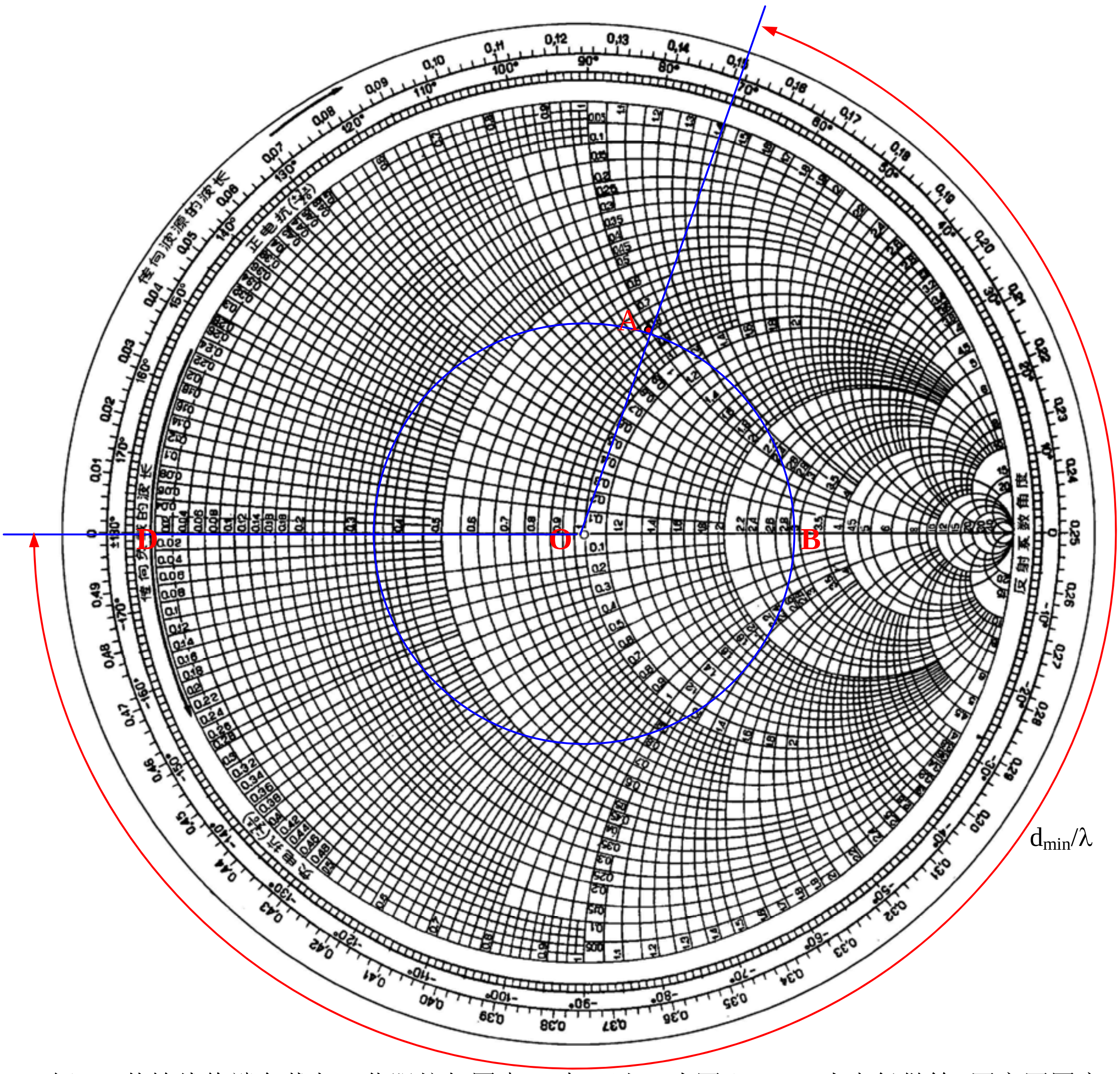
2.5．传输线终端负载归一化阻抗z_L=0.8+j1.0，计算

a. 驻波系数ρ；

b. 离开负载第一个驻波最小点的位置d_{min}；

c. 负载反射功率与入射功率之比；

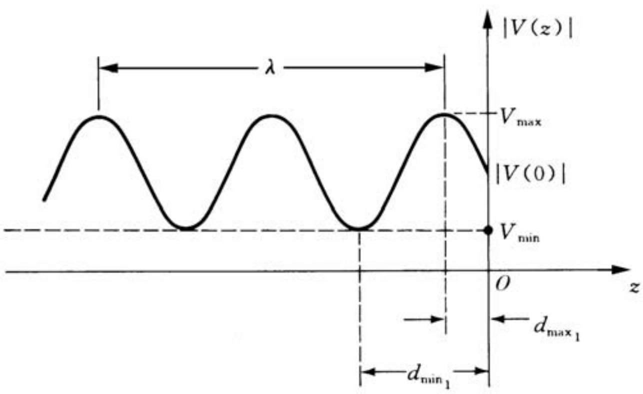
d. 作出 $V(z)$~z/λ关系曲线。



解：a)传输线终端负载归一化阻抗如图中 A 点，以 O 为圆心，OA 为半径做等Γ圆交圆图实半轴于 B 点，B 点对应的阻抗值即为驻波系数ρ=2.9。

b) 离开负载第一个驻波最小点的位置d_{min}如图所示，d_{min}=0.348。

c) $|\Gamma| = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OD}} = 0.5$, $\dfrac{P^r}{P^i} = |\Gamma|^2 = 0.25$



d) $|V_{max}| = 1.5, |V_{min}| = 0.5, d_{min} = 0.348,$

$d_{max} = 0.098, |V(0)| = |1+\Gamma(0)| = 1.2488$

公式法求解

$$\Gamma(0)=\frac{Z_L-1}{Z_L+1}=\frac{-0.2+j1.0}{1.8+j1.0}=\frac{(-0.2+j1.0)(1.8-j1.0)}{(1.8+j1.0)(1.8-j1.0)}=\frac{0.64+j2.0}{4.24}=0.495e^{j72.3^\circ}$$

$$\rho=\frac{(1+|\Gamma_L|)}{(1-|\Gamma_L|)}=\frac{1+0.495}{1-0.495}=2.96$$

$$d_{\min 1}=\frac{\psi(0)\lambda}{4\pi}+\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{4}+0.1\lambda=0.35\lambda$$

$$\frac{p^r}{p^i}=|\Gamma|^2=0.25$$

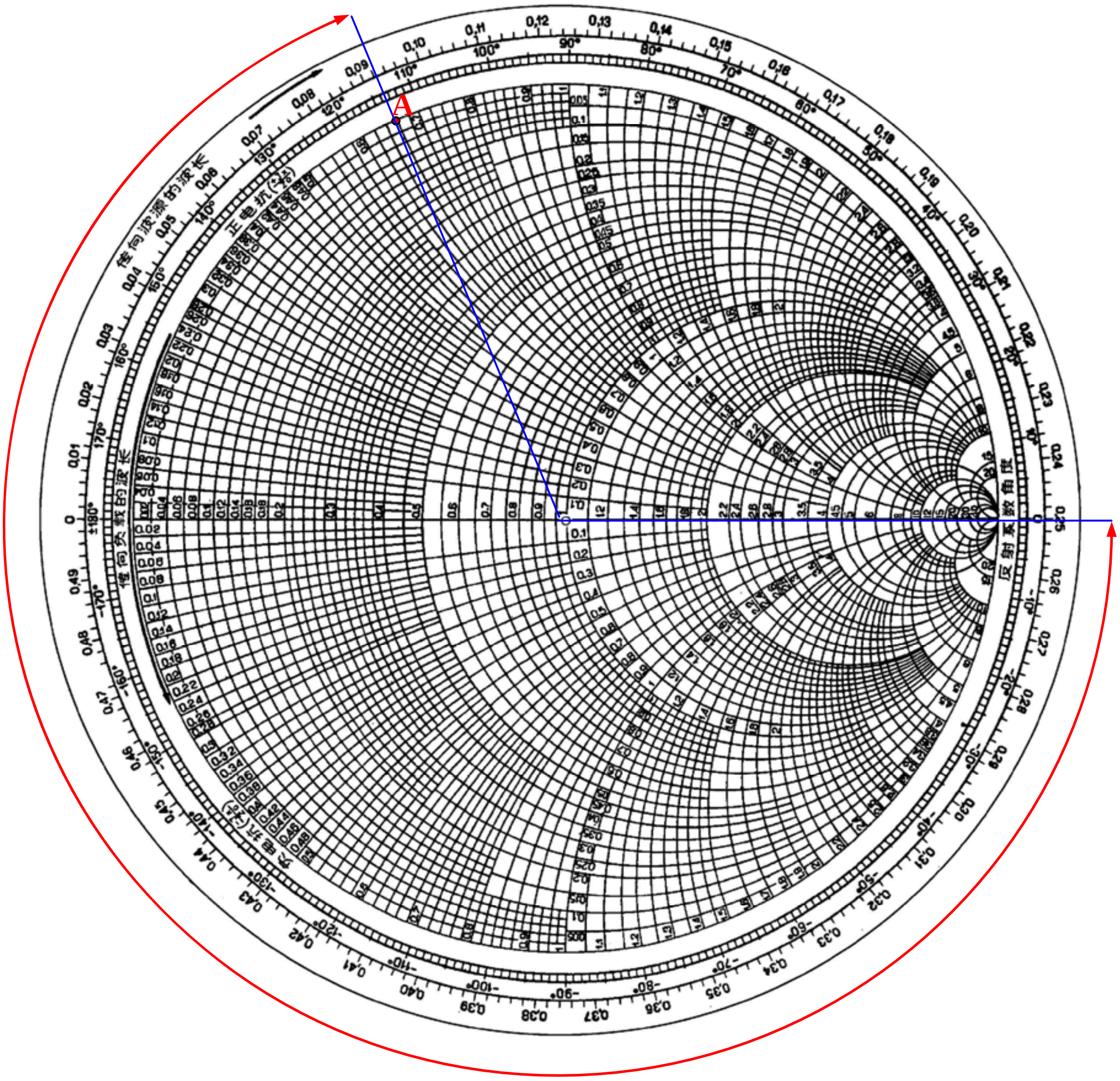
2.6．下面两条传输线哪一条传输功率大？
传输线 1：特征阻抗Z_{c1}=50Ω，V_{max}= 100V， V_{min} = 80V；
传输线 2：特征阻抗Z_{c1}=75Ω，V_{max}= 150V， V_{min} = 100V。

答：对传输线 1： $\rho=\dfrac{V_{\max}}{V_{\min}}=1.25$，则 $P=\dfrac{1}{2}\dfrac{|V_{\max}|^2}{Z_c\rho}$=80W ；

对传输线 2： $\rho=\dfrac{V_{\max}}{V_{\min}}=1.5$，则 $P=\dfrac{1}{2}\dfrac{|V_{\max}|^2}{Z_c\rho}$=100W

所以，传输线 2 传输的功率大。

2.7．传输线特征阻抗 50Ω，终端开路，测得始端输入阻抗为 j33Ω，求传输线以波长计的电长度 l/λ。



Z_A=0.66j，如图中A点，所以得 $l/\lambda = 0.343$

2.8．重复题 2.7， 但传输线终端短路。

答：$\Gamma_v = -\exp(-2jkl) = \dfrac{33j-50}{33j+50}$

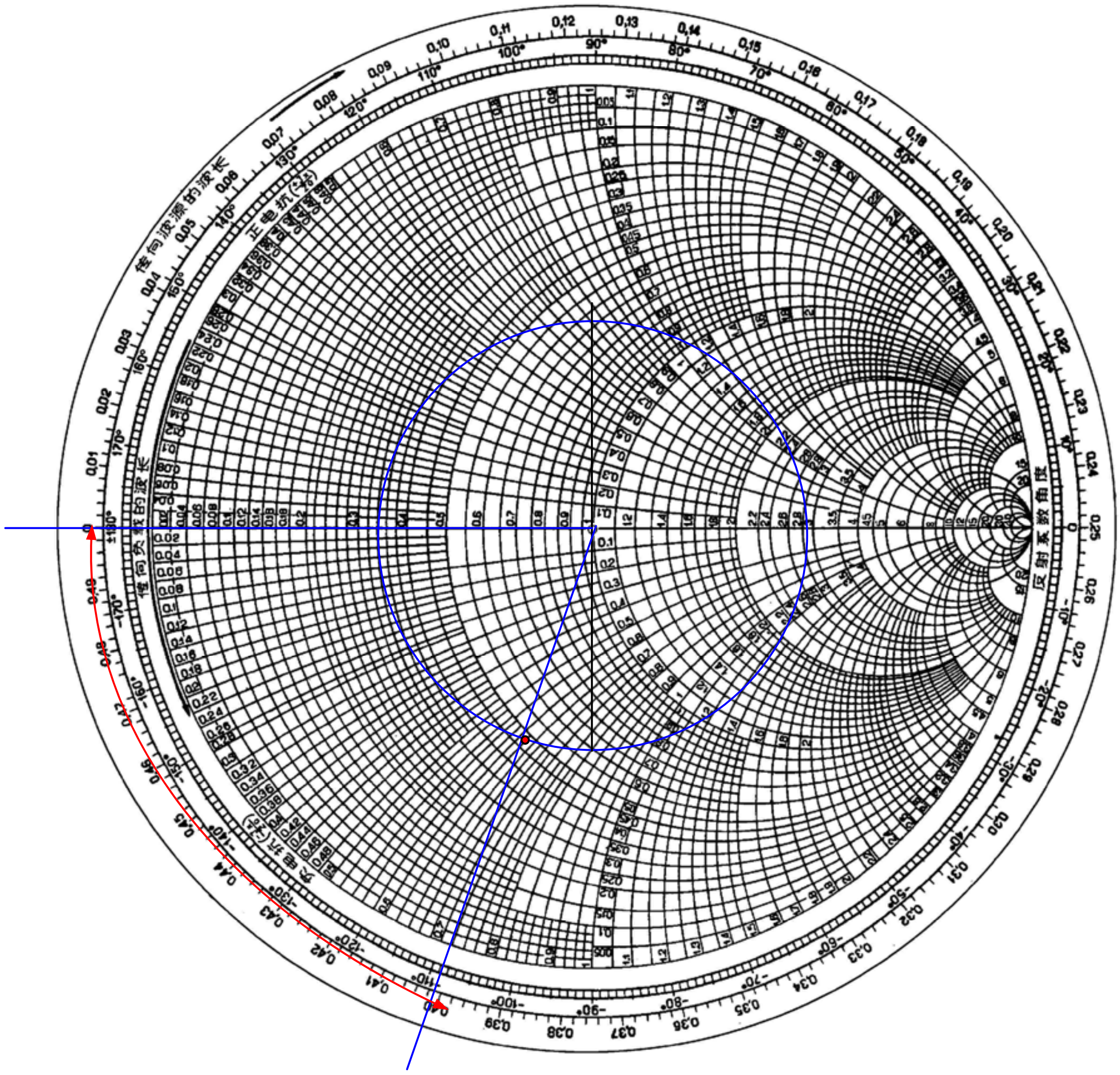
所以，$l/\lambda = \dfrac{2\arctan 0.66}{4\pi} = 0.0928$

2.9．在无耗线上测得：Z_{in}^{sc} 为 $j100$，Z_{in}^{oc} 为 $-j25$，d_{min} 为 0.1λ，0.6λ，……，驻波系数ρ=3，求负载阻抗。

解：由 Z_{in}^{sc}，Z_{in}^{oc} 得到 $Z_c = \sqrt{j100\times(-j25)} = 50\Omega$

由 $\rho = 3$ 得到 $|\Gamma| = \dfrac{3-1}{3+1} = 0.5$，$\psi(0) = \dfrac{4\pi}{\lambda}\times 0.1\lambda - \pi = -108^\circ$

$$\tilde{Z}_L = Z_c \frac{1+\Gamma(0)}{1-\Gamma(0)} = 50\times\frac{1+0.5e^{-j108^\circ}}{1-0.5e^{-j108^\circ}} = 50\times\frac{1-0.1545-j0.4755}{1+0.1545+j0.4755} = 50\times\frac{0.8455-j0.4755}{1.1545+j0.4755}$$
$$= 50\times\frac{(0.8455-j0.4755)(1.1545-j.04755)}{1.33+0.226} = 50\times\frac{0.75-j0.951}{1.556}$$
$$= 50\times(0.482-j0.611) = 24.1-j30.55$$



从图上读出负载归一化阻抗为，$0.482-j0.62$

2.10．如图$P2.10$，$Z_L = (30+j60)\Omega$，$Z_c = 50\Omega$，用可移动单可变电纳匹配器进行匹配，用圆图决定可变电纳匹配器到负载Z_L的距离d，以及并联短路支线长度l。

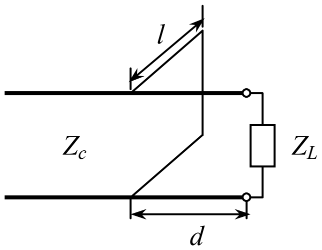
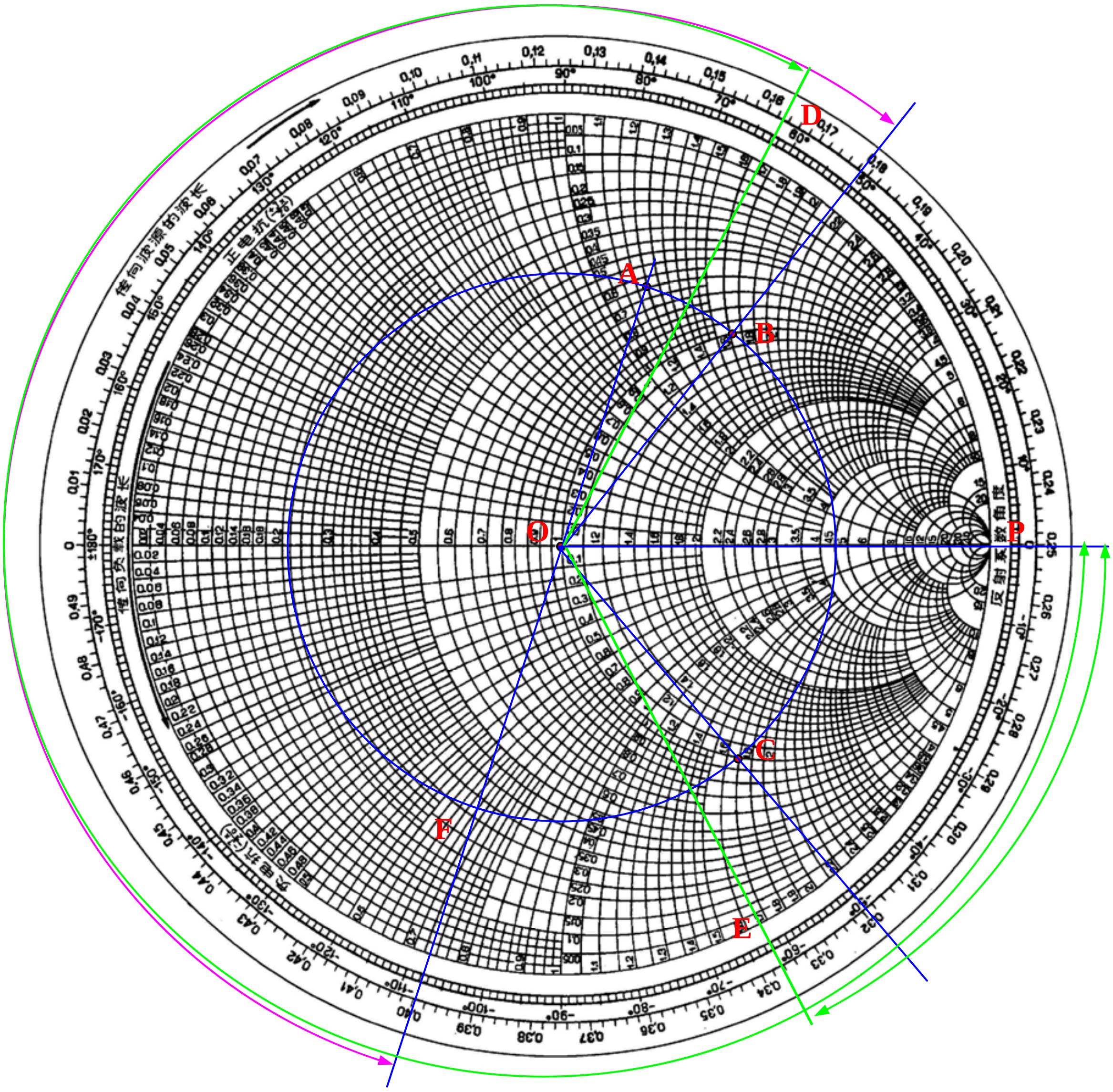


图 $P2.10$



解：负载阻抗归一化 $z_L = 0.6 + 1.2j$，如图中的 A 点，延长 OA 交等Γ圆于 F 点，F 点即为负载的归一化导纳点。F 点绕等Γ圆交 g=1 的圆于 B、C 点。可得 $l_B = 0.279\lambda, l_C = 0.42\lambda$，与 B 点对应的导纳值为 1+1.65j,所以引入的并联短路支路的导纳值为-1.65j,同理与 C 点相对应的并联短路支路的导纳值为+1.65j。可得并联支路长度 $l_B^{'} = 0.088\lambda, l_C^{'} = 0.411\lambda$

2.11. 特征阻抗Z_c= 50Ω传输线，终端接负载Z_L = (60 + j60)Ω，并联短路支线离负载距离d = 0.22λ。调节并联短路支线长度l，最小驻波系数ρ_{min} = ？

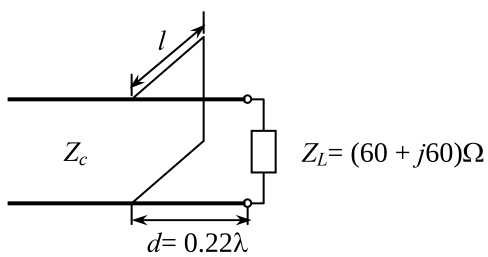
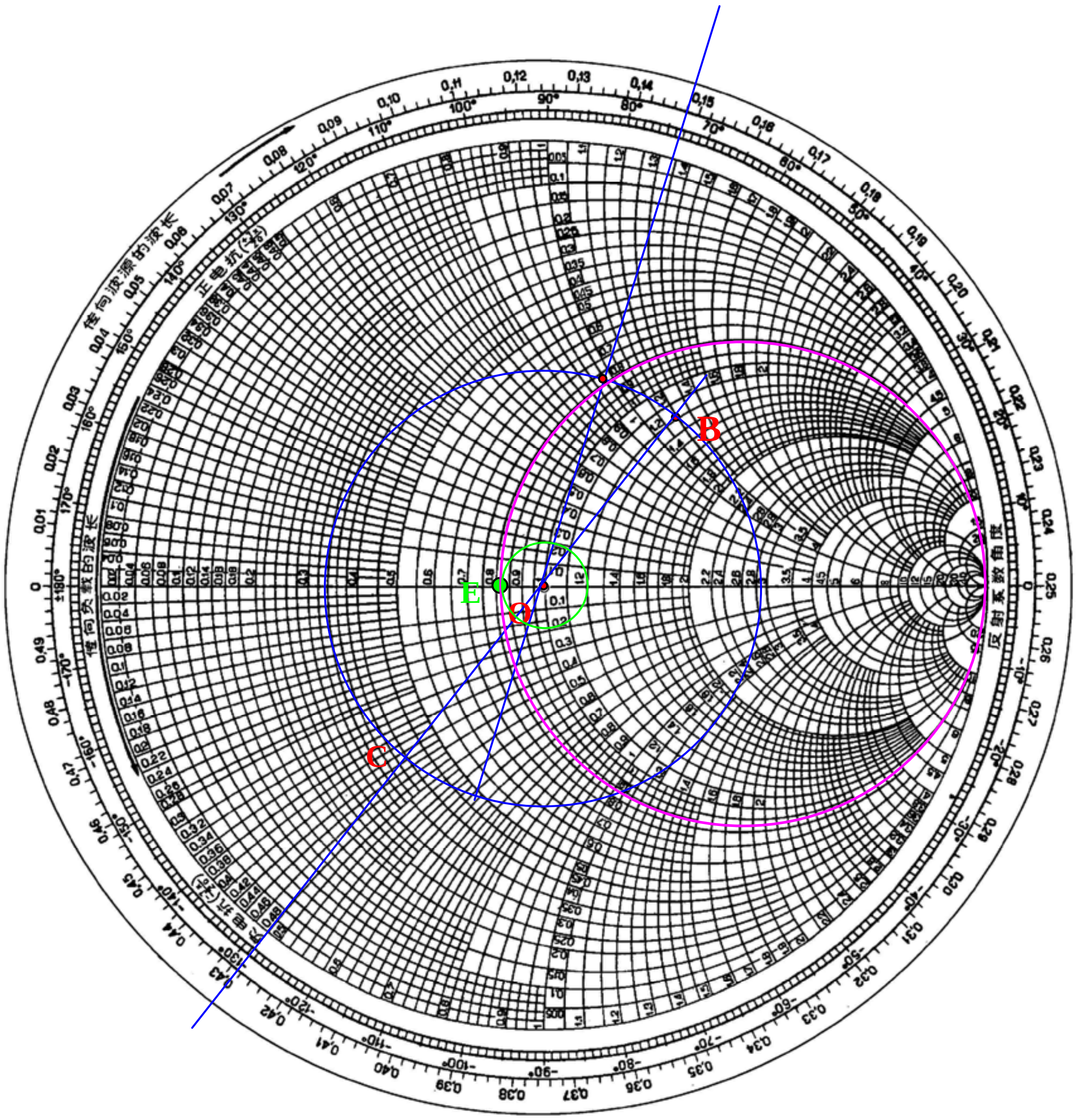


图 P2.11



解：归一化负载阻抗B，$z = 1.2 + 1.2j$，其导纳点为C，绕等Γ圆转$d = 0.22\lambda$到A点，调节并联短路支路只能改变使得导纳在等g圆上转动，即图中紫色等g圆，要使驻波系数最小，只有当A点转至与实轴相交点才满足条件。图中绿色点E即为满足条件点，此时驻波系数ρ_{min} =1/0.81=1.23。

2.12. 参看图P2.12， Z_{c1}、Z_{c2}为无耗传输线特征阻抗，Z_1，Z_2为纯电阻负载，证明$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}$，$V_1$，$V_2$为$Z_1$，$Z_2$上电压降。(此处图略)

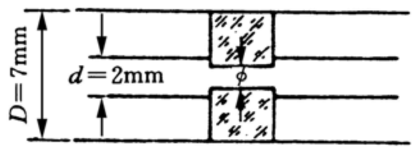
答：假定Z_2上的电流为I_2， 那么

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & jZ_{c1} \\ jY_{c1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jZ_{c2} \\ jY_{c2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$，即可得到：$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}$

2.13．说明下列同轴线的不接触 S 型活塞是一个短路活塞（图 P2.13）。图略。

答：终端短路，并且活塞总长度为$\lambda/2$，那么其结果是等效为短路活塞。

2.14．有一空气介质的同轴线需装入介质支撑薄片，薄片材料为聚苯乙烯，其相对介电常数ε_r=2.55（图 P2.14），为使介质不引起反射，介质中心孔直径ϕ（同轴线内导体和它配合）应该是多少？



解：同轴线的特征阻抗$Z_c=\sqrt{\dfrac{L'}{C'}}=\sqrt{\dfrac{\dfrac{\mu}{2\pi}\ln(b/a)}{\dfrac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}}}=\dfrac{\ln(b/a)}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$

为使介质不引起反射，要求空气与介质填充部分相应的同轴线的特征阻抗相等

$Z_{ca}=\dfrac{\ln(d/D)}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$，$Z_{cm}=\dfrac{\ln(\phi/D)}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}\Rightarrow\phi=0.947mm$

2.15．图P2.15 为一同轴线介质阻抗变换器，它的结构是在同轴线内外导体间充填长度为$\dfrac{\lambda}{4\sqrt{\varepsilon_r}}$的两块介质($\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$, $\mu=\mu_0$)，若同轴线原是匹配的，证明两介质间距l由零变到$\dfrac{\lambda}{4}$输入驻波比从 1 变到ε_r^2。

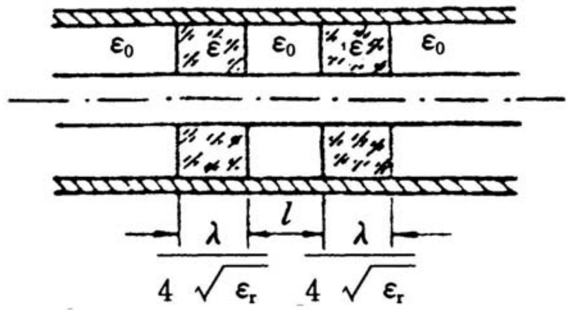
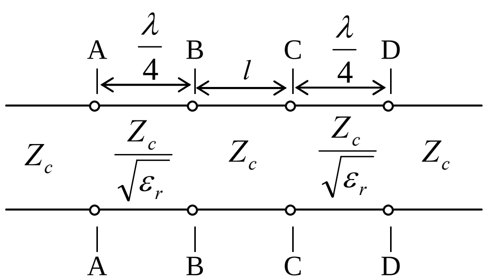


图 P2.15



解：当$l=0$时，没有阻抗变换，$\Gamma=0$

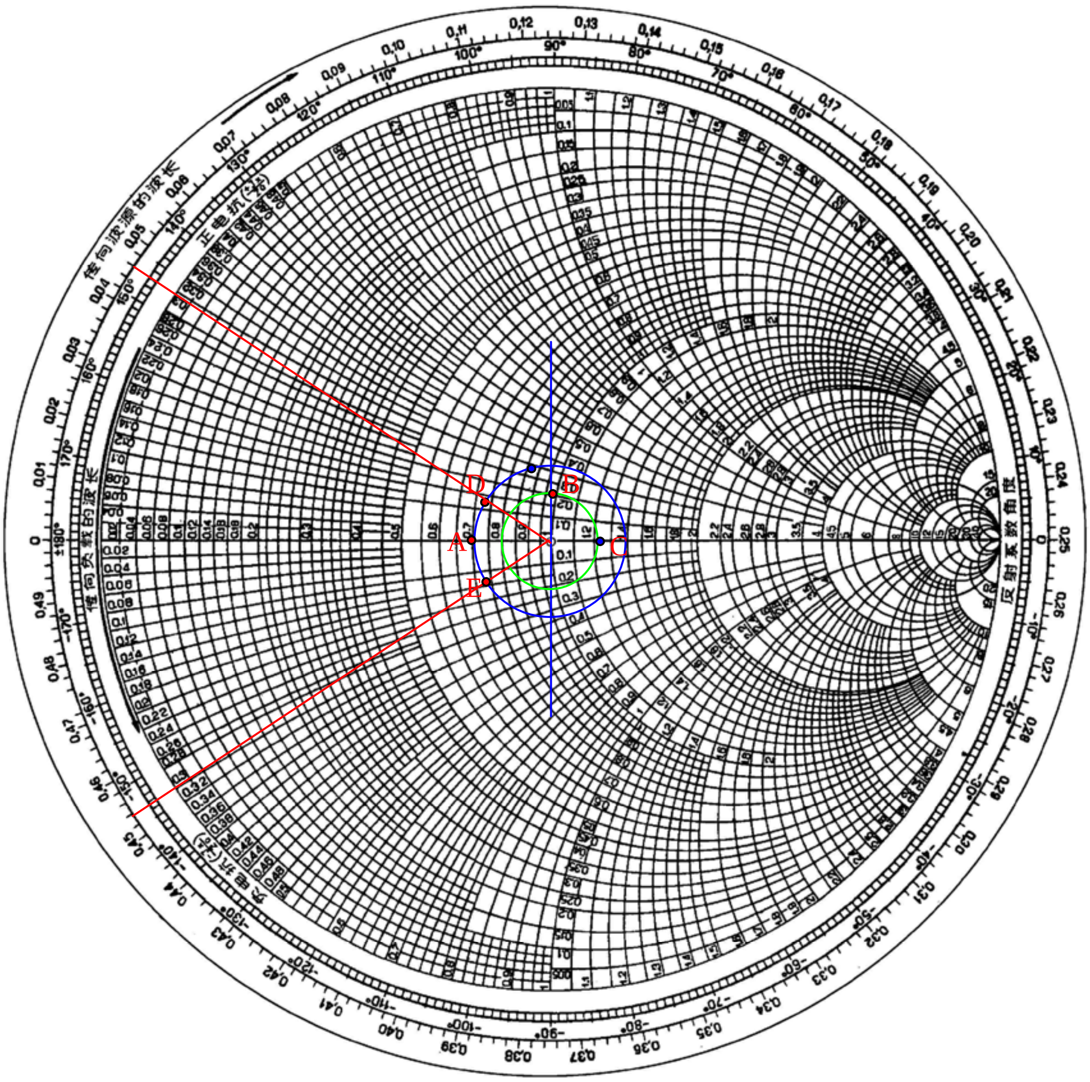
当$l=\dfrac{\lambda}{4}$时，

$$Z_{DD}=Z_c,Z_{CC}=\frac{\left(\dfrac{Z_c}{\sqrt{\varepsilon_r}}\right)^2}{Z_{DD}}=\frac{\dfrac{Z_c^2}{\varepsilon_r}}{Z_c}=\frac{Z_c}{\varepsilon_r}$$

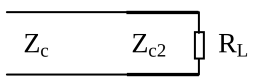
$$Z_{BB}=\frac{Z_c^2}{Z_{cc}}=\frac{Z_c^2}{\dfrac{Z_c}{\varepsilon_r}}=Z_c\varepsilon_r\ ,\quad Z_{AA}=\frac{\left(\dfrac{Z_c}{\sqrt{\varepsilon_r}}\right)^2}{Z_{BB}}=\frac{Z_c^2/\varepsilon_r}{Z_c\varepsilon_r}\frac{Z_c}{\varepsilon_r^2}$$

$$\Gamma=\frac{Z_c/\varepsilon_r^2-Z_c}{Z_c/\varepsilon_r^2+Z_c}=\frac{1-\varepsilon_r^2}{1+\varepsilon_r^2}\ ,\ \rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=\varepsilon_r^2 \qquad (\varepsilon_r>1\text{时})$$

2.17．无耗同轴线的特征阻抗为 50Ω，负载阻抗为 100Ω，工作频率为 1000MHz，今用λ/4 线进行匹配，求此λ/4 线的长度和特征阻抗，并求此λ/4 匹配器在反射系数小于 0.1 条件下的工作频率范围。



解：f=1000Hz, λ=0.3m, 匹配器长λ/4=7.5cm. 匹配器特征阻抗 $Z_{c2}=\sqrt{R_L Z_c}=70.71\Omega$



从匹配器输入端看 $Z_{in}=Z_c=50\Omega$，以匹配器的特征阻抗归一化，$z_{in}{'}=Z_{in}/Z_{c2}=0.7$，对应图中的 A 点，当 f 变化时，A 点在以 O 为圆心，OA 为半径的圆上移动

$$\Gamma=\frac{Z_{in}-Z_c}{Z_{in}+Z_c}=\frac{\kappa Z_{in}-\kappa Z_c}{\kappa Z_{in}+\kappa Z_c}=\frac{\kappa Z_{in}-Z_{c2}}{\kappa Z_{in}+Z_{c2}}=\frac{\kappa z_{in}{'}-1}{\kappa z_{in}{'}+1},(\kappa=\frac{Z_{c2}}{Z_c}=\frac{70.71}{50}=1.4142)$$

可见，在圆图上将 $z_{in}{'}$ 扩大κ倍后对应的点如果落在 $|\Gamma|=0.1$ 的圆内，则对应的 f 满足要求，即在所求频率范围。（图中绿色小圆即为 $|\Gamma|=0.1$ 圆）

从圆图中可见，$|\Gamma|=0.1$ 圆上对应的点其阻抗虚部最大对应于 B 点，最大虚部为 0.202j.

$|\Gamma|=0.1$ 圆上对应的点其阻抗实部最大对应于 C 点，最大值为 1.22. 最大对应于 C 点关于圆心在实轴上的对称点，其值为 0.82。即 $z_{in}{'}$ 对应的点的实部必须 $\le 1.22/\kappa=0.86;\ge 0.82/\kappa=0.58$。

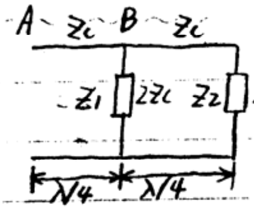
$z_{in}{'}$ 扩大κ倍后对应的点的虚部必须 ≤ 0.202，所以 $z_{in}{'}$ 对应的点的虚部 $\le 0.202/\kappa=0.15$，在 OA 为半径的圆上，对应虚部为 0.15 的点为 D 点，D 点的实部满足上面的要求。所以 D 点是所求频率的一个极限。同理，根据对称性，E 点是所求频率的另一个极限。在圆弧 DAE 范围内的 $z_{in}{'}$ 值均是满足要求的点。从图中可见 DA 的电长度为 0.046λ。

所以频率范围为 $\Delta f=0.046/0.25\times1000=184MHz$，即所求频率范围为 $816<f<1184MHz$.

2.17. 求图 P2.17 所示各电路中各无损线段中 A 参考面上的电压反射系数与输入阻抗和每个负载上所吸收的功率（设 AA 面上传输功率为 P）。

解：利用 $\lambda/4$ 或 $\lambda/2$ 阻抗变换器关系，计算AA面上输入阻抗 $Z_{inAA}\to\Gamma_{AA}$。

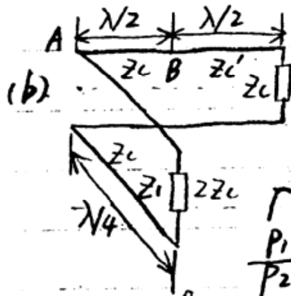
计算各负载归算到同一参考面上的负载，因为作用在参考面上各负载上的电压相等，其上消



$$Z_{Ain} = \frac{Z_c^2}{\frac{2}{5}Z_c} = \frac{5}{2}Z_c$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain}-Z_c}{Z_{Ain}+Z_c} = \frac{\frac{5}{2}Z_c-Z_c}{\frac{5}{2}Z_c+Z_c} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Z_c/2}{2Z_c} = \frac{1}{4} \quad \therefore P_1 = \frac{P}{5},\ P_2 = \frac{4}{5}P$$

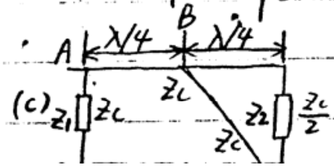


$$Z_{Bin} = Z_c'\cdot\frac{Z_c}{Z_c'} = Z_c$$

$$Z_{Ain} = Z_c\frac{Z_c}{Z_c} \,\|\, \frac{Z_c^2}{2Z_c} = \frac{1}{3}Z_c$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain}-Z_c}{Z_{Ain}+Z_c} = \frac{\frac{1}{3}Z_c-Z_c}{\frac{1}{3}Z_c+Z_c} = -\frac{1}{2}$$

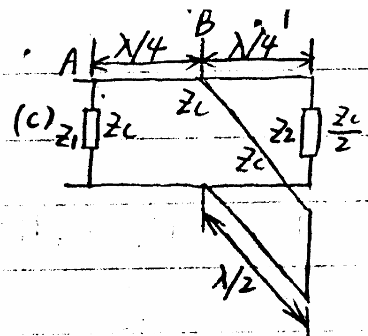
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Z_c}{Z_c/2} = 2 \quad \therefore P_1 = \frac{2}{3}P,\ P_2 = \frac{1}{3}P$$



$$Z_{Bin} = \frac{Z_c^2}{Z_c/2} \,\|\, jZ_c\,\mathrm{tg}k\frac{\lambda}{2} = 0$$

$$Z_{Ain} = Z_c \,\|\, jZ_c\,\mathrm{tg}k\frac{\lambda}{4} = \frac{Z_c\cdot jZ_c\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}}{Z_c+jZ_c\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}} = Z_c$$

耗的功率$\left(\frac{V^2}{P}\right)$比与阻抗 R 成反比。

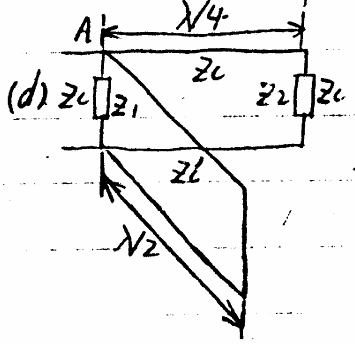


$$Z_{Bin} = \frac{Z_c^2}{Z_c/2} \,\|\, jZ_c\,\mathrm{tg}k\frac{\lambda}{2} = 0$$

$$Z_{Ain} = Z_c \,\|\, jZ_c\,\mathrm{tg}k\frac{\lambda}{4} = \frac{Z_c\cdot jZ_c\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}}{Z_c+jZ_c\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}} = Z_c$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain}-Z_c}{Z_{Ain}+Z_c} = 0$$

$$P_1 = P,\ P_2 = P$$



$$Z_{Ain} = Z_c \,\|\, jZ_c'\,\mathrm{tg}k\frac{\lambda}{2} \,\|\, \frac{Z_c^2}{Z_c} = 0$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain}-Z_c}{Z_{Ain}+Z_c} = -1$$

$$P_1 = P_2 = 0$$

2.18．如图 P2.17（c）、(d)所示电路，画出沿线电压、电流振幅分布图并求出它们的最大值和最小值。

2.19．一段传输线，其中电压驻波系数恒定为ρ，求证沿线各参考面上能出现的最大电纳为

$b_{max}= \pm(\rho^2-1)/2\rho$。

解：$y=\dfrac{1-|\Gamma_V|e^{j\psi}}{1+|\Gamma_V|e^{j\psi}}=g+jb$，$|\Gamma_V|=\dfrac{\rho-1}{\rho+1}$

写出$b=f(\psi)$

由$\dfrac{db}{d\psi}=0$，求出b_{max}时ψ_{max}，进一步求出b_{max}。

从导纳圆图上可见，等b线与等 $|\mathit{\Gamma}_V|$ 圆相切时，b最大，此时有关系（直角三角形两直角边平方和等于斜边的平方）：

$$\left(\pm\frac{1}{b}\right)^2+1^2=\left[\pm\frac{1}{b}+|\Gamma_V(z)|\right]^2$$

由此可求出 b。

2.20． 特征阻抗Z_c为 50Ω的传输线终端接有负载阻抗Z_L=（25+j75）Ω，工作波长λ_0=10cm，采用可移动单可变电纳匹配器来调配负载阻抗，求并联短路支线与负载距离d和并联短路支线长l；当工作波长$\lambda=1.02\lambda_0$时两组解的驻波系数ρ分别上升到何值；比较两组解的结果，讨论应选择哪组解。

解：归一化负载阻抗为 0.5+j1.5，按照 2.9 题做法，可的负载距离 d 和并联短路支线长 l 的两组解$\begin{cases}d_1=0.28\lambda\\ l_1=0.065\lambda\end{cases}$；$\begin{cases}d_2=0.396\lambda\\ l_1=0.435\lambda\end{cases}$

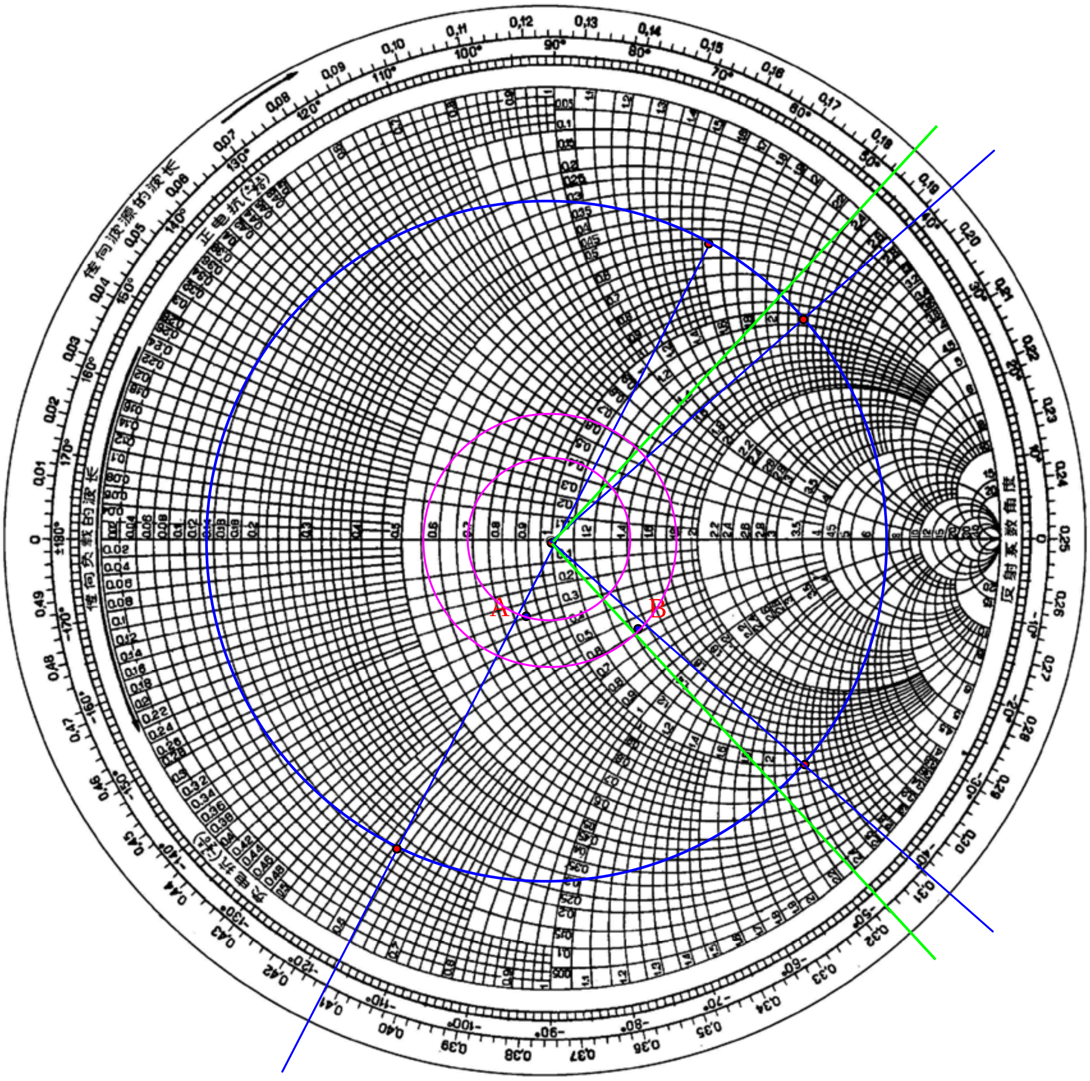
当工作波长$\lambda=1.02\lambda_0$时，在圆图上的电长度将减小 1.02 倍，两组解在新的工作波长下为

$\begin{cases}d_1=0.28/1.02=0.275\lambda\\ l_1=0.065/1.02=0.064\lambda\end{cases}$；$\begin{cases}d_2=0.396/1.02=0.388\lambda\\ l_1=0.435/1.02=0.426\lambda\end{cases}$

取第一组解时，$y_{inA}=0.85+j2.1-2.4j=0.85-0.3j$，为图中的 A 点

取第二组解时，$y_{inB}=1.35-j2.6+2.0j=1.35-0.6j$，为图中的 B 点

可见，$\rho_A=1.43,\rho_B=1.78$，所以 A 组的解比 B 组的好。



题 2.20

2.21 能否用间距为λ/10 的并联双可变电纳匹配器来匹配归一化导纳为 2.5+j1 的负载？

解：能否匹配取决于y_L沿等Γ圆移到第一并联支路连接点处的输入导纳 y_{in}' 是否落在阴影圆内，其中，虚线圆为g=1 的等g圆逆时针转动λ/10 得到。现计算：

1） y_L所在等Γ圆半径

$$R=|\Gamma|=\left|\frac{y_L-1}{y_L+1}\right|=\left|\frac{2.5+1j-1}{2.5+1j+1}\right|=0.495$$

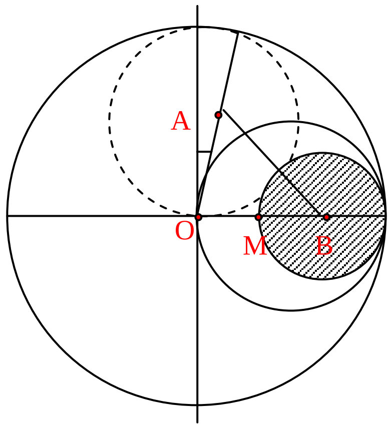
2） 阴影圆半径 r 为：

对三角形 AOB，由余弦定理

$$0.5^2+(1-r)^2-2\times0.5\times(1-r)\cos72^\circ=(0.5+r)^2$$

解得 r=0.257

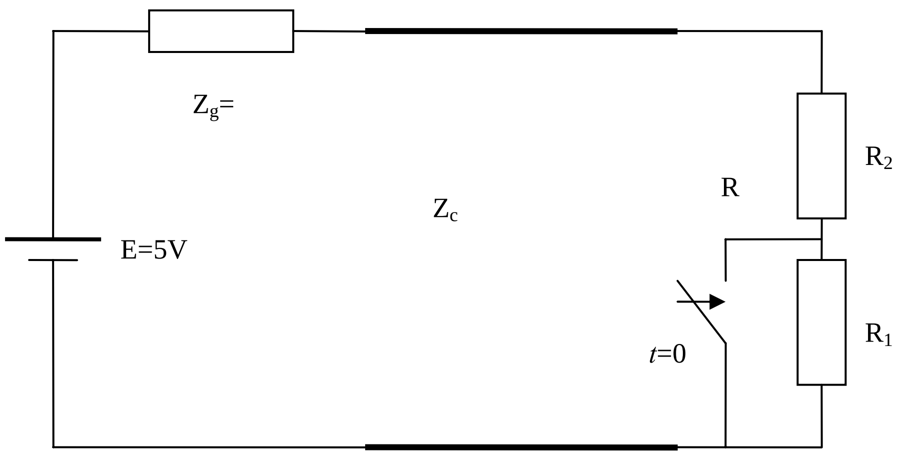
则$|OM|=1-2r=0.486$



因为$|\Gamma|=R>|OM|$，所以沿等Γ圆移动，y_{in}'可能进入盲区，也可能在盲区之外。所以能否匹配负载取决于第一并联支路的距离，若该距离使y_{in}'在阴影圆外，则可以匹配，反之，则不能匹配。

2.22．见图P2.22，源电压E=5V，源电阻Z_g=10Ω，特征阻抗Zc=50Ω，负载R_1=32Ω，R_2=8Ω，稳态时负载（R_1+R_2）上的电压、电流分别为V_L，I_L。现将R_1短路，证明负载上电压、电流改变量ΔV_L、ΔI_L为：

$$\frac{\Delta V}{V_L}=\frac{-R_1}{(R_1+R_2)(1+R_2/Z_C)}，\qquad \Delta V_L=-Z_C\Delta I_L。$$（缺少条件？）



P2.22

答：假定传输线长度为 l。

开关闭合前，在传输线前端的电压为：

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kl & jZ_c \sin kl \\ jY_c \sin kl & \cos kl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

在传输线前端的电阻为：

$$Z_1 = Z_c \frac{Z_{L1} + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_{L1} \tan kl}$$