夏学期第三周作业：

第六章 频率特性分析法 - 3 习题六 P.259-263

6-20 已知系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{k(0.2s+1)}{s^2(0.02s+1)}$

（1） 若 K＝1，求该系统的相位稳定裕量；

（2） 若要求系统的相位稳定裕量为 45 度，求 K 值

解：

当K=1时，由其幅频特性渐进线可得：其幅频关系为

$$20\lg|G(jw)|=\begin{cases}20\lg|\dfrac{1}{\omega^2}| & \omega<5\\ 20\lg|\dfrac{0.2}{\omega}| & 5\le\omega<50\\ 20\lg|\dfrac{10}{\omega^2}| & 50\le\omega\end{cases}$$

当ω＝ω_c时，应有$20\lg|G(jw_c)|=0$

$\therefore 20\lg|\dfrac{1}{\omega^2}|=0$,既有$\omega_c$＝1

此时相角为:$\arg[G(jw_c)]=-180^\circ+\arctan(0.2)-\arctan(0.02)=-169.8^\circ$

所以相位余量为：r=10.2°

(2)要使相位余量 $r^*=45^\circ$

$\arg[G(jw_c)]=45^\circ-180^\circ=-135^\circ$

有$\arg[G(jw_c)]$＝$-180^\circ+\arctan(0.2w_c)-\arctan(0.02w_c)=-135^\circ$

所以：w_c＝6.5

有$5<w_c<50$

所以： $20\lg|\dfrac{k(1+j0.2w_c)}{(jw_c)^2(1+j0.02w_c)}|_{w_c=6.5}=0$

所以：K＝$25.76\approx 26$

6-22 设单位反馈系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{as+1}{s^2}$，试确定使相位裕为+45°时的 a 值

解：ω =1.189, a=1/ω =0.841

因 $GH(j\omega)=\dfrac{ja\omega+1}{-\omega^2}$

由题意有：$\gamma(\omega_C)=180^\circ+\varphi(\omega_C)=180^\circ-180^\circ+\arctan a\omega_c=45^\circ$

故 $a\omega_c=1$，代入 $|GH(j\omega_c)|=\dfrac{\sqrt{(a\omega_c)^2+1}}{\omega_c^{\,2}}=1\Rightarrow\omega_c=1.19$

进而求得：$a\omega_c=1\Rightarrow a=\dfrac{1}{1.19}=0.84$

P.317-321 第七章 线性离散时间控制系统分析与综合 习题七

7-2 试求下列函数的 z 变换。

（1）$e(t)=a^t$；（4）$E(s)=\dfrac{s+1}{s^2}$。

解：（1）$e(t)=a^t$

$$
\begin{aligned}
E(z)&=\sum_{n=0}^{\infty}e(nT)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}a^{nT}z^{-n}\\
&=1+a^Tz^{-1}+a^{2T}z^{-2}+a^{3T}z^{-3}+\cdots
\end{aligned}
$$

令：$x=a^{-T}z$；上式 $=1+x^{-1}+x^{-2}+x^{-3}+\cdots=\dfrac{1}{1-a^Tz^{-1}}=\dfrac{z}{z-a^T}$

附：若是 $e(t)=a^n$；

则答案：$E(z)=\sum_{n=0}^{\infty}e(nT)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}a^nz^{-n}$

$$=1+az^{-1}+a^2z^{-2}+a^3z^{-3}+\cdots$$

令：$x=a^{-1}z$；上式 $=1+x^{-1}+x^{-2}+x^{-3}+\cdots=\dfrac{1}{1-az^{-1}}=\dfrac{z}{z-a}$

解：（4）$E(s)=\dfrac{s+1}{s^2}=\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s^2}$；取拉氏反变换，得 $e(t)=1+t$

再由表 7-2 可得：$E(z)=\dfrac{z}{(z-1)}+\dfrac{Tz}{(z-1)^2}=\dfrac{z^2-z+Tz}{(z-1)^2}$

7-5 已知 X(z)，求 $x(\infty)$。

(1) $X(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}}-\dfrac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$，$a>0$；　　(2) $X(z)=\dfrac{z^2(z^2+z+1)}{(z^2-0.8z+1)(z^2+z+1.3)}$

解：(1)

$$x(\infty)=\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})X(z)]$$

$$=\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})(\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}})]$$

$$=\lim_{z\to 1}[1-\frac{1-z^{-1}}{1-e^{-aT}z^{-1}}]=1$$

(2) 由于 X(z)有 4 个极点，且有 2 个极点位于单位圆外，故终值为　不存在或∞

7-9 设一离散系统脉冲传递函数为 $G(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}=\dfrac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}$，其中输入为单位阶跃函数，求 $y(\infty)$。

解：因为 $G(z)=\dfrac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}=\dfrac{z+1}{(z-0.6)(z-0.8)}$，$U(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}}$

$$(1-z^{-1})Y(z)=(1-z^{-1})U(z)\frac{z+1}{z^2-1.4z+0.48}=(1-z^{-1})\frac{1}{1-z^{-1}}\frac{z+1}{(z-0.6)(z-0.8)}$$

极点均小于 1，故可以用终值定理：$y(\infty)=\lim\limits_{z\to 1}(1-z^{-1})Y(z)=\dfrac{2}{1-1.4+0.48}=25$