3.1 以下几个量的量纲是什么？

a）**E*D**　J/m^3;　b) **H*B**　J/m^3;　c) **S**　W/m^2

3.2 无源空间 $\overline{\mathrm{H}} = \mathrm{z}\hat{\mathrm{y}}_0 + \mathrm{y}\hat{\mathrm{z}}_0$， $\overline{\mathrm{D}}$ 随时间变化吗？

答：$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0, \because \mathbf{J} = 0, \therefore \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$，所以 D 随时间不变化。

3.3 假定（E_1,B_1,H_1,和D_1）、（E_2，B_2，H_2和D_2）分别为源（J_1、ρ_{v1}）、（J_2、ρ_{v2}）激发的满足麦克斯韦方程的解。求源为（$J_t = J_1 + J_2$、$\rho_{vt} = \rho_{v1} + \rho_{v2}$）时麦克斯韦方程的解。在得出你的解中，你应用了什么原理？

答:

$$\nabla \times \overline{E}_1 = -\frac{\partial \overline{B}_1}{\partial t}; \nabla \times \overline{H}_1 = \overline{J}_1 + \frac{\partial \overline{D}_1}{\partial t}; \nabla \cdot \overline{D}_1 = \rho_{v1}; \nabla \cdot \overline{B}_1 = 0;\ \overline{D}_1 = \overline{\overline{\varepsilon}} \cdot \overline{E}_1;\ \overline{B}_1 = \overline{\overline{\mu}} \cdot \overline{H}_1$$

$$\nabla \times \overline{E}_2 = -\frac{\partial \overline{B}_2}{\partial t}\ ;\ \nabla \times \overline{H}_2 = \overline{J}_2 + \frac{\partial \overline{D}_2}{\partial t}\ ;\ \nabla \cdot \overline{D}_2 = \rho_{v2}\ ;\ \nabla \cdot \overline{B}_2 = 0\ ;\ \overline{D}_2 = \overline{\overline{\varepsilon}} \cdot \overline{E}_2\ ;$$

$$\overline{B}_2 = \overline{\overline{\mu}} \cdot \overline{H}_2$$

如果媒质为线性的，则有：

$$\nabla \times (\overline{E}_1 + \overline{E}_2) = -\frac{\partial(\overline{B}_1 + \overline{B}_2)}{\partial t};$$

$$\nabla \times (\overline{H}_1 + \overline{H}_2) = (\overline{J}_1 + \overline{J}_2) + \frac{\partial(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)}{\partial t};$$

$$\nabla \cdot (\overline{D}_1 + \overline{D}_2) = \rho_{v1} + \rho_{v2};$$

$$\nabla \cdot (\overline{B}_1 + \overline{B}_2) = 0; \overline{D}_1 + \overline{D}_2 = \overline{\overline{\varepsilon}} \cdot (\overline{E}_1 + \overline{E}_2);\ \overline{B}_1 + \overline{B}_2 = \overline{\overline{\mu}} \cdot (\overline{H}_1 + \overline{H}_2)$$

则：$\overline{E}_t = \overline{E}_1 + \overline{E}_2$，$\overline{B}_t = \overline{B}_1 + \overline{B}_2$，$\overline{H}_t = \overline{H}_1 + \overline{H}_2$，$\overline{D}_t = \overline{D}_1 + \overline{D}_2$

在这过程中，应用了叠加原理。

3.4 如果在某一表面 E=0，是否就可以得出在该表面 $\dfrac{\partial B}{\partial t} = 0$？为什么？

答：不可以，假定 $\overline{E} = y\hat{x}$，则 $\dfrac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times \overline{E} = \hat{z}$，在 y=0 的平面上 E=0，但 $\dfrac{\partial B}{\partial t} \neq 0$.

3.5 对于调幅广播，频率f从 500KHz到 1MHz，假定电离层电子浓度$N = 10^{12} m^{-3}$，确定电离层有效介电系数ε_e的变化范围。

解：$\omega_P = \sqrt{\dfrac{Ne^2}{m\varepsilon_0}} = 5.64 \times 10^7$；　$\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} = \left(1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

当ω = 0.5MHz，$\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} = \left(1 - \dfrac{31.7 \times 10^{14}}{\left(2\pi \times 0.5 \times 10^6\right)^2}\right) = -320.5$

当ω = 1MHz，$\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0}=\left(1-\dfrac{31.7\times10^{14}}{\left(2\pi\times10^{6}\right)^2}\right)=-79.1$

所以电离层有效介电系数ε_e的变化范围为$-320.5\varepsilon_0<\varepsilon_e<-79.1\varepsilon_0$。

3.6 一半径为a的导体圆盘以角速度ω在均匀磁场中做等速旋转，设圆盘与磁场互相垂直，入图 P3.6，试求圆盘中心与它边缘之间的感应电动势。（图略）

答：由法拉第电磁感应定律，该圆盘在磁场中旋转运动时，等效为对于任一径向方向与整个圆盘形成的环路的磁通量有了变化，可以得到：

$$V_{emf}=-\frac{\partial\psi_m}{\partial t}=-\frac{\pi a^2B}{2\pi}\omega=-B\omega a^2/2$$

3.7 一点电荷（电量为 10^{-5}库仑）作圆周运动，其角速度ω = 1000 弧度/秒，圆周半径r = 1cm，如图P3.7，试求圆心处位移电流密度。

解： 为了计算方便，设 t = 0 时φ = 0，而φ = ωt，点电荷 q 在 O 点产生电位移矢量 **D** 为

$$\mathbf{D}=\frac{q}{4\pi r^2}\left(-\mathbf{r}_0\right)=\frac{q}{4\pi r^2}\left(-\mathbf{x}_0\cos\varphi-\mathbf{y}_0\sin\varphi\right)=\frac{q}{4\pi r^2}\left(-\mathbf{x}_0\cos\omega t-\mathbf{y}_0\sin\omega t\right)$$

位移电流密度为

$$J_{dx}=\frac{\partial D_x}{\partial t}=\mathbf{x}_0\frac{q\omega}{4\pi r^2}\sin\omega t$$

$$J_{dy}=-\mathbf{y}_0\frac{q\omega}{4\pi r^2}\cos\omega t$$

把数值代入上式：$\mathbf{J}_d=\dfrac{10^2}{4\pi}\left(\mathbf{x}_0\sin10^3t-\mathbf{y}_0\cos10^3t\right)$

3.8 在一半径为a的无限长圆柱体中有一交变磁通通过，其变化规律为$\psi=\psi_0\sin\omega t$，试求圆柱体内外任意点的电场强度。

答：由法拉第电磁感应定律：

$\oint\bar{E}\cdot d\bar{l}=\dfrac{\partial}{\partial t}\oint\bar{B}\cdot d\bar{S}$，在半径为 r 处满足：$2\pi rE=S\dfrac{\partial\psi'}{\partial t}$，其中$\psi'$表示被积分环路包围的磁通的大小。

在圆柱体内：$2\pi rE=\pi r^2\dfrac{\partial\psi'}{\partial t}$ => $E=\dfrac{r\omega}{2}\psi_0\cos\omega t$；

在圆柱体外：$2\pi rE=\pi a^2\dfrac{\partial\psi'}{\partial t}$ => $E=\dfrac{\omega a^2}{2r}\psi_0\cos\omega t$

3.9 假定**E**= ($\mathbf{x}_0+j\mathbf{y}_0)e^{-jz}$，**H**=($\mathbf{y}_0-j\mathbf{x}_0)e^{-jz}$，求用$z$、ω$t$表示的**S**以及<**S**>。

解：$\mathbf{E}(t)=\cos(\omega t-z)\mathbf{x}_0-\sin(\omega t-z)\mathbf{y}_0$

$$\mathbf{H}(t)=\cos(\omega t-z)\mathbf{y}_0+\sin(\omega t-z)\mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{S}(t)=\mathbf{E}(t)\times\mathbf{H}(t)\begin{vmatrix}\mathbf{x}_0 & y_0 & \mathbf{z}_0\\ \cos(\omega t-z) & -\sin(\omega t-z) & 0\\ \sin(\omega t-z) & \cos(\omega t-z) & 0\end{vmatrix}=\mathbf{z}_0$$

$$\langle\mathbf{S}(t)\rangle=\mathbf{z}_0$$

3.10 设电场强度 $\overline{\mathrm{E}}=E_{\mathrm{y}}\hat{\mathrm{y}}_0=\hat{\mathrm{y}}_0E_{ym}\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}$，求磁场强度 $\overline{\mathrm{H}}$，以及瞬时坡印廷功率流 $\overline{\mathrm{S}}(\mathrm{t})$ 与平均坡印廷功率流 $<\overline{\mathrm{S}}>$。

解：$\mathrm{H}=\frac{1}{-j\omega\mu_0}\nabla\times\overline{\mathrm{E}}=\frac{1}{-j\omega\mu_0}(\frac{\partial}{\partial x}E_{\mathrm{y}}\hat{z}_0)=\frac{\hat{z}_0}{-j\omega\mu_0}\frac{m\pi E_{ym}}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{S}}(\mathrm{t})&=\overline{\mathrm{E}}(\mathrm{t})\times\overline{\mathrm{H}}(\mathrm{t})=\hat{\mathrm{y}}_0E_{ym}\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\cos\omega t\times\frac{\hat{z}_0}{-\omega\mu_0}\frac{m\pi E_{ym}}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\sin\omega t\\&=\hat{x}_0\frac{-m\pi E_{ym}^2}{4a\omega\mu_0}\sin\frac{2m\pi x}{a}\cos^2\frac{n\pi y}{b}\sin 2\omega t\end{aligned}$$

$$<\overline{\mathrm{S}}>=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\overline{\mathrm{E}}\times\overline{\mathrm{H}}^*\}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\hat{\mathrm{y}}_0E_{ym}\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\times\frac{\hat{z}_0}{j\omega\mu_0}\frac{m\pi E_{ym}}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\}=0$$

3.11 说明 $\overline{S}\neq\mathrm{Re}\{\overline{E}\times\overline{H}e^{j\omega t}\}$.

3.12 说明 $\overline{S}\neq\mathrm{Re}\{\overline{E}e^{j\omega t}\times\overline{H}e^{j\omega t}\}$

答：$\overline{S}=\mathrm{Re}\{\overline{E}\times\overline{H}^*\}=\mathrm{Re}\{(\overline{E}_r+j\overline{E}_i)\times(\overline{H}_r-j\overline{H}_i)\}=\overline{E}_r\times\overline{H}_r+\overline{E}_i\times\overline{H}_i$

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\{\overline{E}\times\overline{H}e^{j\omega t}\}&=\mathrm{Re}\{(\overline{E}_r+j\overline{E}_i)\times(\overline{H}_r+j\overline{H}_i)e^{j\omega t}\}\\&=\mathrm{Re}\{[(\overline{E}_r\times\overline{H}_r-\overline{E}_i\times\overline{H}_i)+j(\overline{E}_i\times\overline{H}_r+\overline{E}_r\times\overline{H}_i)]e^{j\omega t}\}\\&=(\overline{E}_r\times\overline{H}_r-\overline{E}_i\times\overline{H}_i)\cos\omega t-(\overline{E}_i\times\overline{H}_r+\overline{E}_r\times\overline{H}_i)\sin\omega t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\{\overline{E}e^{j\omega t}\times\overline{H}e^{j\omega t}\}&=\mathrm{Re}\{(\overline{E}_r+j\overline{E}_i)e^{j\omega t}\times(\overline{H}_r+j\overline{H}_i)e^{j\omega t}\}\\&=\mathrm{Re}\{[(\overline{E}_r\times\overline{H}_r-\overline{E}_i\times\overline{H}_i)+j(\overline{E}_i\times\overline{H}_r+\overline{E}_r\times\overline{H}_i)]e^{2j\omega t}\}\\&=(\overline{E}_r\times\overline{H}_r-\overline{E}_i\times\overline{H}_i)\cos 2\omega t-(\overline{E}_i\times\overline{H}_r+\overline{E}_r\times\overline{H}_i)\sin 2\omega t\end{aligned}$$

因此，上面两题目中的不等式成立。

3.13 求在电场E=10^4V/m或磁场B=10^4G（高斯G=10^{-4}Wb/m^2）两种情况下，比较单位体积中存储的电场能与磁场能的差别。

答：对于E=10^4V/m，单位体积内的电场能：$W=\frac{\varepsilon}{2}E^2$=$4.425\times10^{-4}J$;

对于B=10^4G，单位体积内的磁场能：$W=\frac{1}{2\mu}B^2$=3.98×10^5J。