

1. 设 $\{N_1(t); t \geq 0\}$ 和 $\{N_2(t); t \geq 0\}$ 是相互独立的泊松过程，强度分别为 **1** 和 **2**。则

$$P(N_1(1) + N_2(1) > 0) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad P(N_1(1) = 1 \mid N_1(1) + N_2(1) = 1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

● $1 - e^{-3}$ $1/3$

2. 有一大堆灯泡，它们的寿命都服从均值为 30 分钟的指数分布且相互独立。上午 5 点第一个灯泡开始工作，坏掉后马上换上第二个灯泡，再坏掉就马上换上第三个灯泡，...，以此类推。求

(1) 到上午 6 点为止共用坏 1 个灯泡，而到上午 9 点为止共用坏 3 个灯泡的概率；

(2) 第 1 个灯泡在上午 6 点到 7 点之间用坏的概率；

(3) 已知到上午 7 点为止共用坏 4 个灯泡，问第二个灯泡在上午 6 点到 7 点之间用坏的概率。

以 $N(t)$ 表示到 5 点加 t 小时为止灯泡坏掉的数目，则 $\{N(t); t \geq 0\}$ 是强度为 2 的泊松过程。

$$(1) \quad P(N_1 = 1, N_4 = 3) = P(N_1 = 1)P(N_4 - N_1 = 2) = 36e^{-8}$$

$$(2) \quad P(N_1 = 0)P(N_2 - N_1 \geq 1) = e^{-2}(1 - e^{-2})$$

$$(3) \quad P(1 < W_2 < 2 | N_2 = 4) = \frac{P(N_1 = 0, N_2 = 4) + P(N_1 = 1, N_2 = 4)}{P(N_2 = 4)} = \frac{5}{16}$$

3. 设 $\{N_i(t); t \geq 0\}, i = 1, 2$ 是两个相互独立的强度均为 1 的泊松过程, 则

$$P(N_1(1) + N_2(2) = 2) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad P(N_1(2) = 2 \mid N_1(1) + N_2(2) = 2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. 以 $N(t)$ 表示 $(0, t]$ 内到达某商场的顾客数, 设 $\{N(t); t \geq 0\}$ 是强度为 $\lambda = 5$ 的泊松过程, 进商场的各顾客独立地以概率 0.4 购物, 以概率 0.6 不购物。计算 (1) 在 $(0, 1]$ 内至少有 1 个顾客达到, 且在 $(0, 3]$ 内恰有两个顾客到达的概率; (2) 若已知在 $(0, 3]$ 内恰有 1 个顾客到达, 求他到达的时间在 $(1, 2)$ 之间的概率; (3) 若已知在 $(0, 1]$ 内至多有 2 个顾客到达, 求至少有 1 个顾客购物的概率。

4. $N_1(t), N_2(t)$ 分别表示 $(0, t]$ 内购物的顾客数和 不购物 的顾客数。

$$(1) P\{N(1) = 1, N(3) - N(1) = 1\} + P\{N(1) = 2, N(3) - N(1) = 0\} = 62.5e^{-15} = 1.91 \times 10^{-5}$$

$$(2) P(N(1) = 0, N(2) = 1 | N(3) = 1) = \frac{P(N(1) = 0, N(2) - N(1) = 1, N(3) - N(2) = 0)}{P(N(3) = 1)} = \frac{1}{3},$$

$$(3) P(N_1(1) \geq 1 | N(1) \leq 2) = P(N_1(1) = 1 | N(1) \leq 2) + P(N_1(1) = 2 | N(1) \leq 2) = \frac{20}{37}.$$

4. 设 $\{B(t); t \geq 0\}$ 是标准布朗运动, 则 $P(\max_{0 \leq t \leq 4} B(t) \geq 2) =$ _____ ,

$P(B(3) < 3 \mid B(1) = 1, B(2) = 1) =$ _____。设 $A \sim N(1, 1)$, 且 A 与过程 $\{B(t); t \geq 0\}$

独立。令 $X(t) = B(t) + At$, 则 $X(1)$ 服从_____分布,

$X(1) + X(2)$ 服从_____分布, $Cov(X(1) + X(2), X(1)) =$ _____。

● 0.32, 0.98, $N(1, 2)$, $N(3, 14)$, 5

6. 设 $\{B(t); t \geq 0\}$ 是标准布朗运动, 则 $B(3) - 2B(1)$ 服从_____分布,

$Cov(B(3) - 2B(1), B(2)) =$ _____, $P(B(5.5) > 5 | B(1.1) = 3, B(1.5) = 1) =$ ↵

_____, $P(\max_{0 \leq t \leq 6.25} B(t) < 2.5) =$ _____。↵

6. $N(0,3)$, 0, 0.02, 0.68 。↵