

浙江大学实验报告

专业: 电子科学与技术

姓名:

学号:

日期:

地点:

课程名称: 数字信号处理 指导老师: 成绩:

实验名称: FIR 数字滤波器设计与使用 实验类型: 综合 同组学生姓名: ——

一、实验目的和要求

设计和应用 FIR 低通滤波器。掌握 FIR 数字滤波器的窗函数设计法, 了解设计参数(窗型、窗长)的影响。

二、实验内容和步骤

编写 MATLAB 程序, 完成以下工作。

2-1 1) 设计一线性相位 FIR 数字低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 0.2\pi$, 过渡带宽度 $\Delta\omega_c < 0.4\pi$, 阻带衰减 $A_s > 30dB$

2) 设计一线性相位 FIR 数字低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 0.2\pi$, 过渡带宽度 $\Delta\omega_c < 0.4\pi$, 阻带衰减 $A_s > 50dB$.

用 MATLAB 来仿真设计所需要的 FIR 数字低通滤波器, 根据所给出的 FIR 数字低通滤波器技术指标, 并选择适当的窗函数, 以及适合的 MATLAB 函数, 做出频谱特性曲线, 然后进行分析。

2-2 设计两个 FIR 低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 0.5\pi$ 。

(1) 用矩形窗, 窗长 $N=31$ 。得出第一个滤波器的单位抽样响应序列 $h_1(n)$ 。记下 $h_1(n)$ 的各个抽样值, 显示 $h_1(n)$ 的图形 (用 `stem(.)`)。求出该滤波器的频率响应 (的 N 个抽样) $H_1(k)$, 显示 $|H_1(k)|$ 的图形 (用 `plot(.)`)。

(2) 用汉明窗, 窗长 $N=31$ 。得出第二个滤波器的单位抽样响应序列 $h_2(n)$ 。记下 $h_2(n)$ 的各个抽样值, 显示 $h_2(n)$ 的图形。求出滤波器的频率响应 $H_2(k)$, 显示 $|H_2(k)|$ 的图形。

(3) 由图形, 比较 $h_1(n)$ 与 $h_2(n)$ 的差异, $|H_1(k)|$ 与 $|H_2(k)|$ 的差异。

2-3 滤波: 首先产生长度为 200 点、均值为零的随机信号序列 $x(n)$ (用 `rand(1,200)-0.5`)

(1) 将 $x(n)$ 作为输入, 经过第一个滤波器后的输出序列记为 $y_1(n)$, 其幅度谱记为 $|Y_1(k)|$ 。显示 $|X(k)|$ 与 $|Y_1(k)|$, 讨论滤波前后信号的频谱特征。

(2) 将 $x(n)$ 作为输入, 经过第二个滤波器后的输出序列记为 $y_2(n)$, 其幅度谱记为 $|Y_2(k)|$ 。比较 $|Y_1(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 的图形, 讨论不同的窗函数设计出的滤波器的滤波效果。

2-4 设计第三个 FIR 低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 0.5\pi$ 。用矩形窗, 窗长 $N=127$ 。用它对 $x(n)$ 进行滤波。显示输出信号 $y_3(n)$ 的幅度谱 $|Y_3(k)|$, 并与 $|Y_1(k)|$ 比较, 讨论不同的窗长设计出的滤波器的滤波效果。

三、主要仪器设备

自行编程。

四、操作方法和实验步骤 (参见“二、实验内容和步骤”)

五、实验数据记录和处理

5.1 列出 MATLAB 程序清单, 加注释。

```
clear;clc;close all;
%2-1
wc = 0.2*pi;
tr_width = 0.4*pi;
%Hanning Window
N = ceil(6.2*pi/tr_width);
N = N+mod(N+1,2);           %ensure N is odd
window = hanning(N);
hn = fir1(N-1, wc/pi, "low",window);
[H,W]=freqz(hn,1,200);      % frequency response
mag=abs(H);pha=angle(H);
db=20*log10((mag+eps)/max(mag));
figure;
subplot(2,1,1);plot(W/pi,db);
title('汉宁窗设计 FIR 滤波器幅频曲线');xlabel('频率 (Hz) ');ylabel('幅度 (dB) ');
subplot(2,1,2);plot(W/pi,pha);
title('汉宁窗函数设计 FIR 滤波器相频曲线');xlabel('频率 (Hz) ');ylabel('相位 (rad) ');

%Hamming Window
N = ceil(6.6*pi/tr_width);
N = N+mod(N+1,2);           %ensure N is odd
window = hamming(N);
hn = fir1(N-1, wc/pi, "low",window);
[H,W]=freqz(hn,1,200);      % frequency response
mag=abs(H);pha=angle(H);
db=20*log10((mag+eps)/max(mag));
figure;
subplot(2,1,1);plot(W/pi,db);
title('汉明窗设计 FIR 滤波器幅频曲线');xlabel('频率 (Hz) ');ylabel('幅度 (dB) ');
subplot(2,1,2);plot(W/pi,pha);
title('汉明窗函数设计 FIR 滤波器相频曲线');xlabel('频率 (Hz) ');ylabel('相位 (rad) ');

%2-2
wc = 0.5*pi;
N = 31;
n = 0:N-1;
window1 = (rectwin(N))'; % rectangular window
```

```

window2 = (hamming(N))'; % hamming window

h1n = fir1(N-1,wc/pi>window1); %h[n] of filter 1 using rectangular window
H1k = fft(h1n); %DFT of h1n, N-point sampling of frequency response
H1(w)
h2n = fir1(N-1,wc/pi>window2); % h[n] of filter 2 using hamming window
H2k = fft(h2n); %DFT of h2n, N-point sampling of frequency response
H2(w)

% frequency response of filter 1
[H1,W1] = freqz(h1n,1,200);
mag1=abs(H1);pha1=angle(H1);
db1=20*log10((mag1+eps)/max(mag1));
% frequency response of filter 2
[H2,W2] = freqz(h2n,1,200);
mag2=abs(H2);pha2=angle(H2);
db2=20*log10((mag2+eps)/max(mag2));

figure;
subplot(3,1,1); stem(n,h1n,'filled','.'); % h1[n]
title('用矩形窗设计的滤波器 h1[n]'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,2); stem(n,abs(H1k),'filled','.'); % |H1(k)|
title('|H1(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,3); plot(W1/pi,db1,LineWidth=1); % H1(w)
title('20lg|H1(\omega)|'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('db');

figure;
subplot(3,1,1); stem(n,h2n,'filled','.'); % h2[n]
title('用汉明窗设计的滤波器 h2[n]'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,2); stem(n,abs(H2k),'filled','.'); % |H2(k)|
title('|H2(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,3); plot(W2/pi,db2,LineWidth=1); % H2(w)
title('20lg|H2(\omega)|'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('db');

%compare filter difference
figure;
subplot(3,1,1); stem(n,h1n,'filled');
hold on; stem(n,h2n,':pentagram','filled');
title('两个滤波器的单位抽样响应序列'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
legend('h1[n]', 'h2[n]');
subplot(3,1,2); stem(n,abs(H1k),'filled');
hold on; stem(n,abs(H2k),':pentagram','filled');
title('两个滤波器的频率响应抽样序列'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
legend('|H1(k)|', '|H2(k)|');

```

```
subplot(3,1,3); plot(W1/pi,db1,LineWidth=1);
hold on; plot(W2/pi,db2,'-r',LineWidth=1);
title('两个滤波器的频率响应'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('dB');
legend('20lg|H1(\omega)|','20lg|H2(\omega)|');
```

```
%2-3、2-4
```

```
Nr = 200; %length of the random sequence
nr = 0:Nr-1;
xr = rand(1,Nr)-0.5; % generate a random sequence
Xr = fft(xr); % DFT of random sequence xr
figure;
subplot(2,1,1); stem(nr,xr,'filled','.');
title('随机信号序列 x[n]'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(nr,abs(Xr),'filled','.');
title('随机信号幅度谱'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');

N3 = 127; %length of the third filter
n3 = 0:N3-1;
window3 = rectwin(N3); %rectangular window
h3n = fir1(N3-1,wc/pi>window3); %% h[n] of filter 3 using rectangular window

y1 = filter(h1n,1,xr); %output of xr after passing through filter 1
Y1 = fft(y1);
y2 = filter(h2n,1,xr); %output of xr after passing through filter 2
Y2 = fft(y2);
y3 = filter(h3n,1,xr); %output of xr after passing through filter 3
Y3 = fft(y3);
[H3,W3] = freqz(h3n,1,200); % frequency response of filter 3
mag3=abs(H3);pha3=angle(H3);
db3=20*log10((mag3+eps)/max(mag3));
```

```
figure; %signal spectrum of filter 1
subplot(2,1,1); stem(nr,abs(Xr),'filled','.');
title('输入信号频谱|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(nr,abs(Y1),'filled','.');
title('输出信号频谱|Y1(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
```

```
figure; %signal spectrum of filter 2
subplot(2,1,1); stem(nr,abs(Xr),'filled','.');
title('输入信号频谱|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(nr,abs(Y2),'filled','.');
title('输出信号频谱|Y2(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
```

```
figure; %signal spectrum of filter 3
```

```

subplot(2,1,1); stem(nr,abs(Xr),'filled','.');
title('输入信号频谱|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(nr,abs(Y3),'filled','.');
title('输出信号频谱|Y3(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');

%compare output signal spectrum
figure; % |Y1(k)|与|Y2(k)|
stem(nr,abs(Y1),'filled',MarkerSize=4);
hold on; stem(nr,abs(Y2),':pentagram','filled',MarkerSize=4);
title('滤波器 1 和滤波器 2 的输出信号频谱'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
legend('|Y1(k)|','|Y2(k)|');

figure; % |Y1(k)|与|Y3(k)|
stem(nr,abs(Y1),'filled',MarkerSize=4);
hold on; stem(nr,abs(Y3),':pentagram','filled',MarkerSize=4);
title('滤波器 1 和滤波器 3 的输出信号频谱'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
legend('|Y1(k)|','|Y3(k)|');

%compare filter diffency
figure;
plot(W1/pi,db1,LineWidth=1);
hold on; plot(W3/pi,db3,'-r',LineWidth=1);
title('滤波器 1 和滤波器 3 的频率响应'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('dB');
legend('20lg|H1(\omega)|','20lg|H3(\omega)|'); % 幅频响应

```

5.2 列出计算结果, 包括 $h1(n)$ 和 $h2(n)$ 的各个抽样值, $|H1(k)|$ 、 $|H2(k)|$ 、 $|X(k)|$ 、 $|Y1(k)|$ 、 $|Y2(k)|$ 和 $|Y3(k)|$ 的图形。

A2-1 1) 设计一线性相位 FIR 数字低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 0.2\pi$, 过渡带宽度 $\Delta\omega_c < 0.4\pi$, 阻带衰减 $A_s > 30\text{dB}$ 。由于阻带衰减为 30dB, 选择汉宁窗可以满足要求。滤波器幅频特性和相频特性曲线如图 1。

A2-2 2) 设计一线性相位 FIR 数字低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 0.2\pi$, 过渡带宽度 $\Delta\omega_c < 0.4\pi$, 阻带衰减 $A_s > 50\text{dB}$ 。由于阻带衰减为 50dB, 需选择汉明窗。滤波器的幅频特性和相频特性曲线如图 2。

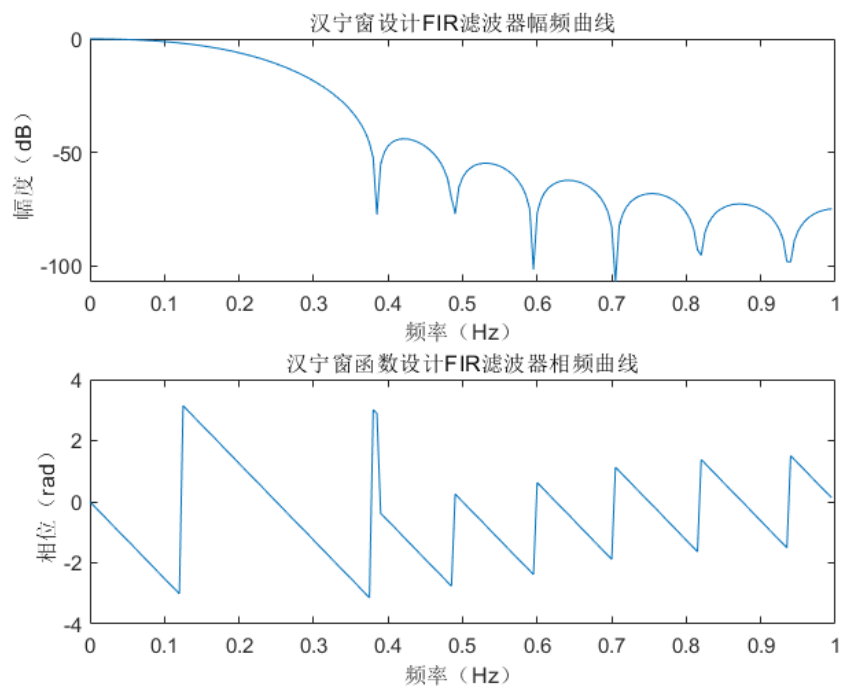


图 1 使用汉宁窗设计 FIR 滤波器

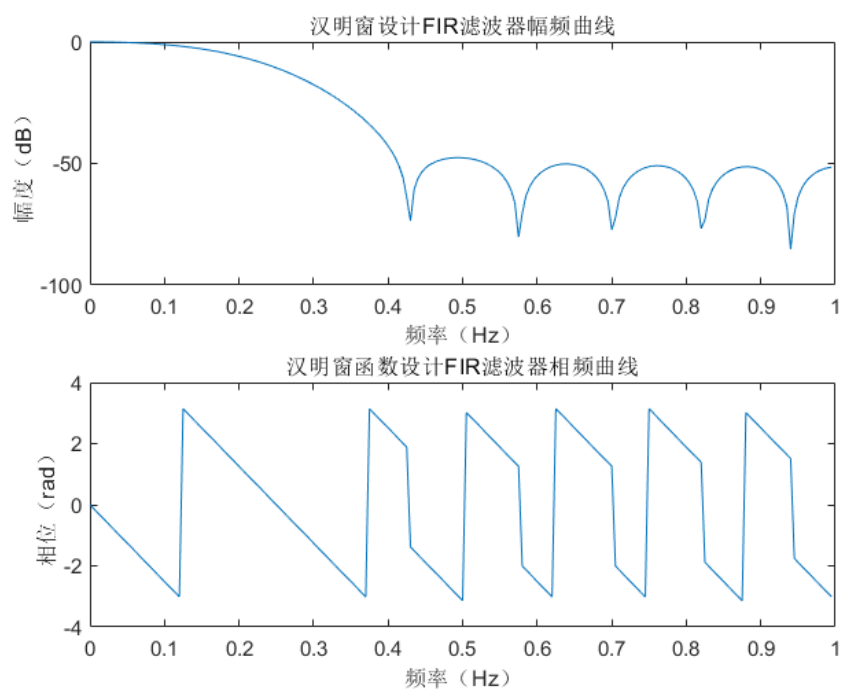


图 2 使用汉明窗设计 FIR 滤波器

A2-2 设计两个 FIR 低通滤波器，截止频率 $\omega_c = 0.5\pi$ 。

(1) 用矩形窗, 窗长 $N = 31$ 。 $h_1[n]$ 、 $|H_1(k)|$ 、 $20\lg |H_1(\omega)|$ 图像如图 3 所示。

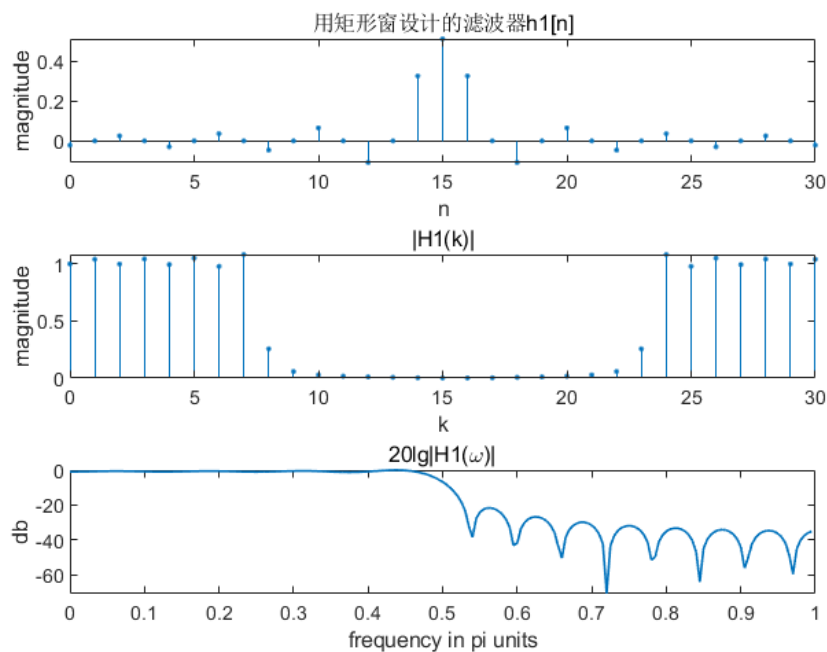


图 3 用矩形窗设计的第一个 FIR 滤波器

(2) 用汉明窗, 窗长 $N = 31$ 。 $h_2[n]$ 、 $|H_2(k)|$ 、 $20\lg |H_2(\omega)|$ 图像如图 4 所示。

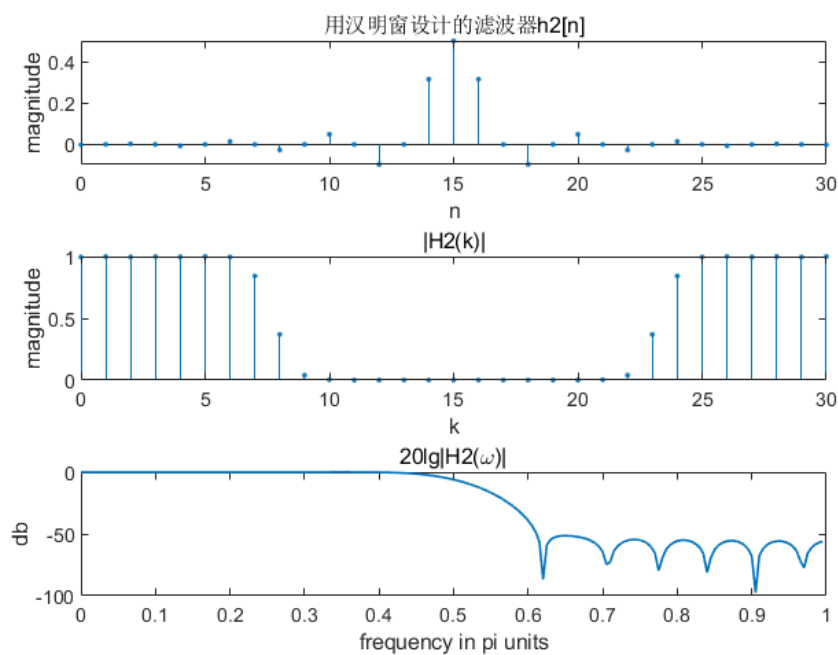


图 4 用汉明窗设计的第二个 FIR 滤波器

对比两者, 结果如图 5 所示。

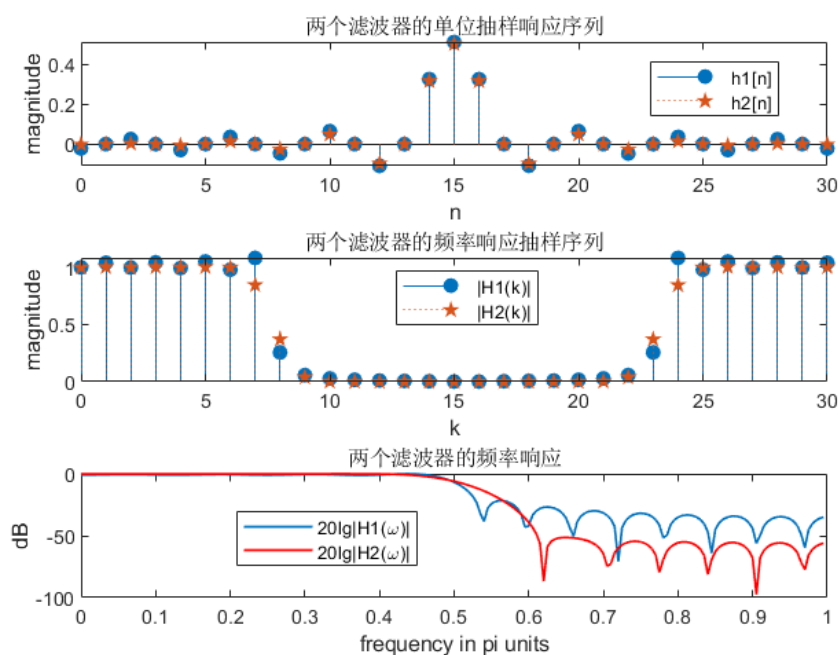


图 5 对比两个滤波器输出结果和幅频特性

A2-3 产生长度为 200 点、均值为零的随机信号序列 $x[n]$, 如图 6 所示。

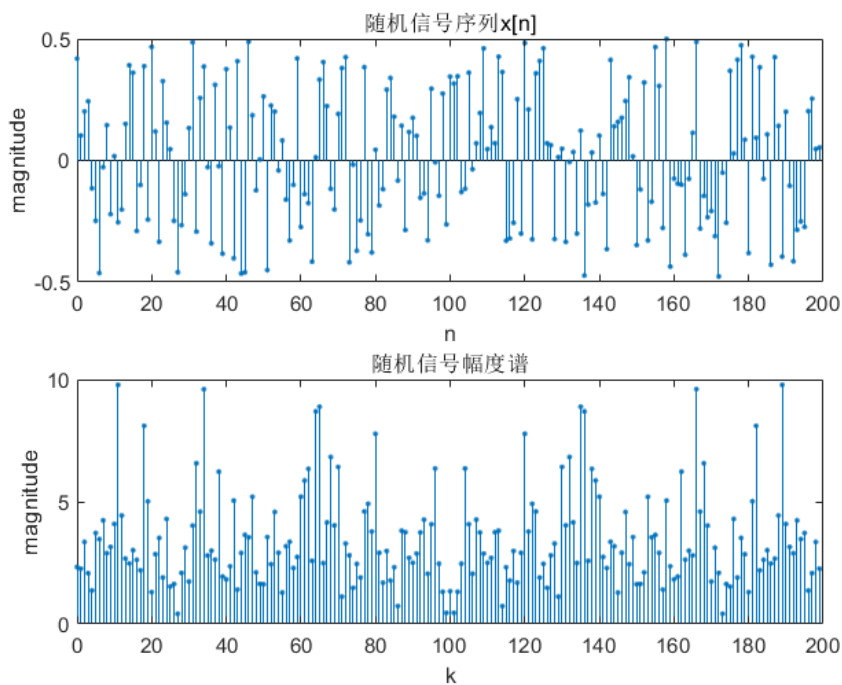


图 6 随机信号 $x[n]$ 和频谱

(1) 将 $x[n]$ 作为输入, 经过第一个滤波器后的输出序列 $y_1[n]$, 其幅度谱记为 $|Y_1(k)|$, 如图 7 所示。

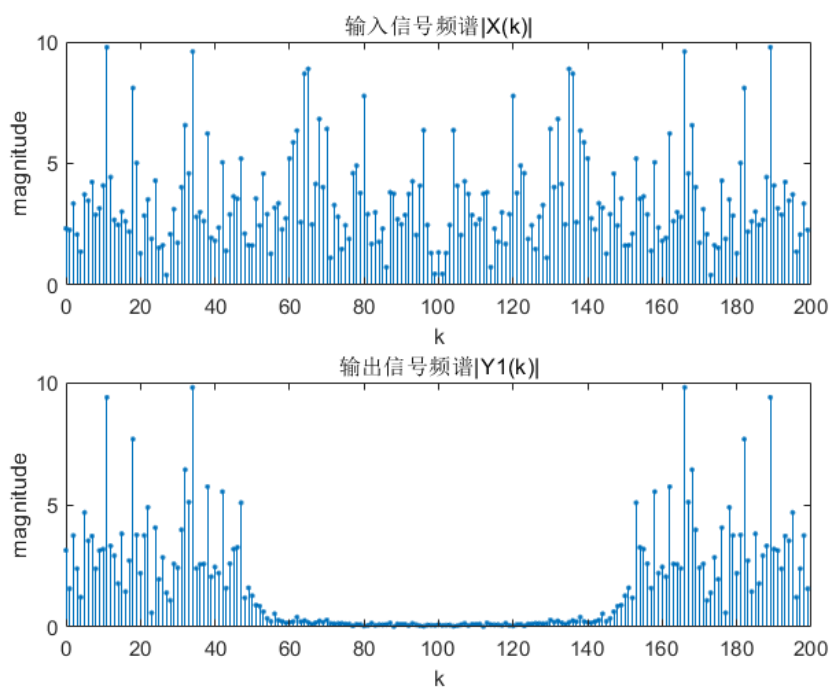


图 7 输入信号频谱 $|X(k)|$ 和输出信号频谱 $|Y_1(k)|$

(2) 将 $x[n]$ 作为输入, 经过第二个滤波器后的输出序列 $y_2[n]$, 其幅度谱记为 $|Y_2(k)|$, 如图 8 所示。比较 $|Y_1(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 的图形, 结果如图 9 所示。

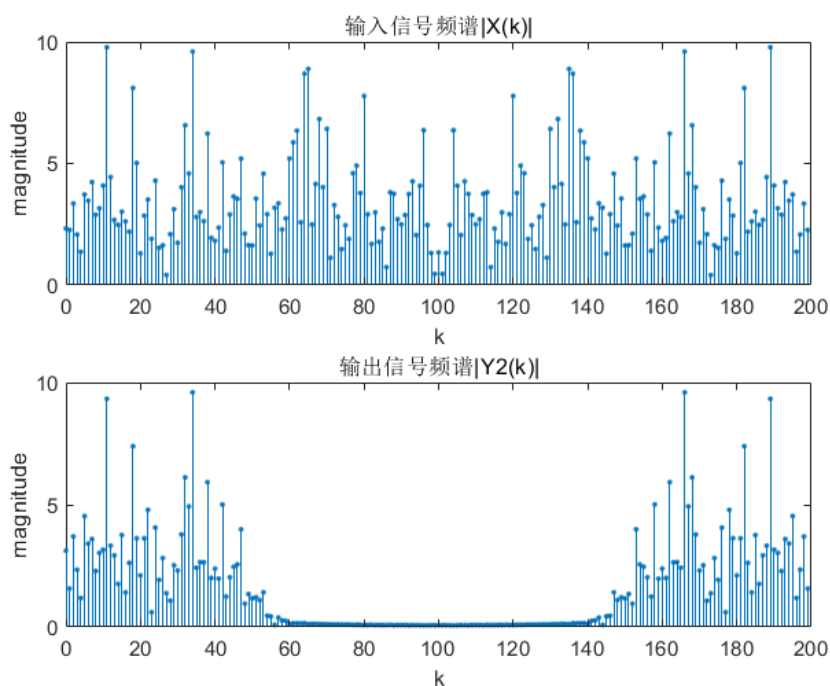
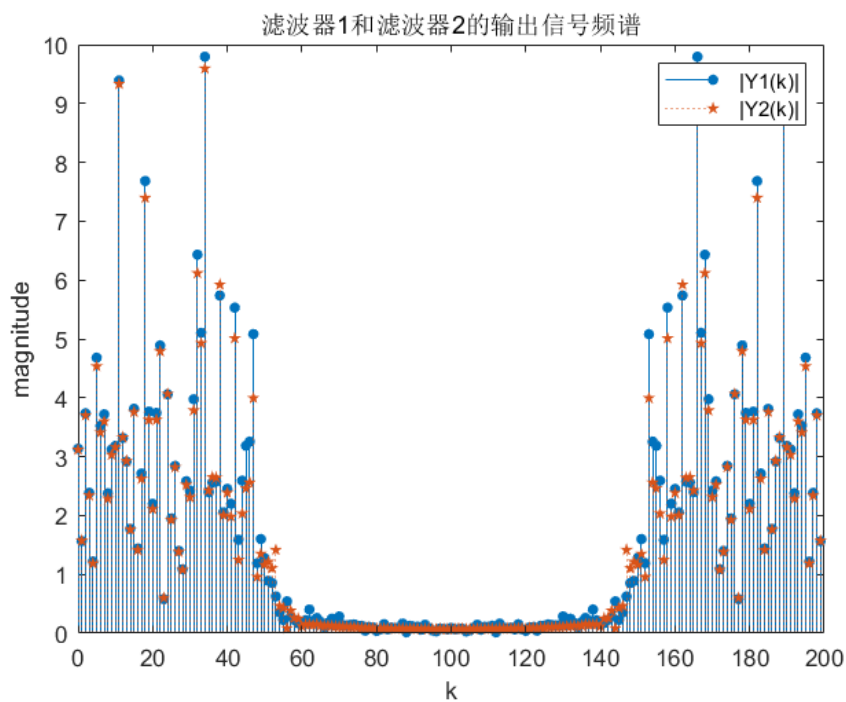
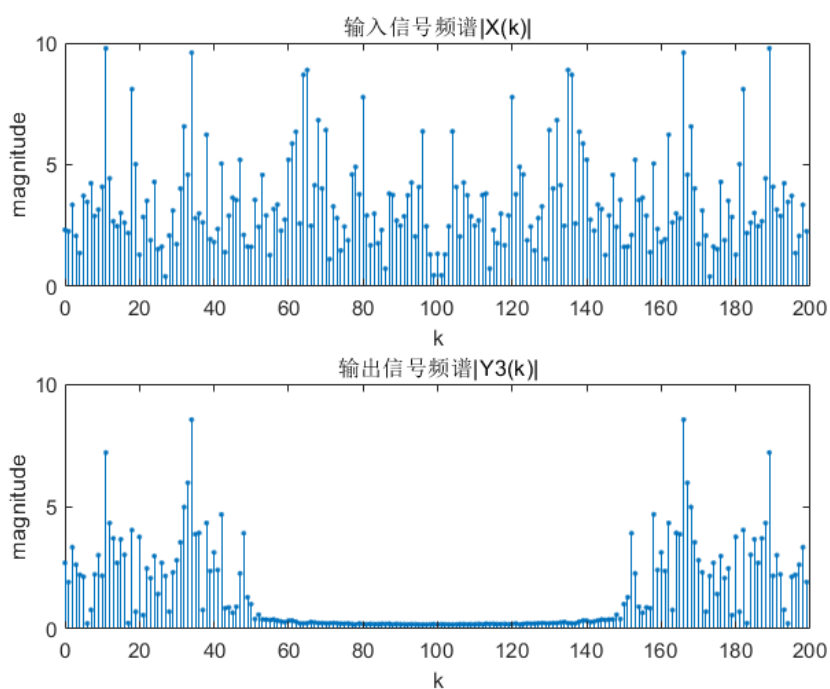
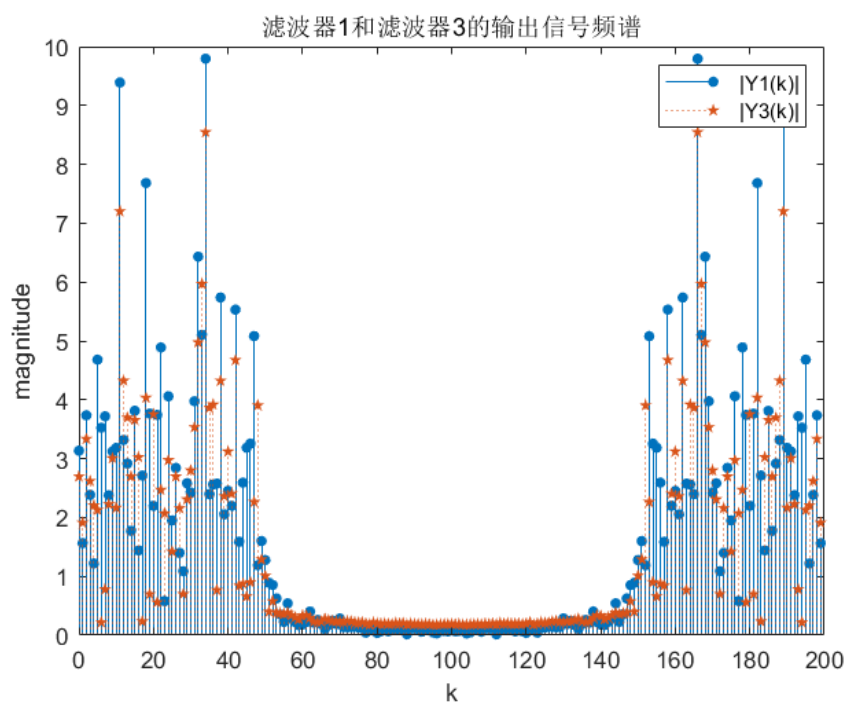


图 8 输入信号频谱 $|X(k)|$ 和输出信号频谱 $|Y_2(k)|$

图 9 $|Y_1(k)|$ 和 $|Y_2(k)|$ 比较

A2-4 设计第三个 FIR 低通滤波器，截止频率 $\omega_c = 0.5\pi$ 。用矩形窗，窗长 $N = 127$ 。用它对 $x[n]$ 进行滤波。显示输出信号 $y_3[n]$ 的幅度谱 $|Y_3(k)|$ ，并与 $|Y_1(k)|$ 比较。 $|Y_3(k)|$ 频谱如图 10，和 $|Y_1(k)|$ 比较的结果如图 11，

图 10 输入信号频谱 $|X(k)|$ 和输出信号频谱 $|Y_3(k)|$ （滤波器矩形窗， $N=127$ ）

图 11 $|Y1(k)|$ 和 $|Y3(k)|$ 频谱对比图

滤波器 1 (矩形窗, $N = 31$) 和滤波器 3 (矩形窗, $N = 127$) 的幅频特性和相频特性曲线如图 12。

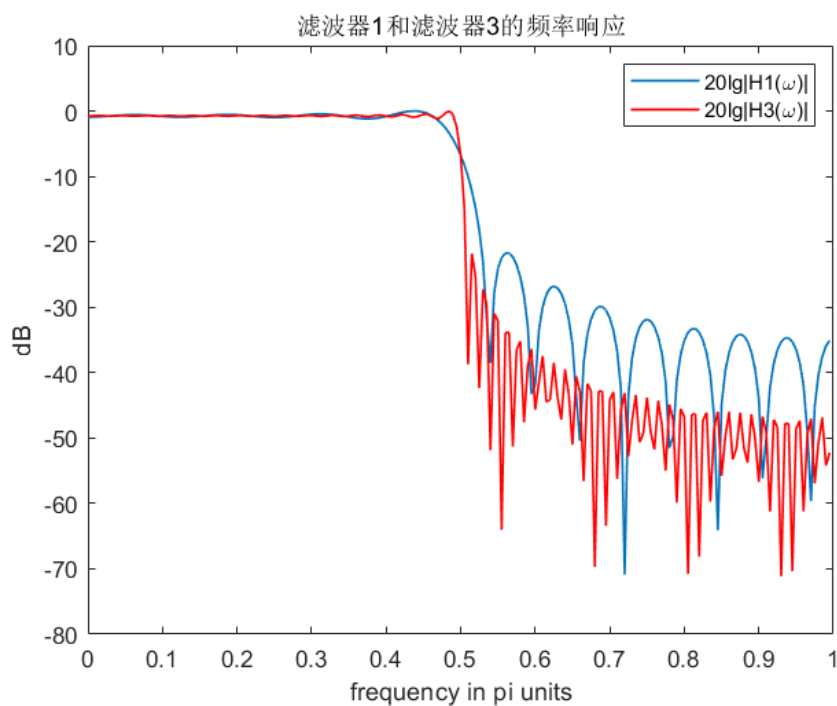


图 12 滤波器 1 和滤波器 3 的幅频特性和相频特性曲线

六、实验结果与分析

A2-1 对比图 1 和图 2，可知汉明窗的主瓣稍窄，使得使用汉明窗设计的 FIR 滤波器在通带内衰减更早，同时由于汉明窗的旁瓣峰值更小，滤波器阻带最小衰减更大。

表 1 汉宁窗和汉明窗性能指标

窗函数	旁瓣峰值 衰减/dB	窗函数主 瓣宽度	加窗后滤波器 过渡带宽 $\Delta\omega$	加窗后滤波器阻 带最小衰减/dB	旁瓣滚降率 (dB/oct)
汉宁窗	-31	$8\pi/N$	$6.2\pi/N$	-44	-17.16
汉明窗	-41	$8\pi/N$	$6.6\pi/N$	-53	-3.12

A2-2 设计两个 FIR 低通滤波器，截止频率 $\omega_c = 0.5\pi$ 。由图形，比较 $h_1[n]$ 与 $h_2[n]$ 的差异， $|H_1(k)|$ 与 $|H_2(k)|$ 的差异。

根据图 5，两滤波器的单位抽样响应序列 $h_1[n]$ 和 $h_2[n]$ 都关于 $\frac{N-1}{2} = 15$ 呈偶对称，此时恒相延时和恒群延时同时成立，二者的频率响应函数都关于 0 和 π 偶对称。但使用汉明窗的滤波器和使用矩形窗的滤波器相比，其单位抽样响应序列在 0 附近和 30 附近（即远离 $n = 15$ 的两端）的起伏波动更小。比较两者的频谱抽样图和频率响应曲线可得， $|H_1(k)|$ 在通带内的取值波动比 $|H_2(k)|$ 更大，过渡带宽比 $|H_2(k)|$ 更小，虽然两者都在 $\omega = 0.5\pi$ 时进入过渡带，但 $|H_1(k)|$ 的阻带衰减值比 $|H_2(k)|$ 小。这与理论结果一致，即汉明窗比矩形窗具有更大的阻带衰减和更大的过渡带宽。

A2-3-1 将随机信号 $x[n]$ 作为输入，经过第一个滤波器后的输出序列记为 $y_1[n]$ ，其幅度谱记为 $|Y_1(k)|$ 。讨论滤波前后信号的频谱特征。

由图 6，输入信号 $x[n]$ 是一个实信号，既有高频分量也有低频分量，其幅度谱关于 $k = 100$ 偶对称，与理论相符。由图 7，经过滤波器 1（采用矩形窗作为窗函数）滤波后，输出信号 $y_1[n]$ 的频谱 $|Y_1(k)|$ 仍关于 $k = 100$ 偶对称，但是在 $50 \leq k \leq 150$ 之间的值被基本清除，仅留有微小的分量，这体现为滤波器的过渡带和阻带波动。 $k = 50$ 对应数字角频率 $\omega = \frac{2\pi}{N} \cdot 200 = 0.5\pi = \omega_c$ ，与设计的截止频率一致。

A2-3-2 比较 $|Y_1(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 的图形，讨论不同的窗函数设计出的滤波器的滤波效果。

由图 9 可知，滤波器 2（采用汉明窗作为窗函数）同样可以起到滤除高频信号的作用，且截止频率也为 $\omega_c = 0.5\pi$ 。不同之处在于，滤波器 1 的输出信号在高频部分仍有抖动值，但滤波器 2 的输出信号的高频部分基本被完全清除，滤波器 2 的滤波效果更好。但是，滤波器 1 的过渡带更窄，衰减更快，体现为在 $k = 50$ 附近迅速进入阻带，而滤波器 2 的过渡带宽更宽，衰减较慢。以上结果与理论一致，即汉明窗比矩形窗具有更大的阻带衰减和过渡带宽。

A2-4 比较 $|Y_1(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 的图形, 讨论不同的窗长设计出的滤波器的滤波效果。

由图 11 和图 12, 在窗型相同的条件下, 当窗长更长时, 滤波器的性能更加。对比图 11, 滤波器 3 (矩形窗, 但窗长更长) 的输出信号频谱在 $50 \leq k \leq 150$ 时的抖动更小, 说明高频信号滤除效果更佳。此外, $|Y_3(k)|$ 在 $k = 50$ 附近的衰减速度更快, 过渡带更窄, 体现为 $k = 50$ 附近的值更小。滤波器 1 和滤波器 3 的频率响应图也能体现 $|Y_3(k)|$ 的阻带衰减更大, 过渡带更窄。以上说明, 更长的窗长可以使得过渡带变窄, 阻带衰减更大, 但最小阻带衰减相同, 均为 21dB 左右。

进一步分析可发现, 滤波器 3 与滤波器 1 相比, 虽然其频率响应曲线在通带内的波动更多, 大部分波动都更小, 但是其在 $\omega = 0.5\pi$ 附近的最大波动值都相同, 这与吉布斯现象相一致。

总结: 滤波器的频率响应中的过渡带宽度取决于哪些设计参数? 有什么规律? 阻带最小衰减取决于哪些设计参数? 有什么规律?

滤波器的过渡带宽取决于窗的类型和窗长。在窗长相同的情况下, 使用矩形窗设计出的滤波器过渡带宽最窄, 汉宁窗其次, 汉明窗最宽; 在窗型相同的情况下, 窗长越长, 则滤波器过渡带越窄。阻带最小衰减取决于窗型, 与窗长无关, 矩形窗最小衰减最差, 汉宁窗其次, 汉明窗最好。