

## 夏第一周作业参考答案:

### 第六章 频率特性分析法 - 1 习题六 P.259-263

6-1 若系统单位阶跃响应  $h(t) = 1 - 1.8e^{-4t} + 0.8e^{-9t}$ , 试确定系统的频率特性。

解: 系统的输出拉氏变换:  $H(s) = \frac{1}{s} - \frac{1.8}{s+4} + \frac{0.8}{s+9} = \frac{36}{s(s+4)(s+9)}$ , 输入拉氏变换:  $R(s) = \frac{1}{s}$

系统的传递函数为:  $G(s) = \frac{H(s)}{R(s)} = \frac{36}{s^2 + 13s + 36}$

系统的频率特性为:  $G(j\omega) = \frac{36}{(j\omega)^2 + j13\omega + 36}$

6-8 已知系统开环传递函数  $G(s)H(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{s^2(Ts + 1)}$ ,  $K, \tau, T > 0$ , 试分析并绘制  $\tau > T$  和  $T > \tau$  情况下的概略开环幅相曲线。

解: 系统开环频率特性曲线:  $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega\tau + 1)}{(j\omega)^2(j\omega T + 1)} = \frac{-K((1 + \omega^2\tau T) + j\omega(\tau - T))}{\omega^2(1 + \omega^2T^2)}$

$\nu = 2, m = 1, n = 3$

(1) 开环幅相曲线的起点:  $A(0_+) = \infty$ ,  $\varphi(0_+) = -180^\circ$

开环幅相曲线的终点:  $A(\infty) = 0$ ,  $\varphi(\infty) = -180^\circ$

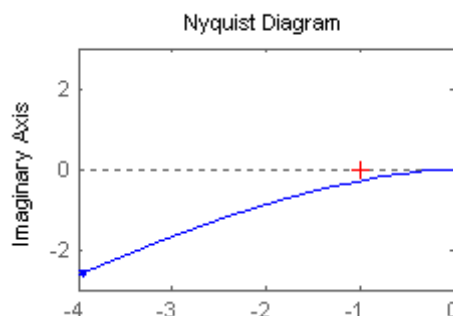
(2) 开环幅相曲线与实轴的交点:

$\text{Im}\{G(j\omega)H(j\omega)\} = 0 \Rightarrow \omega = 0$ , 即系统的幅相特性曲线除在  $\omega = 0$  处外与实轴无交点

➤ 当  $\tau > T$  时:

变化范围: 开环幅相特性曲线位于第III象限 (取  $\tau = 10, T = 1, K = 1$  作图)

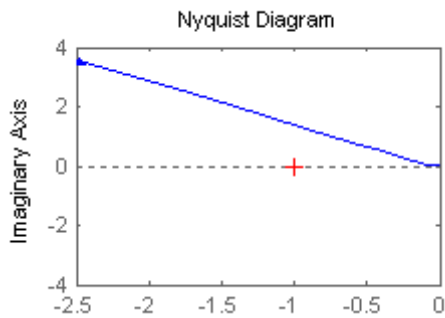
系统的开环概略幅相特性曲线如图所示:



➤ 当  $T > \tau$  时

变化范围: 开环幅相特性曲线位于第II象限 (取  $\tau = 1, T = 10, K = 1$  作图)

系统的开环概略幅相特性曲线如图所示:



6-10 绘制下列传递函数的对数幅频渐近特性曲线

$$(1) \frac{2}{(2s+1)(8s+1)}$$

$$(3) G(s) = \frac{8(\frac{s}{0.1}+1)}{s(s^2+s+1)(\frac{s}{2}+1)}$$

$$(5) G(s) = \frac{32(s+2)}{s(s^2+4s+16)}$$

解：

$$(1) G(j\omega) = \frac{2}{(1+2j\omega)(1+8j\omega)}$$

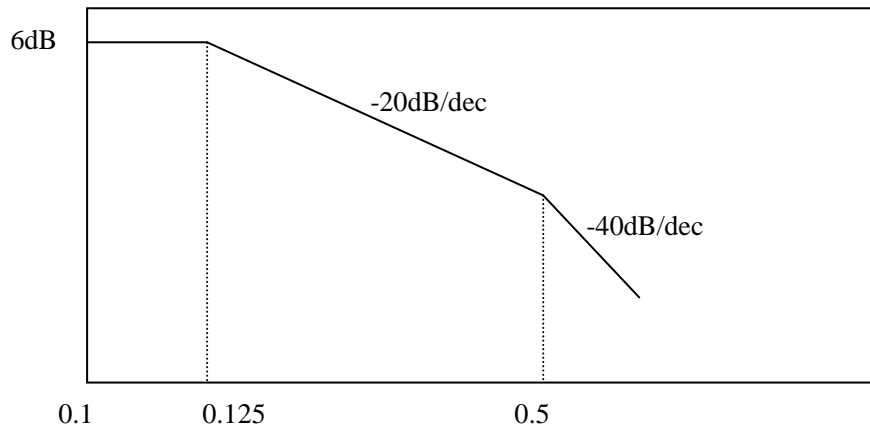
$$20\lg|G(j\omega)| = 20\lg \left| \frac{2}{(1+2j\omega)(1+8j\omega)} \right| = 20\lg 2 - 10\lg(1+4\omega^2) - 10\lg(1+64\omega^2)$$

$$\phi(\omega) = -\arctg 2\omega - \arctg 8\omega$$

最小的转折频率 0.125， $\omega < 0.125$  时，可视为低频区， $20\lg|G(j\omega)| \approx 20\lg 2 = 6\text{dB}$ ，

$0.125 < \omega < 0.5$ ，渐近线斜率为  $-40\text{dB/dec}$ ，在转折频率处，有最大误差  $3\text{dB}$ 。

同理可画出相频的渐近线及相频特性曲线。



(3) 开环系统由以下典型环节组成:  $\frac{8}{s}$ ,  $\frac{s}{0.1}+1$ ,  $\frac{1}{s^2+s+1}$ ,  $\frac{1}{\frac{s}{2}+1}$

确定交接频率和斜率变化:

$\frac{s}{0.1}+1$  的交接频率为  $\omega_1 = 0.1$ , 斜率变化 20dB/dec

$\frac{1}{s^2+s+1}$  的交接频率为  $\omega_2 = 1$ , 斜率变化 -40dB/dec

$\frac{1}{\frac{s}{2}+1}$  的交接频率为  $\omega_3 = 2$ , 斜率变化 -20dB/dec

绘制低频段渐进特性曲线 ( $\omega < \omega_1$ ),

因为  $v=1$ , 所以低频渐近线斜率  $k=-20\text{dB/dec}$ , 直线上一点为  $\omega_0=1$ ,

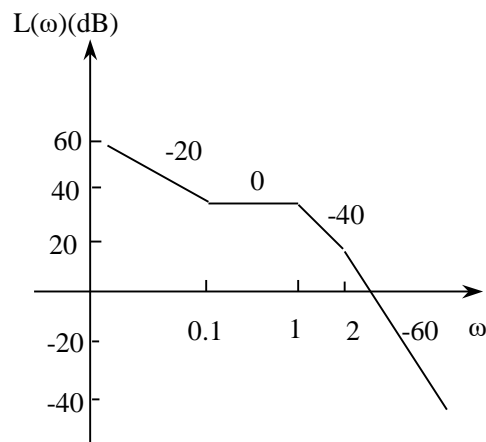
$$L_a(\omega_0) = 20 \lg K = 18\text{dB}$$

绘制频段  $\omega > \omega_1$  渐进特性曲线:

$$\omega_1 \leq \omega < \omega_2, \quad k = 0\text{dB/dec}$$

$$\omega_2 \leq \omega < \omega_3, \quad k = -40\text{dB/dec}$$

$$\omega_3 \leq \omega, \quad k = -60\text{dB/dec}$$



(5) This is type “1” system, and

$$G(s) = \frac{32(s+2)}{s(s^2+4s+16)} = \frac{32 \times 2(0.5s+1)}{s \times 16(1 + \frac{1}{4}s + \frac{1}{16}s^2)} = \frac{4(0.5s+1)}{s(1 + \frac{1}{4}s + \frac{1}{4^2}s^2)}$$

The basic factors are:  $\frac{K_1}{T_1 s} \cdot T_2 s + 1 \cdot \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{1}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2}$

Where:  $K_1=4, \frac{1}{T_1}=1; \frac{1}{T_2}=2; \omega_n=4; 2\zeta=1 \Rightarrow \zeta=0.5$

$$20 \log K_1 = 20 \log 4 = 12dB; \zeta=0.5 \Rightarrow M_m = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}} = 1.15dB$$

6-14 已知最小相位系统的 Bode 图如图 6-75 所示，试确定系统的传递函数

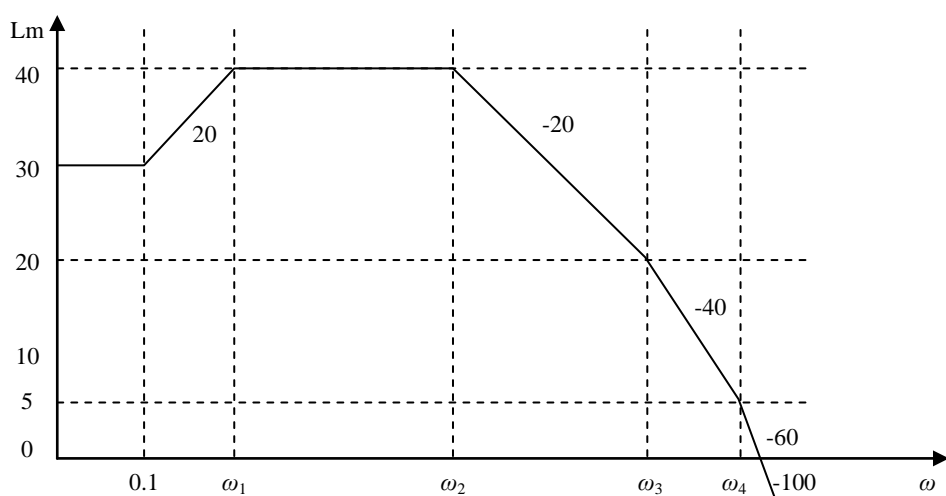


图 6-75 题 6-14 图

结构分析:

$\because \omega < 0.1$  时,  $20 \lg |G(S)| = 30dB$  斜率为零, 故无积分环节;

	斜率	对应环节
$\omega = 0.1$	+20dB/dec	一节超前环节
$\omega = \omega_1$	-20dB/dec	一节滞后环节
$\omega = \omega_2$	-20dB/dec	一节滞后环节
$\omega = \omega_3$	-20dB/dec	一节滞后环节
$\omega = 100$	-20dB/dec	一节滞后环节

$$\therefore G(j) = \frac{K(\frac{j\omega}{0.1} + 1)}{(\frac{j\omega}{\omega_1} + 1)(\frac{j\omega}{\omega_2} + 1)(\frac{j\omega}{\omega_3} + 1)(\frac{j\omega}{\omega_4} + 1)}$$

$$\text{当 } \omega \ll 1 \text{ 时, } 20\lg |G(j\omega)| = 20\lg K = 30\text{dB} \quad K = 31.6$$

$$\text{有 } 20\lg \frac{\omega_1}{0.1} = 40 - 30 \quad \omega_1 = 0.316$$

$$\text{有 } -60\lg \frac{\omega_4}{100} = 5 - 0 \quad \omega_4 = 82.54$$

$$\text{有 } -40\lg \frac{\omega_3}{82.54} = 20 - 5 \quad \omega_3 = 34.81$$

$$\text{有 } -20\lg \frac{\omega_2}{34.81} = 40 - 20 \quad \omega_2 = 3.481$$

$$\text{所以: } G(s) = \frac{31.6(\frac{s}{0.1} + 1)}{(\frac{s}{0.316} + 1)(\frac{s}{3.481} + 1)(\frac{s}{34.81} + 1)(\frac{s}{82.54} + 1)}$$