实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

根轨迹法是分析和设计线性定常控制系统的图解方法

所谓根轨迹是指，当开环系统某一参数从零变到无穷大时，闭环系统特征方程的根在s平面的轨迹。

函数名称	功能
pzmap	绘制系统的零极点图
rlocus	求系统的根轨迹
rlocfind	计算给定一组根的根轨迹增益
sgrid	在连续系统根轨迹图和零极点图中绘出阻尼系数和自然频率栅格

实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

pzmap(SYS)——计算系统的零极点，并绘制图形，极点用**x**表示，零点用**o**表示。

[P, Z] = pzmap(SYS)——返回系统零极点列向量，不画图

rlocus(SYS)——计算并绘制系统的根轨迹图。根轨迹图用来分析负反馈系统，并显示当反馈增益从**0**变化到∞时，闭环极点的轨迹。

[R, K] = RLOCUS(SYS)，R＝rlocus(SYS,K) ——**K**为用户定义的增益。

[K, POLES] = rlocfind(SYS)——可在图形窗口根轨迹图中显示出十字光标，当用户选择其中一点时，其相应的增益由**k**记录，与增益相关的所有极点记录在**poles**中

[K, POLES] = rlocfind(SYS,P)——指定要得到增益的根矢量**P**。

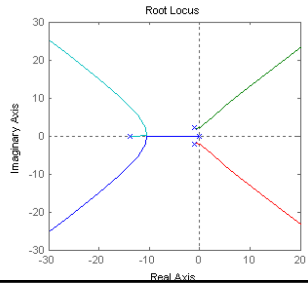
实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

例：已知开环传递函数，绘制通过单位负反馈系统构成的闭环系统的根轨迹。

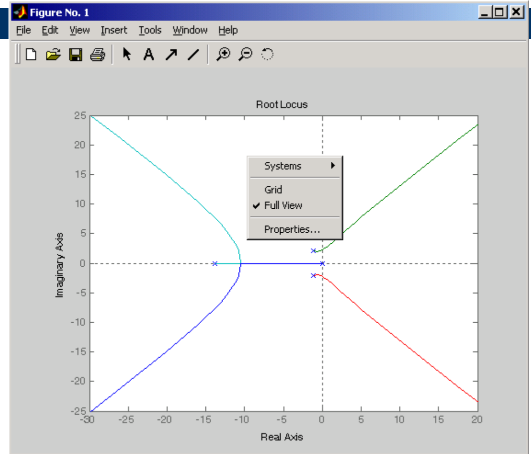
$$H(s)=\frac{k}{s^4+16s^3+36s^2+80s}$$

```
num=[1];
den=[1 16 36 80 0];
sys=tf(num, den);
rlocus(sys)
```



实验五　控制系统分析

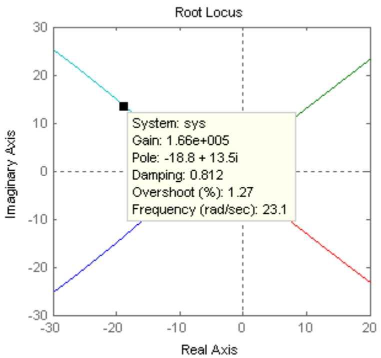
5.3　控制系统根轨迹分析



实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

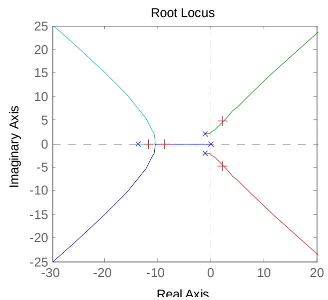
点击根轨迹图上的线，可以得到该点的所有信息



实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

```
>> rlocus(sys)
>> [K, Pole]=rlocfind(sys)
Select a point in the graphics window
selected_point =
  -8.7322 - 0.0776i
K =
  2.7934e+003
Pole =
 -11.8572
  -8.7337
   2.2955 + 4.6589i
   2.2955 - 4.6589i
```



实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

```
>> [k, p]=rlocfind(sys,-5)
k =
 875.0000
p =
 -13.3940
  -5.0000
   1.1970 + 3.4107i
   1.1970 - 3.4107i
```

实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

sgrid——在连续系统的根轨迹或零极点图上绘制出栅格线，栅格线由等阻尼系数和等自然频率线构成，阻尼系数以步长**0.1**从ξ＝**0**到ξ＝**1**绘出

sgrid('new')——先清除图形屏幕，然后绘制出栅格线，并设置成**hold on**，使后续绘图命令能绘制在栅格上。

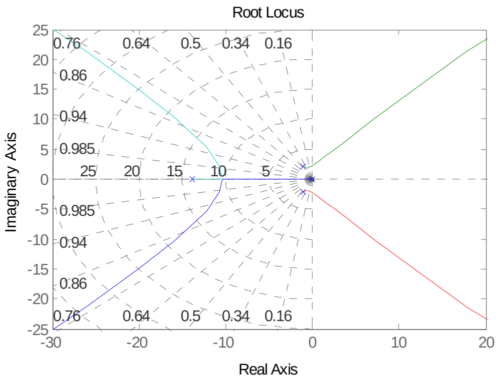
sgrid(z, wn)——可制定阻尼系数**z**和自然频率**wn**

sgrid('new'，z，wn)——可制定阻尼系数**z**和自然频率**wn**，并且在绘制栅格线之前清除图形窗口。

实验五　控制系统分析

5.3　控制系统根轨迹分析

```
>> rlocus(sys)
>> sgrid
```



实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析

频域分析法是应用频率特性研究控制系统的一种经典方法。**Bode**就是**H(jω)**的幅值和相位对ω进行绘图，也称幅频和相频特性曲线。**Nyquist**曲线是根据开环频率特性在复平面上绘出幅相轨迹。

函数名称	功能
bode	绘制系统的 bode 图（幅频和相频响应曲线）
nyquist	绘制系统的 Nyquist 曲线
freqs	S 域的频率响应
freqz	Z 域的频率响应
semilogx	绘制半对数坐标图
logspace	对数刻度向量
margin	幅值裕度和相角裕度

实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析

1）bode(SYS)—— 绘制Bode图。 sys是由 tf, zpk, ss生成

bode(SYS, {WMIN, WMAX})——绘制频率为WMIN和WMAX之间的Bode图

[MAG, PHASE] = bode(SYS,W)， [MAG,PHASE,W] = bode(SYS)返回幅度、相位和频率点。 为了得到对数幅度（ dB）, MAGDB = 20*log10(MAG)

2）nyquist(SYS) ——绘制Nyquist曲线

nyquist(SYS,{WMIN,WMAX}) ——设定了频率范围

nyquist(SYS,W) ——用户定义频率

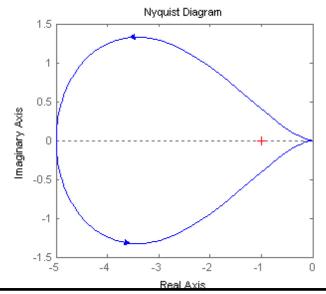
[RE,IM] = nyquist(SYS,W) ， [RE,IM,W] = nyquist(SYS) 返回频率响应的实部和虚部。

实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析

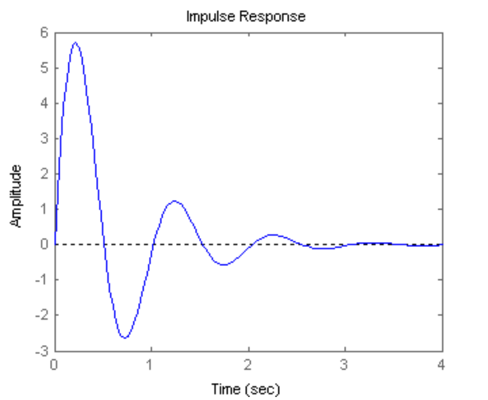
例：已知开环系统，绘制系统Nyquist曲线，并判断闭环系统的稳定性，最后求出闭环系统的单位脉冲响应。 $H(s)=\dfrac{50}{(s+5)(s-2)}$

```
k=50;
z=[];
p=[-5 2];
sys=zpk(z,p,k);
figure(1)
nyquist(sys)
figure(2)
sys1=feedback(sys,1);
impulse(sys1)
```



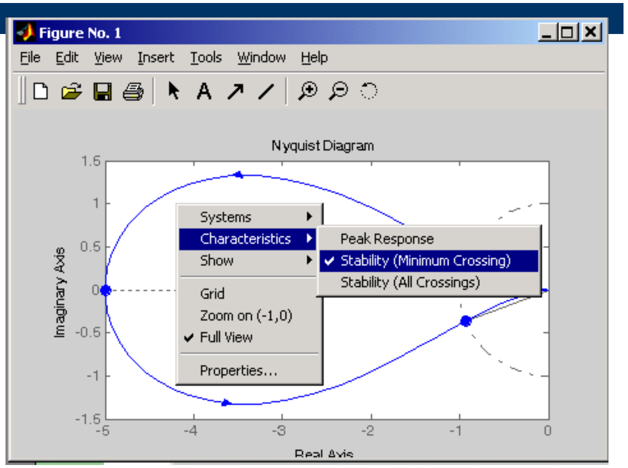
实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



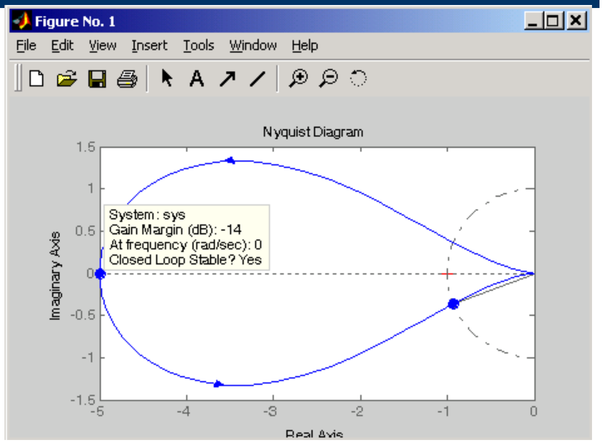
实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



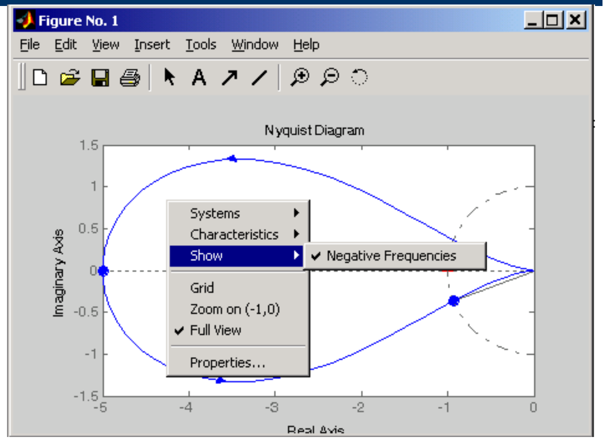
实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



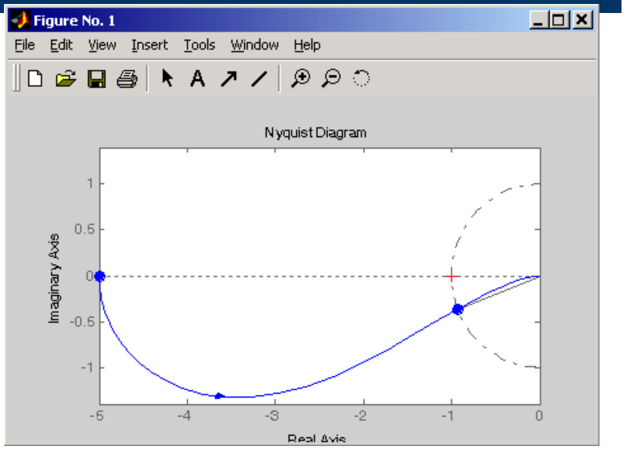
实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析

margin——求增益和相位裕度

从频率响应数据中计算出增益、相位裕度以及有关的交叉频率。

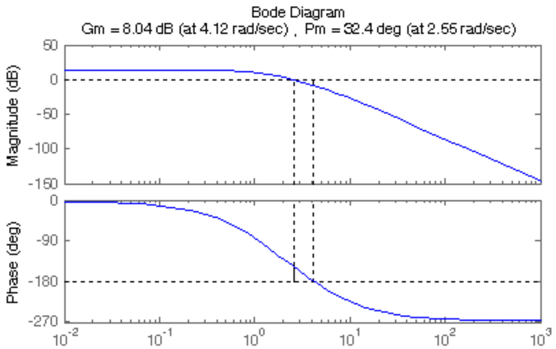
margin(sys)——得到增益和相位裕度，并绘制出**Bode**图，其中**mag, phase, w**为由**bode**得到的增益、相位及其频率值。

[gm, pm, wcp, wcg]=margin(mag, phase, w)——得到增益和相位裕度以及相应的频率**wcg**、**wcp**，而不直接绘制出**Bode**图。其中**mag, phase, w**为由**bode**得到的增益、相位及其频率值。利用**margin**函数可以计算稳定裕度大于设定值条件的**K**值范围。

实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析

```
>>s=tf('s');
>>sys=50/(s+5)/(s+2)/(s+1);
>> margin(sys)
```



实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析

4）LTIview ——线性时不变系统用户界面

LTIview —— 打开LTI系统的用户界面，可以在这个界面内选择LTI系统，也可以用函数 LTIVIEW(PLOTTYPE,SYS1,SYS2,...,SYSN)。绘制类型包括：

1) 'step'　Step response　　2) 'impulse'　Impulse response

3) 'bode'　Bode diagram　　4) 'bodemag'　Bode Magnitude diagram

5) 'nyquist'　Nyquist plot　　6) 'nichols'　Nichols plot

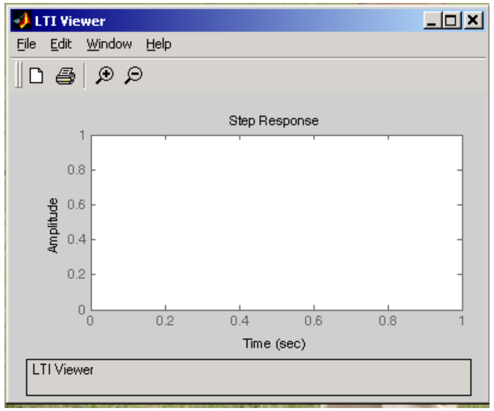
7) 'sigma'　Singular value plot　　8) 'pzmap'　Pole/Zero map

9) 'iopzmap'　I/O Pole/Zero map

还可以求取峰值时间、上升时间、稳态时间等。

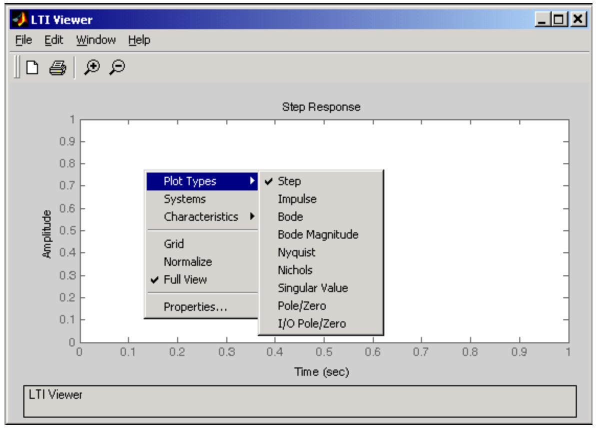
实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



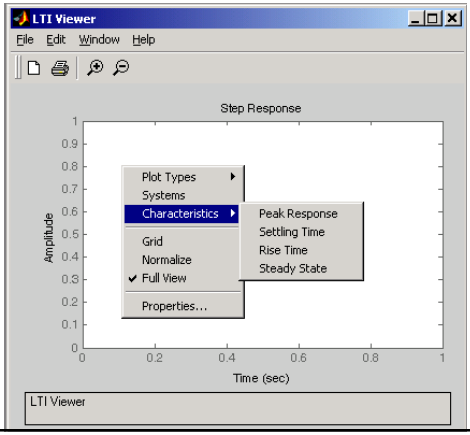
实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



实验五　控制系统分析

5.4　控制系统的频域分析



实验六 状态空间设计方法

6.1　状态空间系统分析

系统的能控性和能观性是两个重要的概念，是设计控制器和状态估计器的基础。

函数名称	功能
poly(A)	返回矩阵 A 的特征多项式系数
ss2ss	相似变换
ctrb	可控性矩阵计算
ctrbf	系统的可控与不可控分解
obsv	可观性矩阵计算
obsvf	系统的可观与不可观分解
canon	状态空间的正则实现（模态矩阵即对角型，伴随矩阵即可观标准型）
minreal	状态空间的最小实现
jordan	约当标准型

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

1）系统能控性和能观性

co = ctrb(A, B)——用于计算由A和B给出的系统的可控性矩阵 [B AB A^2B ...]。

co = ctrb(SYS)——计算状态空间对象的可控性矩阵，等价与CTRB(sys.a, sys.b)，

ob = obsv(A, C)——用于计算由A和C给出的系统的可观性矩阵 [C CA CA^2 ...]^T。

ob = obsv(SYS)——计算状态空间对象的可观性矩阵，等价与obsv(sys.a,sys.b)

rank(A)——计算矩阵的秩

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

例：

$$A=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\1&0\end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

```
a=[1 1 0;0 1 1;0 0 1];
b=[0 0;0 0;1 0];
co=ctrb(A, B);
ob=obsv(A, C);
[rank(co) rank(ob)]
```

结果

```
ans =
        3    3
```

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

2）状态方程的几种特殊形式

➢ 能控、能观标准型、约当标准型

jordan (A) 计算A的约当标准型形式

[V，J] = jordan(A) 返回J为A阵的约当标准型，V为转换矩阵，V\A*V = J.

csys=canon(sys, type)——状态方程的正则实现

type——‘modal’表示对角线型标准实现

‘companiona’表示伴随矩阵（能观相伴标准型）

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

➢ 能控子空间分解

[Abar,Bbar,Cbar,T,k]=ctrbf(A,B,C)——将系统分解为可控和不可控两部分，T为相似变换，k是长度为n的矢量，其元素为各个块的秩，sum(k)可求出A中可控部分的秩。

$$\bar{A}=\begin{bmatrix} A_{nc} & 0 \\ A_{21} & A_c \end{bmatrix} \qquad \bar{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix} \qquad \bar{C}=\begin{bmatrix} C_{nc} & C_c \end{bmatrix}$$

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

➢ 能观子空间分解

[Abar,Bbar,Cbar,T,k]=obsvf(A,B,C)——将系统分解为可观和不可观两部分，T为相似变换，k是长度为n的矢量，其元素为各个块的秩，sum(k)可求出A中可控部分的秩。

$$\bar{A}=\begin{bmatrix} A_{no} & A_{12} \\ 0 & A_o \end{bmatrix} \qquad \bar{B}=\begin{bmatrix} B_{no} \\ B_o \end{bmatrix} \qquad \bar{C}=\begin{bmatrix} 0 & C_o \end{bmatrix}$$

➢ 状态空间的最小实现

sysr=mineral(sys)——sys的最小实现，即删除状态空间模型中的不可观和不可控状态，或对消零极点模型中相同的零极点，输出系统sysr具有最小的阶。

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

3）离散状态方程求解

lsim(SYS,U,T,X0)——系统对输入的响应，初始状态为X0（在时间T(1)），省略表示X0为0；对离散模型，U的采样与离散采样周期一致（T可以省略，或置为[]。

[Y,T,X] = lsim(SYS,U,T,X0)

也可以按照书上讲的方法编程完成

实验六 状态空间设计方法

6.1 状态空间系统分析

例：状态方程求解

$$x(k+1)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -0.16 & -1\end{bmatrix}x(k)+\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}u(k) \qquad x(0)=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix} \qquad u(k)=1$$

$$y(k)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x(k)$$

```
sys=ss([0 1;-0.16 -1],[1;1],[1 0],0,1);
[Y,T,X]=lsim(sys,[1 1 1 1],1:1:4,[1 -1]);
```

```
Y =
   1.0000
        0
   2.8400
   0.1600
```

```
T =
   1
   2
   3
   4
X =
   1.0000   -1.0000
        0    1.8400
   2.8400   -0.8400
   0.1600    1.3856
```

实验六 状态空间设计方法

6.2 状态反馈极点配置与状态观测器

1）状态反馈极点配置（相似转换法和ackermann公式）

相似转换法：需要求出能控标准型下的状态反馈阵，才能求出一般系统的状态反馈阵。

Ackermann公式：

- 确定矩阵特征多项式系数

$$\alpha^*(s)=(s-\lambda_1^*)(s-\lambda_2^*)\cdots(s-\lambda_n^*)=s^n+a_{n-1}^*s^{n-1}+\cdots+a_1^*s+a_0^*$$

- 求

$$\phi(A)=A^n+a_{n-1}^*A^{n-1}+\cdots+a_1^*A+a_0^*I$$

- 计算增益矩阵k

$$k=(0,0,\ldots,0,1)(B,AB,\ldots A^{n-1}B)\phi(A)$$

实验六 状态空间设计方法

6.2 状态反馈极点配置与状态观测器

k=acker(a, b, p)——SISO极点配置。利用Ackermann公式计算反馈增益矩阵k，使采用全反馈u= -kx的单输入系统具有指定的闭环极点p.

k=place(A, B, p)——MIMO极点配置。利用Ackermann公式计算反馈增益矩阵k，使采用全反馈u= -kx的多输入系统具有指定的闭环极点p

必须判断系统状态是否可控

可以将这两个函数所得的结果与相似转换法（书上的方法）进行比较

实验六 状态空间设计方法

6.2 状态反馈极点配置与状态观测器

例：$a=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&1&1\end{bmatrix}$，$b=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$ 闭环特征值为{－1，－1，－1}；

```
a=[0 1 0;1 0 1;1 1 1];
b=[0;0;1];
p=[-1 -1 -1];
k=acker(a,b,p)
```

结果：

k =

5 5 4

实验六 状态空间设计方法

6.2 状态反馈极点配置与状态观测器

2）生成系统状态估计器

从LTI系统的状态空间模型和增益矩阵L中生成系统的状态估计器，增益矩阵L可由极点配置函数place或acker形成。

注意：生成的增益矩阵L为对偶系统（AT，CT，BT）的反馈增益矩阵

est=estim(sys,L)——生成给定增益矩阵L下的状态空间模型的LTI系统sys的状态和输出估计器est，并假定sys的所有输入为随机的，所有输出可测。

返回估计器形式estimator

实验六 状态空间设计方法

6.2 状态反馈极点配置与状态观测器

例：设计全维状态观测器，将极点配置在-10,-10

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

```
a=[0 1;-2 -3];
b=[0;1];
c=[2 0];
d=0;
sys=ss(a,b,c,d);
a1=a';
b1=c';
c1=b';
sys1=ss(a1,b1,c1,d);
k=acker(a1,b1,[-10 -10]);
est=estim(sys,k')
```

实验六 状态空间设计方法

6.2 状态反馈极点配置与状态观测器

结果：

```
>>
a =
       x1   x2
  x1  -17    1
  x2  -49   -3
b =
        u1
  x1   8.5
  x2  23.5
c =
      x1  x2
  y1   2   0
  y2   1   0
  y3   0   1
```

```
d =
      u1
  y1   0
  y2   0
  y3   0
I/O groups:
    Group name      I/O    Channel(s)
    Measurement      I         1
   OutputEstimate    O         1
   StateEstimate     O        2,3
Continuous-time model.
```