浙江大学 20_17_ －20_18_学年_春夏_学期

《电磁场与电磁波》课程期末考试试卷

课程号：___85120060___，开课学院：___信电学院___

考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭、√开卷（请在选定项上打√），允许带___课本___入场

考试日期：_2018_年_7_月_3_日，考试时间：_120_分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

考生姓名：______________学号：______________所属院系：______________

题序	一	二	三	四	五	六	**总 分**
得分							
评卷人							

一、填空题(20 分，每空 2 分）

1. 简单介质、无源区域边界趋向无穷远的电磁波的波方程为 $\left(\nabla^2+k^2\right)\begin{cases}\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{H}\end{cases}=0$

其解 **E** = $E(r)=\boldsymbol{E}_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$， **H** = $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{H}_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$

2. 均匀平面波由介质 1（μ_0，$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$，$\varepsilon_r>1$）垂直入射到空气（$\mu_0$，$\varepsilon_0$）中，如果透射系数是反射系数的 4 倍（绝对值），则该介质的相对介电常数ε_r=___4___， 介质中电磁波的驻波比ρ等于___2___，若该平面波在介质 1 和空气交界面发生全反射，则入射角___≥30°___。

3. 一平面波以与光轴垂直的方向入射单轴电各向异性介质，电磁波的真空波长为λ_0，极化方向与光轴成 45 度；各向异性介质的 o 光折射率为 n_o，e 光折射率为 n_e，，则介质厚度为 $\lambda_0/4(n_o-n_e)$ 的奇数倍时，出射的电磁波为圆极化波；介质厚度为 $\lambda_0/2(n_o-n_e)$ 的奇数倍时，出射的电磁波为与原来极化方向垂直的线极化波。

4. 有一空气介质（μ_0，ε_0）填充的同轴线谐振腔，内导体半径为 a，外导体内半径为 b，腔长为 l，则最低的非零谐振频率为 $\dfrac{1}{2l\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$。

5、直径 3 米的反射面天线，由于口径场不均匀分布使得天线有效面积为实际面积的 70%，已知天线效率为η=0.8，则工作于 6GHz 的天线增益为 $G=\eta A_{eff}\dfrac{4\pi}{\lambda^2}=0.8\times\pi\times1.5^2\times0.7\times\dfrac{4\pi}{0.05^2}=19876.95$ =42.98dB___。

二、计算简答题（共 20 分，　每题 5 分）

1、简述有效介电常数的物理意义，写出介质（μ,ε）填充的宽边为 a，窄边为 b 的矩形波导的 TE_{10} 模式的有效介电常数的表达式。

答：有效介电常数是指电磁波沿着某个方向传播的波数等效于电磁波在介电常数为有效介电常数的均匀介质中的波数。矩形波导 TE_{10} 模，有效介电常数 $\varepsilon_{eff}=(\frac{k_z}{k_0})^2=\frac{\omega^2\mu\varepsilon-(\frac{\pi}{a})^2}{\omega^2\mu_0\varepsilon_0}$

2、为检测矩形波导 TE_{10} 模纵向场分布，要将检测电场的探针伸入波导并沿波导纵向移动，为此需在波导壁开纵向槽。问此槽应开在什么位置？并说明理由

答：此槽应开在矩形波导宽边中心。工作在 TE_{10} 模的矩形波导的宽边中心只有纵向电流，所以开槽不切断电流，不会扰动波导内的场分布。

3. 非极化波从介质 1（ε_1、μ_0）入射到介质 2（ε_2、μ_0），问该系统什么条件下可以得到极化波，说明得到的是什么极化波，并说明理由？

答：非极化波是 TE 波和 TM 波的组合。当非极化波以布儒斯特角从介质 1（ε_1、μ_0）入射到介质 2（ε_2、μ_0）时，TM 波反射系数为 0。所以反射波只剩下 TE 波。即非极化波以布儒斯特角入射，反射波为 TE 极化波。

4. 色散的物理意义？以矩形波导为例，说明材料色散、波导色散和模式色散？

答：色散描述相速与频率的关系。如果是波导，则描述波导的纵向传播常数与频率之间的关系。矩形波导 $k_{zmn}=\sqrt{\omega^2\mu(\omega)\varepsilon(\omega)-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$

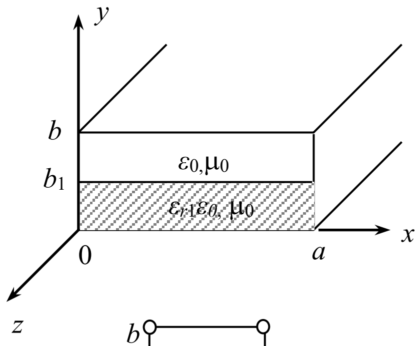
材料色散是由于波导中填充介质的 ε、μ 与频率有关引起的。

模式色散是由于波导中不同的模式，即 m、n 不同，使得 kz 与频率的关系不同

波导色散则是跟波导本身结构参数如 a、b 有关。

三、（10 分）用横向谐振导出部分填充介质的矩形波导的 TE 模色散关系 $k_z \sim \omega$

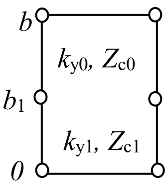
解：



矩形波导 x 向均匀，

$$k_x = \frac{m\pi}{a}$$

y 向等效电路如右图



$$k_{y1} = \sqrt{\varepsilon_{r1}k_0^2 - k_x^2 - k_z^2} = \sqrt{\varepsilon_{r1}k_0^2 - (\frac{m\pi}{a})^2 - k_z^2}$$

$$k_{y0} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_z^2} = \sqrt{k_0^2 - (\frac{m\pi}{a})^2 - k_z^2} \quad (\text{cm}^{-1})$$

$$Z_{c1} = \frac{1}{Y_{c1}} = \frac{\omega\mu_0}{k_{y1}}$$

$$Z_{c0} = \frac{1}{Y_{c0}} = \frac{\omega\mu_0}{k_{y0}}$$

利用横向谐振原理，取 $b=b_1$ 介质交界面为参考面

由$\overset{\uparrow}{Z} + \overset{\downarrow}{Z} = 0$可得色散方程

$$jZ_{c1}\tan k_{y1}b_1 + jZ_{c0}\tan k_{y0}(b-b_1) = 0$$

由$\overset{\uparrow}{Y} + \overset{\downarrow}{Y} = 0$可得色散方程

$$jY_{c1}\cot k_{y1}b_1 + jY_{c0}\cot k_{y0}(b-b_1) = 0$$

其中，Z_{c1}，Y_{c1}，k_{y1}，Z_{c0}，Y_{c0}，k_{y0}如上

四、（20 分）自由空间中有一均匀平面波沿 z 方向传播，已知电场强度的表达式为：

$$E(z,t) = \mathbf{x_0}E_0\cos(2\pi\times10^9 t - kz) + \mathbf{y_0}E_0\sin(2\pi\times10^9 t - kz)$$

求 1)（8 分）入射波电场复矢量 $\boldsymbol{E}(z)$，磁场复矢量 $\boldsymbol{H}(z)$，瞬间坡印廷矢量 $\mathbf{S}(z, t)$，时间平均波印廷矢量 $<\mathbf{S}(z,t)>$

2)（6 分）平面波的波长、相速及极化特性

3) （2 分）当该平面波垂直入射到 z=0 处的理想导电平面，试确定反射波的极化方式

4)（2 分）求 z=0 导电平面上的面电流密度 $\mathbf{J}_s$

5) （2 分）写出 z≤0 区域合成电场的瞬时表达式

解：1）根据复矢量与时谐矢量的对应关系可得： $E(z) = E_0(\mathbf{x_0} - j\mathbf{y_0})e^{-jkz}$；

$$\mathbf{H}(z)^i=-\frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{1}{j\omega\mu}\begin{vmatrix}\mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ E_0e^{-jkz} & -jE_0e^{-jkz} & 0\end{vmatrix}=(j\mathbf{x_0}+\mathbf{y_0})\frac{k}{\omega\mu_0}E_0e^{-jkz}=(j\mathbf{x_0}+\mathbf{y_0})\frac{E_0}{377}e^{-jkz}$$

$$H(z,t)=-\mathbf{x_0}\frac{E_0}{377}\sin(2\pi\times10^9t-kz)+\mathbf{y_0}\frac{E_0}{377}\cos(2\pi\times10^9t-kz)$$

$$S(z,t)=E(z,t)\times H(z,t)=\frac{E_0^2}{377}\mathbf{z}_0$$

$$<S(z,t)>=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{E(z)\times H(z)^*\right\}=\frac{E_0^2}{377}\mathbf{z}_0$$

2） $\omega=2\pi\times10^9, f=10^9, \lambda=0.3m, v=c=3\times10^8m/s$,右旋圆极化波

（3）为满足导体表面边界条件， E_x^r,E_y^r 与 E_x^i,E_y^i 都有 180°相移，且波传播方向相反，所以 $\mathbf{E}^r=\boldsymbol{E}_0(-\mathbf{x}_0+\boldsymbol{j}\mathbf{y}_0)\boldsymbol{e}^{jkz}$ 是左手圆极化。

（4）

$$\mathbf{H}^r=-\frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\mathbf{E}^r=-\frac{1}{j\omega\mu}\begin{vmatrix}\mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ -E_0e^{jkz} & jE_0e^{jkz} & 0\end{vmatrix}=(j\mathbf{x_0}+\mathbf{y_0})\frac{E_0}{377}e^{jkz}$$

$z=0$ 的导电平面， $\mathbf{H}=\mathbf{H}^i+\mathbf{H}^r=(j\mathbf{x_0}+\mathbf{y_0})\frac{2E_0}{377}$

所以导电平面上面电流密度 $J=n\times\mathbf{H}=-\mathbf{z_0}\times(j\mathbf{x_0}+\mathbf{y_0})\frac{2k}{\omega\mu_0}E_0=\frac{2k}{\omega\mu_0}E_0(\mathbf{x_0}-j\mathbf{y_0})$

（5）此入射波可看成是两个平面波的叠加。$\mathbf{E}_1=\mathbf{x_0}E_0e^{-jkz}$， $\mathbf{E}_2=-j\mathbf{y_0}E_0e^{-jkz}$，在这个坐标系下两个均为 TEM 波，

对平面波 1，在 z ≤ 0 区域合成电场强度 $E_x(z)=E_0(e^{-jkz}-e^{jkz})=-2jE_0\sin kz$

对平面波 2，在 z ≤ 0 区域合成电场强度 $E_y(z)=-jE_0(e^{-jkz}-e^{jkz})=-2E_0\sin kz$

所以 z ≤ 0 区域合成电场强度的瞬时值 $E_x(z)=2\mathbf{x_0}E_0\sin kz\sin\omega t-2\mathbf{y_0}E_0\sin kz\cos\omega t$

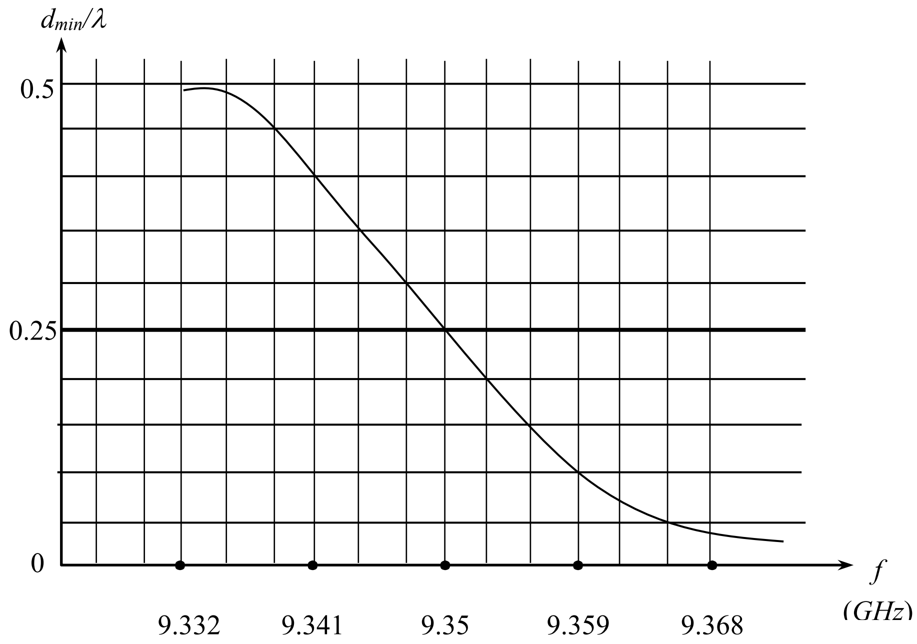
此题 k=2π/λ，用值代也可以。

五、（15 分）谐振器可看作对频率敏感的负载，其特征阻抗（导纳）实部在谐振频率 f_0 附近基本不变，虚部在谐振频率 f_0 附近近似线性变化，现用驻波测量线测得谐振频率附近 d_{min}~f 的关系如下图，并测得谐振频率点反射系数为 0.5，由测试结果确定：

（1） 谐振器的谐振频率 f_0=?

（2） 求当 f=9.347GHz 时的谐振器的反射系数 Γ

（3） 谐振器固有品质因素 Q_0=? （$Q_0=\frac{1}{2}\omega_0\frac{\partial B(\omega)}{\partial\omega}\Big/G(\omega_0)$）



解：1）（5 分）由 $d$min/λ~f 的关系，可知谐振频率 f_0=9.35GHz

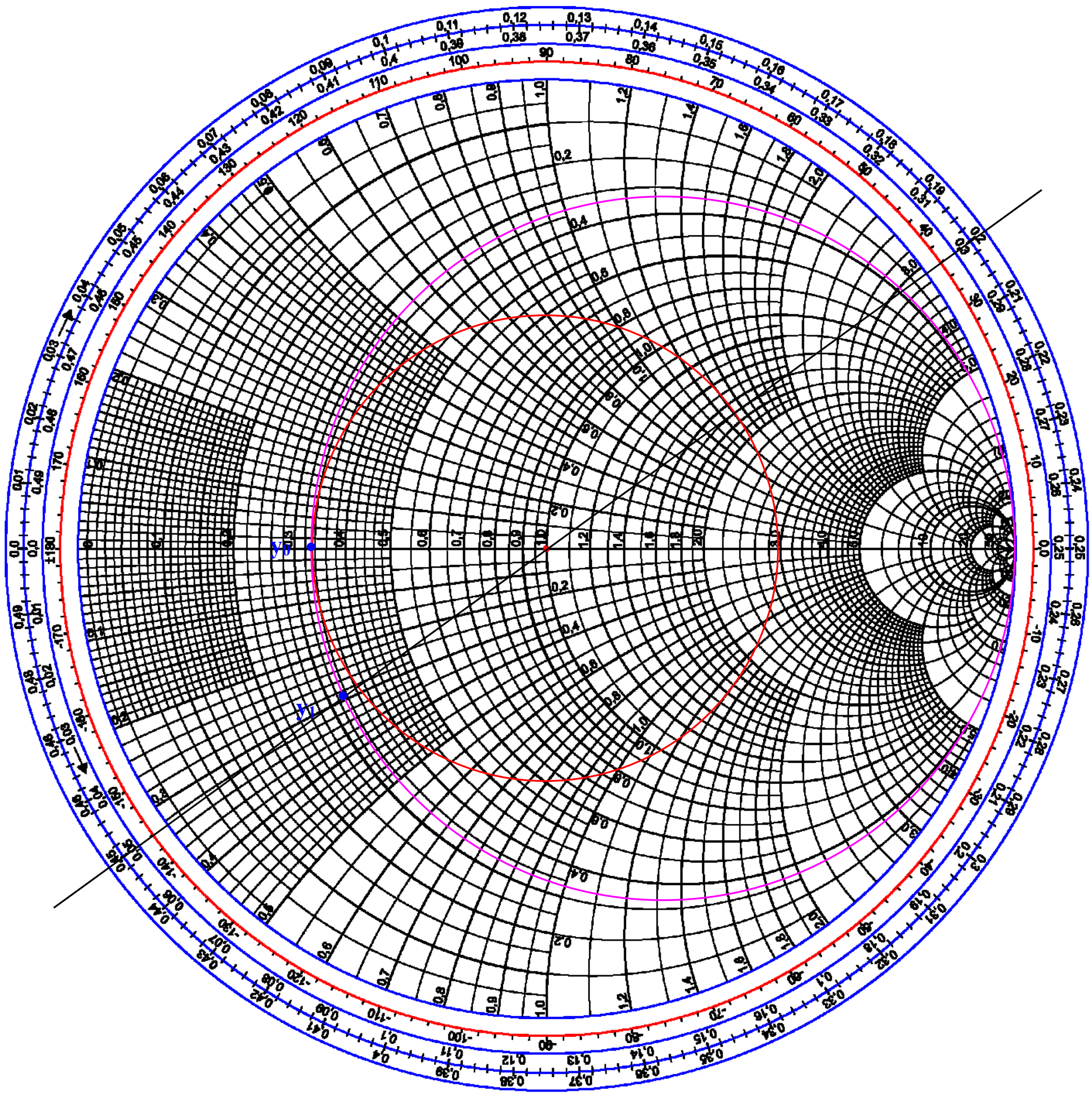
2）（5 分） $f_0=9.35\times10^9Hz$，谐振时测得 Γ=0.5, $\therefore\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=3$，

由圆图得：归一化$y_0=g(f_0)=1/3$ 当 f_1=9.347GHz，dmin/λ=0.3，通过等 g 圆，此时对应的归一化导纳 y_1=1/3-0.285i，则求得反射系数

$$\Gamma=\frac{1-y_1}{1+y_1}=0.4345+0.3067\mathrm{i}=0.53e^{j36^\circ}=0.53e^{j0.628}$$

3）（5 分） 当 f_1=9.347GHz，b(f)=-0.285

$$Q_0=\frac{1}{2}\omega_0\frac{\partial B(\omega)}{\partial\omega}\Big/G(\omega_0)$$
$$=\frac{1}{2}f_0\frac{\partial B(f)}{\partial f}\Big/G(f_0)$$ ，（这个圆图读数可能会有所差异）
$$=\frac{1}{2}\times9.35\times10^9\times\frac{-0.285-0}{(9.347-9.35)\times10^9}\div\frac{1}{3}$$
$$=1332.34$$


y0
y1

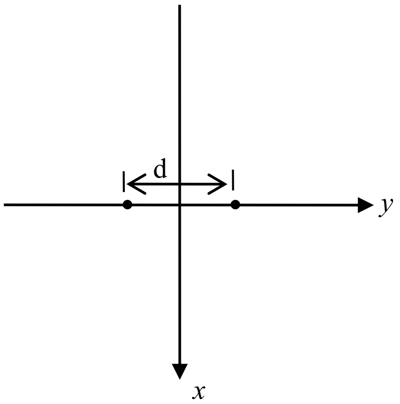
六.（15 分）画出两辐射单元（偶极子天线）组成的天线阵在 xoy 面的辐射方向图，并给出理论依据。

1）（5 分）d=λ/2, ψ=π;

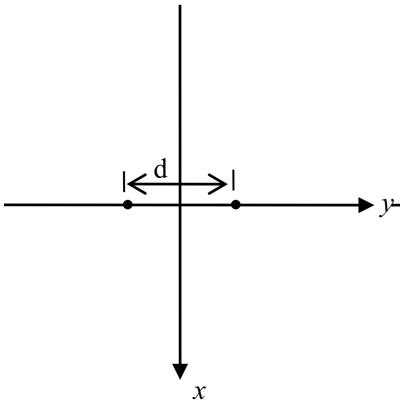
2) （5 分）d=λ/2, ψ=0;

3) （5 分）d=λ/4, ψ=π/2

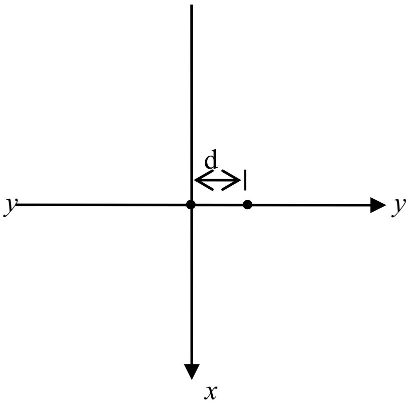
d 为两单元天线间距，ψ为两单元天线激励电流相位差，假定两单元天线激励电流相等。



1）d=λ/2, ψ=π



2） d=λ/2, ψ=0



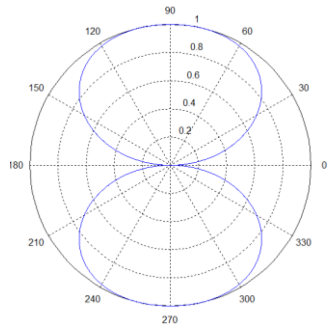
3）d=λ/4, ψ=π/2

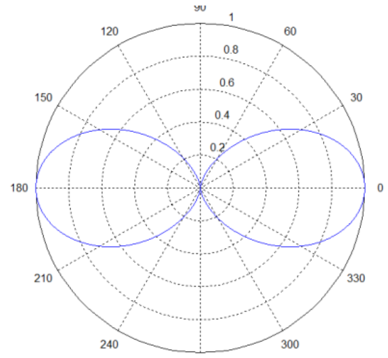
解：1）两个辐射单元

$$|E_\theta| \sim \cos(\frac{kd\sin\theta\sin\varphi+\psi}{2})$$

d =λ/2, ψ=π; *kd*=π，H 面对应θ=π/2，所以此时

$$|E_\theta| \sim |\cos(\frac{\pi}{2}\sin\varphi+\frac{\pi}{2})|$$





2）d=λ/2, ψ=0，*kd*=π

$$|E_\theta| \sim \cos(\frac{\pi}{2}\sin\varphi)$$

3）d=λ/4, ψ=π/2，*kd*=π/2

$$|E_\theta| \sim \cos(\frac{\pi}{4}\sin\varphi+\frac{\pi}{4})$$

在 x-y 平面做出相应图即可。