第四周作业参考答案

第三章 连续时间控制系统的时域分析 习题三 P.135-138

3-1②； 3-5；3-7；3-8(1)、(2)、(3)、(5)；3-9；3-13。

3-1 分别采用时域方法与拉氏变换方法求解下列微分方程，假设初始条件为零。

② $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{dx}{dt}+4.25x=t+1$

参考答案：利用拉普拉斯变换

$$\because D^2x+Dx+4.25x=t+1$$ ；

$$\therefore X(s)=\frac{\frac{1}{s}+\frac{1}{s^2}}{s^2+s+4.25}=\frac{0.18}{s}+\frac{0.2353}{s^2}-\frac{0.18s+0.415}{s^2+s+4.25}$$

$$=\frac{0.18}{s}+\frac{0.2353}{s^2}-\frac{0.18(s+\frac{1}{2})}{s^2+s+4.25}-\frac{0.16*2}{s^2+s+4.25}$$

$$x(t)=L^{-1}[X(s)]=L^{-1}\{\frac{0.18}{s}+\frac{0.2353}{s^2}-\frac{0.18(s+\frac{1}{2})}{s^2+s+4.25}-\frac{0.16*2}{s^2+s+4.25}\}$$

$$=0.18+0.2353t-0.18e^{-0.5t}\cos 2t-0.16e^{-0.5t}\sin 2t$$

3-5 设单位反馈系统开环传递函数 $G(s)=\dfrac{4}{s(s+5)}$，求这个系统的单位阶跃响应。

解：系统的闭环传递函数：$\dfrac{Y(s)}{X(s)}=\dfrac{G(s)}{1+G(s)}=\dfrac{4}{s(s+5)+4}=\dfrac{4}{s^2+5s+4}=\dfrac{4}{(s+1)(s+4)}$

$$Y(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{4}{(s+4)(s+1)}=\frac{1}{s}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{s+4}-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{s+1}$$

系统的单位阶跃响应：$y(t)=L^{-1}[Y(s)]=1+\dfrac{1}{3}e^{-4t}-\dfrac{4}{3}e^{-t}$

3-7 某控制系统的闭环传递函数是 $G(s)=\dfrac{10(2s+1)}{(s+1)(s^2+4s+8)}$，求出该系统的单位脉冲响应 g(t)与单位阶跃响应 h(t)。

解：（1）因为单位脉冲输入为：$u(t)=\delta(t)$；其拉氏变换为：$U(s)=1$

故单位脉冲响应

$$k(t)=L^{-1}[G(s)]=L^{-1}\{-\frac{2}{s+1}+2[\frac{s+2}{(s+2)^2+2^2}+\frac{11}{(s+2)^2+2^2}]\}$$

$$=-2e^{-t}+2e^{-2t}\cos 2t+11e^{-2t}\sin 2t$$

或：$k(t)=L^{-1}[G(s)]=L^{-1}\{-\frac{2}{s+1}+\frac{2s+26}{s^2+4s+8}\}$

因为 $L^{-1}[G(s)]=L^{-1}[\frac{s+\alpha_0}{(s+\alpha)^2+w^2}]=\frac{1}{w}\sqrt{w^2+(\alpha_0-\alpha)^2}\cdot e^{-\alpha t}\sin(wt+\varphi)$

此题：$\alpha_0=13,\quad w=2,\quad \alpha=2,\quad \varphi=tg^{-1}(\frac{w}{\alpha_0-\alpha})=tg^{-1}\frac{2}{11}=10.3^\circ$

故：$k(t)=-2e^{-t}+11.18e^{-2t}\sin(2t+10.3^\circ)$

（2）因为单位阶跃输入为：$u(t)=1(t)$；其拉氏变换为：$U(s)=\frac{1}{s}$

$$H(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{10(2s+1)}{(s+1)(s^2+4s+8)}=\frac{1.25}{s}+\frac{2}{s+1}-\frac{3.25s+11}{s^2+4s+8}$$

$$h(t)=L^{-1}[H(s)]=1.25+2e^{-t}-3.25e^{-2t}\cos 2t-2.25e^{-2t}\sin 2t$$

或：$h(t)=L^{-1}[H(s)]=1.25+2e^{-t}-3.95e^{-2t}\sin(2t+55.3^\circ)$。

由于输入信号存在导数关系，由线性系统的性质，此题也可先求出单位阶跃响应 h(t)，然后对其求导即得单位脉冲响应 k(t)。

3-8 已知各系统的单位脉冲响应如下，试求系统的闭环传递函数Φ(s)。

(1) $g(t)=7-5e^{-6t}$； (2) $g(t)=0.0125e^{-1.25t}$；

(3) $g(t)=\frac{k}{\omega}\sin\omega t$； (5) $g(t)=0.02(e^{-0.5t}-e^{-0.2t})$。

解：（1）因为：g(t)的象函数为系统闭环传递函数φ(s)，故可以通过对 g(t)求拉氏变换得到系统闭环传递函数φ(s)

故 $$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=L(7-5e^{-6t})=\frac{7}{s}-\frac{5}{s+6}=\frac{2s+42}{s(s+6)}$$

同理有：

（2）$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=L(0.0125e^{-1.25t})=\frac{0.0125}{s+1.25}$$

（3）$G(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=L(\dfrac{k}{\omega}\sin\omega t)=\dfrac{k}{s^2+\omega^2}$

（5）$G(s)=L\{0.02(e^{-0.5t}-e^{-0.2t})\}=0.02(\dfrac{1}{s+0.5}-\dfrac{1}{s+0.2})=-\dfrac{0.06}{(2s+1)(5s+1)}$

3-9 已知控制系统的单位阶跃响应为

$$h(t)=1+0.2e^{-60t}-1.2e^{-10t};$$

试确定系统的阻尼比ζ 和自然频率ω_n。

解：因为：系统的单位脉冲响应 k(t)的象函数为系统闭环传递函数$\phi(s)$，故可以通过对 k(t)求拉氏变换得到系统闭环传递函数$\phi(s)$，而 k(t)与单位阶跃响应成 D 关系：

$$k(t)=h'(t)=-12e^{-60t}+12e^{-10t}=12(e^{-10t}-e^{-60t})$$

故 $G(s)=L[k(t)]=12[\dfrac{1}{s+10}-\dfrac{1}{s+60}]=\dfrac{600}{ss^2+70s+600}=\dfrac{w_n^2}{s^2+2\xi w_n s+w_n^2}$

可见：$\omega_n=\sqrt{600}=24.5$；$\zeta=70/2\cdot 24.5=1.43$

3-13 设图 3-36 是简化的飞行控制系统结构图，试选择参数K_1和K_t，使系统的$\omega_n=6,\zeta=1$。

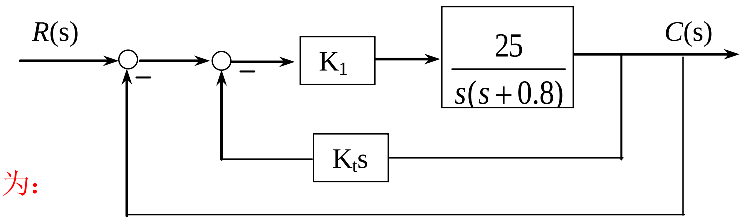

图 3-36 简化的飞行控制系统结构图

解：（1）系统的内环传递函数为：

$$G(s)=\frac{25K_1}{s(s+0.8)+25K_1K_t s}$$

系统的闭环传递函数为

$$G(s)=\frac{25K_1}{s(s+0.8)+25K_1K_t+s+1}=\frac{25K_1}{s^2+s(0.8+25K_1K_t)+1}$$

比较得：$\begin{cases}25K_1=\omega_n^2=6^2=36\\0.8+25K_1K_t=2\xi\omega_n=12\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}K_1=1.44\\K_t=0.31\end{cases}$