

3.3.5 半导体的连续性方程

time-dependent diffusion equations for excess carriers

均匀掺杂半导体在热平衡下，单位时间、单位体积
电子空穴对的 产生数 = 复合数



- 载流子浓度不变
- 载流子分布均匀（电中性，包括杂质离子）

外界（光或电）作用



载流子浓度与平衡值有偏离，产生非平衡载流子

nonequilibrium excess carrier :

非平衡多数载流子（多子majority carrier）、

非平衡少数载流子（少子minority carrier）影响半导体性质

n型半导体光照后增加载流子，非平衡少子浓度： Δp

少子（空穴）总浓度： $p(x) = p_0 + \Delta p$

• 少子扩散：

扩散diffusion流密度（单位时间、通过单位面积的粒子数）：

$$S_p = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}$$

空穴扩散流密度： S_p

空穴扩散系数hole diffusion coefficient： D_p

向低浓度
扩散



非平衡少子浓度的梯度

扩散流密度小，有沉积

单位时间、单位体积内积累的空穴数：

$$-\frac{dS_p}{dx} = D_p \frac{d^2 \Delta p(x)}{dx^2}$$

单位时间通过相距 dx 的
2个单位面积的粒子数的差值

• 少子复合：

单位时间、单位体积内复合recombination的空穴数：

$$\frac{\Delta p(x,t)}{\tau_p}$$

非平衡少子寿命： τ_p

单位时间、单位体积中空穴数的变化：

$$\frac{dp(x,t)}{dt} = D_p \frac{d^2 \Delta p(x,t)}{dx^2} - \frac{\Delta p(x,t)}{\tau_p}$$

外电场 E 使少子（空穴）产生漂移drift运动

空穴的漂移电流密度为： $J_p = ep\mu_p E$ μ_p 空穴迁移率mobility

电流密度：单位时间通过某个面的 \downarrow 单位面积电荷量

单位时间、单位体积内

积累的空穴数：

$$-\frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} = -\mu_p E \frac{dp}{dx} - \mu_p p \frac{dE}{dx}$$

电荷流（电流密度）密度小，有沉积

其它因素导致单位时间、单位体积内增加的空穴数： g_p

少数载流子满足的连续性方程

time-dependent diffusion equations:

$$\frac{dp}{dt} = D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \mu_p E \frac{dp}{dx} - \mu_p p \frac{dE}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + g_p$$

或：

$$\frac{d\Delta p}{dt} = D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \mu_p E \frac{d\Delta p}{dx} - \mu_p (p_0 + \Delta p) \frac{dE}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + g_p$$

$$\frac{d\Delta p}{dt} = D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \mu_p E \frac{d\Delta p}{dx} - \mu_p (p_0 + \Delta p) \frac{dE}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + g_p$$

非平衡少数载流子满足的连续性方程  推广到三维

随时间
变化

$$\frac{d\Delta p}{dt} = D_p \nabla^2(\Delta p) - \frac{\Delta p}{\tau_p} - \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}_p + g_p$$

其它影响

随空间扩散

随电场漂移

特例：一维无外电场、只有光照等因素：

寿命影响

$$\frac{d\Delta p}{dt} = D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

稳态： $d\Delta p/dt = 0$

$$\frac{d^2 \Delta p}{dx^2} = - \frac{\Delta p}{D_p \tau_p}$$

非平衡少子（空穴）浓度：

$$\Delta p(x) = \Delta p(0) \exp(-x/L_p)$$

扩散长度：

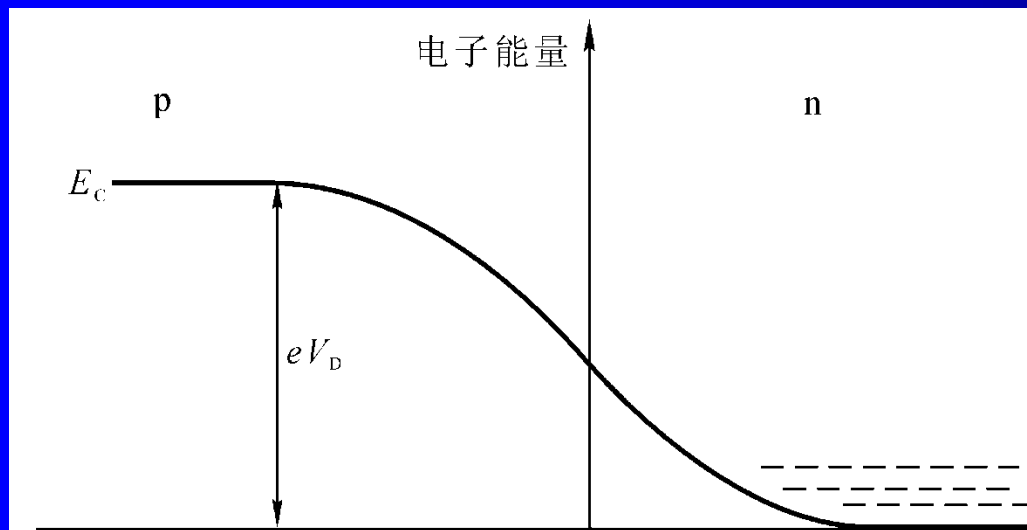
$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

扩散电流密度：

$$j_{pDiff} = -e D_p p \frac{d\Delta p(x)}{dx}$$

4.1.2 整流特性

- 假定：
- pn结为突变耗尽层，其它区为电中性
 - 玻尔兹曼近似
 - 载流子小注入



$$V_D = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$
$$\Downarrow$$
$$n_i^2 = N_A N_D \exp \left(-\frac{e V_D}{k_B T} \right)$$

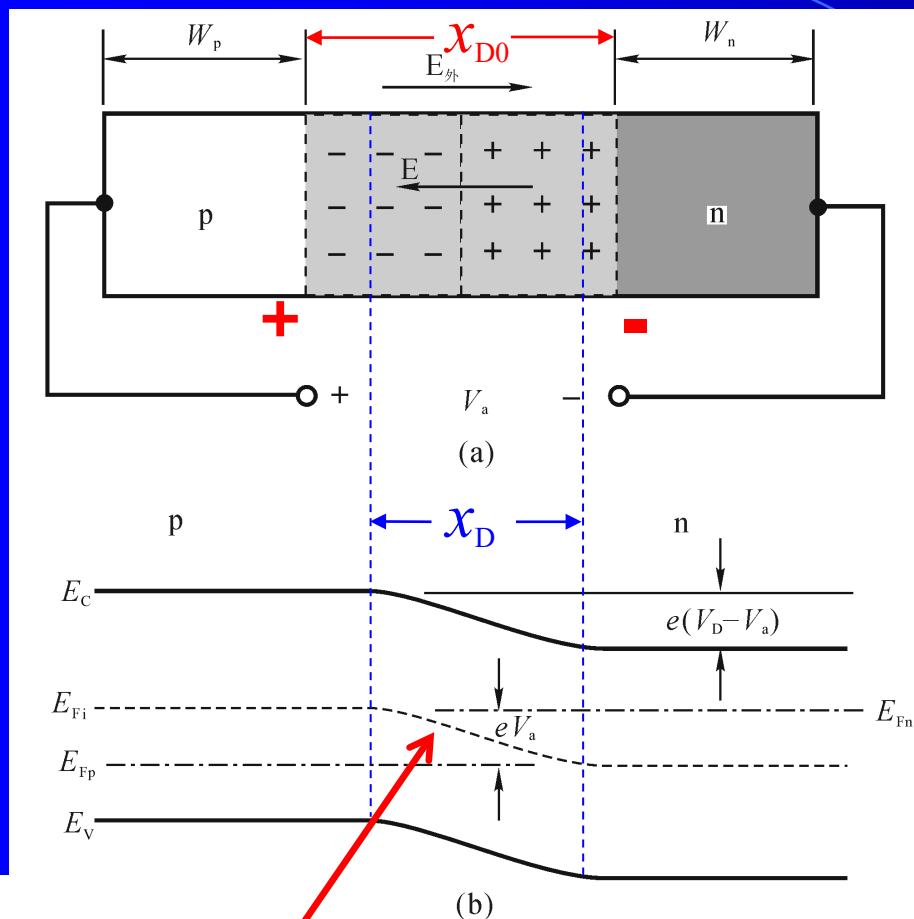
n区多子majority carrier (电子) 浓度 (完全电离) : $n_{n0} \approx N_D$

p区多子 (空穴) 浓度 (完全电离) : $p_{p0} \approx N_A$

p区少子minority carrier (电子) 浓度: $n_{p0} = n_i^2 / p_{p0} \approx n_{n0} \exp \left(-\frac{e V_D}{k_B T} \right)$

p区少子 (电子) 浓度 n_{p0} 与n区多子 (电子) 浓度 n_{n0} 的关系

1. 正向电压作用 forward bias (pn结少子正向注入)



Forward-bias voltage

正向电压 $V = V_F > 0$

势垒区内，
载流子浓度
小、电阻大

势垒区外，
载流子浓度
大、电阻小

电压基本降落在势垒区

势垒 x_D 区变窄、变低 $e(V_D - V_F)$

破坏平衡，结区漂移运动

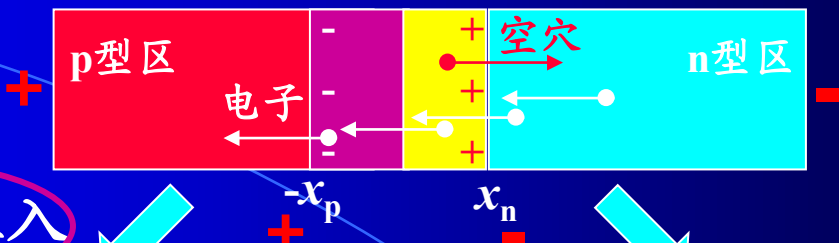
结区扩散运动 > 漂移运动

破坏无偏压时的动态平衡

净扩散流，少子正向注入

中性区:

净扩散流, 少子正向注入



电子从n区流向p区

空穴从p区流向n区

$-x_p$ 处 (少子) 电子积累

x_n 处 (少子) 空穴积累

电子向p区内部扩散

空穴向n区内部扩散

正向电压 $V = V_F > 0$

p区空穴 (多子)

n区电子 (多子)

向pn结漂移

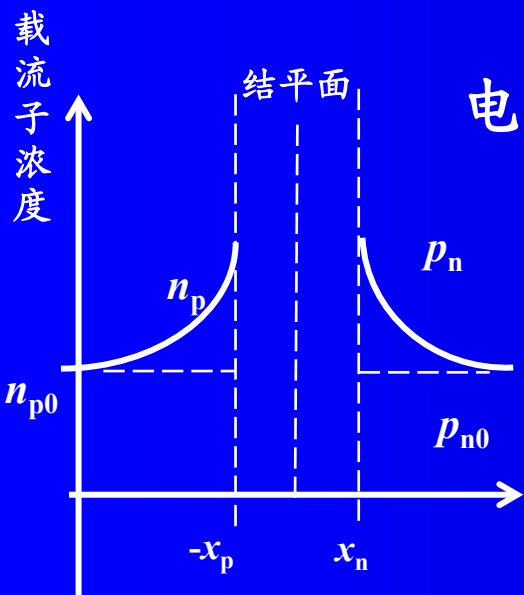
向pn结漂移

复合

复合

电子 $\rightarrow 0$ \rightarrow 电子扩散区

空穴 $\rightarrow 0$ \rightarrow 空穴扩散区



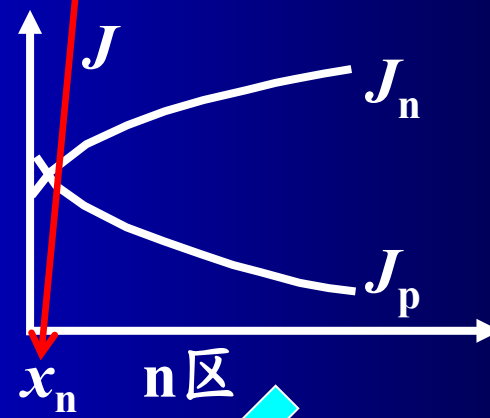
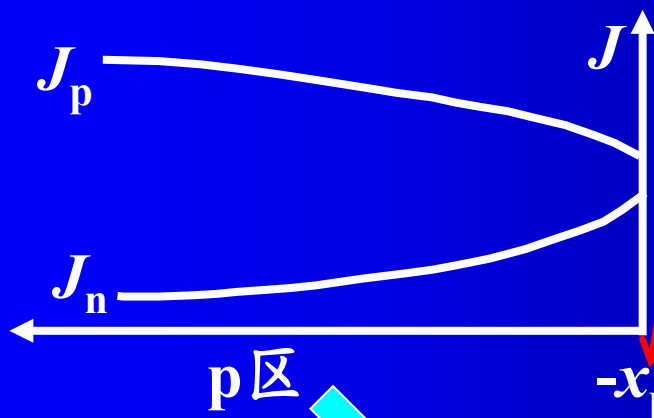


电子扩散区

空穴扩散区

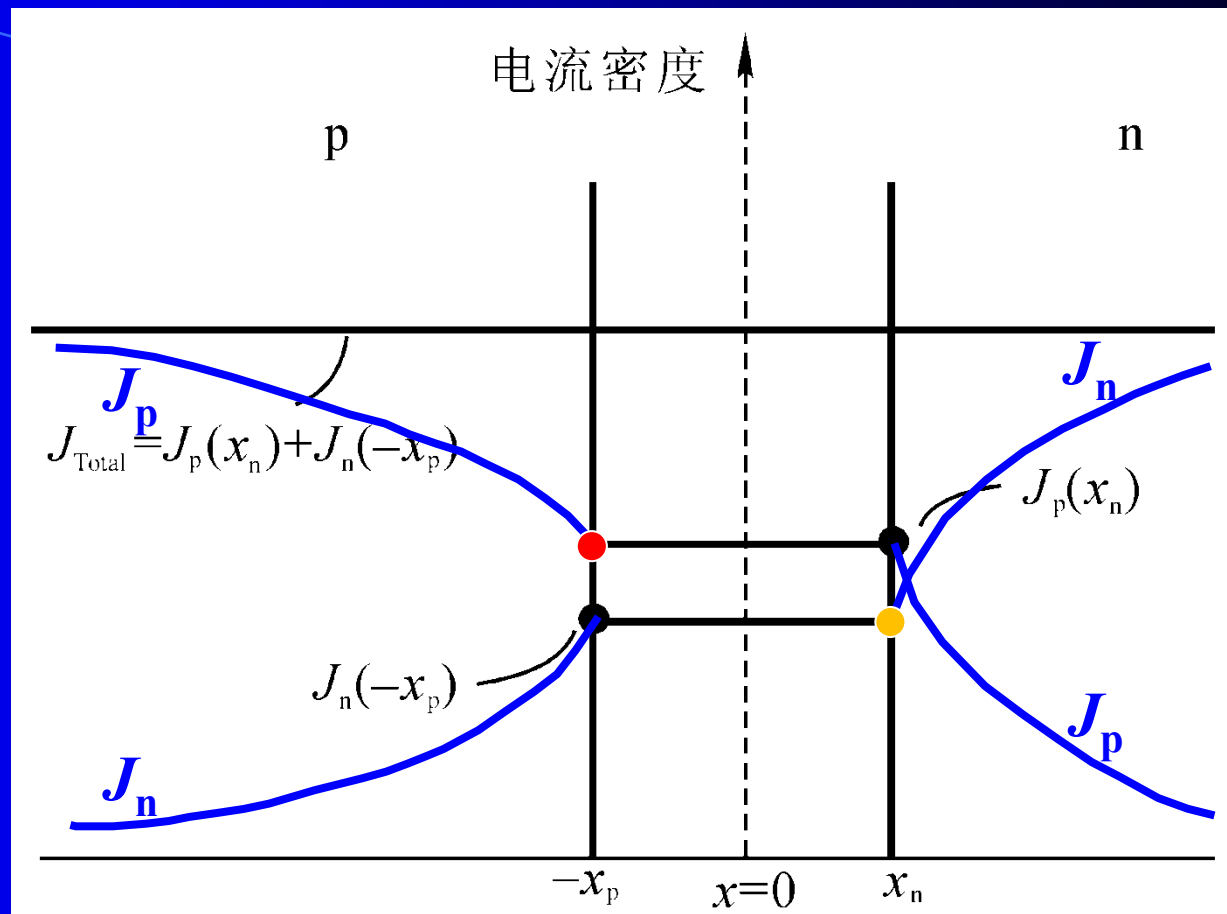
p区（少子）电子电流
转变为（多子）空穴电流

n区（少子）空穴电流
转变为（多子）电子电流



势垒较窄较低

势垒区载流子浓度变化很小（不考虑复合）



符合电流连续性原理

通过任一截面的总电流密度相等 $J = J_0$

总电流密度: $J = J_0 = J_n(-x_p) + J_p(x_n)$

总电流: $J = J_0 = J_n(-x_p) + J_p(x_n)$

求解连续性方程



p区结边缘少子（电子）电流密度:

$$J_n(-x_p) = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left[\exp\left(\frac{eV_F}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

n区结边缘少子（空穴）电流密度:

$$J_p(x_n) = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{eV_F}{k_B T}\right) - 1 \right]$$



理想二极管方程（肖克莱方程）:

$$J = J_S \left[\exp\left(\frac{eV_F}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

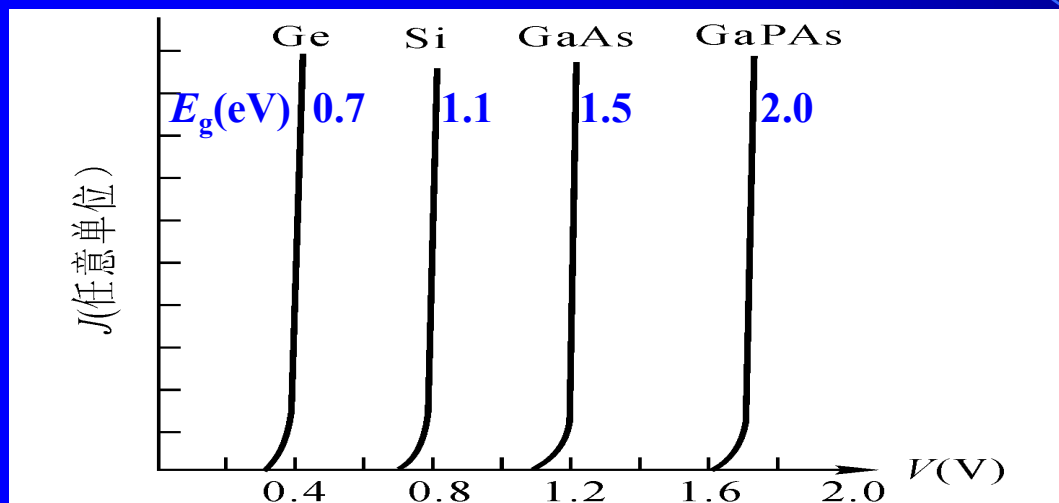
反向饱和电流密度

reverse-saturation current density:

$$J_S = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p}$$

- 实际的pn结，正偏 V_F 时，有一定的正向导通电压

禁带宽度 E_g \nearrow \rightarrow 正向导通电压 \nearrow



$$J = J_S \left[\exp\left(\frac{eV_F}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

- 室温 $T = 300$ K, $k_B T \sim 0.026$ eV, $\exp(*) \gg 1$

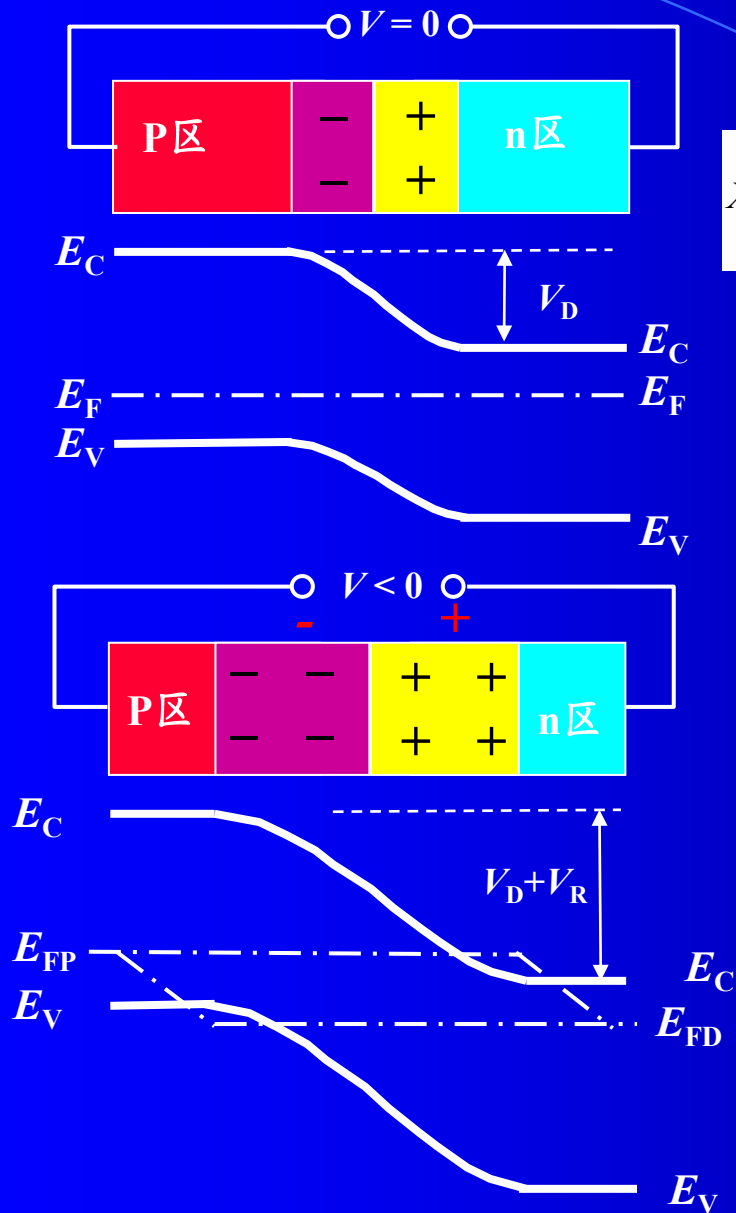
$$J \approx J_S \exp[(eV_F)/(k_B T)]$$

- 实际的pn结，还需要修正，例如 p^+n 结：

- 大注入条件
- 空间电荷区的复合电流
- 表面效应

$$J \propto \exp[(eV_F)/(mk_B T)], \quad 1 < m < 2$$

2. 反向电压作用 reverse applied bias (pn结少子反向抽取)



反向电压 $V = -V_R < 0$

$$X_D = x_n + x_p = \sqrt{V_D \left(\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} \right) \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right)}$$

势垒区变宽 x_D

变高 $e(V_D + V_R)$

势垒区:

漂移运动 ↗

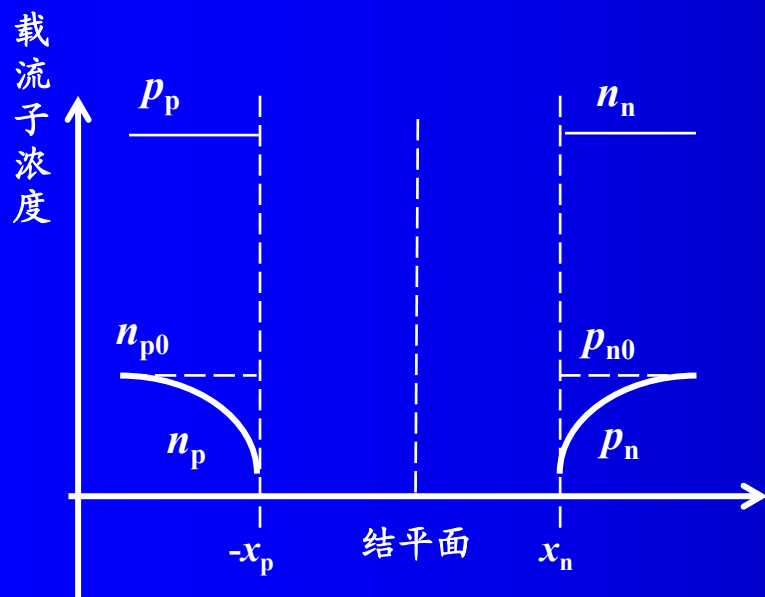
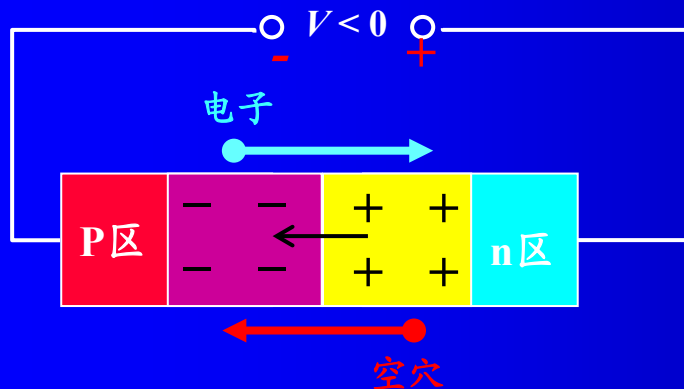
扩散运动 < 漂移运动

势垒区:

净漂移流

2. 反向电压作用 reverse applied bias (pn结少子反向抽取)

反向电压 $V = -V_R < 0$



p区少子（电子）向n区运动
n区少子（空穴）向p区运动

$-x_p$ 处（少子）电子浓度

x_n 处（少子）空穴浓度

p区内部少子（电子）扩散到
($-x_p$) 边界，再漂移进入n区

n区内部少子（空穴）扩散到
(x_n) 边界，再漂移进入p区

少子反向抽取

少子浓度很低



扩散长度基本不变

反偏下，少子浓度梯度很小



反偏

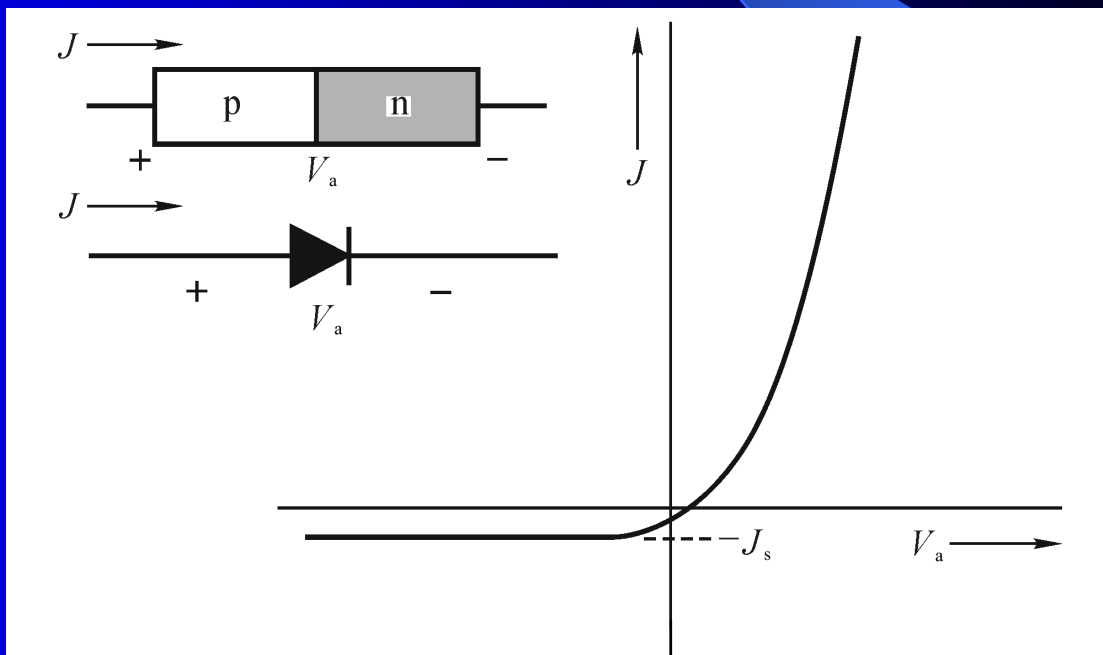
少子浓度梯度几乎不随电压变化，达到稳定值



$$J = J_S \left[\exp\left(-\frac{eV_R}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

$V_R \uparrow \quad \Downarrow$

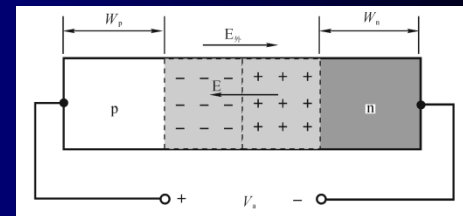
$$J \approx -J_S$$
$$J = J_S \left[\exp\left(-\frac{eV}{k_B T}\right) - 1 \right]$$



J_s : 反向饱和电流密度

4.1.3 电容特性

pn结电容junction capacitance:



势垒电容、扩散电容，破坏pn结的整流特性

1. 势垒电容

正偏电压 $V = V_F > 0$

势垒宽度 \searrow 、空间电荷 \searrow

(不能移动的正负杂质离子
部分被载流子中和)



载流子“存入”势垒区

势垒宽度 \nearrow 、空间电荷 \nearrow

(增加不能移动的正负
杂质离子)



载流子从势垒区“取出”

$$C = \frac{dQ}{dV}$$

单位面积的势垒电容:

势垒宽度:

$$C_B = \epsilon_r \epsilon_0 / X_D$$

$$X_D = \sqrt{(V_D - V) \left(\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} \right) \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right)}$$

$$C_B = \epsilon_r \epsilon_0 / X_D$$

$$X_D = \sqrt{(V_D - V) \left(\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} \right) \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right)}$$

正向: $V \nearrow \rightarrow X_D \searrow \rightarrow C_B \nearrow$
 反向: $-V \nearrow \rightarrow X_D \nearrow \rightarrow C_B \searrow$

2. 扩散电容

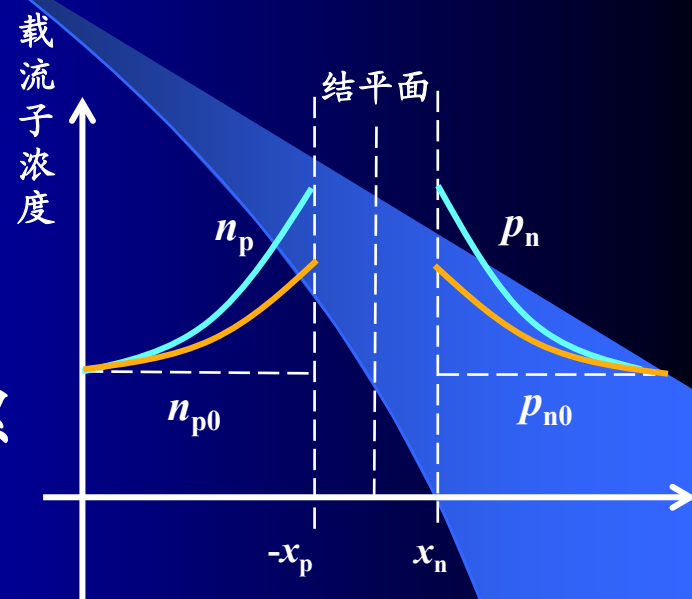
正偏电压，少子正向注入



扩散区内有少子与等量的多子积累



单位面积的扩散电容 C_D



$$C_D = \frac{e^2(n_{p0}L_n + p_{n0}L_p)}{k_B T} \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right)$$

$$(-V) \uparrow \Rightarrow C_D \downarrow$$

$$V \uparrow \Rightarrow C_D \uparrow \uparrow$$

正偏: 主要是 C_D

反偏: 主要是 C_B

4.1.4 击穿特性 junction breakdown

反偏电压 V 增大到 V_B (击穿电压)

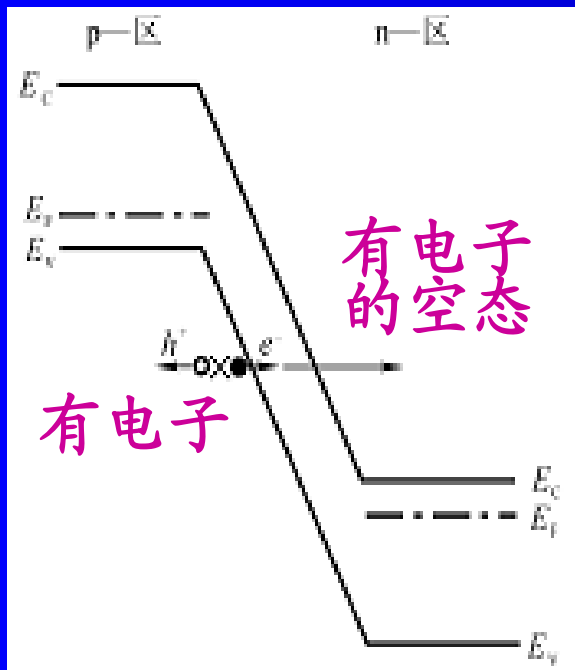


反向电流激烈增大, pn结击穿:

隧道击穿 (齐纳击穿 Zener breakdown)、

雪崩击穿 avalanche breakdown、热电击穿

1. 隧道击穿 Zener breakdown (在掺杂浓度很高的pn结中的击穿)



高反偏电压



强电场:

$$|E_{\text{total}}| = |E_D| + |E_R|$$

势垒变薄



隧道效应: p侧价带内电子横穿禁带, 直接进入n侧导带内, 形成反向电流

2. 雪崩击穿 avalanche breakdown

高反偏电压

少子扩散到势垒区 → 少子在势垒区中高速漂移

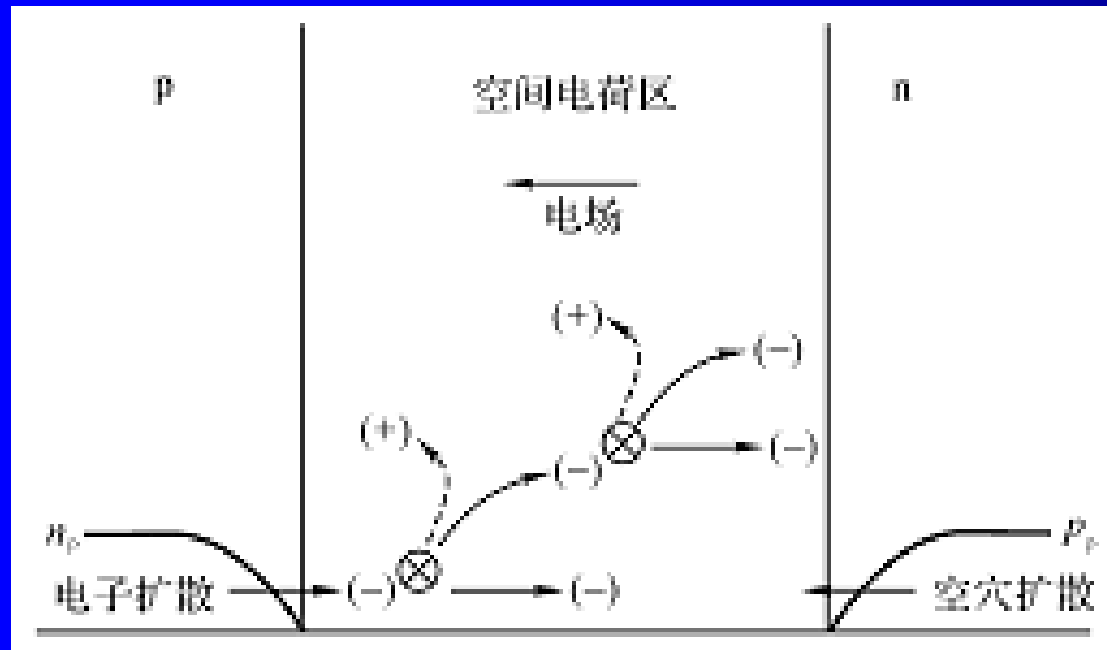
少子从电场获得足够大能量
与耗尽区内晶格原子的电子碰撞

产生许多电子—空穴对（二次电子—空穴对）

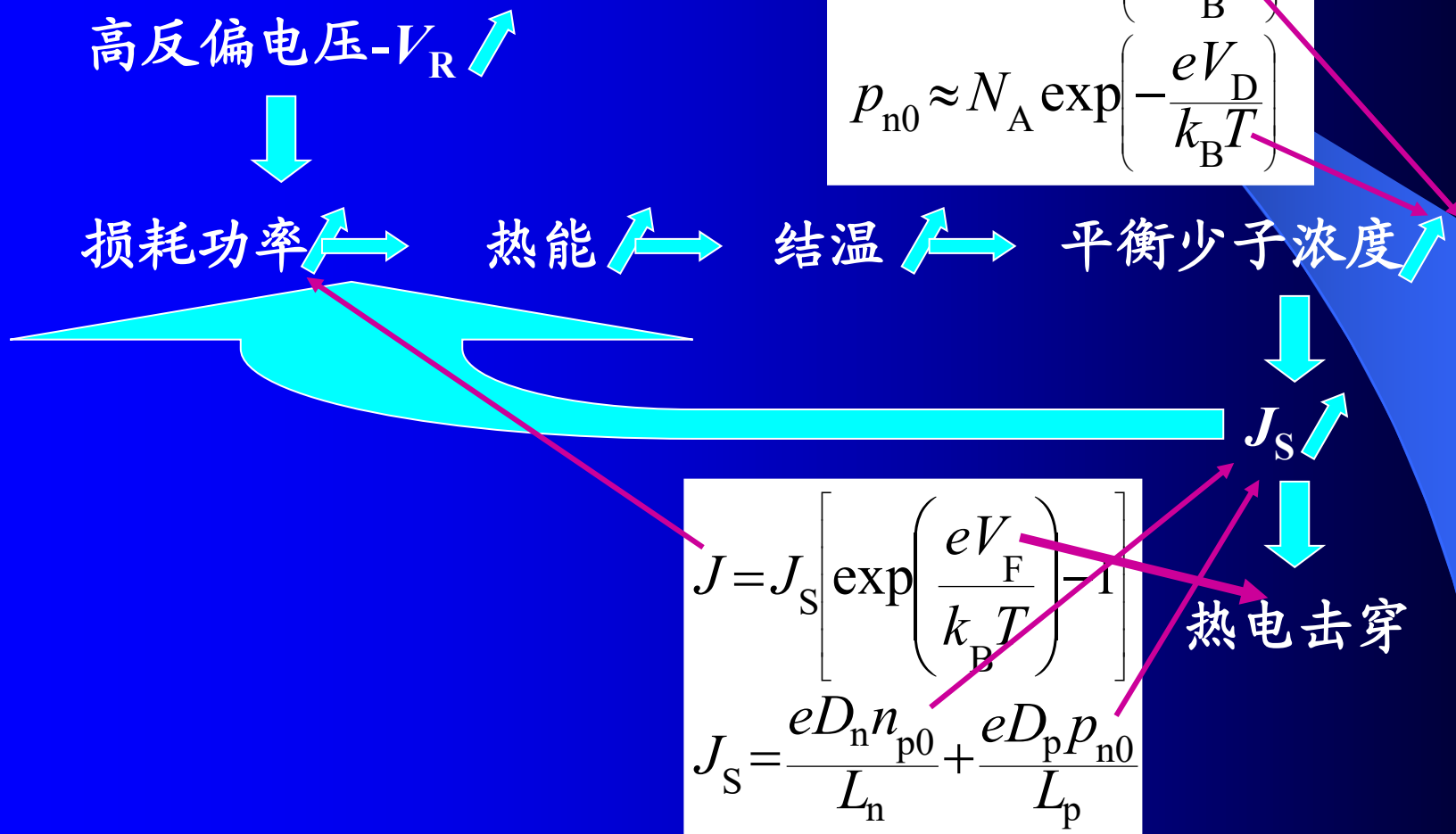
二次电子—空穴对
继续漂移、碰撞

新的二次电子—空穴对

倍增效应
pn结雪崩击穿



3. 热电击穿



$$n_i^2 = N_A N_D \exp\left(-\frac{eV_D}{k_B T}\right)$$

$$p_{p0} \approx N_A \quad n_{n0} \approx N_D$$

$$n_{p0} \approx N_D \exp\left(-\frac{eV_D}{k_B T}\right)$$

$$p_{n0} \approx N_A \exp\left(-\frac{eV_D}{k_B T}\right)$$

$$J = J_S \left[\exp\left(\frac{eV_F}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

$$J_S = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p}$$