第二周作业：

p.82-8 第二章 连续时间控制系统的数学模型 习题二

2-16 试通过方块图等效变换求图 2-91 所示系统的传递函数。

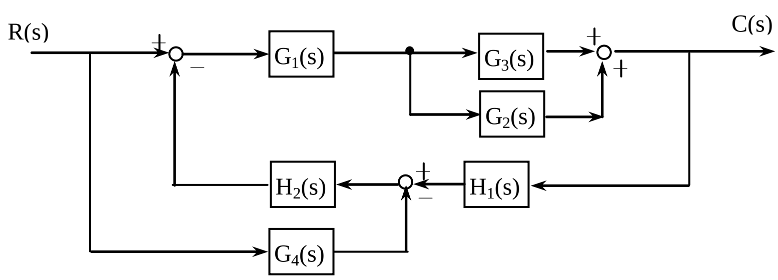
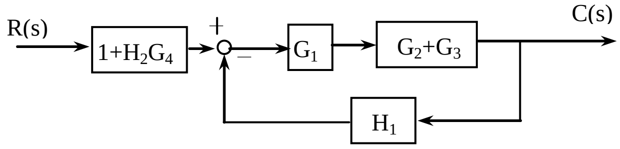


图 2-91 题 2-16 方块图

解：由内环开始变换：（1）G_2+G_3

输入端合并 ：（2）$1+H_2G_4$



如图 2-50 可得：

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2+G_1G_3+G_1G_2G_4H_2+G_1G_3G_4H_2}{1+G_1G_2H_1H_2+G_1G_3H_1H_2}$$

2-18 试求图 2-93 所示系统的传递函数 $\dfrac{Y(s)}{X(s)}$。

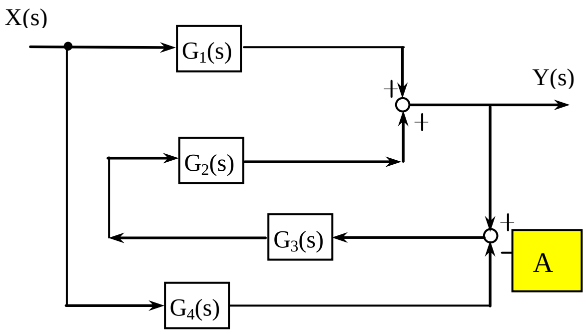
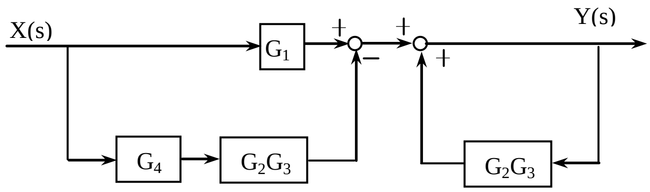


图 2-93 题 2-18 方块图

解：（1）将相加点 A 移至前向通道上，反馈线增益-----G_2G_3

（2）输入端合并增益：$G_1-G_2G_3G_4$

（3）易得，总传递函数：$\dfrac{Y(s)}{X(s)}=\dfrac{G_1-G_2G_3G_4}{1-G_2G_3}$



此题若用信号流图的方法求解

仅有一个回路：L＝G_2G_3

前向通路有 2 个：P_1＝G_1；P_2＝－$G_4G_3G_2$

特征式：$\Delta = 1 - L_1 = 1 - L = 1 - G_2G_3$

余子式：均为 1

总增益：$T = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \dfrac{G_1 - G_4G_3G_2}{1 - G_2G_3}$

2-21 图 2-97 所示是系统的方块图。

（1） 通过方块图等效变换求 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$；

（2） 运用梅逊公式求出 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$。

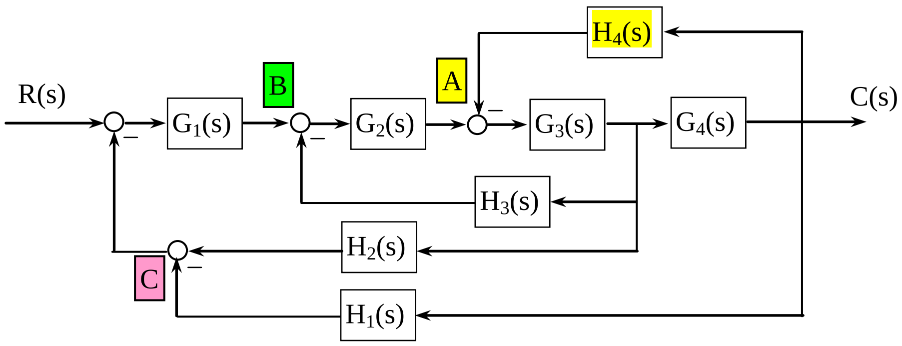


图 2-97 题 2-21 方块图

解：方块图等效变换法

（1）将 A 点左移至 B 点，H_2 支路-----H_4/G_2；

（2）计算最内环回路增益：$\dfrac{G_2G_3}{1+G_2G_3H_3}$；

（3）将 B 点左移至最左端，H_4/G_2-----H_4/G_2G_1；

（4）将 C 点上移，可计算此时的内环：$\dfrac{G_1G_2G_3}{1+G_2G_3H_3+G_1G_2G_3H_2}$；

（5）先后计算上环、下环，即可得总传递函数：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_2G_3H_3+G_1G_2G_3H_2+G_3G_4H_4-G_1G_2G_3G_4H_1}$$

信号流图法

系统有 4 个回路，且无两两相交；仅有 1 条前向通道 $P_1 = G_1G_2G_3G_4$

$$\Delta = 1 - \sum_i^4 L_i = 1 + G_2G_3H_3 + G_1G_2G_3H_2 + G_3G_4H_4 - G_1G_2G_3G_4H_1$$

$$P = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1 + G_2G_3H_3 + G_1G_2G_3H_2 + G_3G_4H_4 - G_1G_2G_3G_4H_1}$$

2-25 设系统的微分方程式为 $\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 5u$

（1） 求出该系统的传递函数；

（2） 写出系统的状态方程与输出方程；

解：（1） $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{5}{s^2 + 3s + 2}$

（2）系统状态方程的一种——可控标准型实现

$$\dot{x} = Ax + bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} u$$

$$y = Cx + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

2-26 设系统的微分方程式为

$$\dddot{y} + 28\ddot{y} + 196\dot{y} + 740y = 360\dot{u} + 440u$$

（1） 导出系统的传递函数（复域模型）；

（2） 写出系统的状态方程式；

解：（1） $G(s) = \dfrac{360s + 440}{s^3 + 28s^2 + 196s + 740}$

（2）系统的可控标准型实现

$$\dot{x} = Ax + bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -740 & -196 & -28 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = Cx + du = \begin{bmatrix} 440 & 360 & 0 \end{bmatrix} x$$

2-28 设系统的状态方程和输出方程为：

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

试求系统的传递函数。

解：系统的传递函数为 $G_B(s) = C[sI - A]^{-1} B = \dfrac{Cadj[sI - A]B}{|sI - A|}$

$$|sI-A| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 6 & s-5 \end{vmatrix} = s(s-5)+6 = s^2-5s+6$$

$$G_B(s) = \frac{Cadj[sI-A]B}{|sI-A|} = \frac{1}{s^2-5s+6}(1 \quad 0)\begin{bmatrix} s-5 & 1 \\ -6 & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{s-4}{s^2-5s+6}$$

2-32 在液压系统管道中，设通过阀门的流量 Q 满足如下流量方程：

$$Q = K\sqrt{P}$$

式中，K 为比例常数；P 为阀门前后的压差，若流量 Q 与压差 P 在其平衡点(Q_0,P_0)附近作微小变化，试导出线性化流量方程。

解：将非线性的流量方程在平衡点附近根据泰勒级数展开

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \ldots\ldots$$

$$Q = K\sqrt{P_0} + \tfrac{K}{2\sqrt{P_0}}(P-P_0) + \ldots\ldots\ldots = Q_0 + K_{P0}\Delta P$$

写成增量式：

$$\Delta Q = K_{P0}\Delta P$$

其中，$K_{P0} = \dfrac{K}{2\sqrt{P_0}}$