

量子信息基础

第一章：量子史话

授课人：林 星

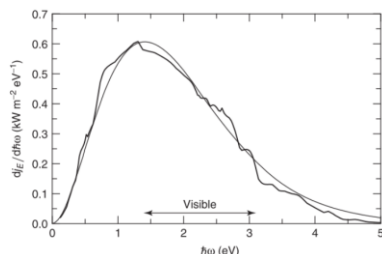
浙江大学信息与电子工程学院



C1-2 从波粒二象性到现代量子力学

课程回顾

- 旧量子论的三大学说
 - 黑体辐射和普朗克的能量量子化假说

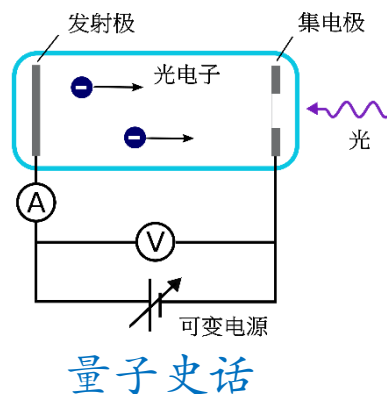


$$u_\nu(\nu, T) = \frac{4\pi}{c} I_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

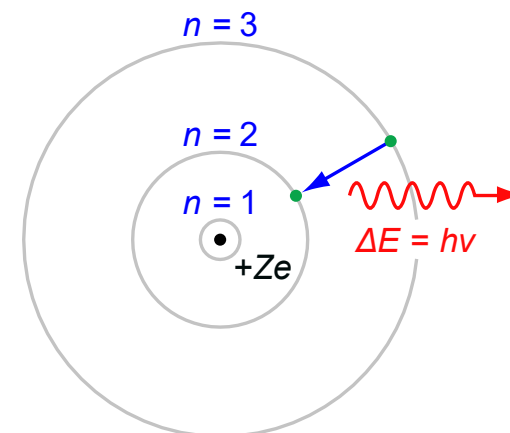
- 光电效应和爱因斯坦的光量子学说

$$E = h\nu$$

$$K_{\max} = h\nu - W = h(\nu - \nu_0)$$



- 原子光谱和玻尔的原子模型



$$L = mvR = \frac{nh}{2\pi}$$

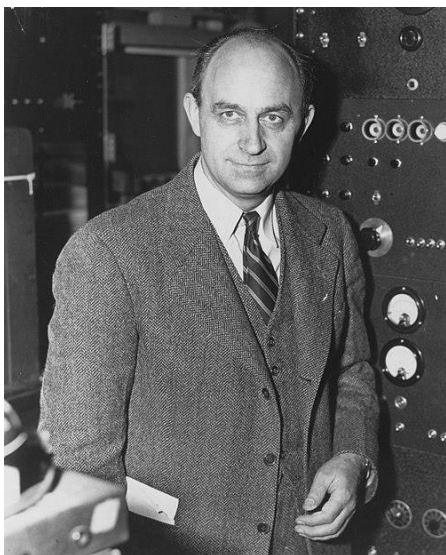
爱因斯坦的光量子

- 爱因斯坦在1905年：光看成微粒—光子，只是一种“启发式的观点”。
- 爱因斯坦在1909年：“依我看，理论物理学的下一步发展将会将光看成是波和微粒的融合”。（波粒二象性的雏形）
- 但那时的物理学家并没有认真看待此事。

粒子全同性（非经典粒子）



Satyendra Nath
Bose (1894-1974)



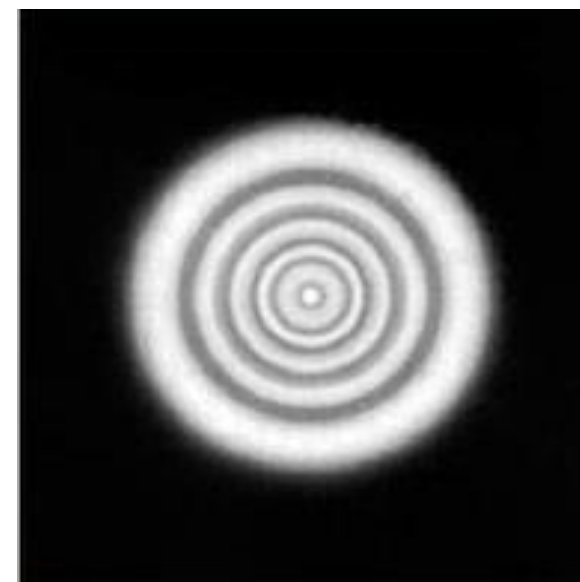
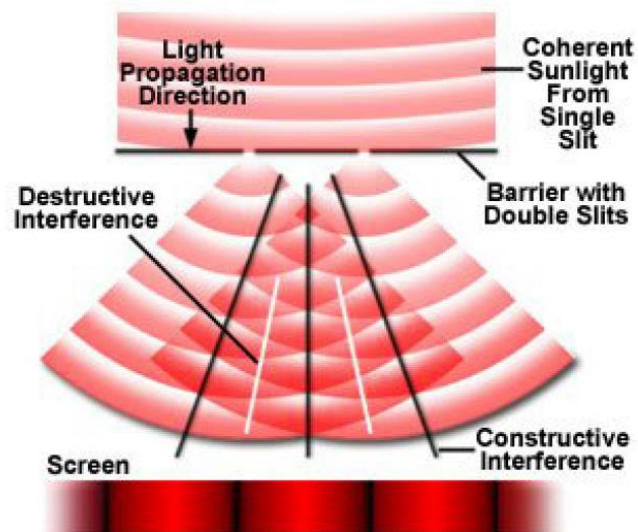
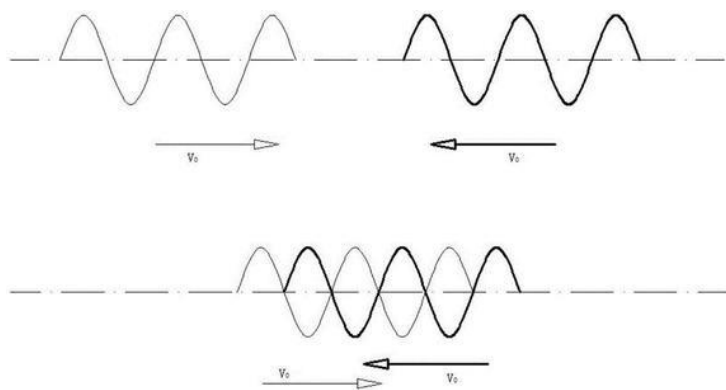
Enrico Fermi
(1901-1954)

- 物理学家发现，微观粒子是全同的，**没有任何手段可以区分**。这是量子力学和经典力学的本质区别之一。
- 第一个发现粒子全同性的是印度科学家玻色。重新推导普朗克公式过程中的一个以外“错误”得到了正确的推导。**光子是全同的，不可区分的**。
- 费米看泡利的文章后，应用于电子气，且提出**电子**全同不可区分。

- **电子是费米子，光子是玻色子。对于费米系统，一个量子态最多被1个粒子填充；对于玻色子，一个量子态可被无限粒子填充。**

波的叠加、干涉和衍射

- 复振幅叠加原理



物质波（非经典波）



Louis de Broglie, 1892-1987

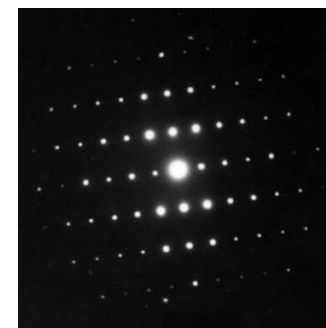
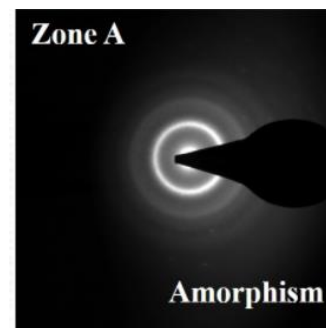
- 1923年在巴黎读研究生时，提出了令人震惊的思想，即物质也会呈现波动特性。
- 德布罗意方程：

$$E = mc^2 = (mc)(c) = (p)(c) = (p)(f\lambda)$$

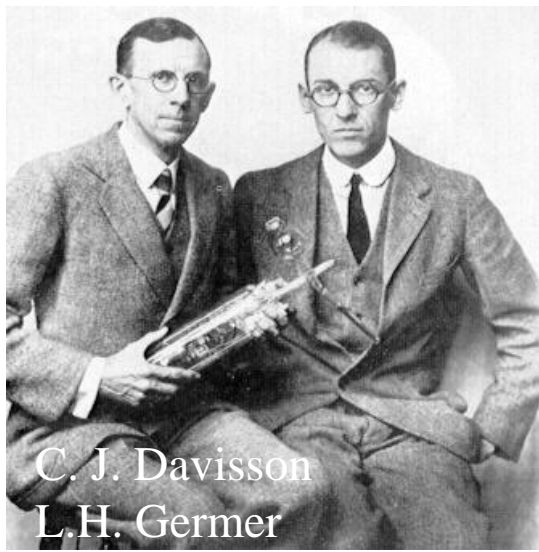
$$(h)(f) = (p)(f\lambda)$$

$$h/p = \lambda$$

- TEM(电子衍射模式)

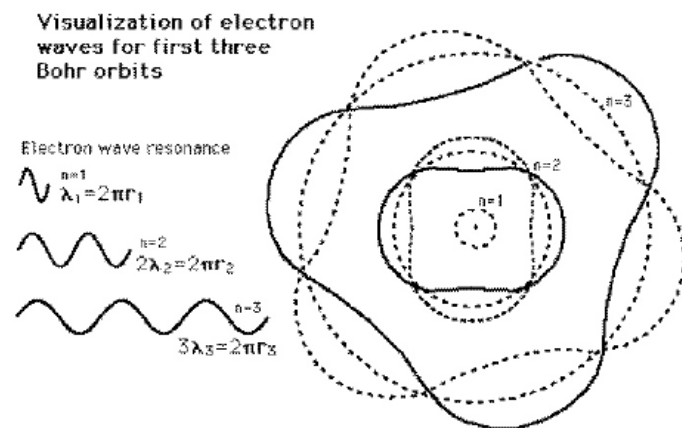


G.P. Thomson
1892-1975



C. J. Davisson
L.H. Germer

原子中的电子波



- 对原子中的电子，其波动性的表现是驻波。
- 只有某些离散的频率会产生， $2\pi r = n\lambda$ 。
- 利用驻波方程和德布罗意关系，我们可以得到：
$$n\lambda = 2\pi R$$
$$n(h/mv) = 2\pi r$$
$$n(h/2\pi) = mvr$$
- 这其实就是玻尔的量子化假设。

新量子论的诞生

- 从1925年6月到1926年6月间的12个月，三份独立的工作发表，各自得到了较为完善的量子力学体系：
 - a. 海森堡的矩阵力学
 - b. 薛定谔的波动力学
 - c. 狄拉克的量子代数

海森堡(Werner Heisenberg,1901-1976)



- 在慕尼黑跟索末菲学习物理。
- 1920年与泡利相遇。1922年他和泡利遇见玻尔，又前往哥廷根与玻恩讨论交流。
- 彻底放弃电子轨道概念，专注于可观测量。遇到一些古怪乘法交换规则。
- $AB \neq BA$ (1925.9)

矩阵力学



Max Born, 1882-1970

- 为了得到的正确的谱线频率和强度，海森堡不得不采纳量子假定，该假定具有非常深刻的意义：

$$pq - qp = h/2\pi i$$

- 有了该假定，他发现能量状态是量子化的，而且跟时间无关，说明在玻尔的原子模型中量子态是稳定的。
- 后经过玻恩及其学生约当的改造，矩阵力学的形式终于创立。(1925.11)

薛定谔(Erwin Schrödinger, 1887-1961)



- 曾在波兰、苏黎世、柏林、牛津、都柏林等地教书。1933年诺贝尔奖。
- 1925年，他开始基于德布罗意的物质波概念开始发展另外一个版本的量子力学。他认为他的方法：
 - a. 更容易被物理学界接受。
 - b. 标志着回归到经典物理的连续、可视化世界。
- 事实证明只有第一点是对的。

薛定谔方程（波动力学）

- 薛定谔构造出一个方程用于描述一维空间中处于势场 $V(x)$ 、质量为 m 的粒子：

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t, x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(t, x) + V(t, x) \Psi(t, x)$$

- 其中函数 $\Psi(t, x)$ 表示波动，其描述了粒子的量子特征（从某种程度上还需进一步阐释）。对于更一般的物理系统，薛定谔方程为：

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t, x) = \hat{H} \Psi(t, x)$$

- 其中 \hat{H} 是哈密顿算符。

波函数是态矢量的坐标表象描述

量子史话

薛定谔的波动力学

- 薛定谔将求原子中能量状态的问题简化为所谓的本征值问题。
- 用波动力学，他能够完全解释氢原子的各种谱线，以及巴耳末公式。
- 他认为他的波动力学意味着回归到经典物理；他提出了物质波的经典描述以跟经典力学兼容，就如麦克斯韦的电磁波理论跟经典光学相兼容一样。
- 他甚至怀疑粒子的真实存在，他认为粒子实际上就是一组尺寸很小、朝各个方向的波群（即波包）。
- 洛伦兹(Henrik Lorentz, 1853-1928)批评了他的波包假说，自由粒子的波包会很快随时间弥散开来。
- 从1926年夏开始，薛定谔关于物质作为波包的概念受到质疑。
- 那么粒子的波函数跟粒子本身到底是什么关系？

哥本哈根学派



- 1921年，玻尔倡议并建立了哥本哈根大学理论物理学研究所，并领导这一世界性的科学中心40年，形成著名的**哥本哈根学派**，在量子力学的发展中起着独特的作用。

- 玻恩、海森堡、约当、泡利、罗森菲耳德、福克、朗道、狄拉克、德布罗意、德拜、考斯特。在很短的时间内，哥本哈根推动了量子力学快速发展。海森堡给出了描述微观粒子运动的矩阵力学方程；泡利发现了矩阵力学和波动力学的等价性；狄拉克发展了更为普遍的理论—变换理论；海森堡提出了测不准原理。海森伯、泡利、狄拉克都先后获得了诺贝尔物理学奖。

波函数的概率诠释

- 1926年夏，玻恩发展了他的量子力学概率理论：
 - 薛定谔方程中的 Ψ 是 “概率幅度”
 - $|\Psi^2|$ 描述粒子的 “实际概率”
- 这里的概率并非出于无知，而实际上描述了我们所能够知道的基本的、原则性的限制。
- 协调了波动性和粒子性：波函数 Ψ 确定了一个粒子在某个位置出现的可能性（其本身并无物理实在性，不同于电磁场的波）。

海森堡的不确定性原理

- 回顾位置和动量的非对易性关系。将 p 和 q 解释成算符，是否意味着位置和动量的测量次序并非无关紧要？
- 要确定一个物体的位置，测量光波长必须小于物体的尺寸（对于电子来说，其尺寸远小于可见光的波长）。
- 位置测量的不精确度： $\Delta x \geq \lambda$
- 动量测量的不精确度： $\Delta p \geq h/\lambda$ 至少大于单个光子传递给电子的动量。

不确定性原理

- 同时测量动量和位置的不精确程度永大于某个固定值，该值可由普朗克常数估计：

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h$$

- 同时精确测量位置和动量是不可能的。

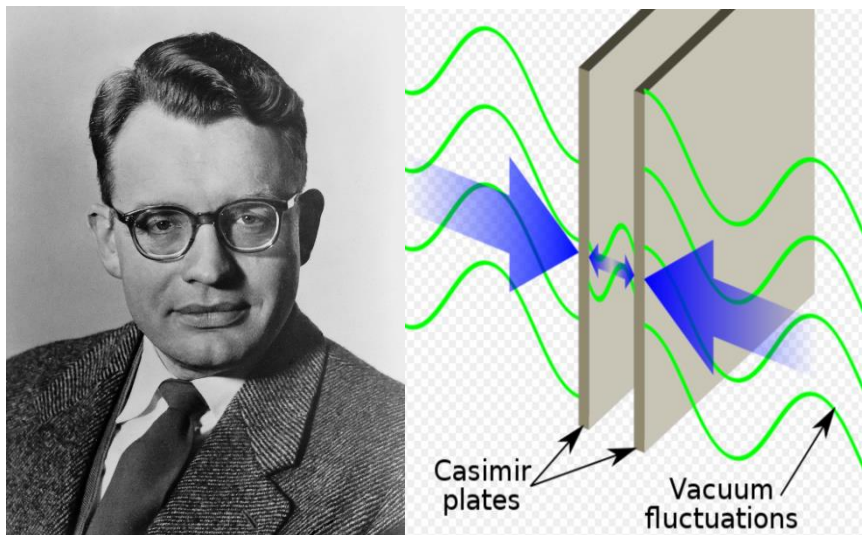
波动力学和矩阵力学等价性



Paul Dirac 1902-1984

- 提出第三种量子力学的表述方式：狄拉克符号，被广泛沿用至今
- 证明薛定谔方程和矩阵力学完全等价
- 发展了量子力学的数学框架
- 狄拉克方程解释粒子自旋，预测反粒子
- 创立物质辐射的量子理论（二次量子化），成为量子电动力学奠基人。
- 因创立有效的、新型式的原子理论而获得1933年的诺贝尔物理学奖

真空场和零点能量



- 一维谐振子 + 海森堡不确定原理，得到振子的零点能量。
- 真空中充满了任意频率电磁波的真空电磁场。

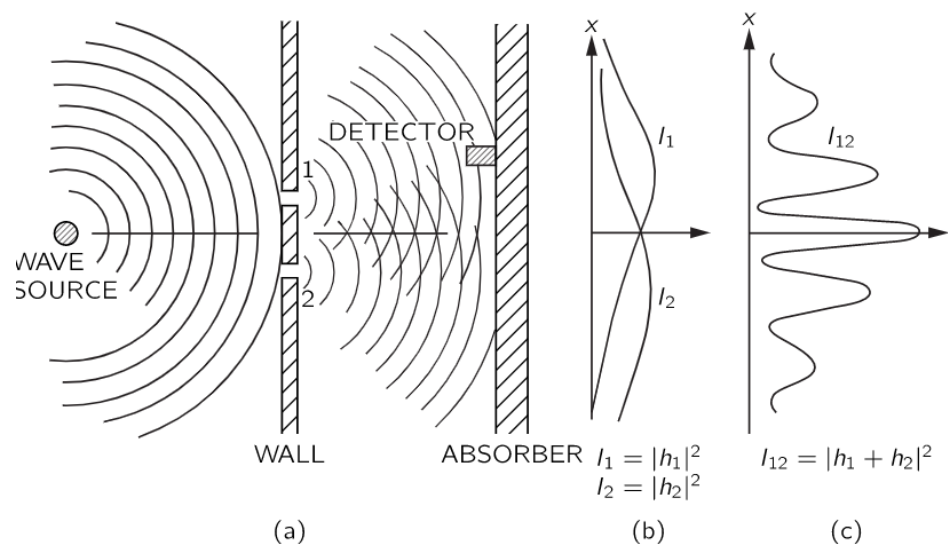
$$E = \frac{\hbar\omega}{2}$$

- 亨德里克·卡西米尔（Hendrik Casimir, 1909-2000）于1948年提出的一种现象，此效应随后被侦测到，并以卡西米尔力为名以纪念他。

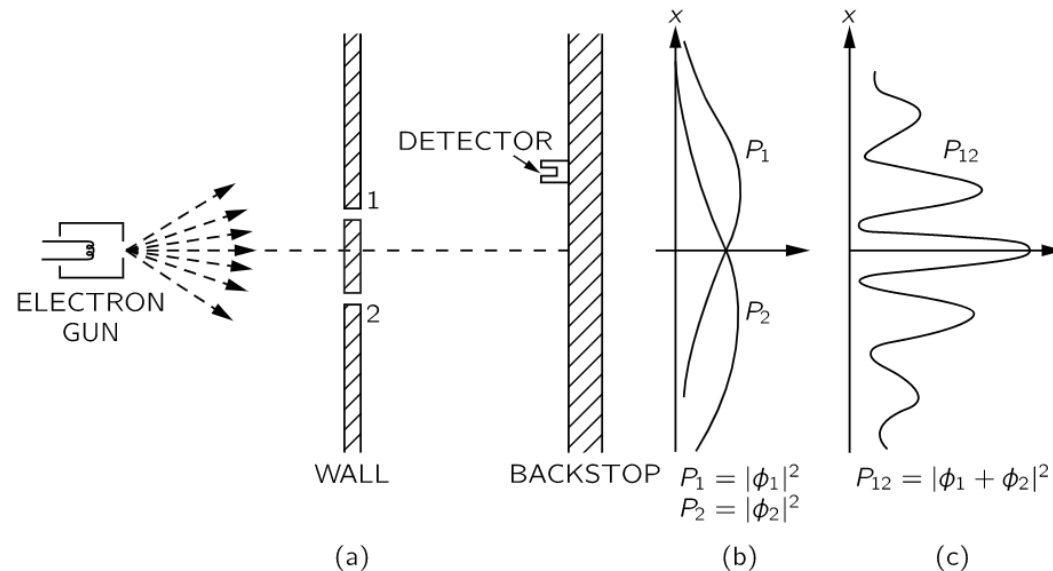
新量子论

- 至此，现代量子力学的大厦已经初步建立。
- 其基础包括德布罗意的波粒二象性、海森堡的矩阵力学、薛定谔的波动力学、玻恩对波函数的概率性诠释、泡利不相容原理、海森堡不确定性原理、玻尔的互补原理等。
- 量子力学在1930-1940年代迅速发展、完善，其标志性的成果有结合量子力学与狭义相对论的狄拉克方程、量子电动力学、量子色动力学等。
- 尝试结合广义相对论与量子力学是热门研究方向，为当前的物理学尚未解决的问题。当前主流尝试理论有：超弦理论、圈量子引力论等等。
- 量子力学可以算作是被验证的最严密的物理理论之一了。至今为止，所有的实验数据均无法推翻量子力学。大多数物理学家认为，它“几乎”在所有情况下，正确地描写能量和物质的物理性质。

量子力学的‘语言’ – 概率振幅1

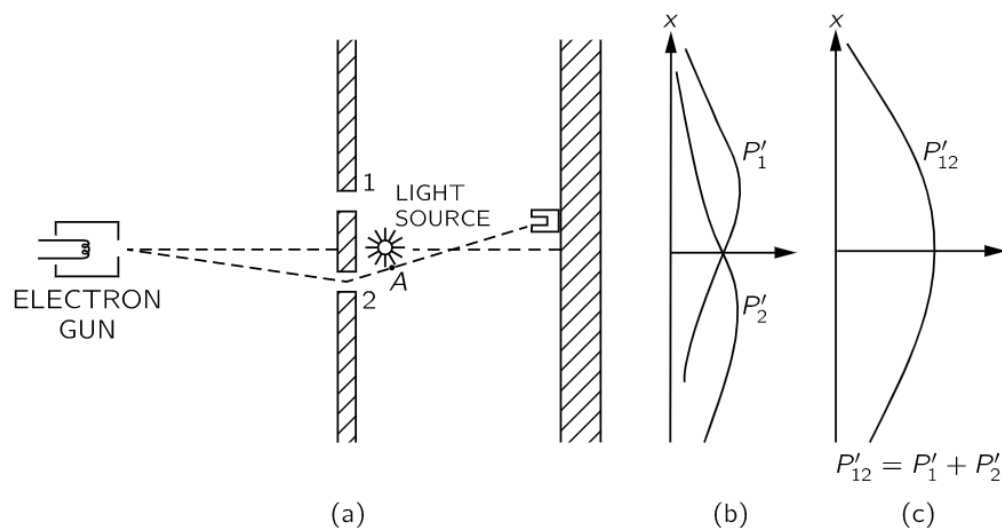


- 探测器强度计数可以连续取值
- 干涉出现了



- 探测器强度计数单位是pcs
- $P_{12} \neq P_1 + P_2$
- 与水波的形式一致？

量子力学的‘语言’ – 概率振幅2

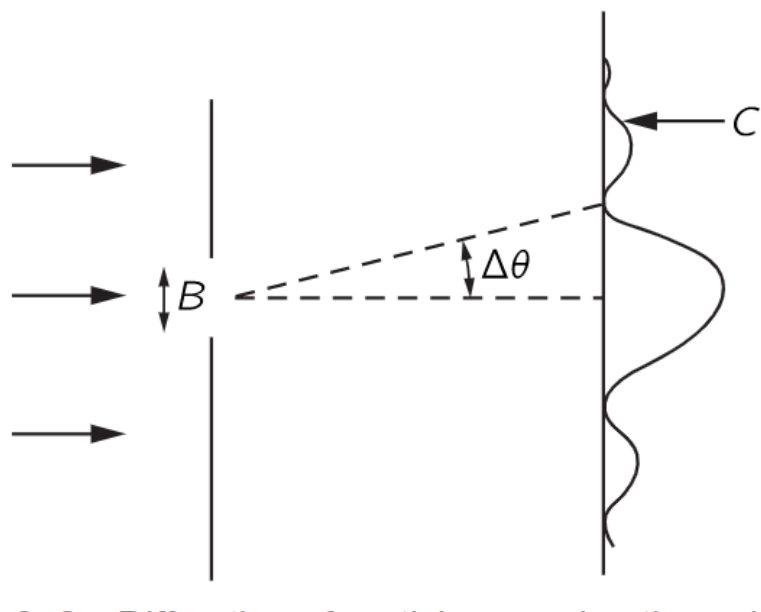


量子力学普遍原理

- ① 实验中某个事件的发生概率由一个复数的模平方给出，被称作概率振幅
- ② 当事件由几种不可分辨的方式发生，其概率幅由各个方式单独存在时的振幅和给出

- 如果采取某种方法监视电子行为，则干涉消失，退化为经典小球（如果真的分类了，前述奇特现象消失）
- 扰动会抹除干涉效应（即使我们不观察）
- It is impossible to design an apparatus to determine which hole the electron passes through, that will not at the same time disturb the electrons enough to destroy the interference pattern. By Heisenberg

量子力学的‘语言’ – 概率振幅-再议不确定性



- 窗口左侧, $p_y=0$, $\Delta p_y=0$
- 窗口右侧? 弥散!

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{B}$$

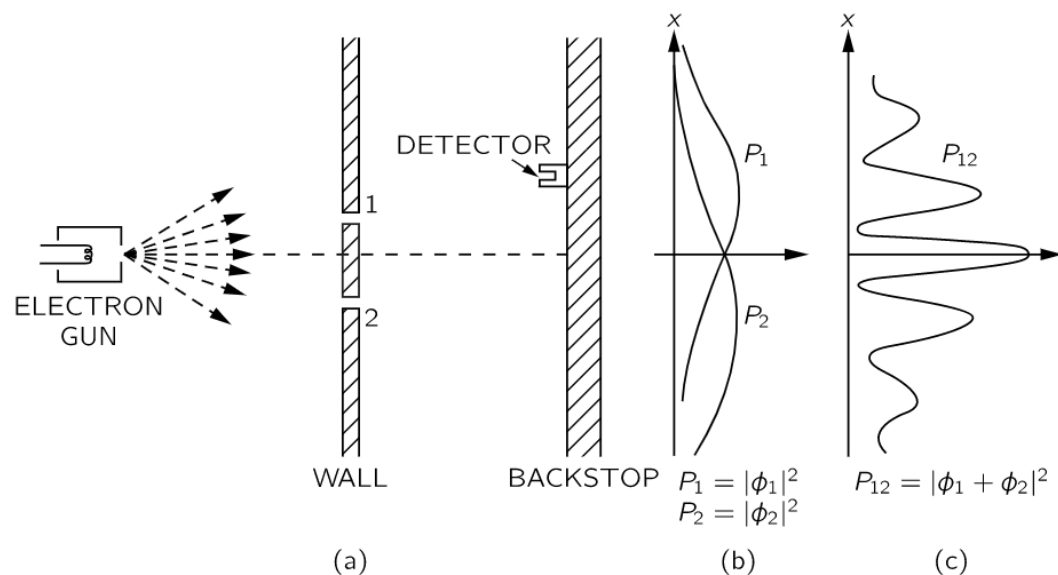
$$\Delta p = ?$$

$$\Delta p * \Delta y = ?$$

- 经典 世界也存在不确定性

量子力学的‘语言’ – 狄拉克符号

- 问题：求由s发出的一个粒子，经过墙以后，到达位于x处的探测器上的概率



量子力学附加原理
对于不相互作用的多个粒子，
A和B同时发生的概率幅等于
A、B分别发生的概率幅乘积

$$\langle \mathbf{r}_2 | \mathbf{r}_1 \rangle = \frac{e^{i \mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_{12} / \hbar}}{r_{12}}$$

量子史话

$\langle \text{粒子到达} x | \text{粒子离开} s \rangle$ 根据基本原理1

记作

$\langle x | s \rangle$

改写

根据基本原理2

$$\langle x | s \rangle = \langle x | s \rangle_{\text{通过}1} + \langle x | s \rangle_{\text{通过}2}$$

量子力学基本原理3

对于特定的路径，其振幅为
接连走过路径的振幅的乘积

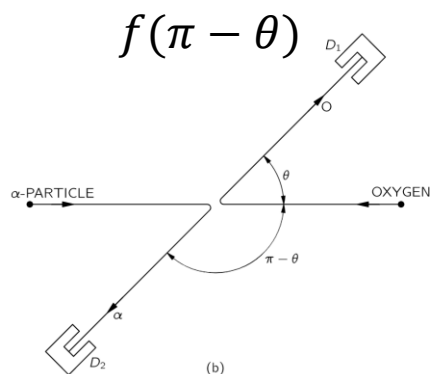
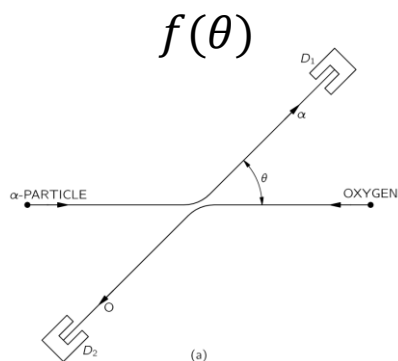
$$\langle x | s \rangle_{\text{通过}1} = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle$$

得到

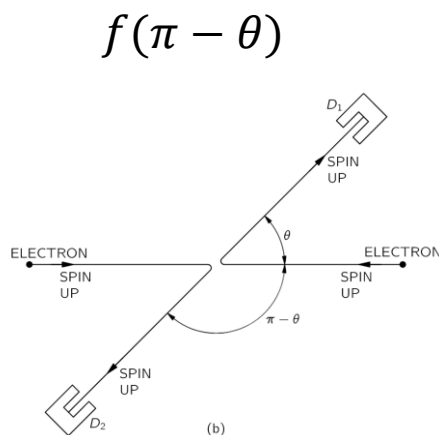
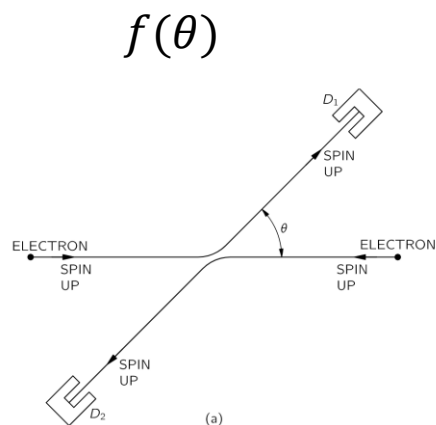
$$\langle x | s \rangle = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle + \langle x | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle$$

量子力学的‘语言’ – 运用概率幅

- 问题：粒子对撞实验中的角度分布



在D1中探测到某种粒子的概率 =
 $|f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2$



在D1中探测到某种粒子的概率 =
 $|f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$

THE SPIN, A QUANTUM MAGNET

All the animations and explanations on
www.toutestquantique.fr

量子力学的‘语言’ – 希尔伯特空间

• 斯特恩-格拉赫实验

- 银原子在非均匀磁场中的偏转是离散的！
- 只有两种可能的取值？源自自旋
- 两种自旋态，张开一个抽象2维希尔伯特空间

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\langle\psi| = (a^* \quad b^*)$$

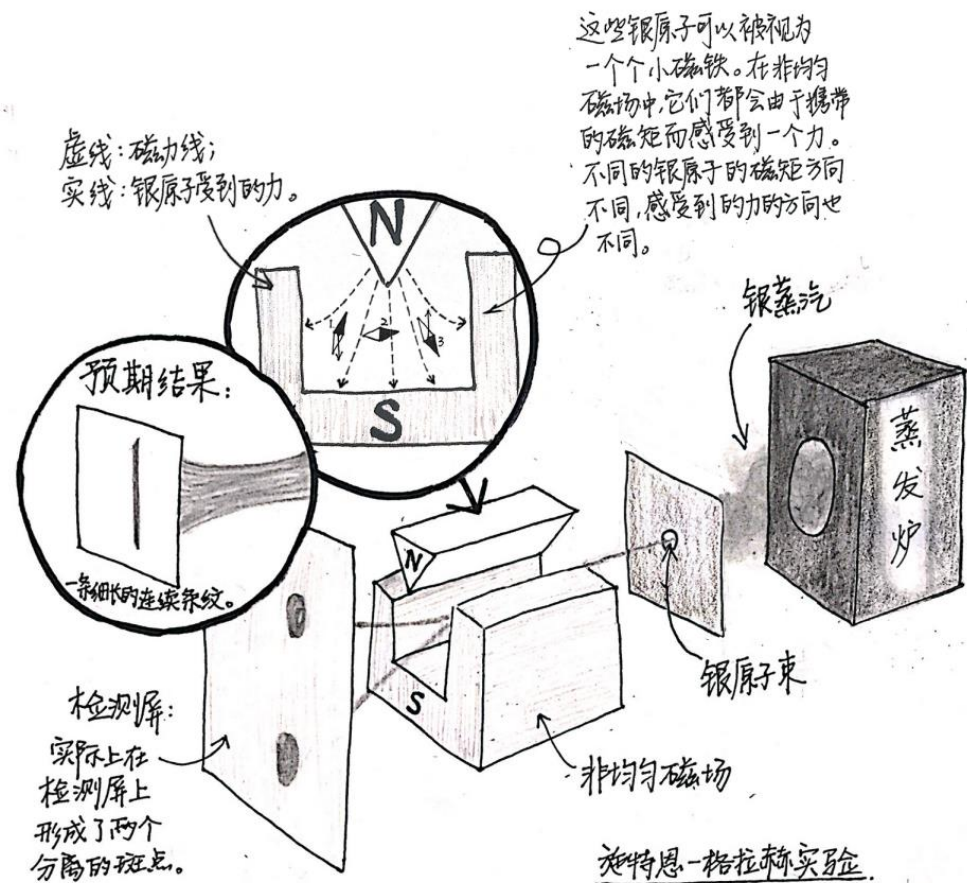
- S-G实验中观测到的两种状态对应该空间两个正交基矢量

$$|\text{up}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\text{down}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 任意一个制备的初态可以表示为基矢量的线性组合

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = a |\text{up}\rangle + b |\text{down}\rangle$$

- 实验的结果可以这样表述
- 向上的概率： $|\langle\text{up}|\psi\rangle|^2 = |a|^2$



量子力学的‘语言’ – 算符

- 任何量子状态均可以由基础态的线性组合构成：

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i |i\rangle, \text{其中 } C_i = \langle i|\psi\rangle$$

- 利用算符对一个初态进行一次操作产生一个终态：

$$|\phi\rangle = \tilde{A}|\psi\rangle = \sum_j \tilde{A}|j\rangle\langle j|\psi\rangle$$

- 终态在某组基础态上的投影为：

$$\langle i|\phi\rangle = \sum_j \langle i|\tilde{A}|j\rangle\langle j|\psi\rangle$$

量子力学的‘语言’ – 可观测量

- S-G实验实际上是在测量可观测量—自旋角动量沿z轴的分量，对应泡利矩阵

$$\tilde{\sigma}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- 容易验证|up>和|down>是泡利矩阵的两个本征态，本征值分别为 ± 1

量子力学规定
可观测量的结果是算符的本征值

- 可观测量的测量结果在确定的本征值内选取，概率分布由待测态在本征态张开的空间内的坐标模平方决定

用狄拉克符号表示的量子力学基本方程

$$\hat{H}\psi = e\psi$$

波动方程

$$\langle x|\hat{H}|x'\rangle\langle x'|\psi\rangle = E\langle x|\psi\rangle$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r})\right]\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

矩阵力学

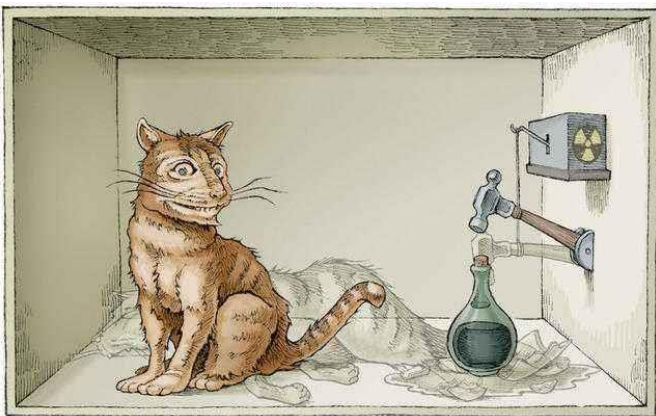
$$\langle E'|\hat{H}|E''\rangle\langle E''|\psi\rangle = E\langle E'|\psi\rangle$$

爱因斯坦和波尔的论战



- “上帝不会掷骰子” vs “不要告诉上帝怎么做”。
- 爱因斯坦提出了一系列思想实验的挑战，包括“双缝实验”，“光盒实验”，EPR佯谬等，都几乎的到了势均力敌的回应。波尔则产生了诸如互补原理和非定域性等哲学思想。
- 众多问题的根源在于玻恩的“概率”诠释和海森堡的“不确定性关系”。薛定谔提出了纠缠的思想，和那只著名的猫。

薛定谔的猫



- 薛定谔提出的一个著名思想实验。一只猫关在装有少量镭和氰化物的密闭容器里。镭的衰变存在几率，如果镭发生衰变，会触发机关打碎装有氰化物的瓶子，猫就会死；如果镭不发生衰变，猫就存活。
- 根据量子力学理论，我们可以写出镭处于衰变态 $|1\rangle$ 与未衰变态时 $|2\rangle$ 体系的状态，即一种纠缠态：

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{live}, 2\rangle + |\text{dead}, 1\rangle)$$

- 由于退相干现象的存在，薛定谔猫的思想实验没有宏观上的实验版本，但却可以在微观世界中被验证。

贝尔(John Stewart Bell, 1928-1990)



- EPR佯谬是由爱因斯坦(A. Einstein), 波多尔斯基(B. Podolsky)和罗森(N. Rosen)三人合作提出。
- 在研究EPR佯谬的基础上, 贝尔提出了贝尔不等式

$$|P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 + P(b, c)$$

- 量子纠缠的非定域性! 量子密钥分发, 量子隐形传态, 量子计算的基础。

第一章小结

- 旧量子论的三大学说
 - 黑体辐射和普朗克的能量量子化假说
 - 光电效应和爱因斯坦的光量子学说
 - 原子光谱和波尔的原子模型

分界：德布罗意的物质波假说—波粒二象性

- 新量子力学的三大理论
 - 薛定谔的波动力学
 - 海森堡的矩阵力学
 - 狄拉克的量子代数

	经典力学	量子力学
运动状态	动量 p 、位置 x	希尔伯特空间中的一个向量 $ \psi\rangle$
可观测量	动量 p 、位置 x	矩阵算符，比如，动量算符 \hat{p} 、位置 \hat{x} 、自旋算符 $\vec{n} \cdot \hat{\sigma}$
观测结果	动量 p 、位置 x	矩阵算符的本征值
观测的确定性	确定	不确定，几率



参考文献

- **量子力学的历史有兴趣的同学可以翻阅下面两本书：**

- Louisa Gilder , 纠缠—量子力学趣史, 人民邮电出版社。
- Laurie M. Brown, Abraham Pais, Brian Pippard, 20世纪物理学（第1卷）, 科学出版社。

- **关于量子力学数学框架的详细内容可参考：**

- 费曼物理学讲义 第三卷, 上海科学技术出版社 https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_toc.html
- 高等量子力学 第二版, 高等教育出版社