物质的本构关系

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E} \qquad \vec{B}=\mu\vec{H} \qquad \overrightarrow{J_c}=\sigma\vec{E}$$

坡印廷定理

瞬时坡印廷矢量

$$\vec{S}(\vec{r},t)=\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t)$$

时间平均坡印廷矢量

$$<\vec{S}(\vec{r})>=\frac{1}{2}Re[\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}^*(\vec{r})]$$

Chapter 4 平面波

波方程

无源空间（$J=\rho_v=0$）中，$(\nabla^2+k)^2=\begin{cases}\vec{E} \\ \vec{H}\end{cases}=0 \qquad k^2=\omega\mu\varepsilon$ 为色散方程

平面电磁波

$\vec{E} \quad \vec{H} \quad \vec{k}$ 三者相互垂直且构成右手螺旋关系。

$$\begin{cases}\vec{E}=-\frac{1}{\omega\varepsilon}\vec{k}\times\vec{H}=-\eta\overrightarrow{k_0}\times\vec{H} \\ \vec{H}=\frac{1}{\omega\mu}\vec{k}\times\vec{E}=\frac{1}{\eta}\overrightarrow{k_0}\times\vec{E}\end{cases}$$ 其中 $\overrightarrow{k_0}$ 为单位波矢量。

波阻抗

$$\eta=\frac{\omega\mu}{k}=\frac{k}{\omega\varepsilon}=\sqrt{\mu/\varepsilon} \qquad \eta_0\approx 377\Omega$$

极化

对电场进行考量，设 $\vec{E}=(\overrightarrow{x_0}E_x+\overrightarrow{y_0}E_y)e^{-jkz}$，令 $E_y/E_x=Ae^{j\varphi}$。（注意这里传播方向为 $+z$）

线极化波

$\varphi=0$ 或 π

圆极化波

$A=1$，$\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$，即 $Ae^{j\varphi}=\pm j$（在极化圆上，上半圆左旋，下半圆右旋）

椭圆极化波

除了线极化波或圆极化波就是椭圆极化波（在极化圆上，上半圆左旋，下半圆右旋）

有耗介质中的平面波

定义复介电常数 $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon-j\sigma/\omega$，实数部分代表位移电流的贡献，它不能引起电磁波功率的耗散；虚数部分是传导电流的贡献，它引起能量耗散。

则 $k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}(1-j\sigma/\omega\varepsilon)^{\frac{1}{2}}=k_r-jk_i$。这里 k_r 为相位常数，k_i 为衰减常数，损耗正切 $\sigma/\omega\varepsilon$。

波阻抗 $\eta=\sqrt{\mu/\tilde{\varepsilon}}=\sqrt{\omega\mu/2\sigma}(1+j)=\sqrt{\omega\mu/\sigma}\cdot e^{j\pi/4} \qquad |\eta|=\sqrt{\omega\mu/\sigma}$

相速 $v_p=\omega/k_r$　波长 $\lambda=2\pi/k_r$

电导率很小的介质

$\sigma/\omega\varepsilon << 1 \quad k \approx \omega\sqrt{\mu\varepsilon}(1 - j\sigma/2\omega\varepsilon)$ **穿透深度：** $d_p = 1/k_i = \frac{2}{\sigma}\sqrt{\varepsilon/\mu}$

电导率很大的介质

$\sigma/\omega\varepsilon >> 1 \quad k \approx \sqrt{\omega\mu\sigma/2}(1 - j)$ **穿透深度：** $d_p = 1/k_i = \sqrt{2/\omega\mu\sigma} = \delta$

完纯导体

$\sigma \to \infty \quad \delta \to 0 \quad E \to 0$ 导体内无电磁场

色散与群速

色散介质

相速 v_p 与 ω 有关，有耗介质 $\Leftrightarrow$ 色散

群速

振幅包络的传播速度，代表电磁能流运动的速度，真正传播信息。

$v_g = d\omega/dk_z$ 或 $v_g = v_p/(1 - \frac{\omega}{v_p} \cdot \frac{dv_p}{d\omega})$

电各向异性介质中的平面波

我感觉不考。

磁化铁氧体中的平面波

我感觉也不考。

平面波传播的传输线模型

电磁波可以分解成 TE 模与 TM 模的线性组合。如果坐标轴的选择使得波矢 $\vec{k}$ 在 $x-z$ 平面内，即只有 k_x, k_z 两个分量， $k_y = 0$ ，因为 $\vec{E}\ \vec{H}\ \vec{k}$ 相互垂直，$\vec{E}\ \vec{H}$ 必有一个在 y 方向。如果电场在 y 方向，就是 TE 模；如果磁场在 y 方向，就是 TM 模。

TE 模

电场只有横向分量，没有纵向分量。特征阻抗 $\eta = \omega\mu/k_z'$

TM 模

磁场只有横向分量，没有纵向分量。特征阻抗 $\eta = k_z'/\omega\varepsilon$

Chapter 5 波的反射与折射

边界条件

$$\begin{cases} \overrightarrow{n_0} \times (\overrightarrow{H_1} - \overrightarrow{H_2}) = \overrightarrow{J_s} \\ \overrightarrow{n_0} \times (\overrightarrow{E_1} - \overrightarrow{E_2}) = 0 \\ \overrightarrow{n_0} \cdot (\overrightarrow{D_1} - \overrightarrow{D_2}) = \rho_s \\ \overrightarrow{n_0} \cdot (\overrightarrow{B_1} - \overrightarrow{B_2}) = 0 \end{cases}$$

特殊情况： 介质-导体表面（导体内部无电磁场）电场强度切向分量 E_t 与磁感应强度法向分量 B_n 均为 0 。

介质交界面的反射与折射

假设从介质 1 进入介质 2

$$\begin{cases} k_x^r = k_x^i = k_x^t = k_x \\ k_z^r = k_z^i = k_{z1} \\ k_i^2 = k_0^2\varepsilon_{ri} = k_0^2\omega^2\varepsilon_0\varepsilon_{ri}\mu_0 = k_{z1}^2 + k_x^2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \theta^r = \theta^i \\ n_1 sin\theta^i = n_2 sin\theta^t \end{cases}$$

即沿 x 方向 k 不变，沿 z 方向 k 与介质有关。其中 $n_i = \sqrt{\varepsilon_{ri}}$　　$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ 一直适用。

TE 模

定义： 反射系数 $\Gamma = E^r/E^i$ 透射系数 $T = E^t/E^i$

$\Gamma(z=0) = \frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}$　　$T(z=0) = \frac{2Z_2}{Z_2+Z_1} = 1 + \Gamma(z=0)$

特征阻抗 $Z_i = \omega\mu_i/k_{zi}$

TM 模

定义： 反射系数 $\Gamma = E_x^r/E_x^i$　透射系数 $T = H^t/H^i$（设 $\vec{k}$ 在 $x-z$ 平面，则取 E 在 x 方向即切向的分量）

$\Gamma(z=0) = \frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}$　　$T(z=0) = \frac{2Z_1}{Z_2+Z_1} = 1 - \Gamma(z=0)$

特征阻抗 $Z_i = k_{zi}/\omega\varepsilon_i$

$Brewster$ 角

以某一角度 θ_B 入射时，无反射，即 $\Gamma = 0$ ，此时反射波为线极化波。只有 TM 模才有布儒斯特角。

可得 $\theta_B = \frac{\pi}{2} - \theta^t = arctan\sqrt{\varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1}}$

临界角

以 $\geq$ 某一角度 θ_C 入射时，透射角为 $\frac{\pi}{2}$ ，即出现表面波。只有 $n_1 > n_2$ 即 $k_1 > k_2$ 时才会出现。

可得 $\theta_C = arcsin\sqrt{\varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1}}$

此时 $|\Gamma_{TE}| = |\Gamma_{TM}| = 1$ 全反射。

各种界面的反射

吸收介质、导体、电离层

我感觉不考。

多层平板介质

以 TE 模为例

① $k_x = k_i sin\theta_i$　$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2} = \sqrt{k_0^2\varepsilon_r - k_i^2 sin^2\theta}$

② 最右侧开始，逐层往 $z=0$ 处分析。

③ 计算交界面处 Γ　T

④ 场量为入射+反射，但传播方向 z 相反

Chapter 6 波导

矩形波导

矩形波导可看成一个高通滤波器。可分为 TE_{mn} 模与 TM_{mn} 模，其中 TM_{mn} 模的 m,n 不能为 0 。TE_{10} 模为主模。

TE 模

$$E_x=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{n\pi}{b}cos(\frac{m\pi}{a}x)sin(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$E_y=\sum_{m,n}-A_{mn}\frac{m\pi}{a}sin(\frac{m\pi}{a}x)cos(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$E_z=0$$

$$H_x=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{k_z}{\omega\mu}\frac{m\pi}{a}sin(\frac{m\pi}{a}x)cos(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H_y=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{k_z}{\omega\mu}\frac{n\pi}{b}cos(\frac{m\pi}{a}x)sin(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H_z=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{\pi^2}{j\omega\mu}(\frac{n^2}{b^2}+\frac{m^2}{a^2})cos(\frac{m\pi}{a}x)cos(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

TM 模

$$E_x=\sum_{m,n}-B_{mn}\frac{k_z}{\omega\varepsilon}\frac{n\pi}{b}cos(\frac{m\pi}{a}x)sin(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$E_y=\sum_{m,n}-B_{mn}\frac{k_z}{\omega\varepsilon}\frac{n\pi}{b}sin(\frac{m\pi}{a}x)cos(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$E_z=\sum_{m,n}B_{mn}\frac{\pi^2}{j\omega\varepsilon}(\frac{n^2}{b^2}+\frac{m^2}{a^2})sin(\frac{m\pi}{a}x)sin(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H_x=\sum_{m,n}B_{mn}\frac{n\pi}{b}sin(\frac{m\pi}{a}x)cos(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H_y=\sum_{m,n}-B_{mn}\frac{m\pi}{a}cos(\frac{m\pi}{a}x)sin(\frac{n\pi}{b}y)e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H_z=0$$

色散关系

$k_z=\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon-(\frac{m\pi}{a})^2-(\frac{n\pi}{b})^2}$　　$k_z=0$ 时截止。其中 $k_x=\frac{m\pi}{a}$　$k_y=\frac{n\pi}{b}$

截止频率

$$f_c=\sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2+(\frac{n\pi}{b})^2}v/2\pi$$

截止波长

$$\lambda_c=2\pi/\sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2+(\frac{n\pi}{b})^2}$$

相速与群速

$v_p=v/\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$　$v_g=v\cdot\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$　　可见 $v_p\cdot v_g=v^2=1/\mu\varepsilon=c^2/\mu_r\varepsilon_r$

波导波长

$$\lambda_g=v_p/f=\lambda/\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$$

特征阻抗

$Z_{TE}=\eta\cdot\lambda_g/\lambda$　　$Z_{TM}=\eta\cdot\lambda/\lambda_g$

等效阻抗

以 TE_{10} 模为例，$Z_{e10}=\frac{b}{a}Z_{10}$

TE_{10} 模的色散特性

$\lambda_c = 2a \quad f_c = v/2\pi a \quad v_p = v/\sqrt{1-(\frac{\lambda}{2a})^2} \quad \lambda_g = \lambda/\sqrt{1-(\frac{\lambda}{2a})^2}$

圆波导

可分为 TE_{mn} 模与 TM_{mn} 模。m 表示场沿圆周分布的驻波数，n 表示场沿半径分布的半驻波数或场的最大值个数。TE_{11} 模为主模。

色散关系

$$k_z^2 = \omega^2\mu\varepsilon - k_t^2 \qquad k_t^2 = \begin{cases} \frac{u'_{mn}}{a} & TE \\ \\ \frac{u_{mn}}{a} & TM \end{cases}$$ 其中 a 为圆波导半径，下同。

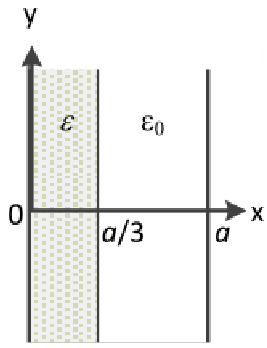
截止波长

$$\lambda_c = \begin{cases} \frac{2\pi a}{u'_{mn}} & TE \\ \\ \frac{2\pi u_{mn}}{a} & TM \end{cases}$$

平板介质波导

☆横向谐振原理

$\underline{\overleftarrow{Y} + \overrightarrow{Y} = 0}$（参考面开路） $\underline{\overleftarrow{Z} + \overrightarrow{Z} = 0}$（参考面短路）



以 $x = a/3$ 为参考面。左侧记为区域 1 ，右侧记为区域 2 。

$k_{x1} = \sqrt{k_1^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu_0 - k_z^2} \qquad k_{x2} = \sqrt{k_2^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2\varepsilon_0\mu_0 - k_z^2}$

区域 1 特征导纳 $Y_1 = k_{x1}/\omega\mu_0$ 区域 2 特征导纳 $Y_2 = k_{x2}/\omega\mu_0$

利用传输线等效，可将 $x = 0$ 与 $x = a$ 处看成短路。

有 $\overleftarrow{Y} = Y_1/jtan(k_{x1}\frac{a}{3}) \qquad \overrightarrow{Y} = Y_2/jtan(k_{x2}\frac{2a}{3})$

根据谐振原理，有 $Y_1/jtan(k_{x1}\frac{a}{3}) + Y_2/jtan(k_{x2}\frac{2a}{3}) = 0$

代入数值可得关于 k_z 的方程，即**色散方程**。

此时截止频率易求，即取 $k_z = 0$ ，求出 k_0 ，截止波长 $\lambda_c = 2\pi/k_0$ ，截止频率 $f_c = c/\lambda_c$

对称情况

奇对称：对称面短路，用阻抗。

偶对称：对称面开路，用导纳。

光纤

梯度光纤中的模间色散要比阶跃光纤小得多，因而具有更高的传输带宽。

定义纤芯折射率 n_1 包层折射率 n_2 纤芯半径 a

数值孔径 NA

定义 $\Delta=\frac{n_1^2-n_2^2}{2n_1^2}\approx(n_1-n_2)/n_1$

$NA=sin\theta_0=n_1sin(\frac{\pi}{2}-\theta_c)\approx n_1\sqrt{2\Delta}$

其中 θ_0 为入射临界角（入射角$\leq\theta_0$ 时可在光纤内传播），$\theta_c=arcsin\frac{n_2}{n_1}$ 为全反射临界角（反射角$\geq\theta_0$ 时可在光纤内发生全反射）

数值孔径越大，光纤传输带宽越小，聚光能力越强，光纤模间色散越大，纤芯和包层相对折射率差越大。

波动分析

我感觉不考。

Chapter 7 谐振器

空腔谐振器

谐振条件

$\underline{\overleftarrow{Z}+\overrightarrow{Z}=0}$

$\overleftarrow{Z}=0\quad\overrightarrow{Z}=jZ_ztan(k_zl)\qquad$ 其中 $Z_z=\begin{cases}\omega\mu/k_z & TE\text{ 模}\\ k_z/\omega\varepsilon & TM\text{ 模}\end{cases}$

代入得 $k_z=p\pi/l\quad p=1,2,...$ 则 $k^2=\omega^2\mu\varepsilon=(\frac{p\pi}{l})^2+k_t^2=(\frac{2\pi}{\lambda})^2$

TEM 模同轴线：$k_t=0$ 谐振波长 $\lambda_0=2l/p$

矩形波导：$k_t^2=(m\pi/a)^2+(n\pi/b)^2$ 谐振波长 $\lambda_0=2/\sqrt{(\frac{m}{a})^2+(\frac{n}{b})^2+(\frac{p}{l})^2}$

圆波导：$k_t=\begin{cases}u'_{mn}/a & TE\text{ 模}\\ u_{mn}/a & TM\text{ 模}\end{cases}$ 谐振波长 $\lambda_0=\begin{cases}2/\sqrt{(\frac{u'_{mn}}{\pi a})^2+(\frac{p}{l})^2} & TE\text{ 模}\\ 2/\sqrt{(\frac{u_{mn}}{\pi a})^2+(\frac{p}{l})^2} & TM\text{ 模}\end{cases}$

微带谐振器、介质谐振器、开放式谐振器

我感觉都不考。

谐振器与传输线的耦合

谐振器与外电路耦合度

$\beta=\frac{Y_0}{n^2G_0}$ 这里 Y_0 为传输线特征导纳，G_0 为谐振器内部损耗电导。

当 $\beta>1$ 时，$\rho=\beta$；当 $\beta<1$ 时，$\rho=1/\beta$

微扰法判断 β 大小

腔内插入一小损耗（如插入青草叶子），如果随微扰损耗增加，$\omega=0$ 这一点反射功率单调增加，则 $\beta<1$，如果反射功率开头变小到零，后又增加，则 $\beta>1$。

Chapter 8 天线

电基本振子

远区辐射场

$$\begin{cases} \vec{E}=\overrightarrow{\theta_0}\sqrt{\mu/\varepsilon}\cdot\frac{jkI\Delta le^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta \\ \\ \vec{H}=\overrightarrow{\varphi_0}\cdot\frac{jkI\Delta le^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta \end{cases}$$ 为非均匀球面波。这里 $sin\theta$ 为天线子的辐射方向函数，记为 $V(\theta)$，下同。

方向性

$G_D=4\pi r^2\frac{<S>}{P_{out}}=\frac{3}{2}sin^2\theta$ 其中 P_{out} 为发射功率。

无损耗时，$G_D=4\pi A_e/\lambda^2=G$ 其中 A_e 为有效面积，G 为天线增益。

辐射电阻

$R_{rad}=\frac{8\pi}{3}\eta_0(\frac{kI\Delta l}{4\pi})^2=\frac{2\eta_0}{3\lambda^2}\pi\Delta l^2$

接收功率

$P_R=A_e\cdot E^2/2\eta_0=A_e<S>$

（综上，已知其中任意 4 个量，便可求得所有量）

磁基本振子

我觉得不考。

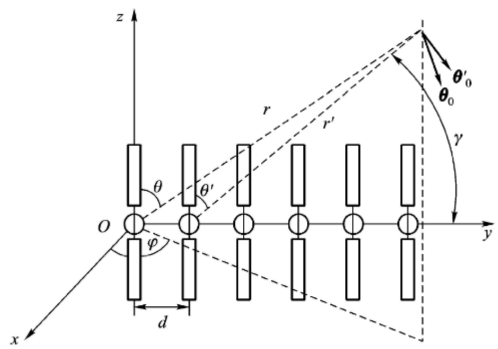
线天线

远区辐射场

$$\begin{cases} \vec{E}=\overrightarrow{\theta_0}\cdot\frac{jk\eta e^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta U(\theta) \\ \\ \vec{H}=\overrightarrow{\varphi_0}\cdot\frac{jkI\Delta le^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta U(\theta) \end{cases}$$ 其中 $U(\theta)$ 为修正因子，$U(\theta)=\int_{-l_1}^{l_2}I(z)e^{jkzcos\theta}dz$

列阵天线

以线天线作为天线子。



令相邻两天线单元的辐射相位差为 Ψ，间距为 d。$r'=r-dcos\gamma=r-dsin\theta sin\varphi$。并假设各天线单元电流值相等。

则 $\vec{E}=\vec{E}_0(1+e^{j\alpha}+\cdots+e^{j(N-1)\alpha}=\vec{E}_0(1-e^{jN\alpha})/(1-e^{j\alpha})=\vec{E}_0F(\theta,\varphi)$ 其中 $F(\theta,\varphi)$ 为阵因子，$\alpha=\Psi+kdcos\gamma$

$|F(\theta,\varphi)|=|\frac{sin(N(\Psi+kdcos\gamma)/2)}{sin(\Psi+kdcos\gamma)/2}|$ （当 $\Psi+kdcos\gamma=2k\pi$ 时取最大值 N，当 $N(\Psi+kdcos\gamma)/2=m\pi(m\neq0,2N,...)$ 时为 0）

下面将几种列阵天线可能排布情况一一举例说明

天线组按 x 轴排列

$r' = r - d(\vec{x}_0 \cdot \vec{r}_0) = r - dcos\varphi sin\theta \quad F(\theta,\varphi) = (1-e^{jN(\Psi+kdcos\varphi sin\theta)})/(1-e^{j(\Psi+kdcos\varphi sin\theta)})$

二元天线：归一化阵因子 $F = cos[(\Phi + kdcos\varphi sin\theta)/2]$

天线组按 z 轴排列

$r' = r - d(\vec{z}_0 \cdot \vec{r}_0) = r - dcos\theta \quad F(\theta,\varphi) = (1-e^{jN(\Psi+kdcos\theta)})/(1-e^{j(\Psi+kdcos\theta)})$

二元天线：归一化阵因子 $F = cos[(\Phi + kdcos\theta)/2]$

（可见，阵因子只与天线组的排列方式有关）

天线子沿 x 轴摆放

$V(\theta) = [cos(klcos\theta_x/2) - cos(kl/2)]/sin(\theta_x)$ 　其中 $cos\theta_x = sin\theta cos\varphi$

天线子沿 z 轴摆放

$V(\theta) = [cos(klcos\theta/2) - cos(kl/2)]/sin(\theta)$

（可见，辐射方向函数只与天线子的摆放方式有关）

总的辐射方向函数

$f(\theta) = V(\theta) \cdot F(\theta)$ 　当仅仅为一元天线时，$F(\theta) = 1$ 。

对电基本振子求解时只需令 $V(\theta) = sin\theta_x$ （水平放置）或 $V(\theta) = sin\theta$ （垂直放置）

口径天线

单元数 N 间距 d 总宽度 $w_x = (N-1)d \approx Nd$ 相邻天线相位差 $\Psi = 0$

阵因子

考虑 $\theta = \pi/2$ 　$|F(\varphi)| = |sinc[(w_x sin\varphi)/\lambda]$

波束宽度（半功率宽度）

取 $w_x sin(\varphi_{BX}/2)/\lambda = \pm 0.443$ 　求得 φ_{BX} 即为对应波束宽度。

零点

取 $w_x sin(\varphi_0/2)/\lambda = 1,2,...$ 　求得 φ_0 即为对应零点。

方向性

$G_D = 4\pi A_e/\lambda^2$

传输方程、雷达方程和瑞利散射

我觉得都不考。

☆镜像原理

垂直放置的电基本振子的镜像即以导体面为对称的同相的电基本振子；水平放置的电基本振子的镜像即以导体面为对称的方向的电基本振子，分别构成各自的天线阵。