浙江大学 2018 - 2019 学年 春夏 学期

《 微积分（甲）II 》课程期中考试试卷

课程号：821T0020，开课学院：数学科学学院

考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选定项上打√）任课老师：__________;考试地点：_______.

考试形式：√闭、开卷（请在选定项上打√），允许带 第 入场，作业本序号__________.

考试日期：2019 年 4 月 22 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

考生姓名：______________ 学号：______________ 所属院系：______________

题序	一 (1-3)	二 (4-5)	三 (6-7)	四 (8-9)	五 (10-11)	六 (12-13)	总 分
得分							
评卷人							

得分

一、（本大题：第 1-3 小题，共 18 分.）

1. (6 分) 判别级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}$ 的敛散性.

利用 $\sqrt{a}+\sqrt{b} \geq \sqrt{a+b} \Rightarrow \sqrt{n-k}+\sqrt{k} \geq \sqrt{n}$

$\therefore 2(\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}) = \sum_{k=0}^{n} (\sqrt{n-k}+\sqrt{k}) \geq (n+1)\sqrt{n} > n^{3/2}$

$\therefore \frac{1}{1+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}} < \frac{2}{n^{3/2}}$. 而 $\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$ 收敛

由比较法得 $\sum \frac{1}{1+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}$ 收敛

2. (6 分) 求级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{2^n}$ 的值.

利用 $\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n\right)' = \left(\frac{1}{1-x}\right)' = \frac{1}{(1-x)^2}$, $|x|<1$

取 $x=\frac{1}{2}$ 得 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n-1}} = \frac{1}{2} \left.\frac{1}{(1-x)^2}\right|_{x=\frac{1}{2}}$

$= 2$

3. (6 分) 将 $f(x)=\arcsin x$ 展开成 x 的幂级数, 并求 $f^{(99)}(0)$.

利用 $(1-x)^{-\frac{1}{2}} = 1+\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^n$, $|x|<1$ 得

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1+\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^{2n}$, 两边逐项积分得

$\arcsin x = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1} \cdot \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^{2n+1}$, $|x|<1$

$\frac{f^{(99)}(0)}{(99)!} \overset{n=49}{=\!=} \frac{1}{99} \cdot \frac{(97)!!}{(98)!!} \Rightarrow f^{(99)}(0) = (97!!)^2$

得分

二、（本大题：第 4-5 小题，共 16 分.）

4. (8 分) 已知级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ 在 $x=-1$ 处条件收敛, 试求级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n (n+1) x^n$ 的收敛半径.（要求给出理由）

级数在 $x=-1$ 处收敛, 故半径 $R \geq 1$. 又 $\sum |a_n|$ 发散 $\therefore R \leq 1$

故 $\sum a_n x^n$ 收敛半径 $R=1$, $\sum a_n x^{n+1}$ 收敛半径 $R=1$

$\Rightarrow \left(\sum a_n x^{n+1}\right)' = \sum a_n (n+1) x^n$ 的收敛半径 $R=1$

5. (8 分) 设 $f(x)=e^x (0 \leq x \leq 2\pi)$, 将 $f(x)$ 展开成周期 2π 的傅里叶级数.

$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} e^x \cos nx\, dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \cos nx\, de^x = \frac{e^{2\pi}-1}{\pi} + \frac{n}{\pi}\int_0^{2\pi} e^x \sin nx\, dx$

$= \frac{e^{2\pi}-1}{\pi} + n b_n$

$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} e^x \sin nx\, dx = -n a_n$

$\therefore \begin{cases} a_n = \frac{e^{2\pi}-1}{\pi} \cdot \frac{1}{n^2+1} \\ b_n = -\frac{e^{2\pi}-1}{\pi} \frac{n}{n^2+1} \end{cases}$

$\therefore e^x = \frac{e^{2\pi}-1}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} (\cos nx - n\sin nx)\right)$ $x \in (0, 2\pi$

得分

三、(本大题：第 6-7 小题，共 16 分.)

6. (8 分) 求原点关于平面$\pi: 2x-3y+4z+29=0$ 的对称点的坐标.

设 O 的对称点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$. 则 $\overrightarrow{OP_0} \perp \pi$

中点 $(\frac{x_0}{2}, \frac{y_0}{2}, \frac{z_0}{2}) \in \pi$ 得

$$\begin{cases} \frac{x_0}{2} = \frac{y_0}{-3} = \frac{z_0}{4} \\ 2x_0 - 3y_0 + 4z_0 + 58 = 0 \end{cases} \quad 得 \begin{cases} x_0 = -4 \\ y_0 = 6 \\ z_0 = -8 \end{cases}$$

故得对称点 $(-4, 6, -8)$

7. (8 分) 通过点$M_1(1,1,1)$和$M_2(2,3,4)$, 作与平面$x+y-z=1$ 垂直的平面, 求此平面方程.

此平面法矢 $\vec{n} \perp \overrightarrow{M_1M_2}$, $\vec{n} \perp (1, 1, -1) \Rightarrow$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-5, 4, -1)$$

$\therefore$ 平面方程：$-5(x-1) + 4(y-1) - (z-1) = 0$ 即

$5x - \cancel{4}y + 3z - 2 = 0$

得分

四、(本大题：第 8-9 小题，共 16 分.)

8. (8 分) 求过点$A(-1,0,4)$, 且平行于平面$3x-4y+z=0$, 又与直线$\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$相交的直线方程.

记两直线交点 $B(-1+t, 3+t, 2t)$. t 待定 $\overrightarrow{AB} = (t, 3+t, 2t-4)$

则 $\overrightarrow{AB} \perp (3, -4, 1) \Rightarrow 3t - 4(3+t) + 2t - 4 = 0$ 得 $t = 16$

$\therefore \overrightarrow{AB} = (16, 19, 28)$

故直线：$\frac{x+1}{16} = \frac{y}{19} = \frac{z-4}{28}$

9. (8 分) 求直线$L: \begin{cases} x+y+z=0 \\ y-z-1=0 \end{cases}$绕$Oz$轴旋转所得的旋转曲面方程.

消去 z：$x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow x - 1 = -2y$

又 $z - 1 = y$

$\therefore L: \begin{cases} x = -2t+1 \\ y = t \\ z = t+1 \end{cases}$

设旋转角为 θ. 半径 $= \sqrt{(-2t+1)^2 + t^2}$

$\therefore \begin{cases} x = \sqrt{(-2t+1)^2 + t^2} \cos\theta \\ y = \sqrt{(-2t+1)^2 + t^2} \sin\theta \\ z = t+1 \end{cases}$

消去 t, θ 得

$x^2 + y^2 = (z+1)^2 + (2z+1)^2$

五、(本大题:第 10-11 小题，共16分.)

得分

10. (8分) 已知 $z=(e^x+y^2)^y$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

$$\frac{\partial z}{\partial x}=y(e^x+y^2)^{y-1}\cdot e^x$$

两边对 y 求偏导：

$$\ln z=y\ln(e^x+y^2).$$

$$\frac{1}{z}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}=\ln(e^x+y^2)+y\frac{1}{e^x+y^2}\cdot 2y$$

$$\therefore\frac{\partial z}{\partial y}=(e^x+y^2)^y\ln(e^x+y^2)+2y^2\cdot(e^x+y^2)^{y-1}$$

11. (8分) 设 $u=f(x,\frac{x}{y})$，其中 f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

$$\frac{\partial u}{\partial x}=f_1'+f_2'\cdot\frac{1}{y}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}(f_1'+\frac{1}{y}f_2')$$

$$=f_{12}''\cdot(-\frac{x}{y^2})-\frac{1}{y^2}f_2'+\frac{1}{y}f_{22}''\cdot(-\frac{x}{y^2})$$

$$=-\frac{x}{y^3}f_{22}''-\frac{x}{y^2}f_{12}''-\frac{1}{y^2}f_2'.$$

六、(本大题:第 12-13 小题，共 18 分.)

得分

12. (8分) 设 $u=u(x,y)$ 对新变量 ξ,η 具有二阶连续偏导数，求 a 的值，使得在变换 $\xi=x+ay,\eta=x-y$ 下，将方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ 简化为 $\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}=0$.

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{\partial u}{\partial\eta}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial\xi}(\frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{\partial u}{\partial\eta})+\frac{\partial}{\partial\eta}(\frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{\partial u}{\partial\eta})=\frac{\partial^2 u}{\partial\xi^2}+2\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}+\frac{\partial^2 u}{\partial\eta^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=a\frac{\partial u}{\partial\xi}-\frac{\partial u}{\partial\eta}$$

$$\therefore\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial u}{\partial y})=\frac{\partial}{\partial\xi}(a\frac{\partial u}{\partial\xi}-\frac{\partial u}{\partial\eta})+\frac{\partial}{\partial\eta}(a\frac{\partial u}{\partial\xi}-\frac{\partial u}{\partial\eta})=a\frac{\partial^2 u}{\partial\xi^2}+(a-1)\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}-\frac{\partial^2 u}{\partial\eta^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial u}{\partial y})=a\frac{\partial}{\partial\xi}(a\frac{\partial u}{\partial\xi}-\frac{\partial u}{\partial\eta})-\frac{\partial}{\partial\eta}(a\frac{\partial u}{\partial\xi}-\frac{\partial u}{\partial\eta})=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial\xi^2}-2a\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}+\frac{\partial^2 u}{\partial\eta^2}$$

$$\therefore\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=(1+4a+3a^2)\frac{\partial^2 u}{\partial\xi^2}+(2+4(a-1)-6a)\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}=0$$

$$1+4a+3a^2=0\Rightarrow a=-\frac{1}{3}\ (\text{舍掉 } a=-1)$$

13. (10分) 设 $0<a_0<1$, $a_{n+1}=a_n(1-a_n)\,(n=0,1,2,\cdots)$.

证明: (1) 级数 $\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n a_n$ 收敛; (2) 级数 $\sum_{n=0}^{+\infty}a_n$ 发散.

显然 $0<a_n\le\frac{1}{4}$. $a_{n+1}\le a_n$ $\therefore a_n\downarrow$ 有下界

$\{a_n\}$ 收敛. 记 $\lim a_n=a$ 则

$$a=a(1-a)\Rightarrow a^2=0\Rightarrow a=0$$

$\therefore\lim a_n=0$ $\therefore\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ 收敛

(2) $$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n(1-a_n)}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{1-a_n}$$

$$\therefore\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{1-a_n}\le\frac{1}{1-a_0}$$

$$\frac{1}{a_n}=(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}})+\cdots+(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_0})+\frac{1}{a_0}<\frac{n}{1-a_0}+\frac{1}{a_0}<\frac{n}{a_0(1-a_0)}=\frac{n}{a_1}$$

$\therefore a_n>\frac{a_1}{n}$ 而 $\sum\frac{1}{n}$ 发散 $\therefore\sum a_n$ 发散.

微积分甲 期中考试答案

1. 令 $a_n=\frac{1}{1+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}$ $\quad b_n=\frac{1}{n\sqrt{n}}$ ……3分

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\sqrt{\frac{i}{n}}\frac{1}{n}\right)}=\frac{1}{\int_0^1\sqrt{x}dx}=\frac{3}{2}$ ……3分

$\because \sum\frac{1}{n\sqrt{n}}$ 收敛 $\quad\therefore \sum\frac{1}{1+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}$ 收敛

2. 作 $S(x)=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}nx^{n-1}$ $\qquad \int_0^x S(t)dx=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}x^n=\frac{x}{1-x}$ ……3分

$S(x)=\frac{1}{(1-x)^2}$ $\qquad\therefore\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{2^n}=2$ ……3分

3. $f(x)=\arcsin x$

$f'(x)=(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{1!}+\frac{1\cdot3}{2^2\cdot2!}x^4+\cdots+\frac{1\cdot3\cdots(2n-1)}{2^n\cdot n!}x^{2n}+\cdots$ ……3分

$f(x)=f(x)-f(0)=x+\frac{1}{2}\frac{1}{1!}\frac{x^3}{3}+\cdots+\frac{1\cdot3\cdots(2n-1)}{2^n\cdot n!(2n+1)}x^{2n+1}+\cdots$

$\frac{f^{(99)}(0)}{99!}=\frac{1\cdot3\cdots97}{2^{49}\cdot49!\,99}\Rightarrow f^{(99)}(0)=(99!!)^2$ ……3分

4. $\because\sum a_nx^n$ 在 $x=-1$ 处条件收敛

$\therefore\sum a_nx^n$ 的收敛半径 $R=1$.

（$\because$ 若 $R>1$，则 $\sum a_nx^n$ 在 $x=-1$ 处绝对收敛，$\therefore R\leq1$，

又若 $R<1$，则 $\sum a_nx^n$ 在 $x=-1$ 处发散．$\therefore R\geq1$）……4分

$\therefore\sum a_nx^{n+1}$ 的收敛半径 $R=1$，据定理，

$\therefore\sum a_n(n+1)x^n$ 的收敛半径 ……4分

5. 求 $f(x)=e^x$ $(0\leq x\leq\pi)$ 的周期 2π 的傅里叶级数

解法一 $\because 2l=2\pi$ $\quad l=\pi$

$a_0=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^xdx=\frac{e^{2\pi}-1}{\pi}$

$a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^x\cos nx\,dx=\frac{e^{2\pi}-1}{\pi(n^2+1)}$ $\quad(n=1,2,\cdots)$ ……2分

$b_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^x\sin nx\,dx=-\frac{n(e^{2\pi}-1)}{\pi(n^2+1)}$. ……2分

$\therefore\frac{e^{2\pi}-1}{2\pi}+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{e^{2\pi}-1}{\pi(n^2+1)}\cos nx-\frac{n(e^{2\pi}-1)}{1+n^2}\sin nx\right)=\begin{cases}e^x & 0<x<2\pi\\ \frac{e^{2\pi}+1}{2} & x=0,2\pi\end{cases}$ ……2分

解法二．$a_n+b_ni=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^x(\cos nx+i\sin nx)dx=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^{(ni+1)x}dx\cdots\cdots$（6分），最后2分．

6. 求原点关于平面 π：$2x-3y+4z+29=0$ 的对称点．

解 L：$\frac{x}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{4}=t$，$\begin{cases}x=2t\\y=-3t\\z=4t\end{cases}$ ……4分

$29t+29=0$，$t=-1$，对称点的 $t=-2$ ……4分

$\therefore$ 对称点 P：$(-4,6,-8)$

7. 通过 $M_1(1,1,1)$ 和 $M_2(2,3,4)$，作与平面 $x+y-z=1$ 垂直的平面

解：平面的法矢量 $\vec{n}\perp\overrightarrow{M_1M_2}$，$\vec{n}\perp(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$

所以 $\vec{n}=\overrightarrow{M_1M_2}\times(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&2&3\\1&1&-1\end{vmatrix}=-5\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}$ ……4分

$\therefore$ 所求平面方程 $-5(x-1)+4(y-1)-(z-1)=0$

或 $5x-4y+z-2=0$ ……4分

8. 过点$A(-1,0,4)$，且平行于$3x-4y+z=0$，又与直线$\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$相交的直线方程

解(一) 过A且平行已知平面的平面 $3(x+1)-4(y-0)+(z-4)=0$

过已知直线的平面束 $\lambda(x+1-y+3)+\mu(y-3-\frac{z}{2})=0$ ······ 4分

代入$A(-1,0,4)$，得$3\lambda-4\mu=0$，$\therefore 10x-4y-3z+22=0$

从而所求直线 $\begin{cases}3x-4y+z-1=0\\10x-4y-3z+22=0\end{cases}$ ---- 4分

解法(二)：过点$A(-1,0,4)$的直线与已知直线的交点$B(a,a+4,2a+2)$

$\overrightarrow{AB}=\{a+1,a+4,2a-2\}\perp\vec{n}=\{3,-4,1\}$ ---- 4分

$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0$ 得 $a=15$，$\therefore \overrightarrow{AB}=\{16,19,28\}$

所求直线：$\frac{x+1}{16}=\frac{y}{19}=\frac{z-4}{28}$ ------ 4分

9. 求L：$\begin{cases}x+y+z=0\\y-z-1=0\end{cases}$ 绕z轴的旋转面方程

解：任取$M(x,y,z)$在旋转面上，过M作垂直于z轴的平面

该平面与L相交于$M_1(x_1,y_1,z_1)$

有关系 $\begin{cases}\sqrt{x_1^2+y_1^2}=\sqrt{x^2+y^2}\\z_1=z\end{cases}$ ---- 4分

又M_1在L上：$\begin{cases}x_1+y_1+z_1=0\\y_1-z_1-1=0\end{cases}$

利用关系，消去x_1,y_1,z_1得：$x^2+y^2=5z^2+6z+2$ --- 4分

10. 设 $z=(e^x+y^2)^y$ 求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$

解 $\frac{\partial z}{\partial x}=y(e^x+y^2)^{y-1}e^x$ ··· 4分 $\frac{\partial z}{\partial y}=(e^x+y^2)^y\left(\ln(e^x+y^2)+\frac{2y^2}{e^x+y^2}\right)$ ··· 4分

11. $u=f(x,\frac{x}{y})$，求$\frac{\partial u}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$

解：$\frac{\partial u}{\partial x}=f_1'(x,\frac{x}{y})+f_2'(x,\frac{x}{y})\frac{1}{y}$ ---- 4分

$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=f_{12}''\cdot(-\frac{x}{y^2})+f_{22}''\cdot(-\frac{x}{y^3})-\frac{1}{y^2}f_2'$ ---- 4分

12. 解：$\xi=x+ay$ $\eta=x-y$

$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial \xi}+\frac{\partial u}{\partial \eta}$，$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial u}{\partial \xi}\cdot a+\frac{\partial u}{\partial \eta}(-1)$ ---- 3分

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+2\frac{\partial^2 u}{\partial \xi\partial \eta}+\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}a+\frac{\partial^2 u}{\partial \xi\partial \eta}(a-1)-\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$

$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}a^2-2a\frac{\partial^2 u}{\partial \xi\partial \eta}+\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$ ---- 3分

代入原方程得

$(1+4a+3a^2)\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+(2+4(-1+a)-6a)\frac{\partial^2 u}{\partial \xi\partial \eta}=0$

令 $1+4a+3a^2=0$，$(2+4(-1+a)-6a)\neq 0$ 得 $a=-\frac{1}{3}$ ---2分

13.(1) $\because 0<a_0<1$，不难看出$0<a_n<1$ $(n=1,2\cdots)$

由$a_{n+1}=a_n(1-a_n)>a_n$ $\therefore\{a_n\}$单调减少 --- 2分

记$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=A$，由$a_{n+1}=a_n(1-a_n)$，得$A=A(1-A)$ $\therefore A=0$ ··2分

由莱布尼兹定理，得$\sum(-1)^n a_n$收敛 ······ 2分

(2) $\because 0<a_0<1$，及 $0<a_n<a_0<1$ $(\forall n)$

$a_{n+1}=a_n(1-a_n)$，$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{1-a_n}$，$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{1-a_n}<\frac{1}{1-a_0}=b$

$\therefore \frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_0}=\frac{1}{1-a_0}=b$，$\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}<b$，$\cdots$，$\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}<b$

$\therefore \frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_0}\leq nb$，$\frac{1}{a_n}\leq\frac{1}{a_1}+nb$ $\therefore a_n\geq\frac{1}{nb+\frac{1}{a_0}}$

$\therefore\sum a_n$发散 ----- 4分