

## C程序设计

# 期末复习专题 (递归)

余力

buaayuli@ruc.edu.cn

## 全排列问题

### ■ 问题定义

- ▶ 从数组中的n个元素中任取m(m≤n)个元素,按照一定的顺序排列 起来,叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个排列。
- 当 m = n 时所有的排列情况叫全排列
- 以字符元素为例,如{A,B,C}的全排列:

A B C

BCA

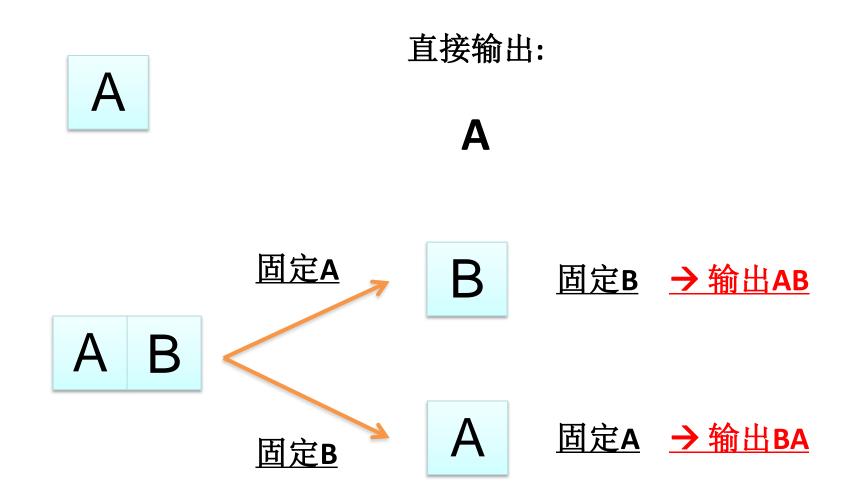
A C B

CAB

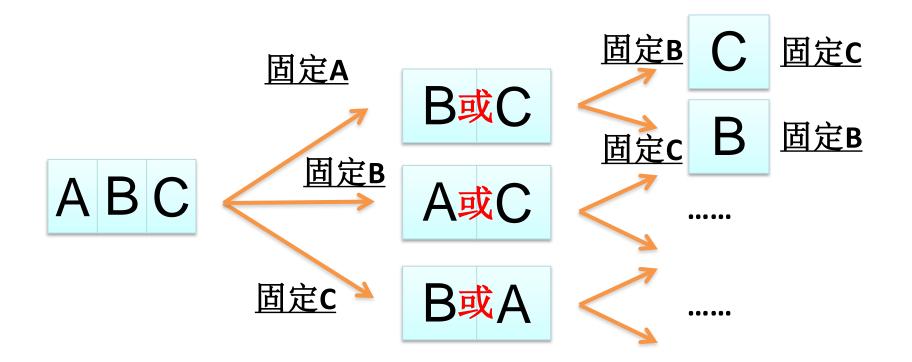
BAC

CBA

## 问题分析



## 问题分析



能否利用<mark>递</mark>归 进行描述解决

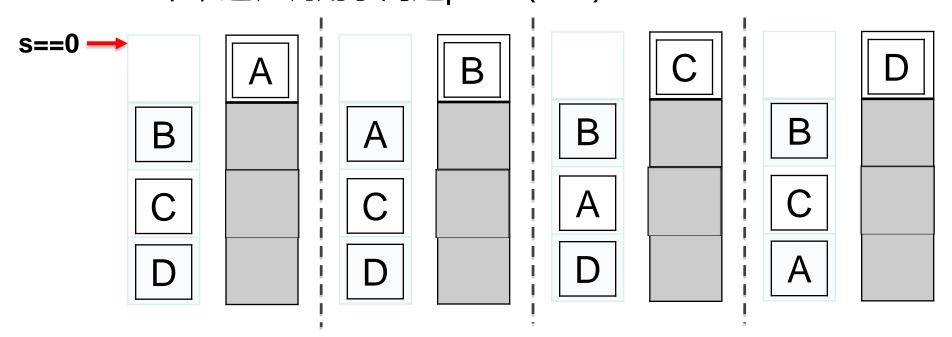
## 问题分析

- 引入selected[n]数组记录待输出的元素
  - > 将已经"固定"的元素存储起来
  - ▶ 当selected数组放满n个元素时,找到一组全排列,将selected数组进行输出

数组 ary[n] C 数组 selected [n]

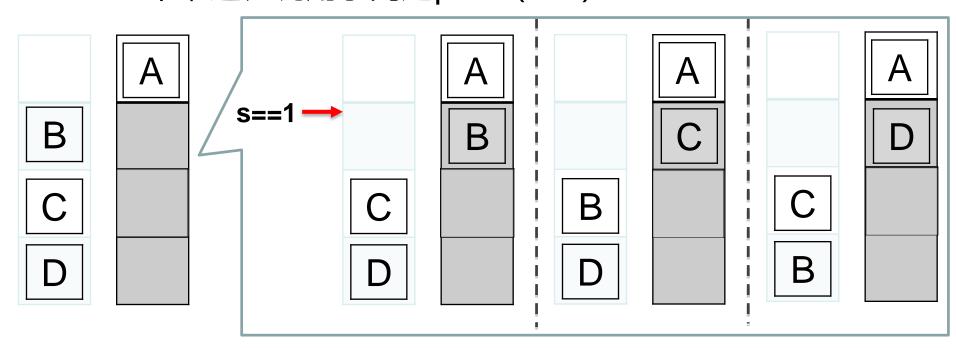
## 利用递归解题

- 分析递归的基本要素
  - ▶ Inductive Case: 当 s<n 时
  - ▶ 例:当 s==0时,将第0个元素固定在selected数组中;递归调用子问题perm(s+1)

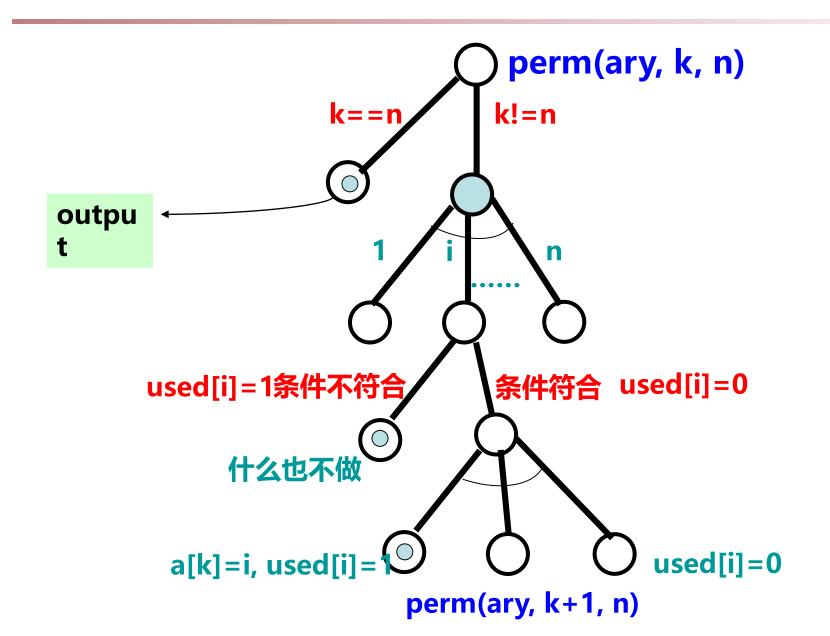


## 利用递归解题

- 分析递归的基本要素
  - ▶ Inductive Case: 当 s<n 时
  - ▶ 例:当 s==1时,将第1个元素固定在selected数组中;递归调用子问题perm(s+1)



## 全排列解决方案



void perm (int ary[], int selected[], int used[], int k, int n) {

```
if (k == n) {
     for (int i = 0; i < n; i + +)
                                                 到站
       printf("%d ", ary[selected[i]]);
      printf("\n"); }
 else
    for (int i = 0; i < n; i + +) {
      if (used[i] == 1) continue;
                                          跳过探索风格
      used[i] = 1;
      selected[k] = i;
                                         往n个方向探索
      perm(ary, selected, used, k+1, n);
      used[i] = 0;
```

void perm (int ary[], int selected[], int used[], int k, int n) {

```
printf("%d ", ary[selected[i]]);
     printf("\n"); }
else
   for (int i = 0; i < n; i + +)
      if (used[i] ==0)
        {\text{(used[i] = 1;}}
           selected[k] = i;
           perm(ary, selected, used, k+1, n);
           used[i] = 0;
```

for (int i = 0; i < n; i + +)

if (k == n) {

到站

有条件探索风格

继续 往n个方向探索

```
void perm (int k) {
if (k == n) {
       for (int i = 0; i < n; i + +)
         printf("%d ", ary[selected[i]]);
       printf("\n"); }
else
     for (int i = 0; i < n; i + +) {
       if (used[i] == 1) continue;
        used[i] = 1;
        selected[k] = i;
        perm(k+1);
        used[i] = 0;
```

```
int n, used[100];
int selected[100], ary[100];
void perm (int k);
int main() {
  scanf("%d", &n);
  for (int i = 0; i < n; i + +)
     scanf("%d", &ary[i]);
  for (int i = 0; i < n; i + +)
     used[i] = 0;
  perm(0);
  return 0; }
```

```
void perm (int k) {
   for (int i = 0; i < n; i + +) {
    if (k == n) {
       for (int i = 0; i < n; i + +)
         printf("%d ", ary[selected[i]]);
       printf("\n"); }
    else
        if (used[i] ==0)
          {  used[i] = 1;
            selected[k] = i;
            perm(k+1);
            used[i] = 0;
```



广义 往n个方向探索

```
void perm (int k) {
  for (int i = 0; i < n; i + +) {
    if (k == n) {
                                                   return;
      for (int i = 0; i < n; i + +)
        printf("%d ", ary[selected[i]]);
      printf("\n"); }
    else
       if (used[i] ==0)
         {  used[i] = 1;
                                                    广义
           selected[k] = i;
                                             往n个方向探索
           perm(k+1);
           used[i] = 0;
```

## 小结

- 狭义多个方向探索(两阶段)-- 标准探索范式
  - > 只有"多方向探索"
- 广义多个方向探索 (一阶段)
  - > 每个方向包含"到站判断"与"多方向探索"
  - 两种情况:1)先判断再分别探索;2)边判断边探索;
- 两种方向探索风格:
  - ▶ 不满足跳过风格(跳过风格) continue;
  - ▶ 有条件探索风格(有条件风格)if
- 表达从多个方向探索:循环方式、直接单个写
- 到站的表达:一口气表达、多步表达

```
void Try(int i)
```

## 狭义多方向探索、标准探索

是否到站

for (int j=1; j<=N; j++) // 逐个每一种情况

if 第j位置是否可放

标记占第j位置

**Try(i+1)** 

释放第j位置

}

```
for (int j=1; j<=N; j++) // 逐个试每一种情况
```

## if 第j位置是否可放

## 标记占第j位置

Y: 是否到站

N: Try(i+1)

释放第j位置

## #202 分书问题

有若干个人,比如3个人,分别叫P1、P2、P3。√

有若干本书,比如3本书,分别是B1、B2、B3。↓

现在每个人,都有意向想看的若干本书,而有些书不想看。↓

请给出分书方案,使得每个人都满意。也就是,每个人拿到的,都是自己想看的书。↩

- 44

#### 【輸入格式】↓

第一行,表示有几个人(意味着有几本书)。↓

其后,若干行用 0 和 1 表示,某个人对某本书是不喜好,还是喜好。有几个人就有几行。

- 4

#### 【输出格式】↩

输出分配方案总数。↓

按照顺序给出所有的分配方案。 ₽

如果没有分配方案,输出 NO。₽

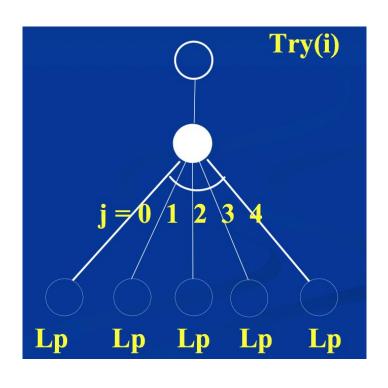
	0
A	0
В	1
人 C	0
D	0
E	0

0	1	2	3	4
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1

书

## 解题思路

- 定义函数 Try(i) , 表示给第i个人分书
- 画出与或图



```
void Try(int i) {
  for (int j = 0; j < BNUM; j ++) {</pre>
```

```
给第i个人
分配第j本书
```

```
int Like[10][10], Fangan[10000][10] = {0}, Book[10] = {0}, Take[10];
void Try(int i) {
                                  狭义多方向探索、标准探索
   if (i == n) {
                for (int j = 0; j < n; j++)
                        Fangan[count][j] = Take[j];
                count++;
  } else
               for (int j = 0; j < BNUM; j ++) { // for each book
                  if (book[j] == 1) continue; // already taken
                  if (like[i][j] == 0) continue; // not like
                  take[i] = j; // take the book
                  book[j] = 1; // update the flag
                  Try(i+1);
                  take[i] = -1; // return the book
                  book[j] = 0; // update the flag
```

```
void input() {
        int like_value;
        scanf("%d", &n);
        for (int i = 0; i < n; i++) {
                scanf("%d", &like_value);
                for (int j = 0; j < n; j++) {
                        Like[i][n - j - 1] = like_value % 10;
                        like_value /= 10; }
                                                        int main() {
                                                                input();
                                                                Try(0);
                                                                 output();
void output() {
                                                                 return 0;
        if (count == 0) printf("NO");
        else { printf("%d\n", count);
                for (int i = 0; i < count; i++) {
                         for (int i = 0; i < n; i++)
                                 printf("B%d", Fangan[i][j] + 1);
                         printf( "\n" ); }
```

```
void Try(int i) {
                                 if (book[j] != 1&& like[i][j] != 0) { }
 for (int j = 0; j < n; j + +) { // for each book
   if (book[j] == 1) continue; // already taken
                                          给第i个人
   if (like[i][j] == 0) continue; // not like
   take[i] = j; // take the book
   book[j] = 1; // update the flag
                                       分配第i本书
   if (i < n-1)
                    if(i<n) ?
     Try(i+1);
   else {
      count++;
       for (int j = 0; j < n; j++)
                                           广义多方向探索
         Fangan[count][j] = Take[j];
                                          边搜索, 边判断
   take[i] = -1; // return the book
    book[j] = 0; // update the flag
```

if (book[j] == 1|| like[i][j] == 0)continue;

```
if (book[j] == 1|| like[i][j] == 0)continue;
void Try(int i) {
                                       if (book[j] != 1&& like[i][j] != 0) { }
 for (int j = 0; j < BNUM; j ++) { // for each book
   if (book[j] == 1) continue; // already taken
   if (like[i][j] == 0) continue; // not like
   take[i] = j; // take the book
   book[j] = 1; // update the flag
   if (i < n)
      Try(i+1);
   else {
       count++;
        for (int j = 0; j < n; j++)
           Fangan[count][j] = Take[j];
    take[i] = -1; // return the book
    book[j] = 0; // update the flag
```

# **Try(1)**;

## Take\Book数组 要调整

- 定义调整
- 下标调整

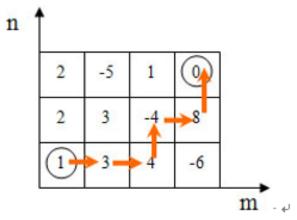
## 八皇后问题

```
void Try(int i)
{ for (int j=1; j<=8; j++) // 逐个试每一列
  { if (如果可以放在第i列)
         第i个皇后
         放在第i列
```

```
void Try(int i) {
  int j, k;
  if (i == 9) { // 已经放完8个皇后
                                        狭义多方向探索
    Num++; // 方案数加1
     printf("方案%d: ", Num); // 输出方案号
                                            标准探索
     for (k = 1; k \le 8; k++)
       printf("%d ", q[k]); // 输出具体方案
    printf("\n"); }
   else
     for (j = 1; j <= 8; j++) // 循环
      if (C[i] == 1 \&\& R[i + j] == 1 \&\& L[i - j + 9] == 1)
            q[i] = j; // 第一件事, 占用位置(i,j)
           C[j] = 0;  // 修改安全标志,包括所在列和两个对角线
            L[i - j + Normalize] = 0;
           R[i + j] = 0;
            Try(i + 1); // 则继续放下一个
           C[i] = 1; // 第三件事, 修改安全标志, 回溯
            L[i - j + Normalize] = 1;
            R[i + j] = 1;
```

## #126 Travel

有一个 n\*m 的棋盘,如图所示,骑士 X 最开始站在方格(1,1)中,目的地是方格(n,m)。他的每次都只能移动到上、 **左、右**相邻的任意一个方格。每个方格中都有一定数量的宝物 k(可能为负),对于任意方格,骑士 X 能且只能经过最多 1 次(因此从(1,1)点出发后就不能再回到该点了)。4



你的任务是,帮助骑士 X 从(1,1)点移动到(n,m)点,且使得他获得的宝物数最多。· ↩

#### 输入格式・↩

- □□輸入共有 n+1 行。↓
- □□第一行为两个整数 n 和 m (1·<=·n,·m·<=·8·)。↓</p>
- □□接下来 n 行,每行有 m 个整数,每 2 个整数之间由一个空格分隔。第 i+1 行第 j 个整数表示方格(·i, j·)中的宝物数目 k (-100-<=-k-<=-100) 。 ↩

#### 输出格式・↩

□□输出数据仅一个整数,即为骑士获得的宝物数。 ↩

```
void Try(int x, int y) {
                                    0、排队越界+不可用
      if (x < 1 || x > n || y < 1 || y > m || used[x][y]) return;
      mine += value[x][y];
                                             Try(1, 1)?
                                1、先用
      used[x][y] = 1;
                                              Try(0, 0)?
     if ( x == n && y == m ) // 当前探索完毕
            if (sum < mine) sum = mine; 2.1、终点到站
      else {
            Try(x + 1, y); // \bot
                                       2.2、直接探索
            Try(x, y - 1); // 左
                                         不是 通过循环方
                                         式表达多个方向
            Try(x, y + 1); // 右
      mine -= value[x][y];
                                3、回朔
      used[x][y] = 0;
```

```
void Try(int x, int y) {
```

Try(1, 1)

mine += value[x][y]; used[x][y] = 1;

1、先用

```
if (x == n & y == m)
```

2.1、终点到站

```
if (max_mine < mine) max_mine = mine;</pre>
```

else {

2.2、判断探索

```
if (x + 1 \le n \&\& !used[x + 1][y]) Try(x + 1, y);
if (y - 1 \ge 1 \&\& !used[x][y - 1]) Try(x, y - 1);
if (y + 1 \le m \&\& !used[x][y + 1]) Try(x, y + 1);
```



mine -= value[x][y];

used[x][y] = 0;

3、回朔

```
void Try(int x, int y) {
        // 第1步 探索
        mine += a[x][y]; used[x][y] = 1;
        value[step] = a[x][y]; step++;
                                                 输出最优值
        // 第2步 判断+递归
        if (x == n & y == m)
                if (best_mine < mine) {</pre>
                        best_mine = mine; best_step = step - 1;
                        for (int j = 1; j <= best_step; j++)
                                best_value[j] = value[j]; }
        } else {
                if (x + 1 \le n \&\& !used[x + 1][y]) Try(x + 1, y);
                if (y - 1 \ge 1 \&\& !used[x][y - 1]) Try(x, y - 1);
                if (y + 1 \le m \&\& !used[x][y + 1]) Try(x, y + 1);
        // 第3步 回朔
        mine -= a[x][y]; used[x][y] = 0; step--;
```

## #122 迷宫

给定一个由 0 (表示墙壁) 和 1 (表示道路)的迷宫,请你判断进入迷宫后,仅通过横向和纵向的行走是否能从迷宫中走出来,即能否从坐标(1,1)走到(n,m)。 ↩

```
输入格式↓
□□共 n+1 行。↓
□□第一行为两个数 n,m(1≤n,m≤9),表示迷宫的长和宽。↓
□□第2行到第n+1行,每行m个数,为一个由0和1组成的n*m的矩阵,表示迷宫,其中0表示墙壁(不通),1表示道路(坐标
(1, 1) 和坐标 (n, m) 处都为 1) 。 ↓
输出格式↓
□□仅一行。↓
□□若该迷宫存在从坐标(1,1)到坐标(n,m)的由数字 1 组成的通路,则输出 YES,否则输出 NO。 🖟
输入样例↩
5-5↓
1-1-1-0-1↓
0.0.1.0.1 +
1-1-1-1-1 +
1-0-1-0-0↓
1-0-1-1-1 ₽
输出样例↩
```

YES₽

```
int flag = 0, n, m, a[10][10], dir[4][2] = {{1, 0}, {0, 1}, {-1, 0}, {0, -1}};
int used[10][10];

void Try(int i, int j) {

int k, x, y;

used[i][j] = 1; // 标记当前位置为已访问

if (i == n && j == m) {

printf("YES"); flag = 1; return; }

int flag = 0, n, m, a[10][10], dir[4][2] = {{1, 0}, {0, 1}, {-1, 0}, {0, -1}};
for-(i-=-1;-i-<=-n;-i++)- \( \)

for-(i-=-1;-i-<=-n;-i++)- \( \)

for-(i-=-1;-i-<=-n;-i++)- \( \)

a scanf("%d",-&a[i][j]);
b scanf("%d",-&a[i][j]);
c if-(flag==0) \( \) printf("NO");
c if-(flag==
```

#### else

```
for (k = 0; k <= 3; k++) {
x = i + dir[k][0]; y = j + dir[k][1];
if (used[x][y]==0&& a[x][y]==1
&&x>=1&&y>=1&&x<=n&&y<=m)
Try(x, y);
}
```

## 统一用 循环方式 探索

## void Try(int x, int y) {

used[x][y] = 0; //使用 这一点标记搜索过

## 分别探索四个方向

## 条件:不会出界、是道路

```
if (y != 0 \&\& used[x][y - 1] == 1) Try(x, y - 1); if (y != m - 1 \&\& used[x][y + 1] == 1) Try(x, y + 1); if (x != 0 \&\& used[x - 1][y] == 1) Try(x - 1, y); if (x != n - 1 \&\& used[x + 1][y] == 1) Try(x + 1, y);
```

## #124 滑雪

小袁非常喜欢滑雪, · 因为滑雪很刺激。为了获得速度, 滑的区域必须向下倾斜, 而且当你滑到坡底, 你不得不再次走上坡或者等待升降机来载你。小袁想知道在某个区域中最长的一个滑坡。区域由一个二维数组给出。数组的每个数字代表点的高度。如下: ↩

1€	2€	3₽	40	5₽
16₽	17₽	18₽	19₽	6₽
15₽	240	25₽	20€	7₽
14₽	23₽	22₽	21€	8₽
13₽	12₽	11₽	10€	90

一个人可以从某个点滑向上下左右相邻四个点之一,当且仅当高度减小。在上面的例子中,一条可滑行的滑坡为 24-17-16-1。当然 25-24-23-...-3-2-1 更长。事实上,这是最长的一条。你的任务就是<mark>找到最长的一条滑坡</mark>,并且将滑坡的长度输出。 滑坡的长度定义为经过点的个数,例如滑坡 24-17-16-1 的长度是 4。  $\rightarrow \rightarrow$ 

#### 【輸入格式】↩

□□輸入的第一行表示区域的行数 R 和列数 C(1<=R,·C<=50)。下面是 R 行,每行有 C 个整数,依次是每个点的高度 h (0<=·h·<=10000)。 ₽

#### 【輸出格式】↓

□□只有一行,为一个整数,即最长区域的长度。↓

```
void Try( int x, int y, int len ) {
```

**Try(i, j, 0)** 

```
(x < 1 || y < 1 || x > r || y > c) return;
else {
       len++;
       if (len > max_value) max_value = len;
       if (a[x][y] > a[x - 1][y]) Try(x - 1, y, len);
       if (a[x][y] > a[x + 1][y]) Try(x + 1, y, len);
       if (a[x][y] > a[x][y - 1]) Try(x, y - 1, len);
       if (a[x][y] > a[x][y + 1]) Try(x, y + 1, len);
```

## void Try(int x, int y, int len) {

```
len ++;
if (len > max_value) max_value = len;
```

**Try(i, j, 0)** 

```
if (a[x - 1][y] < a[x][y] && x - 1 > 0) Try(x - 1, y, len);

if (a[x + 1][y] < a[x][y] && x + 1 <= c) Try(x + 1, y, len);

if (a[x][y - 1] < a[x][y] && y - 1 > 0) Try(x, y - 1, len);

if (a[x][y + 1] < a[x][y] && y + 1 <= r) Try(x, y + 1, len);
```

## 不能<=

## 广义多方向探索

```
void Try(int x, int y, int len) {
       int move [4][2] = \{\{1, 0\}, \{-1, 0\}, \{0, 1\}, \{0, -1\}\};
       len++;
                                    探索每一个方向
       for (int i = 0; i < 4; i++)
                                条件:不会出界、没探过、数值小
               used[x][y]++;
              nx = x + move[i][0]; ny = y + move[i][1];
              if (nx >= 0 && nx < R && ny >= 0 && ny < C)
                      if (<u>!used[nx][ny] && data[nx][ny] <= data[x][y]</u>)
                             search(nx, ny, len);
              if (len > max_len) max_len = len;
              used[x][y]--;
       return;
```

## #437 寻找一卡通

时间飞逝,岁月如梭,FightAlone 慢慢长大了,可是他依旧很粗心。· 这天,他的一卡通又不见了。通过全球定位系统,他发现原来一卡通在 RUC 内的某个角落。· 但是马上就要上数分课了,他必须尽快取回一卡通,并且赶往上课地点。FightAlone 找到了擅长编程的你,希望你能够帮他设计一个最佳路线,能够让他取回一卡通,并且尽可能快地赶到上课地点(也就是走最短的路)。·  $\rightarrow \checkmark$ 

#### 输入格式↓

- □□第一行一个数 n,表示地图为 n\*n 的方阵(·n<=10)~</p>
- □□以下为 n 行每行有 n 个数 Aij (0<=·Aij·<=4),表示地图</p>
- □□若该数为 0,则表示为空地,可以通过。 ₽
- □□若为 1,则表示为障碍物,不能通过。↩
- □□若为 2,则表示 FightAlone 出发的东风六寝室楼。其本身为可以通过的地点。↓
- □□若为3,则表示一卡通遗失的地点。其本身为可以通过的地点。
- □□若为 4,则表示上数分课的地点。其本身为可以通过的地点。
- □□ FightAlone 每走一个单位长度需要一个单位时间。 ↵

#### 输出格式↓

□□一个整数 t,表示找到一卡通并赶到上课地点所需要的时间。 🗸

```
int main() {
        scanf("%d", &n);
        int x1, y1, x2, y2;
        for(int i=0; i < n; i++)
        for(int j=0; j < n; j++) {
           scanf("%d", &a[i][j]);
           if (a[i][i] == 2) { x1 = i; y1 = j; }
           if (a[i][j] == 3) { x2 = i; y2 = j; }
        min_distance = 1000;
```

```
int a[11][11] = {0};
int used[11][11] = {0};
int step = 0;
int min distance;
```

## 找出发点

```
min_distance = 1000;

walk(x1, y1, 3); //到分值为3的点

int dis1 = min_distance;

min_distance = 1000;

walk(x2, y2, 4); //到分值为4的点

int dis2 = min_distance;

printf("%d", dis2 + dis1);

return 0;
```

进行搜索

### void walk(int x, int y, int goal) {

```
if (a[x][y] == goal)
    if (step < min_distance) min_distance = step;
else if (used[x][y] == 0) {</pre>
```

# 探索四方向

step++; used[x][y] = 1;

先用

```
if (y < n - 1 && a[x][y + 1] != 1) walk(x, y + 1, goal);

if (x < n - 1 && a[x + 1][y] != 1) walk(x + 1, y, goal);

if (y > 0 && a[x][y - 1] != 1) walk(x, y - 1, goal);

if (x > 0 && a[x - 1][y] != 1) walk(x - 1, y, goal);
```

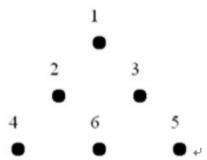
step--; used[x][y] = 0;

回辨

38

## #117 摘桃子

一只小猴子正在到处觅食,突然他发现一颗长满桃子的树,小猴子特别高兴就决定爬上去摘桃子吃。这颗长满桃子的树很大,共有 n 层 (最高层为第 1 层),第 i 层有 i 条树枝,树的形状呈一个三角形 (如图): · →



图中的点表示树枝,每个点上方的数字当前这条树枝最多能摘到的桃子数 (小于 100),在摘得某枝条的桃子之后,小猴子只能选择往左上方爬或者是往右上方爬 (也就是说在摘了有 6 个桃子的树枝之后只能摘有 2 个桃子的树枝或是有 3 个桃子的树枝),然后继续摘桃子。小猴子现在想要从最低层开始一直爬到树顶 (也就是最上面的那个枝条),摘尽可能多的桃子。请你编程帮他解决这个问题。

#### 【输入格式】↓

- □□包含 n+1 行, 第一行是一个整数 n (1<=n<=100), 表示这颗树一共有 n 层。 ₽
- □□第 2~n+1 行中,第 i 行有 i 个用空格隔开的整数,表示树上第 i 层中每条树枝上的桃子数。 ゼ

#### 【输出格式】↩

□□共有一行,包括一个整数,表示小猴子能摘到的最多的桃子数。√

```
int zai(int x, int y)
                                      for(i=2;·i<=tier;·i++)··↓
                                         for(j=1;·j<=i;·j++){· · ↔
  { int topleft, topright;
                                            if(a[i-1][j-1]>a[i-1][j]) - num=a[i-1][j-1];
                                            else-num=a[i-1][j];----
   if (x==1) return a[x][y];
                                            a[i][j]+=num; -- ₽
   else
                                         - }- - 4
    if(y==1)
         return a[x][y]+zai(x-1,y)
    else
                 左上:a[x][y]+zai(x-1,y-1);
                 右上:a[x][y]+zai(x-1,y)
                 return max(左上、右上)
```

```
int zai(int x, int y) {
                                  int taozi[101][101];
        int topleft, topright;
       if (taozi[x][y] == -1) {
              if (x == 1)
                              taozi[x][y] = a[x][y]
              else if (y == 1)
                       taozi[x][y] = a[x][y] + zai(x-1,y)
分三种情况
              else {
直接或间接
                          左上: a[x][y]+zai(x-1,y-1);
告诉答案
                          右上: a[x][y]+zai(x-1,y)
                     taozi[x][y] =比较 左上、右上
                                              递归+数组
        return taozi[x][y];
```





# 谢谢大家!

