

Solution by Audrey Felicio Anwar, silver medallist OSN Matematika 2018*KTOM Juli 2019 Essay Nomor 2**

Diberikan kotak berukuran 20×20 yang diberi garis sehingga terbentuk kotak kotak unit berukuran 1×1 sebanyak 400 buah. Setiap titik sudut diwarnai dengan merah atau biru. Terdapat 233 titik berwarna merah. 2 di antaranya adalah titik sudut dari kotak yang besar, 43 lainnya terletak pada sisi kotak yang besar. Warna setiap segmen pada setiap unit kotak ditentukan sesuai aturan : Jika kedua titik yang menghubungkan segmen tersebut berwarna merah, maka segmen diberi warna merah, jika kedua titiknya biru, segmen diberi warna biru, jika salah satu titik merah dan satu titik lainnya adalah biru, segmen tersebut diberi warna kuning. Andaikan terdapat sebanyak 343 segmen berwarna kuning. Tentukan banyaknya segmen yang berwarna biru. (Asumsikan setiap segmen berukuran 1 unit).

Solusi

Misalkan banyaknya segmen merah = x , banyaknya segmen biru = y . Beri nilai titik merah = 1, titik biru = 0, dan nilai segmen sebagai jumlah kedua nilai titik ujungnya. Kita peroleh nilai segmen merah = 2, nilai segmen biru = 0, dan nilai segmen kuning = 1. Tinjau bahwa ada sebanyak $(20)(21)(2) = 840$ buah segmen. Maka, $x + y = 840 - 343 = 497$. Kita akan menghitung jumlah nilai semua segmen dengan dua cara. Jika ditinjau dari segmennya sendiri, jumlah nilai semua segmen adalah $2x + 343$. Jika ditinjau dari titik, perhatikan bahwa setiap segmen nilainya bergantung pada titik ujungnya. Tinjau bahwa titik pada titik sudut kotak besar terhitung di 2 buah segmen, titik pada sisi dari kotak besar (namun bukan titik sudut) terhitung di 3 buah segmen, dan sisanya terhitung di 4 buah segmen. Maka, kita peroleh jumlah nilai semua segmen adalah $(2)(2) + (43)(3) + (233 - 43 - 2)(4) = 885$. Kita peroleh

$$2x + 343 = 885 \implies x = 271$$

Maka, $y = 497 - x = 226$. Banyaknya segmen biru adalah 226.