

***Solution by Audrey Felicio Anwar, silver medallist OSN Matematika 2018**

LuMaT SMP Nomor 2

Bu Aya akan memancing di kolam berbentuk segitiga dengan panjang sisi 6,7,8 dengan tali pancing sepanjang t . Berapakah nilai t minimal, agar dimanapun ikan di dalam kolam berada, Bu Aya dapat melemparkan pancing dari luar kolam ke posisi ikan tersebut?

Solusi

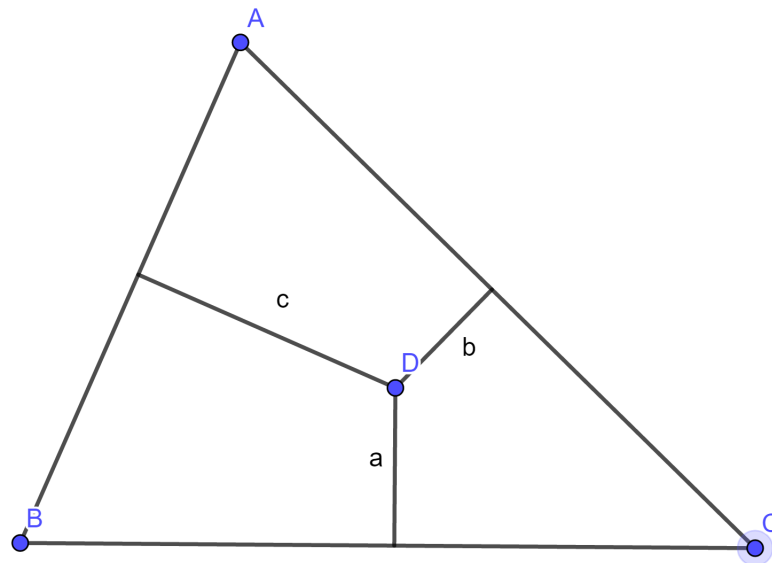


Figure 1: Gambar Nomor 2

Misalkan kolamnya adalah $\triangle ABC$, dengan $AB = 6, BC = 7, AC = 8$. Misalkan D menandakan posisi ikan. Agar t minimal, Bu Aya harus sedekat mungkin dengan kolam. Misalkan a, b, c adalah panjang proyeksi D ke BC, AC, AB secara berturut-turut. Perhatikan bahwa $t \geq \min\{a, b, c\}$ untuk setiap kemungkinan posisi D . Maka t minimal adalah nilai maksimal dari $\min\{a, b, c\}$. Misalkan L, r, s menandakan luas, panjang jari-jari lingkaran dalam, dan setengah keliling dari $\triangle ABC$. Perhatikan bahwa $s = \frac{21}{2}$ dan

$$L = \frac{7a + 8b + 6c}{2} \geq \frac{21}{2} \min\{a, b, c\}$$

Maka,

$$r = \frac{L}{s} \geq \min\{a, b, c\}$$
$$r = \frac{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{s} = \frac{\sqrt{15}}{2} \geq \min\{a, b, c\}$$

Maka, nilai minimal dari t adalah $\frac{\sqrt{15}}{2}$. Bu Aya dapat selalu berpindah ke titik dengan panjang proyeksi terpendek dan sudah dibuktikan panjang proyeksi terpendek selalu tidak lebih besar dari r . Maka, $t = r$ sudah cukup untuk dapat memancing ikan, dimanapun lokasi ikan tersebut berada.