

Antworten zu Übungsblatt Nr. 2

Aufgabe 1

Frage: Welche der Folgenden Aussagen sind Äquivalent:

- G enthält einen einfachen Kreis
- G enthält einen elementaren Kreis
- G enthält einen Kreis

Kreis:

Pfad, mit gleichem Start und Endpunkt

einfacher Kreis:

Kreis, in dem Kanten nicht mehrfach begangen werden

elementarer Kreis:

Kreis, in dem weder Kanten noch Knoten mehrfach begangen werden

Dementsprechend enthält jeder Graph Kreise. Äquivalent sind die Aussagen nun nur für gerichtete Graphen, da sonst o-o ein Kreis, aber weder einfach noch elementar wäre.

Äquivalent sind sie mit Folgender Begründung: solange G gerichtet ist und einen Kreis enthält kann man ihn zu einem elementaren 'kürzen' (falls notwendig), wodurch er auch einfach ist, dementsprechend 'enthält' G , sobald er mindestens einen Kreis enthält, auch einfache und elementare.

Aufgabe 2

Frage:

Betrachten Sie einfache ungerichtete Graphen:

- 1 Gibt es einen 3-regulären Graphen mit $n = 7$ Ecken?
- 2 Sind alle 3-regulären Graphen mit $n = 4$ Ecken jeweils Isomorph zueinander? Wie sieht es bei $n = 6$ aus?

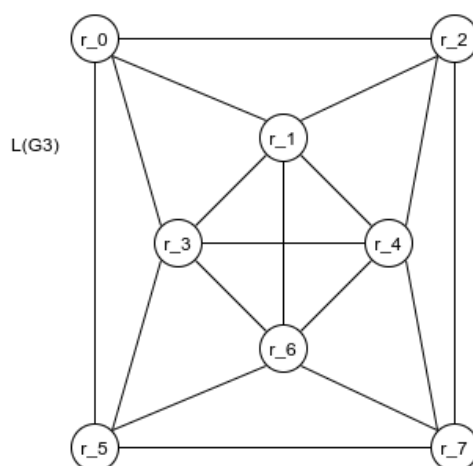
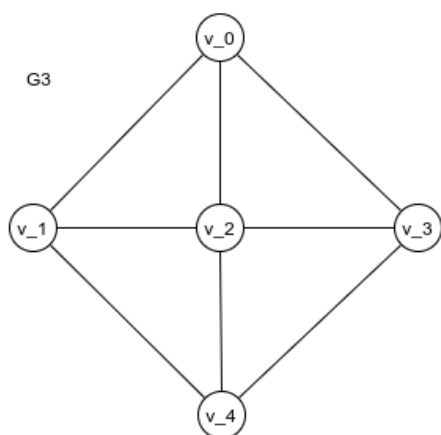
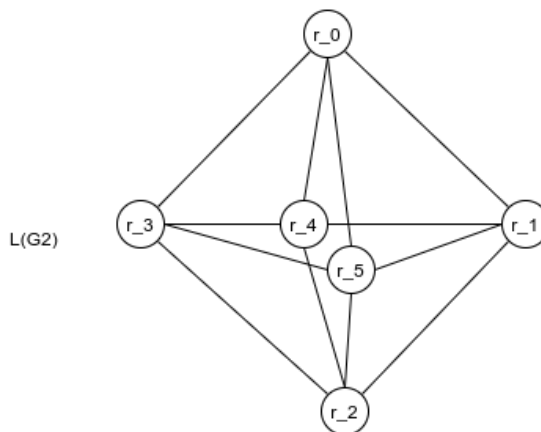
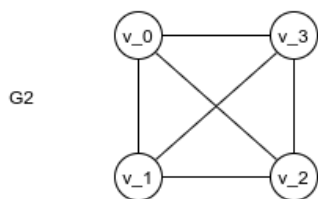
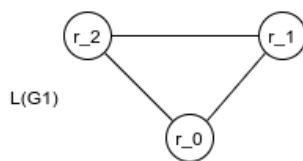
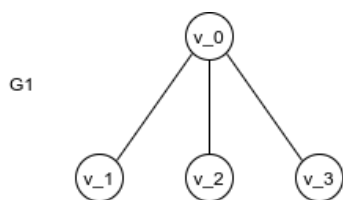
n -regulär heißt, dass an jedem Knoten genau n ausgehende verbindungen sind.

- 1 Nein, es müsste insgesamt $(3 * 7 =) 21$ Aus- bzw. Eingänge geben, da dies aber eine ungerade Zahl und daher nicht möglich ist ist ein solcher Graph nicht möglich.
- 2 Ja, da es keine Schlingen (einfach, ungerichtet) gibt für $n = 4$, also jeweils drei ausgehende auf die anderen Knoten abgebildet werden müssen. Bei $n = 6$ sieht es

anders aus, da hier durchaus mehr möglichkeiten bestehen die nicht nur Permutationen sind, sondern sich wirklich nicht ineinander überführen lassen, also nicht isomorph sind.

Aufgabe 3

Betrachten sie Folgende Graphen, Zeichnen sie die Line-Graphen dafür. Gibt es für $i = 1, 2, 3$ einen Graphen H_i mit $L(H_i) = G_i$? Begründen Sie jeweils ihre Antwort.



H_1 : kann es nicht geben, da man hier drei Kanten bräuchte, die alle über eine Kante verbunden sind, aber nicht untereinander, was für zwei noch funktioniert aber nicht für mehr, wenn die Kante nur mit zwei Knoten verbunden sein darf.

H_2 : Es gibt mindestens eine Möglichkeit mit Schleifen, und zwar in dem ein Knoten, v_0 , vier davon hat (oder ähnlich). Andernfalls wird es schwierig, die jeweils Diagonalen zu verbinden.

H_3 : Existiert, ist fast G_2 , bis auf eine der beiden Diagonalen.