

Übungsblatt 2

Abgabe bis Dienstag, den 9. Mai um 12:00 Uhr

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Ein Liniensegment sei in zwei Teile geteilt, der Längen x und y , wobei $x < y$. Man sagt, dass die Teilung ein *goldener Schnitt* ist, wenn $x/y = y/(x + y)$. Beweisen Sie, dass dann $\phi = y/x$ eine Lösung der quadratischen Gleichung $z^2 = z + 1$ ist. Wie lautet die andere Lösung dieser quadratischen Gleichung?

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Sei ϕ die Lösung der quadratischen Gleichung $z^2 = z + 1$ aus Aufgabe 1. Sei ψ die andere Lösung dieser quadratischen Gleichung. Sei F_n die n -te Fibonacci-Zahl, wie in Vorlesung 1b definiert. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass $F_n = (\phi^n - \psi^n)/\sqrt{5}$.

Wichtiger Hinweis: Benutzen Sie dabei, dass ϕ und ψ gerade die beiden Lösungen der vorgenannten quadratischen Gleichung ist. Ihre Lösung sollte kurz und elegant sein. Wenn Sie seitenlang herumrechnen, haben Sie entweder einen Fehler gemacht oder etwas nicht verstanden.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Nehmen wir an, ein Algorithmus löst ein Problem der Größe n , indem er es rekursiv in höchstens $A \cdot n$ Zeit auf *drei* Probleme der gleichen Art der Größe jeweils höchstens $n/2$ zurückführt, für irgendeine Konstante A . Zeigen Sie, dass die Laufzeit des Algorithmus durch $A' \cdot n^{\log_2 3}$ nach oben beschränkt ist, für irgendeine Konstante A' .

Zur Erinnerung: bei MergeSort waren es zwei Probleme der Größe höchstens $n/2$ und die Laufzeit war dann durch $A \cdot n \cdot (1 + \log_2 n)$ nach oben beschränkt.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Aussage oder geben Sie ein Gegenbeispiel:

Sei A ein vergleichsbasierter Sortieralgorithmus, wie in der Vorlesung definiert. Sei v die Anzahl der Vergleiche auf einer Eingabe der Größe n . Dann ist immer $v \geq \log_2(n!)$.

[schon wieder wenden]

Sie können Ihre Abgabe mit LaTeX setzen oder von Hand schreiben und einscannen. Voraussetzung für die letzte Option ist, dass Ihre Handschrift gut leserlich ist. Damit entfällt diese Option für die meisten Informatikstudenten. Wenn Sie unbedingt möchten, können Sie auch Word und dessen Formeleditor verwenden.

Committen Sie Ihre Abgabe in einen neuen Unterordner *blatt-02* im SVN. Committen Sie in diesem Unterordner außerdem eine Textdatei *erfahrungen.txt*. Beschreiben Sie dort wieder in ein paar Sätzen Ihre Erfahrungen mit diesem Übungsblatt und den Vorlesungen dazu. Insbesondere: Wie lange haben Sie ungefähr gebraucht? An welchen Stellen gab es Probleme und wieviel Zeit hat Sie das gekostet?

Was ist dran an Astrologie?