Antworten zu Übungsblatt Nr. 3

Aufgabe 1

a) topologische Sortierung von G: $\sigma(v_i) = i$

b) v_1: 1, v_2, v_3: Faktor 2!x, v_4, v_5 : Faktor 2 * (2 + x) (mit 2 kombinationen von Folgezuständen, also 4, 6 für die beiden), v_6, v_7, v_8 pur: 3!, Summe: $2! * 2 * (2 + 3!) = 2 * 2 * (2 + 6) = 4 * 8 = 2^5 = 32$

c) Algorithmus zur Berechnung der Anzahl der Topologischen Sortierungen

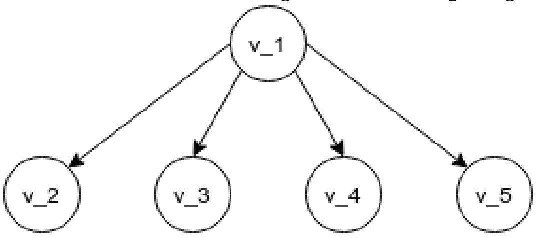
```
Beginnend bei einem Knoten mit d⁻(v) = 0 und einer Zahl n = 0 üfhrt man
folgende Schritte aus:
  solange valide äZustnde vorhanden sind (die man noch nicht zuvor
  bereits belegt hatte), sucht man sich einen aus und versucht
  rekursiv alle Knoten Sinnvoll so zu belegen, wie sie in der
  Kombination noch nicht belegt waren. Sind alle belegt, äZhlt man n
  += 1, und äfngt wieder von vorne an, sind noch nicht alle Belegt
  aber es gibt keine Validen mehr (jede folgende Belegung äwre keine
  Topologische Sortierung) merkt man sich trotzdem welche man bereits
  belegt hat, aber äfngt auch wieder von vorne an. Sollte es
  irgendwann nicht mehr ömglich sein, neue sinnvolle Belegungen zu
  finden ist man Fertig und hat in n die Anzahl der ömglichen
  Topologischen Sortierungen.
```

Lösung:

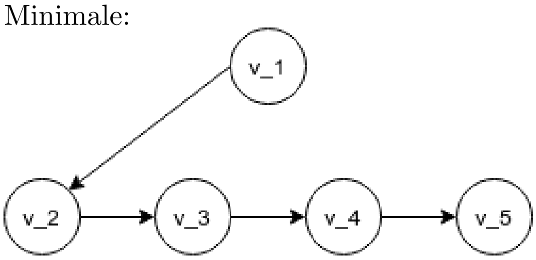
```
count(G, i):
    if v(G) = ∅ then
        print σ
        return 1
    fi
    L₀ = {v ∈ V(G)|g⁻(v) = 0}
    r = 0
    ∀v ∈ L₀ do
        σ(v) = i
        r := r + count(G - v, i+1)
    od
    return r
```

d) (n-1)!, da der Knoten ohne eingehende Kanten die 1 zugewiesen bekommt und nun alle anderen keine Weiteren einschränkungen haben, also nur noch Permutationen sind.

e) Maximale Anzahl Möglichkeiten topologischer sortierungen:



Minimale:



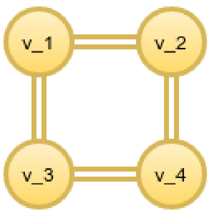
Aufgabe 2

Begriffe:

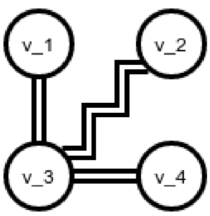
- Einfach: ohne parallele Kanten oder Schleifen
- Kreis: Pfad mit selbem Start/Endknoten.
- Eulersch: Es existiert ein Kreis der alle Kanten genau einmal besucht.
- Hamiltonisch: Es existiert ein Kreis der alle Knoten genau einmal besucht.

G ist Zusammenhängender ungerichteter Graph mit $|V| \geq 2$.

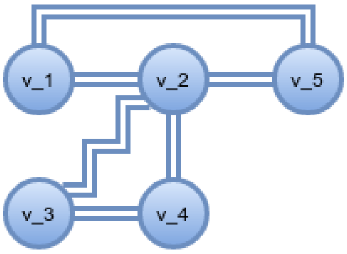
a) G enthält einen Eulerschen Kreis und einen Hamiltonschen Kreis:



b) G enthält weder einen Eulerschen Kreis noch einen Hamiltonschen Kreis:



c) G enthält einen Eulerschen Kreis, jedoch keinen Hamiltonschen Kreis:



d) G enthält keinen Eulerschen Kreis, jedoch einen Hamiltonschen Kreis: