Dozent: PD Dr. Markus Junker
Assistent: Andreas Claessens

BLATT 4

(07.11.2016)

Aufgabe 1

Sei F eine Formel in disjunktiver Normalform. Zeigen Sie, dass man durch Anwenden der elementaren Umformungen aus der Vorlesung die „kanonische disjunktive Normalform“ erreichen kann.

Aufgabe 2

Sei $\uparrow$ der „NAND“-Junktor, also ein zusätzlicher zweistelliger Junktor, mit der Eigenschaft

$$(A_0 \uparrow A_1) \sim \neg(A_0 \wedge A_1)$$

Zeigen Sie, dass $\{\uparrow\}$ ein vollständiges Junktorensystem ist, indem Sie per **Induktion über den Aufbau von Formeln** zu jeder Formel eine äquivalente Formel konstruieren, in der keine anderen Junktoren außer $\uparrow$ vorkommen.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Formel

$$F = ((\neg A_0 \vee \neg A_1) \wedge (A_0 \vee A_1 \vee A_2))$$

(i) Zeigen Sie, dass F aus keiner Formel der Form $(\neg A_i \wedge \neg A_j)$ oder $(A_i \wedge A_j)$ folgt.

(ii) Zeigen Sie, dass eine disjunktive Normalform von F, mindestens drei Disjunktionsterme beinhalten muss.

(iii) Finden Sie zwei verschiedene disjunktive Normalformen minimaler Länge von F und zeigen Sie, dass es keine kürzerer Länge geben kann.

Aufgabe 4

Verwenden Sie die Resolutionsmethode, um die folgenden Formeln auf Erfüllbarkeit hin zu untersuchen:

(a) $((A_0 \vee A_2) \wedge (A_1 \vee \neg A_2) \wedge \neg A_1 \wedge (\neg A_0 \vee A_3) \wedge \neg A_4 \wedge (\neg A_3 \vee A_4))$

(b) $((A_0 \vee \neg A_1 \vee \neg A_2) \wedge (A_1 \vee A_2) \wedge (\neg A_0 \vee A_2) \wedge (A_1 \vee \neg A_2) \wedge \neg A_0)$

(c) $(((A_0 \to A_1) \vee A_2) \wedge (\neg(A_0 \wedge A_1) \to \neg A_2) \wedge \neg A_1 \wedge (A_0 \vee A_1))$

(d) $((\neg(A_0 \to A_1) \vee (A_0 \wedge \neg A_1)) \wedge (A_1 \vee \neg A_0) \wedge \neg(A_0 \wedge A_1))$

Aufgabe 5* (4 Bonuspunkte)

Zeigen Sie, dass jede Formel F logisch äquivalent zu einer Formel der Form

$$(\ldots((F_1 \to F_2) \to F_3) \to \cdots \to F_n)$$

ist, wobei in F_i nur die Junktoren $\wedge, \vee, \top, \bot$ vorkommen.
(Hinweis: Der Beweis ist nicht offensichtlich)

Abgabe bis Montag 14.11.2016, 10:15 Uhr,
im Briefkasten in Gebäude 51 (siehe Briefkastenaufschrift)
Auf die Abgaben gehören die Namen der Abgebenden und die Gruppennummer!!!