

BLATT 6

(21.10.2016)

Aufgabe 1

Zeigen Sie den Interpolationssatz der Aussagenlogik: Seien F und G Formeln mit $F \vdash G$. Dann gibt es eine Formel H mit

$$F \vdash H \quad \text{und} \quad H \vdash G$$

wobei in H nur aussagenlogische Aussagenvariablen vorkommen, die sowohl in F als auch in G vorkommen.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass das 2-SAT in \mathcal{P} liegt, also polynomiell ist, indem Sie zeigen, dass die Resolutionmethode schnell funktioniert. Hierbei soll keine Turingmaschine konstruiert werden, sondern gezeigt werden, dass man mit polynomiellem Aufwand die richtigen Resolutionsschritte findet, und dann entscheidet, ob die Klauselmenge erfüllbar ist.

Eine Möglichkeit, Aufgabe 2 zu zeigen, besteht darin, über folgende Zwischenschritte zu gehen: Bezeichne L_i ein Literal, und $\neg L_i$ ein Literal mit „umgekehrtem Vorzeichen“.

Ein Klauselpfad von L_0 nach L_n ist eine Folge von zweielementigen Klauseln der Form

$$\{\{\neg L_0, L_1\}, \{\neg L_1, L_2\} \dots \{\neg L_{n-1}, L_n\}\}$$

- i) Zeigen Sie, dass man einen Klauselpfad von L_0 nach L_n durch Resolutionen zu $\{\neg L_0, L_n\}$ zusammenfassen kann.
- ii) Zeigen Sie, dass eine Klauselmenge, in der jede Klausel zwei Literale enthält, genau dann nicht erfüllbar ist, wenn es einen Klauselpfad von L_0 nach $\neg L_0$ und einen von $\neg L_0$ zu L_0 von Klauseln aus der Klauselmenge gibt.

Aufgabe 3

Betrachten Sie ein endliches Alphabet, das mindestens die Zeichen $\{ (,), 0, 1 \}$ enthält und schreiben Sie das Programm einer Turingmaschine, die bei einer eingegebenen Zeichenkette aus $($ und $)$ das Zeichen 1 zurückgibt, wenn es sich um eine sinnvolle Klammerung handelt und das Zeichen 0, wenn nicht.

Die „Ausgabe“ kann dadurch erfolgen, dass die Turingmaschine irgendwo auf das Band 0 oder 1 schreibt und dann anhält.

Aufgabe 4

- i) Zeigen Sie $\neg(A_0 \vee A_1) \sim_{\text{int}} (\neg A_0 \wedge \neg A_1)$
- ii) Zeigen Sie $(\neg A_0 \vee \neg A_1) \vdash_{\text{int}} \neg(A_0 \wedge A_1)$, und dass die Umkehrung nicht gilt.

Abgabe bis Montag 28.11.2016, 10 Uhr,
im Briefkasten in Gebäude 51 (siehe Briefkastenaufschrift)
Auf die Abgaben gehören die Namen der Abgebenden und die Gruppennummer!!!