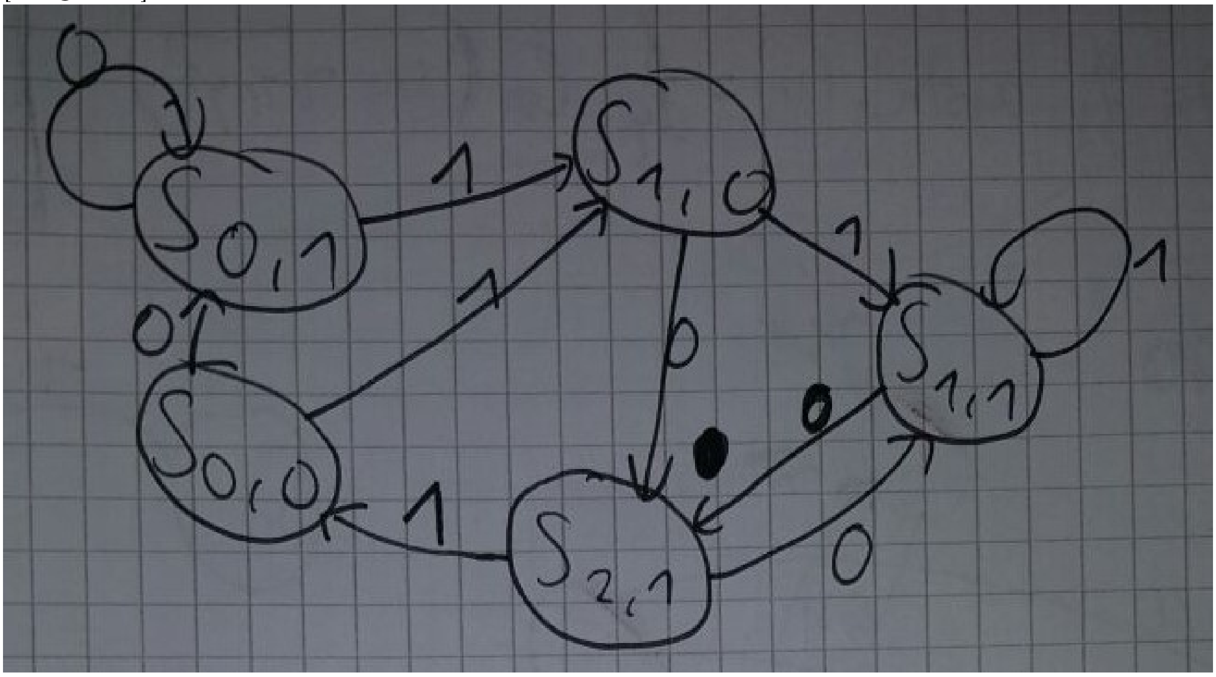
Fisnik Zeqiri 4306430
Felix Karg 4342014

9. Dezember 2016

Antworten zum Übungsblatt Nr. 7

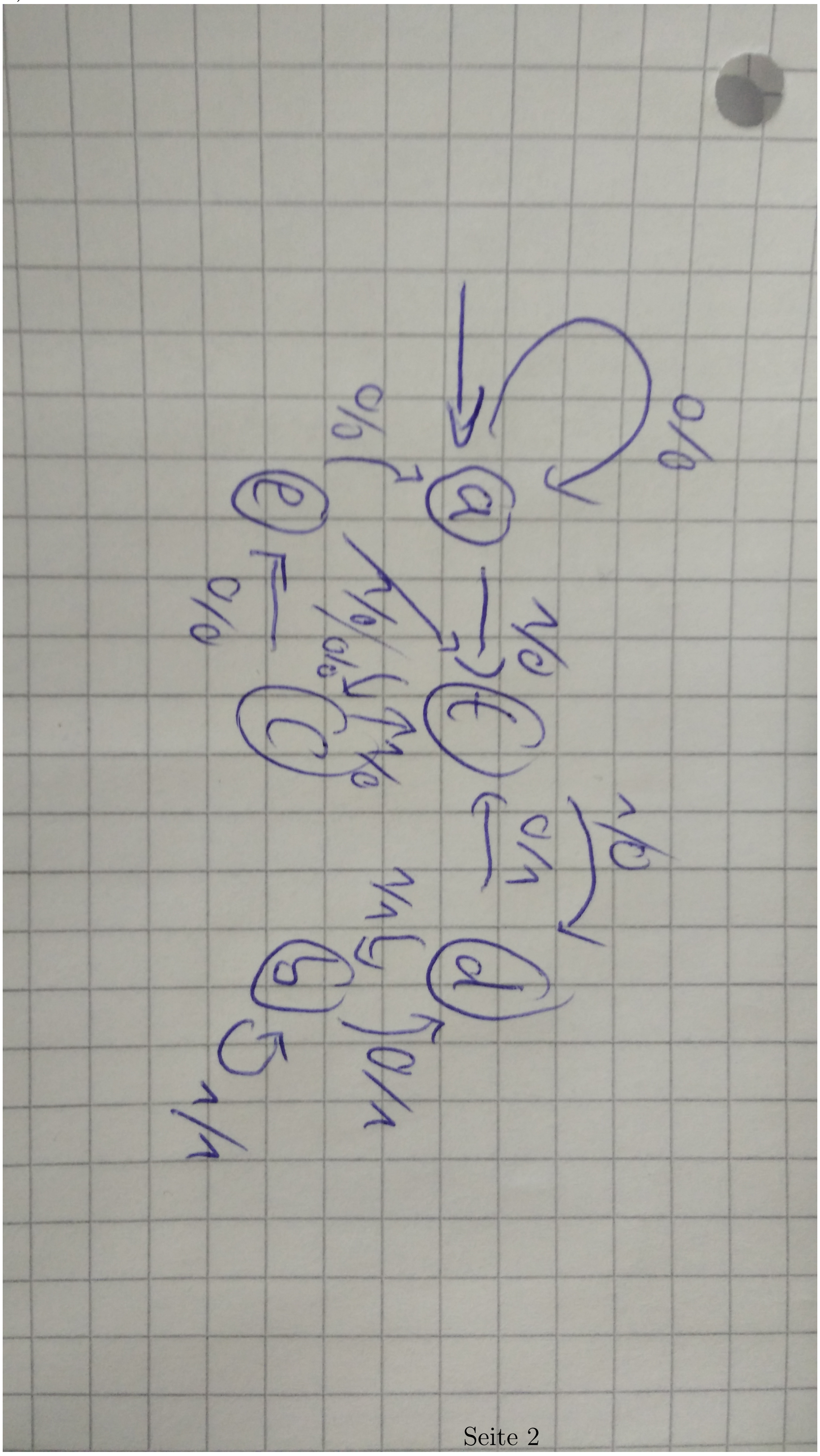
Aufgabe 1

[Aufgabe 1]

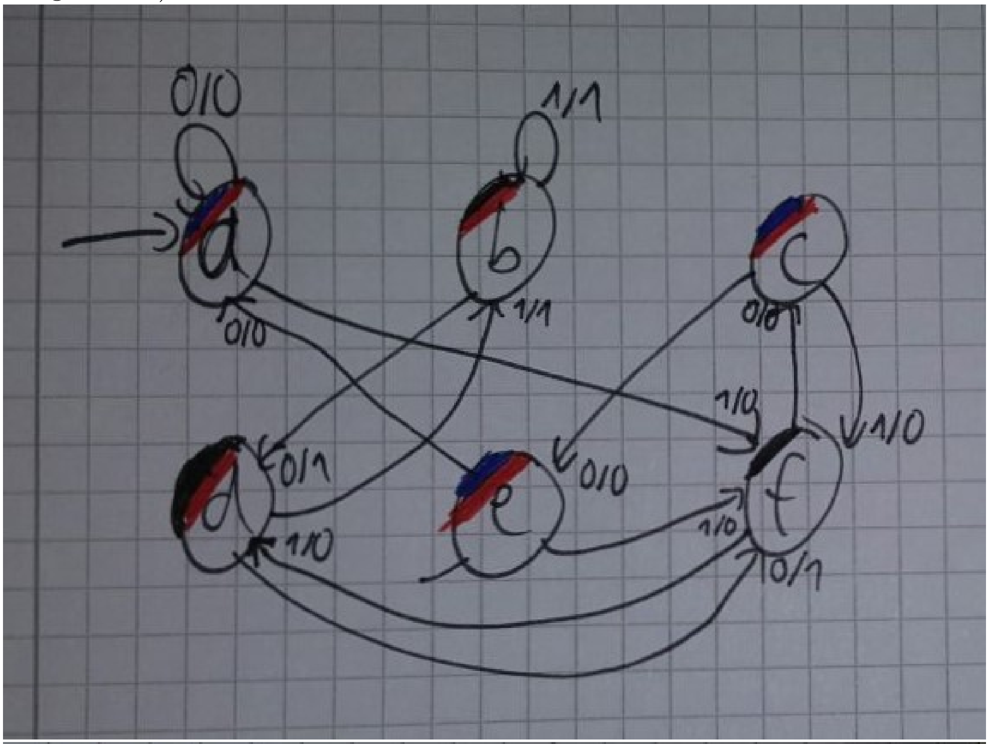


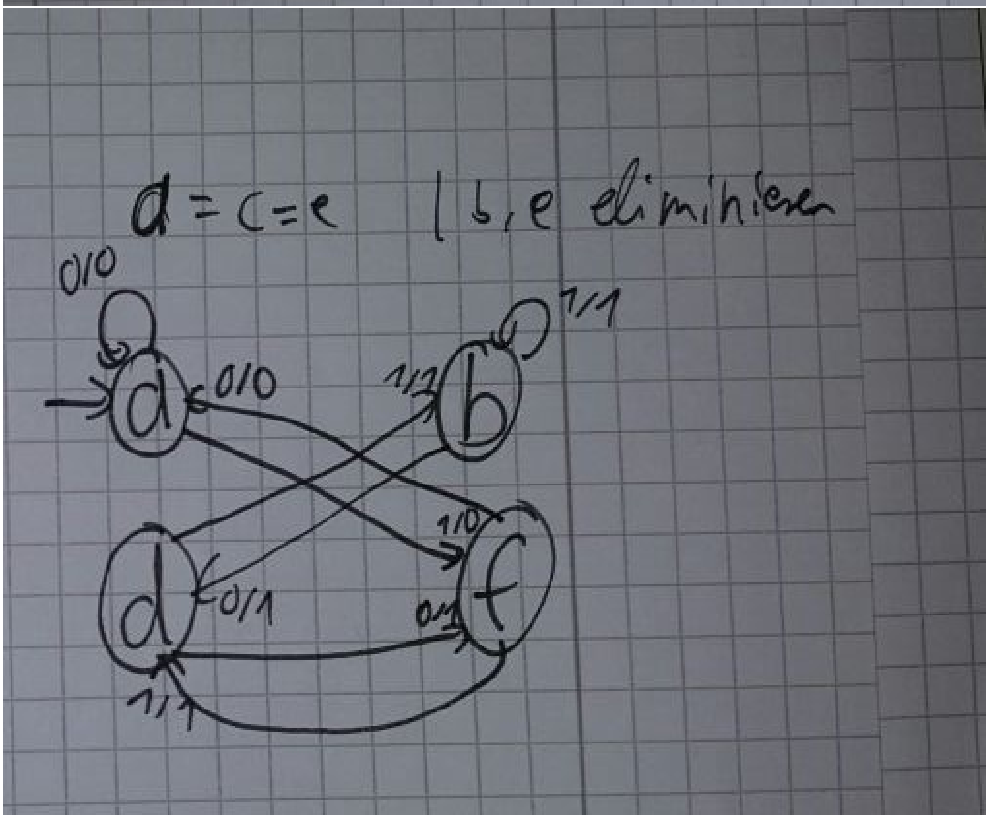
Aufgabe 2

a)



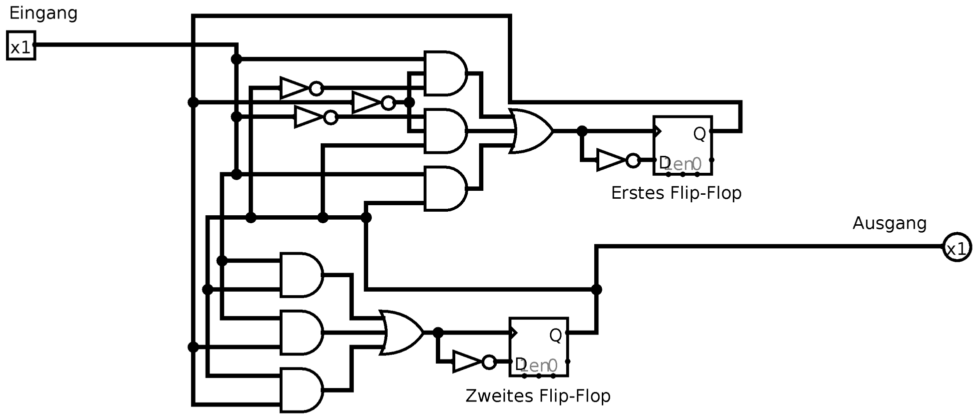
Aufgabe 2 b)





Aufgabe 2

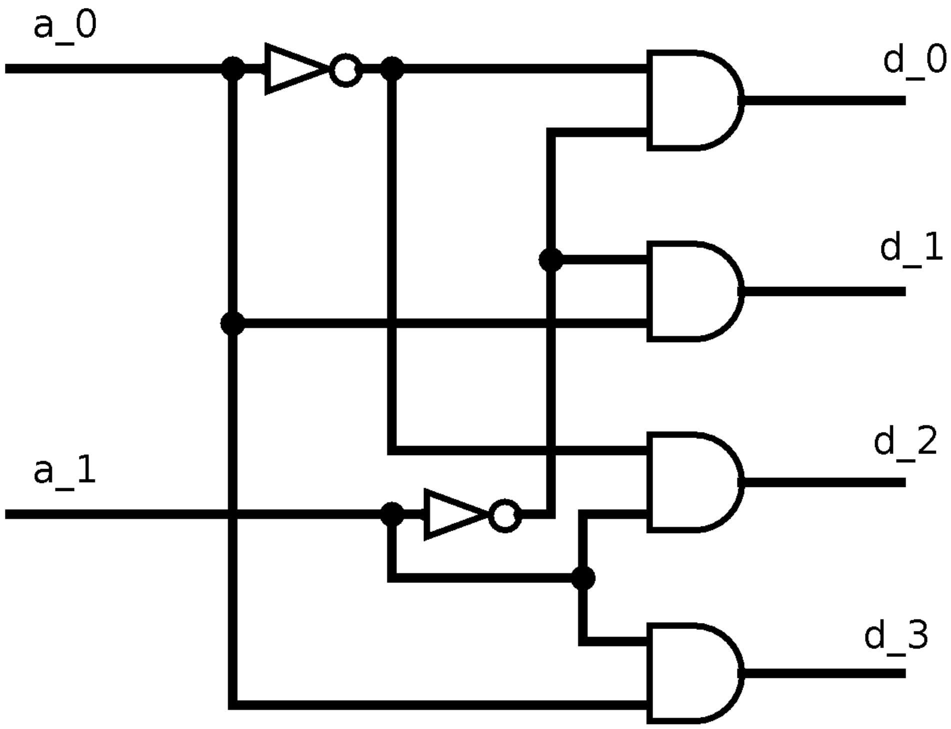
c)



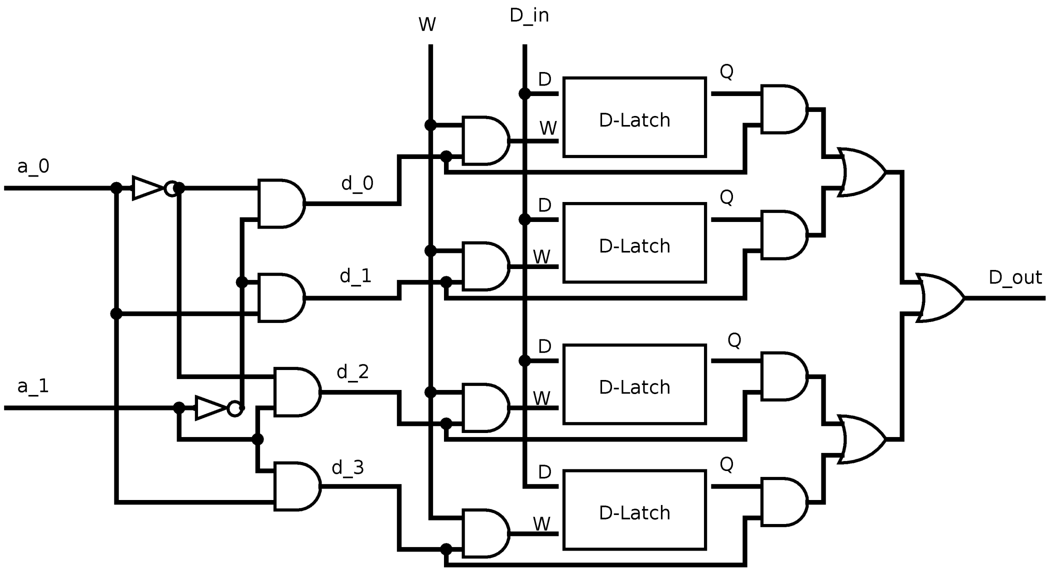
Bedingung ist, dass das neue Signal kommt, sobald die Flip-Flops jeweils geschalten haben. Der Anfangszustand (a) beider FF's ist 0. (Beide FF's sind active-High.)

Aufgabe 3

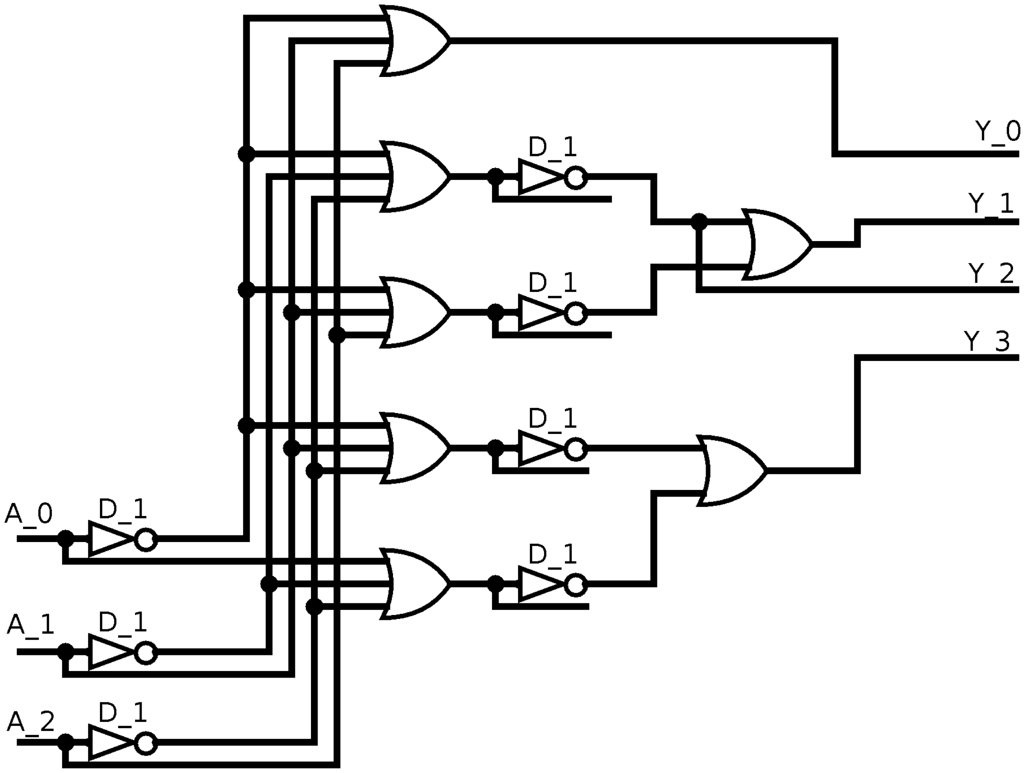
a) [Schaltkreis 1]



b) [Schaltkreis 2]



c) [Schaltkreis 3]



Datum: 12.11.1997, Funktion-ON-Mengen:
$Y_0 = A_0' + A_1 + A_2$
$Y_1 = A_0 A_1' A_2' + A_0 A_1 A_2$
$Y_2 = A_0 A_1 A_2$

$Y_3 = A_0A_1'A_2 + A_0'A_1A_2$
Begründung: Da ein D_1-Dekoder 'zufällig' die Negation mit ausgibt, und $(B \wedge C) = \neg(\neg B \vee \neg C)$ ist, verwendet Diese Schaltung nur 'ODER'-Gatter und D_1-Dekoder.

Aufgabe 4

- Beh. $T(N)$ hat N Blätter. Man nehme die Wurzel eines Baumes (z), ist $N = 1(s = 0)$ sind wir fertig. Andernfalls nehmen wir unsere Wurzel als knoten und bekommen bis zu 10 weitere Teilbäume. Ist $1 \leq N \leq 10$ nehmen wir N entsprechend blätter und sind fertig, andernfalls nehmen wir jeweils $T(\lceil N/10 \rceil - 1)$ als Teilbäume. Unser Baum hat nun möglicherweise mehr Blätter als gefordern (N), daher streichen wir die die zuviel sind zufällig weg. Und Voila, wir haben einen Baum $T(N)$ mit exakt N Blättern.

- Beh.: $T(N)$ hat $\leq N/9 + s$ innere Knoten.
  O.b.d.A.: $N \in \mathbb{N}$ (1,..)
  IA: $s = 0 \Leftrightarrow N \in \{10^{s-1} + 1, ..., 10^s\} = N \in \{10^0 = 1\} = N = 1$.
  $T(1)$ hat $\leq N/9 + s = 1/9 + 0$ innere Knoten. Genauso: Pfadlänge $s = 0$. Stimmt, da der Baum nur ein Blatt hat, das gleichzeitig die Wurzel ist.

  IS: $(s \rightarrow s + 1)$
  Gilt für alle $N \in \{10^{s-1} + 1, .., 10^s\}$. Wenn nun dieser Komplette Baum eine Ebene 'nach unten' verlegt wird, also die bisherige Wurzel nur noch Teilbaum der Neuen Wurzel ist, und neue Blätter erst auf der 'untersten' ebene hinzugefügt werden (Ist dort kein platz mehr, werden neue 'pfade' von dem jew. niedrigsten noch nicht komplett ausgefülltem Teilbaum auf diese ebene gebaut).
  Der Neue Baum hat dementsprechend pfadlänge immer $s + 1$ wenn der Bisherige Baum pfadlänge s gehabt hat (IV).
  Außerdem hat er minimal $N/9 + s + 1$ innere Knoten (für $N = 10^s + 1$) und maximal $(N/9) * 10 + s + 1$ (für $N = 10^{s+1}$), das sind $(10^s/9) * 10 + s + 1 = 10^{s+1}/9 + (s + 1)$, also allgemein:
  Es gilt also: $T(N)$ hat $\leq N/9 + (s + 1)$ innere Knoten. $\square$