

Antworten zu Übungsblatt Nr. 3

Aufgabe 1

ZZ: $\log_a n = \Theta(\log_b n)$ für alle $a, b > 1$, für den Beweis direkt Definition aus VL.

$\log_a n = \frac{\ln n}{\ln a} = \frac{\ln n}{\ln a} \cdot \frac{\ln b}{\ln b} = \frac{\ln n \cdot \ln b}{\ln a \cdot \ln b} = \log_b n \cdot \log_a b$. Setzen wir nun $c = \log_a b$, ist nach unserer Definition von $\Theta(f) = \Omega(f) \cap O(f)$; $c \cdot \log_b n$ also direkt in der selben Komplexitätsklasse wie $\log_a n$, da es zum einen in $O(\log_a n)$ (klar) und zum anderen in $\Omega(\log_a n)$ (größer gleich, also auch klar) liegt.

Aufgabe 2

Reihenfolge der fünf Funktionen: $f_1 : n \mapsto n$, $f_2 : n \mapsto n \cdot \log_2 n$, $f_3 : n \mapsto n^{\log_2 3}$, $f_4 : n \mapsto n^2$, $f_5 : n \mapsto 2^n$.

Es gilt jeweils $f_i = O(f_{i+1})$, allerdings nicht ZZ: $f_i = \Theta(f_{i+1})$.

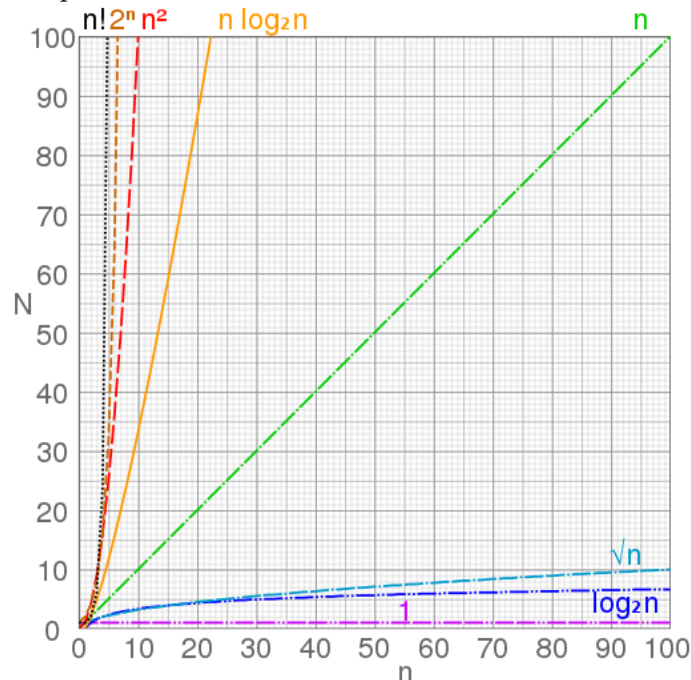
Im ersten Fall gilt: $n \neq C \cdot n \cdot \log_2 n$, da C konstant das inverse zu $\log_2 n$ sein müsste, wobei $\log_2 n$ leider nicht konstant ist.

(Grenzwert: $\lim_{n \rightarrow \infty} n / (n \cdot \log_2 n) = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 / \log_2 n = 0$)

Im zweiten: $n \cdot \log_2 n \neq C \cdot n^{\log_2 3}$, der Grenzwert ist hier

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log_2 n}{n^{\log_2 3}} = 0$$

, Was offensichtlich ist allein wenn man die beiden Komplexitäts-Wachstüme in folgender Graphik betrachtet:



Genauso sollte dadurch erkenntlich sein dass $n^{\log_2 3}$ nicht in der selben Komplexitätsklasse (Θ -mäßig zumindest) liegt wie n^2 . Oder dass (wenn man weiter raus-zoomen könnte würde das einfacher deutlich werden) n^2 und 2^n nicht in derselben liegen könnten.

Aufgabe 3

Der erste Programmcode quadriert eine Zahl auf sehr komische Art und Weise. Effektiv wäre es $\frac{1}{2} * n^2$, allerdings ist eben $\Theta(n^2)$ die einfachste Klasse in der es enthalten ist.

Die Funktion `id` gibt wieder die eingegebene Zahl zurück, aber tut das erst nach Laufzeit $3n$, fällt also erstmal in die nichtmal an sich Böse Komplexitätsklasse $\Theta(n)$.

`rev` wiederum liefert eine Liste mit den Werten von der eingegebenen Zahl bis zur 1, in absteigender Reihenfolge. Aber nicht ohne erst $n + \frac{1}{2} * n^2$ Operationen zu benötigen, wodurch wir wieder bei $\Theta(n^2)$ wären.

Placebo-Effekt

Der Placebo-Effekt ist mehr als nur einbildung, es ist gewissermaßen eine Selbsterfüllende Prophezeiung, oder aus anderer Sicht ein Mittel das dem Körper und Geist hilft, sich selbst zu helfen.