

# Kapitel 4 – Sequentielle Logik

1. Speichernde Elemente
2. **Sequentielle Schaltkreise**
3. Entwurf sequentieller Schaltkreise
4. SRAM
5. Anwendung: Datenpfade von ReTI

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Dr. Tobias Schubert, Dr. Ralf Wimmer

Professur für Rechnerarchitektur

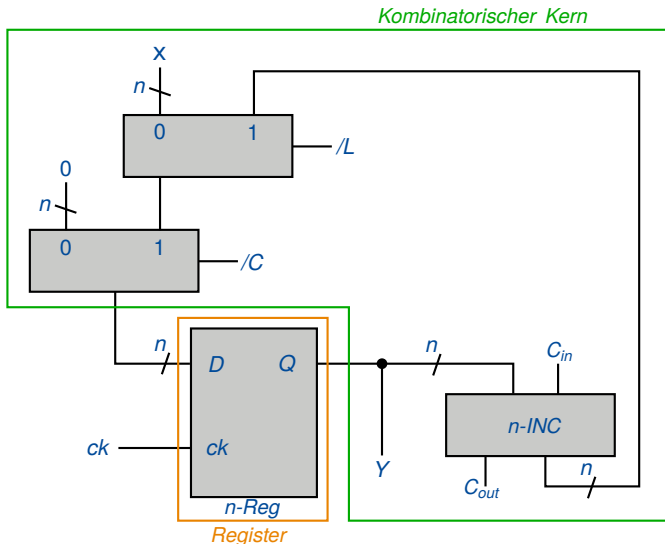
WS 2016/17

# Sequentielle Schaltkreise

---

- Im Folgenden werden keine allgemeinen Schaltpläne mehr analysiert, sondern sogenannte Schaltwerke (auch (synchrone) sequentielle Schaltkreise genannt).
- Diese bestehen aus einem Register und einem (kombinatorischen) Schaltkreis (auch kombinatorischer Kern genannt).
- Im Gegensatz zu (kombinatorischen) Schaltkreisen können Schaltwerke (= sequentielle Schaltkreise) Zyklen enthalten. Die Zyklen müssen aber durch Flipflops des Registers gehen.
- Der Zustand eines Schaltwerkes ist gegeben durch die im Register gespeicherten Werte.
- Schaltwerke (= sequentielle Schaltkreise) entsprechen endlichen Zustandsautomaten.

# Beispiel: Zähler als sequentieller Schaltkreis



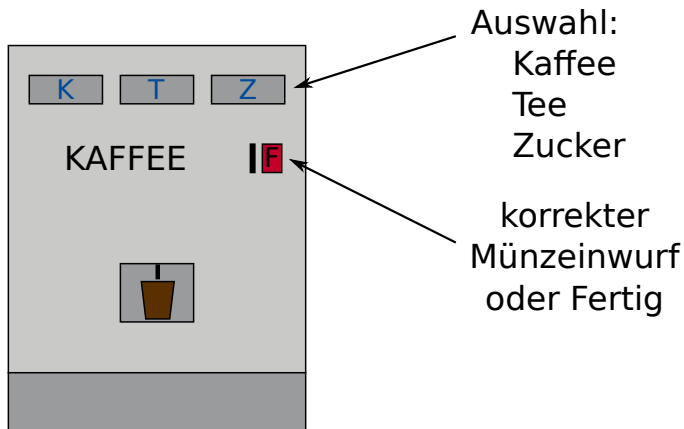
- **Endliche Zustandsautomaten** (**Finite State Machines, FSMs**) sind ein Formalismus, um sequentielles (zeitabhängiges) Verhalten zu spezifizieren.
  - Mealy- und Moore-Automaten
  - In der theoretischen Informatik werden endliche Automaten mit akzeptierenden Zustände betrachtet. Diese sind mit FSMs verwandt, aber nicht identisch.
- Aus einer **FSM-Spezifikation** kann der sequentielle Schaltkreis hergeleitet werden (**Sequentielle Synthese**).

## Definition

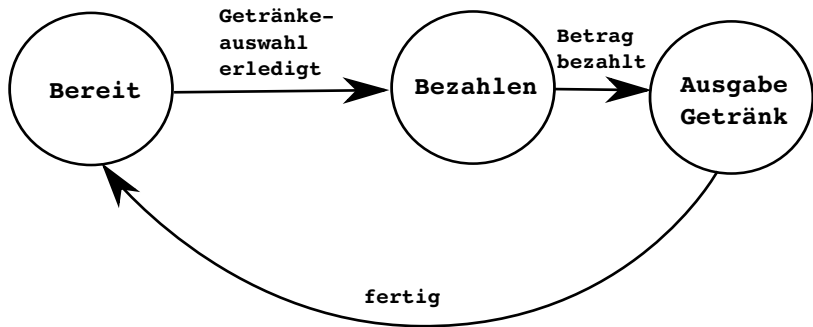
Das Quadrupel  $H = (I, S, S_0, \delta)$  heißt **deterministischer, endlicher Halbautomat**. Dabei bezeichnet:

- $I$  eine endliche Menge von erlaubten **Eingabesymbolen** ("Eingabealphabet"),
- $S$  eine endliche Menge von **Zuständen**,
- $S_0 \subseteq S$  ist eine endliche Menge von erlaubten **Anfangszuständen**,
- $\delta : S \times I \rightarrow S$  eine **Übergangsfunktion**.

# Beispiel: Kaffeeautomat



# Darstellung als Zustandsdiagramm



- **Knoten:** Zustände des Automaten.
- **Kanten:** Zustandsübergänge.
- **Kantenmarkierung:** Eingabe (bzw. Ereignis).

# Mealy- und Moore-Automat

## Definition

Ein **Mealy-Automat**  $M = (I, O, S, S_0, \delta, \lambda)$  ist ein endlicher deterministischer Halbautomat  $H$  erweitert um:

- eine endliche Menge  $O$  von **Ausgabesymbolen** („Ausgabealphabet“),
- eine Ausgabefunktion  $\lambda : S \times I \rightarrow O$ .

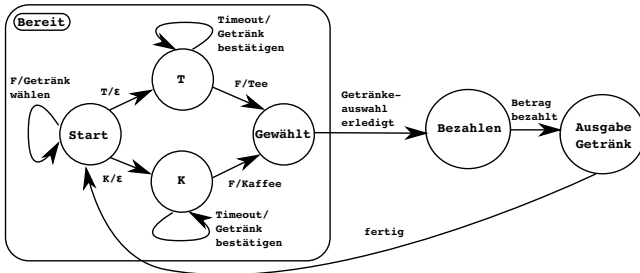
## Definition

Ein **Moore-Automat**  $M = (I, O, S, S_0, \delta, \lambda)$  ist ein endlicher, deterministischer Halbautomat  $H$  erweitert um:

- eine endliche Menge  $O$  von **Ausgabesymbolen**,
- eine Ausgabefunktion  $\lambda : S \rightarrow O$ .



# Beispiel: Getränkeauswahl - Mealy-Automat



- **Knoten:** Zustände des Automaten.
- **Kanten:** Zustandsübergänge.
- Kantenmarkierung: Ein-/Ausgabe (Mealy-Automat).
- Beim Moore-Automaten werden die Zustände mit der **Ausgabe** beschriftet.
- $\epsilon$  bedeutet keine Eingabe/Ausgabe.

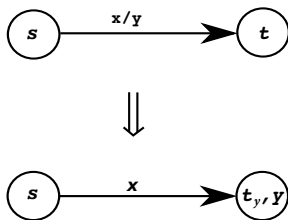
# Mealy- vs. Moore-Automat (1/2)

---

- Beim **Mealy-Automaten** ist:
  - die **Ausgabe** abhängig vom aktuellen Zustand **und** der aktuellen Eingabe,
  - der **Folgezustand** abhängig vom aktuellen Zustand und der aktuellen Eingabe.
- Ein **Moore-Automat** ist ein spezieller Mealy-Automat, bei dem die Ausgabe nur vom **aktuellen Zustand** und nicht von der Eingabe abhängt.
- Moore- und Mealy-Automaten kann man **ineinander überführen**.

# Mealy- vs. Moore-Automat (2/2)

- Überführung Moore  $\rightarrow$  Mealy: trivial
- Überführung Mealy  $\rightarrow$  Moore:  
Grundidee: "Ziehe Ausgabe in den Zustand"



# Unterschiedliche Darstellungen von endlichen Zustandsautomaten

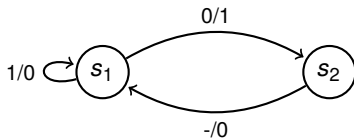
a) Zustands- und Ausgangstafel:

$x$	state	next-state	$y$
1	$s_1$	$s_1$	0
0	$s_1$	$s_2$	1
-	$s_2$	$s_1$	0

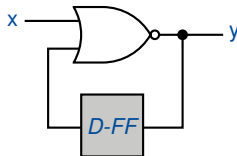
b) Flusstafel:

	$x = 0$	$x = 1$
$s_1$	$s_2, 1$	$s_1, 0$
$s_2$	$s_1, 0$	$s_1, 0$

c) Zustandsdiagramm:

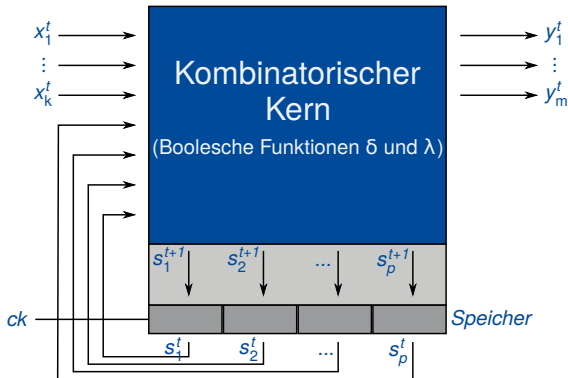


d) Sequentieller Schaltkreis:



■ Im Folgenden: Weg von c) zu d)

# Sequentielle Schaltkreise allgemein

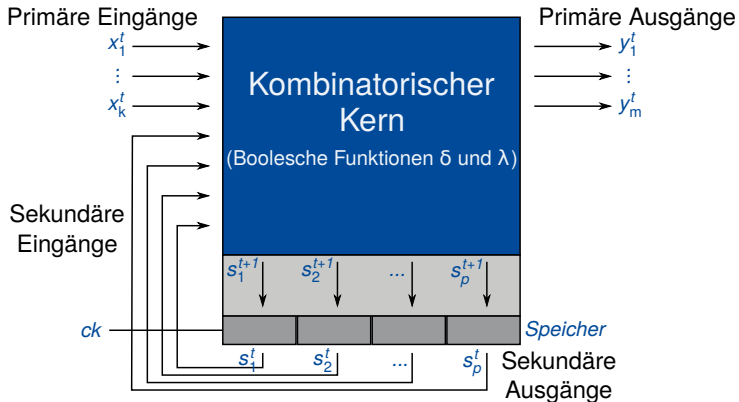


$$y_i^t = \lambda_i(x_1^t, x_2^t, \dots, x_k^t, s_1^t, s_2^t, \dots, s_p^t)$$
$$s_i^{t+1} = \delta_i(x_1^t, x_2^t, \dots, x_k^t, s_1^t, s_2^t, \dots, s_p^t)$$

Die Belegung  $s_t$  der Flipflops im Register heißt **Zustand** des sequentiellen Schaltkreises zum **Zeitpunkt  $t$** .

- Der kombinatorische Kern hat vier Arten von Ein- und Ausgängen:
  - **Primäre Eingänge** bekommen Werte „von außen“.
  - **Primäre Ausgänge** liefern Werte „nach außen“.
  - **Sekundäre Eingänge** sind mit den Datenausgängen der Flipflops im Register verbunden. Auf diese Weise kann der aktuelle Zustand des Schaltkreises in Funktionen  $\delta$  und  $\lambda$  berücksichtigt werden.
  - **Sekundäre Ausgänge** sind mit den Dateneingängen der Flipflops verbunden. Durch sie wird der nächste Zustand des Schaltkreises spezifiziert.

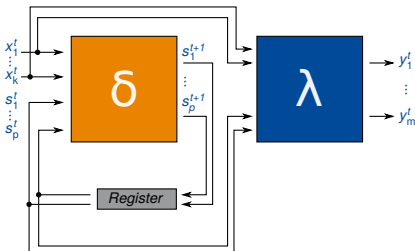
# Primäre und sekundäre Ein- und Ausgänge



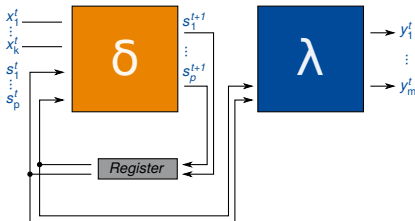
$$y_i^t = \lambda_i(x_1^t, x_2^t, \dots, x_k^t, s_1^t, s_2^t, \dots, s_p^t)$$
$$s_j^{t+1} = \delta_j(x_1^t, x_2^t, \dots, x_k^t, s_1^t, s_2^t, \dots, s_p^t)$$

# Sequentielle Schaltung für einen FSM

## Mealy-Automat



## Moore-Automat



- Eingabevektor:  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$
- Ausgabevektor:  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$
- Zustandsvektor:  $S = (s_1, s_2, \dots, s_p)$

- Ausgabefunktion (Mealy):  $Y^t = \lambda(X^t, S^t)$
- Übergangsfunktion:  $S^{t+1} = \delta(X^t, S^t)$
- Ausgabefunktion (Moore):  $Y^t = \lambda(S^t)$