

9. Sean $(E, \|\cdot\|_E)$, $(F, \|\cdot\|_F)$ espacios normados, y sea $T : E \rightarrow F$ lineal y continuo. Verificar las siguientes fórmulas:

$$\|T\| = \sup_{\|x\|_E \leq 1} \|Tx\|_F = \sup_{\|x\|_E = 1} \|Tx\|_F = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Tx\|_F}{\|x\|_E}.$$

Como T es una t.l. podemos pensar a T como $Ax \rightarrow \|T\| = \|A\|$
y $\|A\| = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_F}{\|x\|_E} = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Tx\|_F}{\|x\|_E} = \sup_{\|x\|_E = 1} \|Tx\|_F$