8. Sea $(f_n)_n$ una sucesión de funciones medibles definidas en E tales que convergen en casi todo punto a una función f. Probar que f es medible.

QVQ $\{f > a\} \in \mathcal{M}$

$$\{f > a\} = \underbrace{\left(\{f > a\} \cap \{f_n \text{ converge}\}\right)}_{\text{queda ver que } \in \mathcal{M}} \cup \underbrace{\overbrace{\left(\{f > a\} \cap \{f_n \text{ no converge}\}\right)}^{\in \mathcal{M}}}_{\text{es nulo } \in \mathcal{M}}$$

Sea $x \in \{f \text{ conv}\} / f(x) > a \to \exists m \in \mathbb{N} / f(x) > a + 1/m$

$\to$ como $f = \lim_{n \to +\infty} f_n \to \exists N \in \mathbb{N} / f_n > a + 1/m \ \forall n \geq N$

$$\{f > a\} = \bigcup_{m=1}^{\infty} \{f > a + 1/m\} = \bigcup_{m=1}^{\infty} \bigcup_{N=1}^{\infty} \{f_n > a + 1/m \ \forall n \geq N\} =$$

$$\overbrace{\bigcup_{m=1}^{\infty} \overbrace{\bigcup_{N=1}^{\infty} \underbrace{\bigcap_{n=N}^{\infty} \underbrace{\{f_n > a + 1/m\}}_{\in \mathcal{M}}}_{\in \mathcal{M}}}^{\in \mathcal{M}}}^{\in \mathcal{M}}$$