

Ejercicio 3. (Problema de coloreo). Dado un mapa con N regiones (provincias o países), formular un modelo de programación lineal que permita minimizar la cantidad de colores necesarios para pintar el mapa, de manera tal que dos regiones limítrofes no sean pintadas con el mismo color.

Tengo N regiones \rightarrow como máximo voy a necesitar N colores
 Supongamos que hacemos un prefijado y podemos concluir cuando 2 países son limítrofes = son limítrofes (S,L) $S=1,...,N$ $L=1,...,N$ 0 si no 1 si lo son

Variable: $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si pinta con el color } j \text{ el país } i \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad i,j \in \{1,...,N\}$

$C_i = \begin{cases} 1 & \text{si usa el color } i \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad i \in \{1,...,N\}$ y puede la noción del color \rightarrow i si usa el color i

f.o: $\min \sum_{i=1}^N C_i$

$p \rightarrow q \wedge p \rightarrow w$

T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	F

$p \rightarrow (q \wedge w)$

T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	F

s.o: \rightarrow son limítrofes $(s,l) \rightarrow$ no pueden pintarse del mismo color

color país $s \neq$ color país l

$$\sum_{i=1}^N x_{si} C_i \neq \sum_{i=1}^N x_{li} C_i$$

$$\sum_{i=1}^N x_{si} C_i - \sum_{i=1}^N x_{li} C_i \neq 0$$

$$\sum_{i=1}^N x_{si} C_i - \sum_{i=1}^N x_{li} C_i \geq 1 - M\theta$$

$$\sum_{i=1}^N x_{si} C_i - \sum_{i=1}^N x_{li} C_i \leq -1 + M(1-\theta)$$

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum x_{si} C_i \geq \sum x_{li} C_i \\ 1 & \text{c.c.} \end{cases}$$

s.o \rightarrow son limítrofes $(s,l) \leq \left(\sum_{i=1}^N x_{si} C_i - \sum_{i=1}^N x_{li} C_i \geq 1 - M\theta \right)$

son limítrofes $\leq \left(\sum_{i=1}^N x_{si} C_i - \sum_{i=1}^N x_{li} C_i \leq -1 + M(1-\theta) \right)$ } NO lineal

\downarrow lo que yo quiero es que si esto es 1, la resta NO sea 0

$$\text{sonhinterfu}(s, l) \leq \left| \sum_{i=1}^N x_i c_i - \sum_{i=1}^N x_i c_i \right|$$

$$|x| \geq c$$

$$x \geq c \vee -x \geq c$$

$$x \geq c \vee x \leq c$$

$$\sum_{i=1}^N x_i c_i - \sum_{i=1}^N x_i c_i \geq \text{sonhinterfu}(s, l) - M\theta$$

$$x \geq c - M\theta \vee x \leq c + M(1-\theta)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i c_i - \sum_{i=1}^N x_i c_i \leq -\text{sonhinterfu}(s, l) + M(1-\theta)$$

Variable: $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si pinta con el color } j \text{ el país } i \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad i, j \in \{1, \dots, N\}$

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{si usa el color } i \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad i \in \{1, \dots, N\}$$

$$\text{f.o:} \quad \min \sum_{i=1}^N c_i$$

s.o

$$\sum_{i=1}^N x_i c_i - x_i c_i \geq \text{sonhinterfu}(s, l) - M\theta$$

$$\sum_{i=1}^N x_i c_i - x_i c_i \leq -\text{sonhinterfu}(s, l) + M(1-\theta)$$

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{i=1}^N x_i c_i - x_i c_i \geq \text{sonhinterfu}(s, l) \\ 1 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$M \gg 1$$

3. Como mucho voy a tener N colores

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si usé el color } j \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si parte el país } i \text{ con } j \\ 0 & \text{c. c.} \end{cases}$$

$$\text{f.o.} : \min \sum_{j=1}^N y_j$$

8.2: Si 2 países son limitrofos \rightarrow NO pueden estar del mismo del lado
 \rightarrow Lígar variable

$$\begin{aligned} & \gamma(x_{ij} = 1) \\ & x_{ij} = 1 \rightarrow x_{ij}''' = 0 \quad \forall i \in \{\tilde{i} / \tilde{i} \text{ as limit of } d_i\} \quad \forall j \\ & x_{ij} \leq (1 - x_{ij}') \quad \forall i \in \{\tilde{i} / \tilde{i} \text{ as limit of } d_i\} \quad \forall j \\ & x_{ij} + x_{ij}' \leq 1 \end{aligned}$$

x	$x_{ij} \leq y_j$	v_i	v_j