

Nombre y apellido:

Número de libreta:

1	2	3	Calificación

Investigación Operativa

Primer Parcial – 3 de Septiembre de 2021

Ejercicio 1. Una aerolínea desea establecer rutas áreas entre dos ciudades A y B para vuelos comerciales. La empresa ha decidido que cada avión seguirá la misma ruta en el viaje de ida y de vuelta (naturalmente, en distinto sentido) por lo que se considera que el problema se trata de establecer rutas desde A hasta B .

Hay R rutas aéreas disponibles para la adquisición. La ruta r tiene un precio de adquisición de p_r pesos. La empresa cuenta con tres modelos de aviones: Alfa, Beta y Gamma. La capacidad de cada modelo y la cantidad con la que cuenta la empresa se detallan a continuación:

	Alfa	Beta	Gamma
Capacidad de pasajeros	815	635	415
Disponibles	11	15	13

Enviar un avión por la ruta r acarrea ciertos costos (mantenimiento, combustible, etc.) según su modelo: cada avión Alfa implica un costo de a_r pesos, cada avión Beta b_r pesos y cada avión Gamma c_r pesos. Por otro lado, cada ruta r tiene un límite K_r de aviones que la pueden transitar mensualmente y también existe un límite de cantidad de aviones de cada modelo: a lo sumo PA_r aviones alfa, PB_r aviones beta y PC_r aviones gamma.

Se estima que la demanda mensual es de 10000 pasajeros y se desea satisfacerla. Para esto, es importante tener en cuenta que, por políticas de la empresa, cada avión utilizado realiza el viaje una vez por mes y va al tope de capacidad de pasajeros. Por ejemplo, al utilizar dos aviones Alfa, se cubrirían 1630 viajes de los 10000 mensuales que se demandan.

Por cuestiones de organización, la empresa también requiere que:

- la cantidad de aviones Gamma utilizados sea distinta de 4.
- de todos los aviones utilizados, al menos el 20% sean modelo Alpha.

Elaborar un modelo de Programación Lineal Entera que permita decidir qué rutas adquirir y cuántos aviones de cada modelo transitarán por cada una de ellas. El objetivo es minimizar el gasto del primer mes de operaciones.

Ejercicio 2. Una empresa desea abrir una nueva planta donde se elaborarán tres tipos de productos artesanales: P_1 , P_2 y P_3 , cuya fabricación implican distintos procedimientos y herramientas. Para $1 \leq j \leq 3$, el precio de venta unitario de P_j es v_j . La empresa tiene muy buena reputación y, por lo tanto, logra vender todo lo que fabrica. Por otro lado, la producción se llevará a cabo de Lunes a Sábado, de 6 a 24hs., en tres turnos Mañana (6 a 12hs), Tarde (12 a 18hs.) y noche (18 a 24hs.)

Cada trabajador/a fabrica un sólo tipo de producto por día, pero no necesariamente debe producir el mismo tipo de producto toda la semana. Por ejemplo, podría producir P_1 en su turno del lunes y P_3 en su turno del miércoles.

Luego de una búsqueda laboral y una serie de entrevistas, se cuenta con N candidatos. No necesariamente se los contratará a todos. El departamento de Recursos Humanos recopiló la siguiente información:

- e_{ij} : el nivel de experticia del candidato/a i para realizar el procedimiento que requiere la fabricación de P_j ($1 \leq j \leq 3$). Esta medida toma valores entre 0 y 1, siendo 0 novato/a y 1 experto/a.
- g_i : la remuneración pretendida por turno trabajado del candidato/a i
- t_{ij} : la cantidad de unidades de P_j que elabora i por turno

Por política de la empresa, a cada trabajador contratado se le respetará la remuneración pretendida.

Además, se deben considerar las siguientes restricciones:

- I. cada trabajador contratado puede cubrir a lo sumo cinco turnos semanales y por lo menos tres. A lo sumo puede cubrir un turno por jornada.
 - II. si alguien cubre el turno nocturno, no puede cubrir el turno matutino del día siguiente (por ejemplo, si trabaja el turno noche del Martes no puede trabajar el turno mañana del Miércoles)
 - III. en cada turno, el promedio de experticia de la gente asignada a producir P_j debe ser por lo menos 0,6.
 - IV. para $1 \leq j \leq 3$, la cantidad de P_j elaborado por semana debe ser por lo menos ℓ_j y a lo sumo u_j
 - V. para $1 \leq j \leq 3$, por una cuestión de recursos, en cada turno no pueden haber más de E_j trabajadores asignados a fabricar P_j .
 - VI. hay un grupo G de candidatos que han expresado que si se contrata a uno ellos, debe contratarse al grupo entero.
 - VII. a lo sumo el 50% de las personas contratadas pueden ser hombres.
 - VIII. en cada turno, el valor absoluto de la diferencia entre la cantidad de trabajadores asignados a P_1 y a P_3 no puede ser superior a 10.
1. Elaborar un modelo de programación lineal entera que permita decidir qué candidatos/as contratar y qué turnos asignarles, con el objetivo de maximizar la ganancia semanal.
 2. A la empresa le interesa conocer otras opciones de contratación y asignación de turnos relacionados a otros criterios. Utilizando las variables y conjuntos definidos en el ítem 1., modelar cada una de las siguientes funciones objetivo, agregando, de ser necesario, las restricciones y variables correspondientes:
 - a) Maximizar el mínimo de la experticia de todos los turnos de la semana, considerando como la experticia de un turno a la suma de la experticia de sus trabajadores.
 - b) Minimizar la diferencia entre quien más turnos noche cubre y quien menos turnos noche cubre.

Ejercicio 3. Se cuenta con un capital inicial de C pesos. La financiera O.K. Morgan sugiere invertir dicho capital a lo largo de los siguientes 48 meses. Para esto, se cuenta con un conjunto $A = \{1, \dots, N\}$ de actividades de inversión. Cuando se invierte en alguna de estas actividades, ese dinero no está disponible hasta que la actividad finalice y se recauden las ganancias. Estas ganancias pasan a formar parte del capital disponible para inversión. Participar en una actividad comenzando en el mes j y finalizando en el mes k ($k \geq j$), significa que se invierte el primer día del mes j y se obtienen las ganancias el último día del mes k . Por ejemplo, invertir \$100 en la actividad i_0 desde el mes 2 hasta el mes 3, significa que esos \$100 dejan de estar disponibles el primer día del mes 2 y que se recauda la ganancia de la inversión el último día del mes 3.

En cada actividad se puede participar a lo sumo una vez. Cada actividad i tiene una duración mínima de ℓ_i meses. Hay un conjunto $B \subset A$ de actividades donde cada $i \in B$ tiene una duración máxima de u_i meses. Por otro lado, si se quiere participar en $i \in A$, al menos deben invertirse m_i pesos. Cada $i \in A$ tiene un retorno de r_i pesos por cada peso invertido y esto se multiplica por los meses que duró la participación en la actividad. Por ejemplo, si $i_0 \in A$ tiene un retorno de \$2,5 y se invierten \$100 en una participación por dos meses, al finalizar la actividad, se obtienen \$500.

Por otro lado, el primer día de cada mes hay que pagar un impuesto cuyo monto depende del capital disponible (es decir, del capital que no está siendo utilizado en ese momento en alguna actividad). Este impuesto se paga antes de comenzar a participar en las actividades del mes. Sea c el capital disponible a comienzo de mes, el impuesto a abonar viene dado por la siguiente función conitnua monótona creciente:

$$f(c) = \begin{cases} 0,01c & 0 \leq c \leq 2000 \\ 0,015c - 10 & 2000 < c \leq 5000 \\ 0,02c - 35 & 5000 < c \leq 500000 \end{cases}$$

Se está exceptuado de pagar el impuesto al comienzo del mes 1.

Elaborar un modelo de programación lineal entera mixta que permita decidir en qué actividades invertir, por cuánto tiempo y cuánto invertir para maximizar la cantidad de capital al finalizar el mes 48.

Sugerencia: entre otras, podría ser útil considerar variables que indiquen si se invierte en la actividad i desde el mes j hasta el mes k ($j, k \in \{1, \dots, 48\}$) y variables que representen cuánto se invierte en la actividad i desde el mes j hasta el mes k ($j, k \in \{1, \dots, 48\}$).