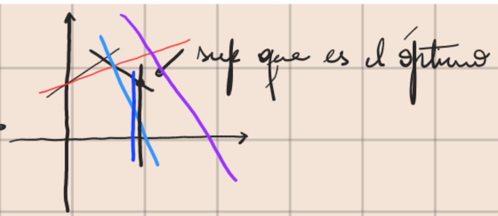
Ejercicio 5. Supongamos que se ha resuelto un problema de programación lineal y se desea incorporar al planteo una nueva variable no negativa con sus correspondientes datos. ¿Cómo se puede proceder sin rehacer todos los cálculos?

Miremoslo gráficamente →



→ La nueva restricción puede NO alterar el óptimo

→ La nueva restricción puede volver infactible el problema

→ La nueva restricción puede generar un ∞ óptimos

→ La nueva restricción puede generar un nuevo óptimo

Si la restricción genera un nuevo óptimo o ∞ lo que ocurre es que el viejo óptimo pasa a estar en la región infactible y por lo tanto aparecen nuevos vértices adyacentes al viejo óptimo → bastaría con buscar en los vértices adyacentes al óptimo

↓

esta estrategia funcionaría con los otros 2 casos porque sólo chequeamos vértices adyacentes

Si la nueva restricción generó vértices adyacentes al óptimo bastaría con chequearlos

⟹ NO, se agrega una variable y sus datos

Resolvimos $\min z = c^t x$ y obtuvimos x^* óptimo.

$$\text{s.a: } Ax = b$$
$$x \geq 0$$
$$A \in \mathbb{R}^{m \times n},\ b \in \mathbb{R}^m,\ c, x \in \mathbb{R}^n$$

Ahora agreguemos x^{n+1} $\Rightarrow$ $A' \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$ / $A' = [A | A^{n+1}]$, $b' = b$, $c' = (c | c_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$

$$x' = (x | x^{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$$

Entonces queremos resolver $\min z' = c'^t x'$

$$\text{s.a: } A' x' = b'$$
$$x' \geq 0$$

No obstante, conocemos x^* y $rg(A) = rg(A')$ ¿podemos aprovecharlo? Sí, porque consideramos como SFBI: $(x_B | \underbrace{x_R | x_{n+1}}_{x^{*\prime}_R}) / x_{n+1} = 0$

Así, z' queda definido $z' = \bar{c}'^t_B + (c'^t_R - c'^t_B \bar{R}) x'_R$.

$\Rightarrow$ Si $(c'^t_{R\,n+1} - (c'^t_B \bar{R})_{n+1}) \leq 0 \rightarrow$ El óptimo sigue siendo x^*

$(c'^t_{R\,n+1} - (c'^t_B \bar{R})_{n+1}) > 0 \rightarrow$ Puedo hacerlo entrar a la base y ejecuto SIMPLEX

No checkeamos las otras coordenadas porque teníamos x^* óptimo