Ejercicio 7. Considere el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
\min \quad & z = -\frac{3}{4}x_1 + 150x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 6x_4 \\
s.a: \quad & \frac{1}{4}x_1 - 60x_2 - \frac{1}{25}x_3 + 9x_4 + x_5 = 0 \\
& \frac{1}{2}x_1 - 90x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 3x_4 + x_6 = 0 \\
& x_3 + x_7 = 1 \\
& x \geq 0
\end{aligned}$$

a) Verifique que si se usa como criterio elegir la variable con menor índice para entrar a la base cuando hay empate, entonces el algoritmo no termina.

b) Verifique que $(\frac{1}{25}, 0, 1, 0, \frac{3}{100}, 0, 0)$ es una solución óptima y que su valor en la función objetivo es $z_0 = -\frac{1}{20}$.

$\Rightarrow$ min $z = -3/4\, x_1 + 150x_2 - 1/50\, x_3 + 6x_4$

s.a.: $1/4\, x_1 - 60x_2 - 1/25\, x_3 + 9x_4 + x_5 = 0$

$1/2\, x_1 - 90x_2 - 1/50\, x_3 + 3x_4 + x_6 = 0$

$x_3 + x_7 = 1$

$x \geq 0$

$\Rightarrow$ SBFI: $(x_5, x_6, x_7) = (0, 0, 1)$ y $x_i = 0 \ \forall i \in \{1, \dots, 4\}$

$\hookrightarrow$ Es degenerada.

Armemos el dicc y usemos la Regla de Bland

$x_5 = -1/4\, x_1 + 60x_2 + 1/25\, x_3 - 9x_4$

$x_6 = -1/2\, x_1 + 90x_2 + 1/50\, x_3 - 3x_4$

$x_7 = 1 - x_3$

$z = -3/4\, x_1 + 150x_2 - 1/50\, x_3 + 6x_4$

$\uparrow$ Según la regla debo elegir esta

$x_5 = -1/4\, x_1 + 60x_2 + 1/25\, x_3 - 9x_4 \rightarrow x_5 \geq 0 \leftrightarrow -1/4\, x_1 \geq 0 \leftrightarrow x_1 \leq 0$ Bland

$x_6 = -1/2\, x_1 + 90x_2 + 1/50\, x_3 - 3x_4 \rightarrow x_6 \geq 0 \leftrightarrow -1/2\, x_1 \geq 0 \leftrightarrow x_1 \leq 0$

$x_7 = 1 - x_3$

$z = -3/4\, x_1 + 150x_2 - 1/50\, x_3 + 6x_4$

$x_1 = 240x_2 + 4/25\, x_3 - 36x_4 - 4x_5 \rightarrow x_1 \geq 0 \leftrightarrow 240x_2 \geq 0 \leftrightarrow x_2 < \infty$

$x_6 = -30x_2 - 3/50\, x_3 + 15x_4 + 2x_5 \rightarrow x_6 \geq 0 \leftrightarrow -30x_2 \geq 0 \leftrightarrow x_2 \leq 0$

$x_7 = 1 - x_3$

$z = -30x_2 - 7/50\, x_3 + 33x_4 + 3x_5$

$x_1 = -8/25\, x_3 + 84x_4 + 12x_5 - 8x_6 \rightarrow x_1 \geq 0 \leftrightarrow -8/25\, x_3 \geq 0 \leftrightarrow x_3 \leq 0$

$x_2 = -1/500\, x_3 + 1/2\, x_4 + 1/15\, x_5 - 1/30\, x_6 \rightarrow x_2 \geq 0 \leftrightarrow -1/500\, x_3 \geq 0 \leftrightarrow x_3 \leq 0$

$x_7 = 1 - x_3 \rightarrow x_7 \geq 0 \leftrightarrow x_3 \leq 1$

$z = -2/25\, x_3 + 18x_4 + x_5 + x_6$

$x_3 = -25/8\, x_1 + \frac{525}{2} x_4 + 75/2\, x_5 - 25x_6 \rightarrow x_4 \leq \infty$

$x_2 = +1/160\, x_1 - 1/40\, x_4 - 1/120\, x_5 - 1/60\, x_6 \rightarrow x_4 < 0$

$x_7 = 1 + 25/8\, x_1 - \frac{525}{2} x_4 - 75/2\, x_5 + 25x_6 \quad x_4 < 2/525$

$z = 1/4\, x_1 - 3x_4 - 2x_5 + 3x_6$

$x_4 = 1/4\, x_1 - 40x_2 - 1/3\, x_5 - 2/3\, x_6 \quad x_5 \leq 0$

$x_3 = 125/2\, x_1 - 10500x_2 - 50x_5 - 200x_6 \quad x_5 \leq 0$

$x_7 = 1 - 125/2\, x_1 + 10500x_2 + 50x_5 + 200x_6 \quad x_5 \geq 0$

$z = -1/2\, x_1 + 120x_2 - x_5 + 5x_6$

$x_5 = 5/4\, x_1 - 210x_2 - 1/50\, x_3 - 4x_6$

$x_4 = -1/6\, x_1 + 30x_2 + 1/150\, x_3 + 2/3\, x_6 \rightarrow$

$x_7 = 1 - x_3$

$z = -7/4\, x_1 + 330x_2 + 1/50\, x_3 + 9x_6$

$$
\begin{array}{l}
x_1 = 180x_2 + \frac{1}{25}x_3 - 6x_4 + 4x_6 \\
x_5 = 15x_2 + \frac{3}{100}x_3 - \frac{15}{2}x_4 + x_6 \\
x_7 = 1 - x_3 \\
\hline
z = +15x_2 - \frac{1}{20}x_3 + \frac{21}{2}x_4 + 2x_6
\end{array}
$$

$$\rightarrow x_3 = 1 - x_7$$

$$
\begin{array}{l}
x_1 = \frac{1}{25} + 180x_2 - \frac{1}{25}x_7 - 6x_4 + 4x_6 \\
x_5 = \frac{3}{100} + 15x_2 - \frac{3}{100}x_7 - \frac{15}{2}x_4 + x_6 \\
x_3 = 1 - x_7 \\
\hline
z = -\frac{1}{20} + 15x_2 + \frac{1}{20}x_7 + \frac{21}{2}x_4 + 2x_6
\end{array}
$$