Ejercicio 8. Considere el modelo lineal:

$$\begin{array}{rrcll} \min & z = c^t x & & & \\ \text{s.a:} & Ax & = & b & (1) \\ & e^t x & = & 1 & (2) \\ & x_i & \geq & 0 & \forall i \in \{1, \ldots, n-1\} \\ & x_n \text{ libre} & & & \end{array}$$

donde $e = (1, \ldots, 1)^t$, $b, c \in \mathbb{R}^n$ y A está definida por:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \text{ o } j = n \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

Usar la restricción $e^t x = 1$ para eliminar la variable libre. ¿Se podría hacer lo mismo si x_n no fuera libre?

De (1) y (2) sé

$$\begin{array}{l} x_1 + \quad + x_n = b_1 \\ x_2 + \quad + x_n = b_2 \\ x_3 \quad + x_n = b_3 \\ \vdots \\ x_n = b_n \end{array} \quad y \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$\Rightarrow$ $x_n = b_i - x_i \quad \forall i \in \{1, \ldots, n-1\}$, $x_n = b_n$ y $x_n = 1 - \sum_{i=1} x_i$

$x_i = b_i - x_n$

$\rightarrow$ $x_i = b_i - 1 + \sum_{i=1}^n x_i$

$x_n = 1 - \sum_{i=1}^n x_i = b_n$

$\rightarrow$ $\min \; c^t x$

s.a $x_i = b_i - 1 + \sum_i^{n-1} x_i$

$1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_i = b_n$

$x_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \ldots, n-1\}$

Si $x_n \geq 0$ esto valdría porque $x_i \geq 0 \; \forall i$

Si $x_n \leq 0$ las cuentas tienen sentido

(si es esto mismo lo que hay que hacer)