Ejercicio 11. Aplique el test de optimalidad para encontrar todos los valores del parámetro α tales que $x^* = (0, 1, 1, 3, 0, 0)^t$ sea una solución óptima del siguiente problema de programación lineal:

$$
\begin{array}{rrcl}
\min & z = -x_1 - \alpha^2 x_2 + 2x_3 - 2\alpha x_4 - 5x_5 + 10x_6 & & \\
s.a: & -2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_6 & = & 2 \\
& 2x_1 + x_2 + x_3 & = & 2 \\
& -2x_1 - x_3 + x_4 + 2x_5 & = & 2 \\
& x & \geq & 0
\end{array}
$$

→ $x^* = (0, 1, 1, 3, 0, 0)$

$x_2 \; x_3 \; x_4$

⇒ A mi solución la puedo escribir como $[x_B | x_R]$

⇒ mi problema queda $\min \; c_B^t B^{-1} b + (c_R^t - c_B^t B^{-1} R) x_R$

$$
\begin{array}{rl}
s.a & x_B + B^{-1} R x_R = B^{-1} b \\
& x \geq 0
\end{array}
$$

→ Si x^* es óptimo ⇒ $c_R^t - c_B^t B^{-1} R \geq 0$ porque no puedo seguir disminuyendo mi f.o.

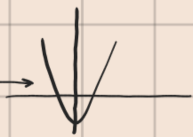
$$
\begin{array}{rl}
\min & z = -x_1 - \alpha^2 x_2 + 2x_3 - 2\alpha x_4 - 5x_5 + 10x_6 \\
s.a & -2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_6 = 2 \\
& 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\
& -2x_1 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2
\end{array}
$$

→ $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $R = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}$ $C_B = \begin{pmatrix} -\alpha^2 \\ 2 \\ -2\alpha \end{pmatrix}$

→ $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ → $B^{-1} R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -d^2 & 2 & -2d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d^2+2+2d \\ -d^2-2-2d \\ d^2+2-2d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -d^2+2+2d \\ -d^2-2-2d \\ d^2+2-2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d^2-2d-3 \\ d^2+2d-3 \\ -d^2+2d+8 \end{pmatrix} \geq 0$$

$d^2-2d-3 \geq 0 \rightarrow$  $\leftrightarrow d \in (-\infty, \text{raíz } 1] \cup [\text{raíz } 2, +\infty) = (-\infty, -1] \cup [3; +\infty)$

$d^2+2d-3 \geq 0 \rightarrow$  $\leftrightarrow d \in (-\infty, \text{raíz}_1] \cup (\text{raíz } 2; +\infty) = (-\infty, -3] \cup [1; +\infty)$

$-d^2+2d+8 \geq 0 \rightarrow$  $\leftrightarrow d \in (\text{raíz}_1, \text{raíz } 2] = [-2, 4]$

$\Rightarrow d \in [3, 4]$