

Ejercicio 6. Para cada uno de los siguientes modelos, decidir si x^* es una solución óptima utilizando el problema dual.

1.

$$x^* = (0, 0, 8, 3)$$

$$\begin{array}{llllll} \max & 3x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & 3x_4 \\ \text{s.a :} & x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 \leq -2 \\ & 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 \leq 5 \\ & -2x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & + & 3x_4 \leq 10 \\ & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq & 0 \end{array}$$

Plantear el D: $\min -2y_1 + 5y_2 + 10y_3$

$$\begin{array}{l} y_1 + 3y_2 - 2y_3 \leq 3 \\ 2y_1 - y_2 + y_3 \leq 2 \\ -y_1 + y_2 - 3y_3 \leq -1 \\ 2y_1 - y_2 + 3y_3 \leq 3 \\ y_1, y_2, y_3 \leq 0 \end{array}$$

X THC $x_1^* + 2x_2^* - x_3^* + 2x_4^* = -2 \Rightarrow y_1^* = 0 \rightarrow$ No podemos decidir x_1 la 1^{ra} val $x =$

$3x_1^* - x_2^* + x_3^* - x_4^* = 5 \Rightarrow y_2^* = 0 \rightarrow$ " " " " " " " "

$-2x_1^* + x_2^* - 3x_3^* + 3x_4^* = 10 \Rightarrow y_3^* = 0 \rightarrow y_3^* = 0$

$y_1^* + 3y_2^* - 2y_3^* = 3 \Rightarrow x_1^* = 0$ y No podemos decir nada

$2y_1^* - y_2^* + y_3^* = 2 \Rightarrow x_2^* = 0$

$-y_1^* + y_2^* - 3y_3^* = -1 \Rightarrow x_3^* = 0 \rightarrow$ debe valer la 1^{ra}

$2y_1^* - y_2^* + 3y_3^* = 3 \Rightarrow x_4^* = 0 \rightarrow$ " " " "

$\rightarrow -y_1^* + y_2^* = -1$ para que sea óptimo x^* deben cumplirse sí o sí estas 2

$2y_1^* - y_2^* = 3$ como $x_1^* = 0$ y $x_2^* = 0$ las otras NO importan

$\Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 1 \rightarrow$ Chequemos si en la f.O. valen \rightarrow valen \rightarrow es óptimo

2.

$$x^* = (0, 2, 0, 7, 0)$$

$$\begin{array}{llllllll} \max & 8x_1 & - & 9x_2 & + & 12x_3 & + & 4x_4 & + & 11x_5 \\ \text{s.a:} & 2x_1 & - & 3x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & + & 3x_5 & \leq & 1 \\ & x_1 & + & 7x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 & \leq & 1 \\ & 5x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & + & 2x_4 & + & 3x_5 & \leq & 22 \\ & & & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 & \geq & 0 \end{array}$$

El D : $\min y_1 + y_2 + 22y_3$

$$\begin{aligned} 2y_1 + y_2 + 5y_3 &\geq 8 \\ -3y_1 + 7y_2 + 4y_3 &\geq -9 \\ 4y_1 + 3y_2 - 6y_3 &\geq 12 \\ y_1 - 2y_2 + y_3 &\geq 4 \\ 3y_1 + y_2 + 3y_3 &\geq 11 \\ y_1, y_2, y_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

→ XTHC como $x_1^* = x_3^* = x_5^* = 0 \rightarrow$ NO debemos ni mirar las restricciones del dual

Como la 1) R de P vale $x = -3y_1 + 4y_3 = -9$

(2) R de P No vale $x = y_2 = 0$

(3) R de P vale $x = y_1 + y_3 = 4$

→ $y_1 = 25/7, y_3 = 3/7$. Veamos si $(25/7, 0, 3/7)$ es SBF

→ No se cumple la 3^{ra} R → NO es óptimo