Ejercicio 4. Dado el siguiente problema:

$$\begin{array}{rrcl} \min & z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7 & & \\ s.a: & 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7 & \geq & 1 \\ & x & \geq & 0 \end{array}$$

a) Hallar el valor óptimo de la función objetivo.

b) Hallar el punto donde se alcanza a partir de la resolución del problema dual.

restricciones P = 1 = # vars de D

vars P = 7 = # restricciones de D

→ Planteamos el dual y resolvamoslo

min $z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7$

s.a. $y_1(2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7) \geq 1 y_1$

$x \geq 0$

voy a querer $y_1 \leq z$ — puedo pedir esto $\downarrow \leq z$

→ $y_1 \leq 2y_1 x + \dots + \dots + 11 y_1 x_7 \leq z$

Como los $x \geq 0 \rightarrow y_1 \geq 0$

max y_1

s.a
(1) $2y_1 \leq 1$
(2) $2y_1 \leq 1$
(3) $y_1 \leq 1/3$
(4) $32y_1 \leq 2$
(5) $3y_1 \leq 8$
(6) $2y_1 \leq 20$
(7) $y_1 \leq 11$
$y_1 \geq 0$

$y_1 \leq 1/3$

$y_1 \leq 1/16$

$y_1 \leq 11$, $y_1 \geq 0$

max y_1
s.a $y_1 \leq 1/16$
$y_1 \geq 0$

→ óptimo D: $y_1 = 1/16$ y f.o.: $1/16$

⇒ X dualidad $z = 1/16 = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7 = y_1$

x Holgura complementaria se que si $(y_1^*, \dots, y_m^*)$ es óptimo de D y $(x_1^*, \dots, x_n^*)$ es óptimo de P

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i = c_i \text{ o } x_i^* = 0$$
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_j \text{ o } y_i^* = 0$$

Entonces la única que vale * igualdad es la 4 $\rightarrow x_i^* = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, 7\} \setminus \{4\}$

y como $y_1^* \neq 0 \rightarrow 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7 = 1$

$\rightarrow x_4 = 1/32$

El óptimo del primal es $1/16$ y se alcanza en $(0,0,0,1/32,0,0,0)$