Ejercicio 10. Halle todos los valores del parámetro α tales que las regiones definidas por las siguientes restricciones presenten vértices degenerados:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 8 \\ 6x_1 + x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\leq \alpha \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

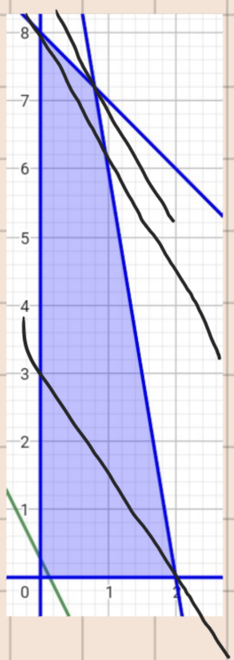
Que $\exists$ vértice degenerado $\rightarrow$ puedo escribir a 1 punto del poliedro con + de 1 base

$\rightarrow$ para un vértice tengo restricciones que "sobran"

$\rightarrow$ NO hacía falta, está demás

En los vértices las restricciones se cumplen x igualdad. Si tengo restricciones que pasen x un mismo vértice sin aportar información $\Rightarrow$ + de una variable debería ser 0

porque entonces en ese vértice van a haber 1 o + variables que deban valer 0 $\rightarrow$ $\nexists$ forma de evitarlo



$\rightarrow$ para qué α la recta pasa por los puntos?

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$(0,0) \rightarrow \alpha = 0 \rightarrow 6x_1 + x_2 + x_4 = 12$$

$$2x_1 + x_2 + x_5 = 0$$

$\Rightarrow$ $x_1 = x_2 = 0 = x_5$ $\rightarrow$ como la base debe tener 3 elementos ya va a ser degenerada

Si pasa por $(2,0)$ o $(0,8)$ me cambia la región y ya no hay info redundante

Pero para $x_1 + x_2 = 8 \cap 6x_1 + x_2 = 12$ $\rightarrow$ NO cambia la región y hay info redundante

$x_2 = 8 - x_1 \cap x_2 = 12 - 6x_1 \rightarrow x_1 = 4/5, \; x_2 = 36/5$

$\rightarrow \quad x_2 = d - 2x_1 \quad \rightarrow$ para que pare x ahí:

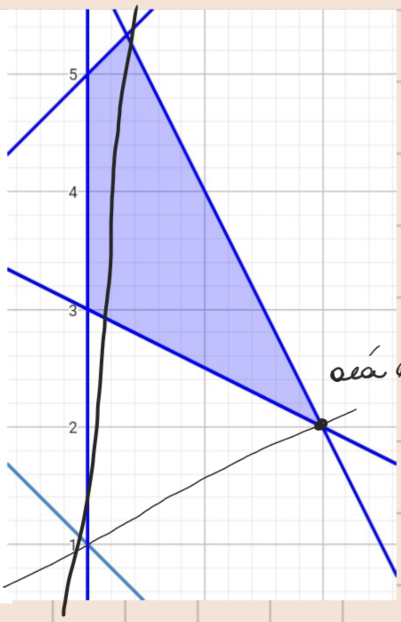
$$\frac{36}{5} = d - \frac{8}{5}$$

$$\rightarrow d = 44/5$$

$$
\begin{array}{lllll}
x_1 + x_2 + x_3 & & = 8 & \rightarrow & x_1 = 4/5,\ x_2 = 36/5,\ x_3 = 0 \\
\rightarrow 6x_1 + x_2 & + x_4 & = 12 & \rightarrow & \quad '' \qquad '' \qquad x_4 = 0 \\
2x_1 + x_2 & + x_5 & = 44/5 & \rightarrow & \quad '' \qquad '' \qquad x_5 = 0
\end{array}
$$

$\rightarrow$ Siempre va a $\exists$ un elemento básico igual a 0

$$
\begin{aligned}
\alpha x_1 + x_2 &\geq 1 \\
2x_1 + x_2 &\leq 6 \\
-x_1 + x_2 &\leq 5 \\
x_1 + 2x_2 &\geq 6 \\
x &\geq 0
\end{aligned}
$$



acá es redundante

Como ahora α es la pendiente, la recta queda fija en el $(0,1)$

→ El ! punto donde agrega info es $2x_1+x_2=6 \cap -x_1-2x_2=-6$

$$x_2 = 6-2x_1 \qquad x_2 = 3 - \frac{1}{2}x_1$$

$$6-2x_1 = 3-\frac{1}{2}x_1$$

$$3 = \frac{3}{2}x_1$$

$$2 = x_1$$

→ El punto es $(2,2)$ => $2 = 1 - \alpha 2 \rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$

Para escribir el vértice $x_1 = x_2 = 2$ y las slacks deben ser 0 → degenerado