

Ejercicio 4. Dado el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7 \\ \text{s.a.} \quad & 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7 \geq 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

a) Hallar el valor óptimo de la función objetivo.

b) Hallar el punto donde se alcanza a partir de la resolución del problema dual.

Restricciones $P = 1 = \# \text{ Var de } D$

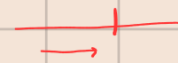
Var $P = 7 = \# \text{ restricciones de } D$

→ Plantear el dual y resolverlo

$$\min \quad z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7$$

$$\text{s.a.} \quad y_1 (2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7) \geq y_1$$

$$x \geq 0$$



vega que $y_1 \leq z$

puedo pedir esto
↓ z

$$\rightarrow y_1 \leq 2y_1x + \dots + \dots + 11y_1x_7 \leq z$$

Como los $x \geq 0 \rightarrow y_1 \geq 0$

$$\max \quad y_1$$

$$\text{s.a.} \quad (1) \quad 2y_1 \leq 1 \quad \left. \begin{array}{l} (1) \quad 2y_1 \leq 1 \\ (2) \quad 2y_1 \leq 1 \\ (3) \quad y_1 \leq 1/3 \\ (4) \quad 32y_1 \leq 2 \\ (5) \quad 3y_1 \leq 8 \\ (6) \quad 2y_1 \leq 20 \\ (7) \quad y_1 \leq 11 \end{array} \right\} y_1 \leq 1/3$$

$$(2) \quad 2y_1 \leq 1$$

$$(3) \quad y_1 \leq 1/3$$

$$(4) \quad 32y_1 \leq 2 \quad \left. \begin{array}{l} (4) \quad 32y_1 \leq 2 \\ (5) \quad 3y_1 \leq 8 \\ (6) \quad 2y_1 \leq 20 \end{array} \right\} y_1 \leq 1/16$$

$$(5) \quad 3y_1 \leq 8$$

$$(6) \quad 2y_1 \leq 20$$

$$(7) \quad y_1 \leq 11 \quad \left. \begin{array}{l} (7) \quad y_1 \leq 11 \\ y_1 \geq 0 \end{array} \right\} y_1 \leq 11$$

$$y_1 \geq 0$$

$$\max \quad y_1$$

$$\text{s.a.} \quad y_1 \leq 1/16$$

$$y_1 \geq 0$$

→ óptimo D : $y_1 = 1/16$ y f.o.: $1/16$

$$\Rightarrow \text{X dualidad} \quad z = 1/16 = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7 = y_1$$

X Holguera complementaria de qué si (y_1^*, \dots, y_m^*) es óptimo de D y (x_1^*, \dots, x_n^*) es óptimo de P

$$\sum_{i=1}^m \tilde{a}_{ij} y_i = c_i \text{ o } x_i^* = 0$$

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j = b_j \text{ o } y_i^* = 0$$

Entonces la única que vale x igualdad es la 4 $\rightarrow x_i^* = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, 7\} \setminus \{4\}$

$$\text{y como } y_1^* \neq 0 \rightarrow 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7 = 1$$

$$\rightarrow x_4 = 1/32$$

El óptimo del primal es $1/6$ y pertenece a $(0, 0, 0, 1/32, 0, 0, 0)$