Ejercicio 3 *(PotenciaLogarítmica)* ★

Encuentre un algoritmo para calcular a^b en tiempo logarítmico en b. Piense cómo reutilizar los resultados ya calculados. Justifique la complejidad del algoritmo dado.

$$2^8 = \underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{} \to 8 \text{ multiplicaciones}$$

$2^4 \cdot 2^4 \to$ Si lo hago así me ahorré una banda de pasos

$$2^{10} = 2^5 \cdot 2^5 = (2^3 \cdot 2^2)^2 = (2 \cdot 2^2 \cdot 2^2)^2$$

$$2^{11} = 2^{10} \cdot 2$$

$$2^{12} = 2^6 \cdot 2^6 = (2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2)^2$$

$$2^{177} = 2 \cdot 2^{176} = (2^{88})^2 \cdot 2 = ((2^{44})^2)^2 \cdot 2 = (((2^{22})^2)^2)^2 \cdot 2 = ((((2^{11})^2)^2)^2)^2 \cdot 2 = ((((2 \cdot (2 \cdot (2^2)^2)^2)^2)^2)^2)^2 \cdot 2$$

↳ vemos que de esta manera solo nos lleva 10 productos y no 177

Lo que estamos haciendo es aprovechar que ya sabemos cuanto es 2^2 y en vez de calcular 2^4 haciendo $2 \cdot 2\,2\,2$, lo calculamos aprovechándonos que ya sabemos que $2^4 = 2^{2+2} = 2^2 \cdot 2^2$

ya lo calculamos

↳ vamos a tener que manipular con cuidado los casos donde $b \equiv 1\ (2)$

$PL(a,b)$

if $b=2$ then

return $a \cdot a$ $\Theta(1) \Rightarrow$ si a está acotada

else

if $i \equiv 0 (2)$ then

$res \leftarrow (PL(a, b/2))^2$

else

$res \leftarrow a \cdot (PL(a,(b-1)/2)^2 \to \Theta(1)$ si a está acotada

return res

$$(2^5)^2$$

$$(2 \cdot (2^2)^2)^2$$

Hacemos el combine con el divide → cuesta $\Theta(1)$ suponiendo a,b acotados

Recurrencia $T(b) = T(b/2) + \Theta(1)$

$\Theta(1) = d \to$ ¿$d \in \Theta(b^{\log_2 1})$?

¿$d \in \Theta(1)$? Sí

$\Rightarrow$ por caso 2 TM: $T(b) = \Theta(b^0 \log b) = \Theta(\log b)$