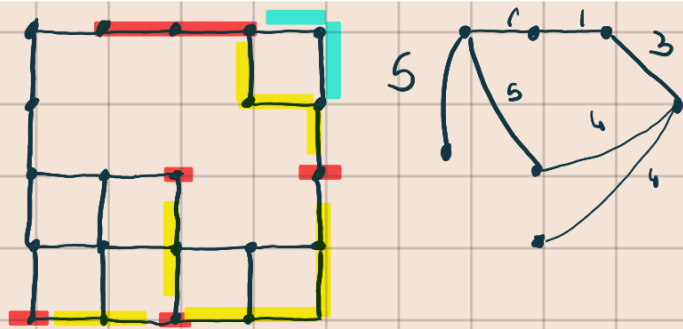


15. Se tiene una matriz cuadrada M de $n \times n$ con valores en $\{0, 1, 2\}$. Se quiere determinar una forma de conectar todas las posiciones de M con valor 1 a través de caminos que se muevan en sentido horizontal o vertical y no pasen por posiciones de M con valor 2. El objetivo es minimizar la longitud de todos los caminos en conjunto. Proponer un algoritmo con complejidad temporal $O(kn^2)$ para resolver este problema, donde k es la cantidad de posiciones de M con valor 1. Por ejemplo, en la siguiente matriz la longitud de los caminos en conjunto es 13.

0	1	1	1	0
0	2	2	0	0
0	0	1	2	1
0	0	0	0	0
1	0	1	0	0



Matriz de $n \times n$ con valores $\{0, 1, 2\}$

- queremos conectar todas las posiciones con valor 1 a través de caminos horizontales y verticales que no pasen por posiciones con valor 2
- queremos minimizar la longitud de todos los caminos en conjunto

1^{er} Modelamos el problema con un grafo G

Vértices: posiciones de M con 0s y 1s

Aristas: $\{vw \mid v \text{ es adyacente vertical u horizontalmente a } w \text{ en } M\}$

y un grafo H pesado

Vértices: aquellas posiciones de M con valor 1

Aristas: los distintos caminos que unen esas posiciones / no pasan por posiciones con valor 2 y se unen en horizontal y vertical por M

función $c: E(G) \rightarrow \mathbb{N}$

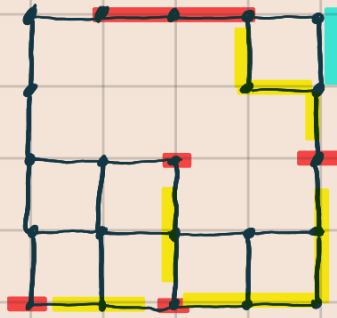
$vw \rightarrow$ longitud del camino que une v y w

Como para llegar de una posición a otra hay varios caminos posibles
→ H ordenado
→ Prim o Kruskal en $O(k^2) = O(n^2)$

Algoritmo

1. Armo el grafo G dada $M \rightarrow O(n^2)$
2. A partir de G armo H . Separo todas las posiciones con valor $\leq O(n^2)$ ya que recorro todos los vértices de G . Para cada vértice busco todos los caminos que existen entre posiciones con valor \leq y guardo su longitud.
3. Hago Kruskal en H .
4. Sumo coste de los aristas del AGM H

NO se explicita que hay que poner o considerar costos \rightarrow no hace falta AGM



Como estamos hablando de caminos en conjunto podemos pensar en un recorrido que visite a todos

- \rightarrow el recorrido mínimo en longitud va a ser la suma de los caminos mínimos
- \rightarrow puedo usar un BFS

Algoritmo

1. Paso de matriz a grafo donde voy a ignorar las posiciones con valor 2 $\rightarrow O(n^2 + m) \rightarrow$ lista de adyacencias \rightarrow No matriz $\rightarrow O(n^4)$
2. Hago BFS tomando como vértices iniciales a las pos con 1
 - \rightarrow 1 BFS por cada pos con valor 1 $\rightarrow O(k(n^2 + m))$ \rightarrow un cont vector $n \times n^2$
 - \rightarrow BFS me devuelve las distancias mínimas que hay entre un v inicial y un w / $w \neq v$ y $w \in V(G)$
3. Para \forall vértice con valor 1 busco en mis $k-1$ BFS cuál es el vértice a menor distancia y guardo eso y lo sumo.
lo tiene como raíz No vamos a usar el que

Pseudo-dms :