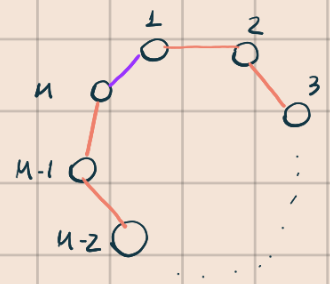
11. Nuevamente tenemos a n clientes de un supermercado $\{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$ y queremos asignarle a cada uno una caja para hacer fila. Esta vez, las cajas están ordenadas en forma circular, numeradas de la 1 a la M y se encuentran separadas por pasillos. Entre la caja M y la 1 hay una valla que impide pasar de una a la otra. Durante el proceso de asignación algunos clientes se pelean entre sí y son separados por seguridad. Si dos clientes c_i y c_j se pelean, los guardias les dicen que tienen que ponerse en filas distintas que se encuentren separadas por al menos $K_{ij} > 0$ pasillos intermedios en ambos sentidos del círculo, para que no se vuelvan a pelear. Notar que cuando seguridad separa una pelea naturalmente hay un cliente que queda en un número de caja más bajo y el otro en un número de caja más alto. Con la restricción de no volver a acercarse y la valla entre las cajas M y 1 ese orden ya no puede cambiar. ¿Será posible asignarlos a todos?

   a. Modelar el problema utilizando un sistema de restricciones de diferencias. Para el modelo, notar que sabemos qué clientes se pelearon. Más aún, si c_i y c_j se pelearon, sabemos quién entre c_i y c_j quedó del lado de las cajas con menor numeración. En este escenario no hay restricciones por amistad.

   b. Proponer un algoritmo polinomial que lo resuelva.

   c. ¿Qué complejidad tiene el algoritmo propuesto? Para la respuesta, tener en cuenta la cantidad m_1 de peleas.

El cambio respecto a lo anterior radica en las posibles soluciones



Si tenemos un cliente en 1 y se pelea con otro / $K_{ij} = 2$ → 3 es solución

pero $M-2$ también

→ si 2 clientes se pelean ya no alcanza con $c_i - c_j \leq -K_{ij}$ hay que contemplar que pueda quedar del otro lado

Ecuación OG: $1 - X = -2$ $\quad -3$ es sol

Nueva ecuación: $\underbrace{?}\; = +2$

$M+1-X=2$

empezando de $(M-1)+1-X=2$

contamos como 1er pasillo el $M-1$ $\quad (M-1)+3-X=3$

$M+2-X=3$

$M-X=1$

$M-(M-1)=1$

→ Voy a tener las siguientes ecuaciones $c_i - c_j \leq -K_{ij}$

$$(M-1) + c_i - c_j \geq K_{ij}$$

$$-M + 1 - c_i + c_j \leq -K_{ij}$$

Armamos el SRD

Suponiendo que c_i es el que quedó en el número de caja + bajo y c_j en el alto

$$\begin{cases} c_i - z \leq M \\ z - c_i \leq -1 \\ c_i - c_j \leq -K_{ij} \\ -c_i + c_j \leq M - K_{ij} \end{cases}$$

Vértices $\{c_i / 1 \leq i \leq n\} \cup \{c_0\}$

Aristas {restricciones de posición} ∪ {pelas} ∪ {aristas desde c_0}

→ Bellman-Ford resuelve en $O(n^2 + nm)$