4. Sea G un digrafo con pesos positivos que tiene dos vértices especiales s y t. Para una arista $e \notin E(G)$ con peso positivo, definimos $G+e$ como el digrafo que se obtiene de agregar e a G. Decimos que e mejora el camino de s a t cuando $d_G(s,t) > d_{G+e}(s,t)$. Diseñar un algoritmo eficiente que, dado un grafo G y un conjunto de aristas $E \notin E(G)$ con pesos positivos, determine cuáles aristas de E mejoran el camino de s a t en G. **Demostrar** que el algoritmo es correcto.

La idea va a ser tener precalculado $d_G(s,t)$ y fijarme qui para cuando agrego vw si $d_G(s,v) + c(vw) + \underbrace{d_G(w,t)}$ $< d_G(s,t)$

para tener estos valores hago Dijkstra desde t para G^t

Algoritmo

1. Hago Dijkstra desde s en G y desde t en G^t
2. Para c/ $xy \in E$ me fijo si $\underbrace{d_G(s,x)}_{\text{ya los tenemos}} + c(xy) + \underbrace{d_{G^t}(t,y)}_{\text{ya los tenemos}} < d_G(s,t)$ x Dijkstra
3. Si es el caso la marco como crítica, sino NO

Dem

QVQ el conjunto de aristas que devuelve el algoritmo es el conjunto de aristas que resuelve el problema

Como Dijkstra es correcto, en el paso 1 tengo la distancia de s y de t a todos los vértices ∴ se $\delta(s,t)$.

A mi conjunto se agrega la arista sii $\delta(s,x) + c(xy) + \delta(y,t) < \delta(s,t)$

pero eso x def es una arista que mejora el camino de s a t ya que

que $\delta_G(s,t) > \delta_{G+xy}(s,t) \longrightarrow$ en algún momento del camino de s a t

elegí xy x sobre otra dado que su peso era menor.

Como hago esto $\forall xy \in E$ puedo afirmar que el algoritmo es correcto