Equilibrio Digrafo

1. ⋆Demostrar, usando inducción en la cantidad de aristas, que todo digrafo D satisface

$$\sum_{v \in V(D)} d_{in}(v) = \sum_{v \in V(D)} d_{out}(v) = |E(D)|.$$

QVQ $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = \sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = \#E(D)$ $\forall D$: digrafo.

Usemos inducción gvq $p(i)$: $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = \sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = \#E(D) = i$

Caso base $i=0$: $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = 0 = \sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = i = \#E(D)$ ✓

NO hay aristas
tengo vértice(s) aislado(s)

Sup que vale para n, veamos para $n+1$

$p(n+1)$: $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = \sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = n+1$

Sea D un digrafo de $n+1$ aristas. Si yo remuevo una arista por HI $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = \sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = n$. Ahora si yo la vuelvo a agregar →

$\exists v', w' \in V(D) / v' \to w'$ ∴ tengo que sumar 1 a $d^{out}(v')$ y a $d^{in}(w')$

→ Como tuve que sumar 1 al grado de ese vértice $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = n+1$ y $\sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = n+1$

→ $\sum_{v \in V(D)} d^{in}(v) = \sum_{v \in V(D)} d^{out}(v) = n+1$ ✓