CortesEconómicos

8. Debemos cortar una vara de madera en varios lugares predeterminados. Sabemos que el costo de realizar un corte en una madera de longitud ℓ es ℓ (y luego de realizar ese corte quedarán 2 varas de longitudes que sumarán ℓ). Por ejemplo, si tenemos una vara de longitud 10 metros que debe ser cortada a los 2, 4 y 7 metros desde un extremo, entonces los cortes se pueden realizar, entre otras maneras, de las siguientes formas:

    - Primero cortar en la posición 2, después en la 4 y después en la 7. Esta resulta en un costo de $10 + 8 + 6 = 24$ porque el primer corte se hizo en una vara de longitud 10 metros, el segundo en una de 8 metros y el último en una de 6 metros.
  - Cortar primero donde dice 4, después donde dice 2, y finalmente donde dice 7, con un costo de $10 + 4 + 6 = 20$, que es menor.

Queremos encontrar el mínimo costo posible de cortar una vara de longitud ℓ.

a) Convencerse de que el mínimo costo de cortar una vara que abarca desde i hasta j con el conjunto C de lugares de corte es $j - i$ mas el mínimo, para todo lugar de corte c entre i y j, de la suma entre el mínimo costo desde i hasta c y el mínimo costo desde c hasta j.

Supongamos $i=0$ $j=10$ y $C=\{2,4,7\}$

Si hago 1ro 2, luego 4 y luego 7.

*Pago el 1er corte: 10

*Pago el 2do corte → tengo una tabla que va del 1 al 2 y otra del 2 al 10 → pago 8

*Pago el 3er corte → tengo una tabla del 1 al 2, otra del 2 al 4 y otra del 4 al 10 → pago 6

$$minCosto(i,j) = j-i + \min_{\forall c \in C} \{minCosto(i,c) + minCosto(c,j)\}$$

$$minCosto(0,10) = 10 + \min_{\forall c \in C} (minCosto(i,c) + minCosto(c,j))\}$$

Repitamos el ejemplo

$$minCosto(0,2) = 2 + \min_{4,7} \{\underbrace{minCosto(0,c) + minCosto(c,2)}_{=0}\} =$$

× NO la debería contar NO hay lugares entre 0 y 2

$$minCosto(2,10) = 8 + \min_{4,7} \{minCosto(2,c) + minCosto(c,10)\}$$

×

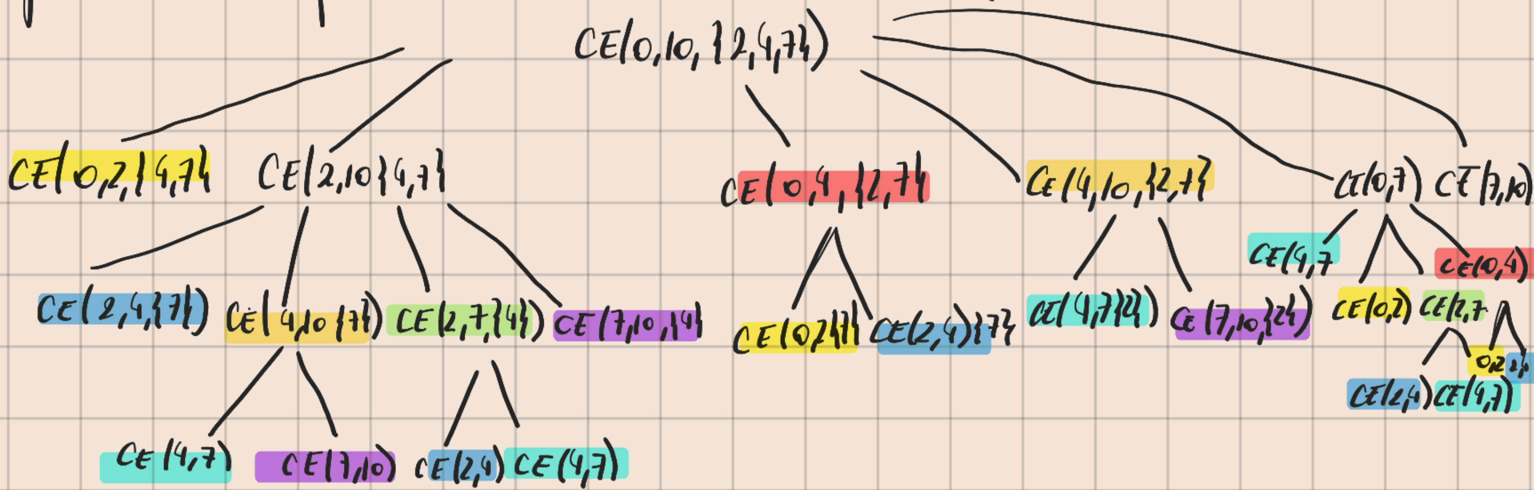
$$minCosto(2,4) = 2 + 0$$

$$minCosto(4,10) = 6 + minCosto\{minCosto(4,7) + minCosto(7,10)\}$$

b) Escribir matemáticamente una formulación recursiva basada en a). Explicar su semántica e indicar cuáles serían los parámetros para resolver el problema.

$$CE(i,j,\mathcal{E}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \nexists\, c \in \mathcal{E} \;/\; i<c<j \;\vee\; \mathcal{E}=\emptyset \\ j-i + \min\limits_{\forall c \in \mathcal{E}} \{ minCorte(i,c,\mathcal{E}\setminus c) + minCorte(c,j,\mathcal{E}\setminus c) \} \end{cases}$$

para resolver el problema se debería llamar con $CE(0,\ell,\mathcal{E})$



Estamos calculando varias veces lo mismo

Sin PD

```
CE(i, j, {c1,...,cn})        (ℰ)
   if ℰ = 0 v !ExisteEldeℰ(i, j, ℰ)
       return 0
   else
       CorteEcon = +∞
       for h in ℰ
           mejorVal = (j-i) + min{minCorte(i, h, delete(h, ℰ)) + minCorte(h, j, delete(h, ℰ))}
           if mejorVal < corteEcon
               CorteEcon = mejorVal

       return CorteEcon
```

c) Diseñar un algoritmo de PD y dar su complejidad temporal y espacial auxiliar. Comparar cómo resultaría un enfoque *top-down* con uno *bottom-up*.

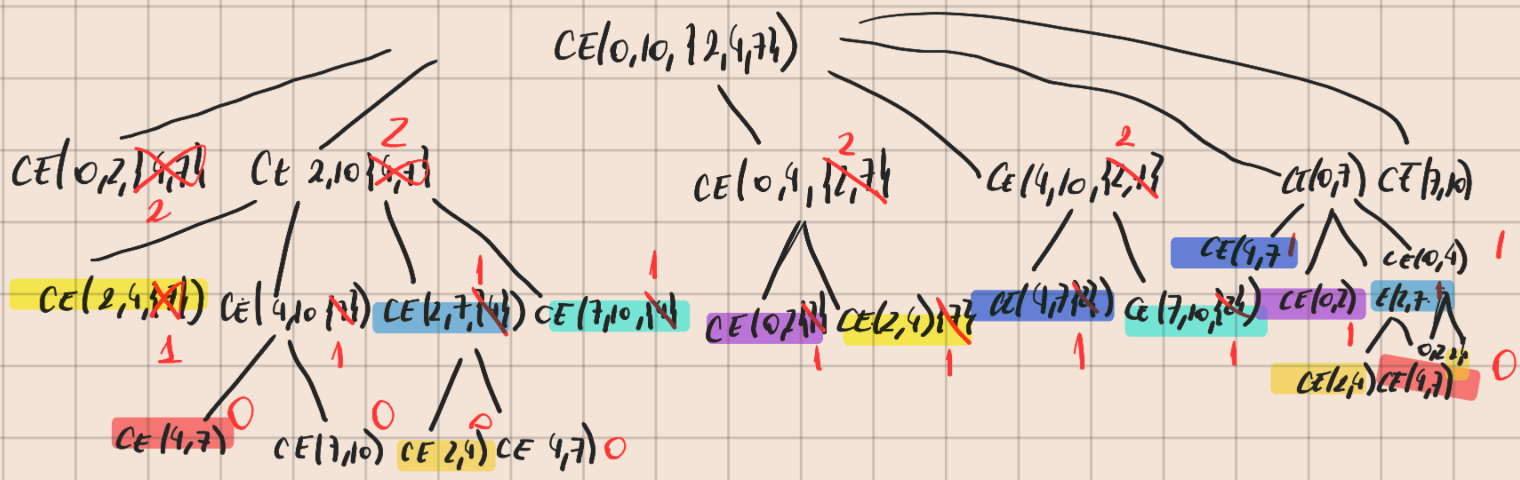
① ③ Ya tenemos una f recursiva que resuelve el problema

② ¿Hay sup de subproblemas? Sí

llamados recursivos: $\Omega(2^n)$ como mínimo tenemos 2 nodos que tienen al menos 2 hijos con hijos

subproblemas Distintos = ?

Hagamos la f recursiva con el cardinal de C, No hay orden pero siempre puedo contar sus elementos



Queda + claro que me estoy pisando de 26 instancias 14 son el mismo problema