

16. Un grafo G es un *cactus* cuando cada una de sus aristas pertenece a un único ciclo.

- a) Sea T un árbol DFS de un grafo G y sea $T(v, w)$ el único camino entre v y w en T para todo $v, w \in V(G)$. Demostrar que G es un cactus si y solo si para toda arista $vw \in E(G) \setminus E(T)$ ocurre que $T(v, w) + vw$ es el único ciclo que contiene a las aristas en $T(v, w)$.
- b) Demostrar que los grafos cactus tienen $O(n)$ aristas.
- c) Diseñar un algoritmo de tiempo $O(n)$ para determinar si un grafo es un cactus. En caso afirmativo, el algoritmo debe retornar todos los ciclos del grafo. En caso negativo, el algoritmo debe retornar dos ciclos que compartan una arista.
- d) Diseñar un algoritmo de tiempo $O(n)$ para encontrar un árbol generador mínimo de un grafo cactus. **Justificar** que el algoritmo es correcto utilizando resultados conocidos.
- e) Proponer una fórmula para contar la cantidad de árboles generadores mínimos de un grafo cactus que pueda ser computada en $O(n)$ operaciones de suma y multiplicación. **Demostrar** que la fórmula es correcta.