9. Sea S una cadena con n paréntesis que abren y n paréntesis que cierran. Dada una longitud ℓ impar, decimos que $s\colon \{1,\dots,n\} \to \mathbb{N}$ es un *ℓ-posicionamiento uniforme* de S si $s(i)$ es par y al escribir el i-ésimo paréntesis que abre en $s(i)$ y el i-ésimo paréntesis que cierra en $s(i)+\ell$, $1 \le i \le n$, se obtiene una escritura válida de S. Por ejemplo, si $S = (\,(\,(\,)\,(\,(\,)\,(\,)\,)\,)\,(\,)\,)$ y $\ell = 15$, entonces $s(1) = 0$, $s(2) = 6$, $s(3) = 10$, $s(4) = 16$, $s(5) = 20$, $s(6) = 22$ y $s(7) = 36$ es un 15-posicionamiento uniforme de S. Definir un SRD que permita resolver el problema de determinar si una cadena dada S tiene un ℓ-posicionamiento uniforme cuando $\ell > 0$ impar también es dado. El mejor SRD que conocemos tiene $O(n)$ inecuaciones y, por lo tanto, permite resolver el problema en $O(n^2)$ de aplicando el algoritmo del ejercicio anterior.

$S = (\,(\,(\,)\,(\,(\,)\,(\,)\,)\,)\,(\,)\,)$ → 7 paréntesis que abren y 7 que cierran

s: l-posicionamiento uniforme $(\,(\,(\,)\,(\,(\,)\,(\,)\,)\,)\,(\,)\,)$

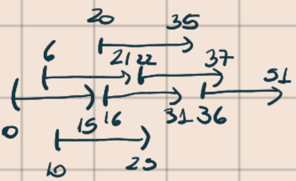
0 6 10 15 16 20 21 22 25 31 35 36 37 51

Vemos que es un l-posicionamiento uniforme $\forall i$ $s(i)$ es par y cuando $s(i)$ tiene un paréntesis que abre $s(i)+l$ uno que cierra

↪ no existiría para $l=15$ si en la pos que denominamos como 15 hubiera un "("

→ deberíamos buscar otro l

Podemos pensarlos como el interval scheduling



Dados 2 intervalos hay 2 posibles situaciones

→ $s_j \geq s_i + 1$ $\qquad$ $s_j \geq t_i + 1$

$s_j \leq t_i - l$ pasemos t_i a su equivalente con s_i para tener n incógnitas

Si para $\forall i$ armamos este sistema → $O(n^2)$ ecuaciones donde $n = \#$ incógnitas

Nos gustaría $O(n)$ incógnitas → $\forall i$ apagar k veces con $k \ll n$

A priori si $s(j) - s(i) > l$ con $i<j$ → $\forall h \geq j$ no hace falta ver el caso de solapamiento

Si tengo el caso  podríamos comparar rojo con violeta y NO necesariamente con azul ya que violeta cumple con azul

→ el sistema que armamos entre esa

$$\begin{cases} s_j \geq s_i + l + 1 & \text{si } t_i < s_j \\ s_j \geq s_i + 1 & \\ s_j \leq s_i + l - 1 & \end{cases} \quad \Big\} \text{ si } s_j < t_i$$

$$\begin{cases} s_i - s_j \leq -l - 1 & \text{si } t_i < s_j \\ s_i - s_j \leq -1 & \\ s_i - s_j \geq -l + 1 & \end{cases} \quad \Big\} \text{ si } s_j < t_i \qquad \begin{cases} s_i - s_j \leq -l - 1 & \text{si } t_i < s_j \\ s_i - s_j \geq -l + 1 & \text{si } t_i > s_j \end{cases}$$

trivial ya que $i \neq j$ y $i < j$ y ambos $\in \mathbb{N}$

→ reduzco a estos 2 casos $\begin{cases} s_{i+1} > l + s_i \\ s_{i+1} < s_i + l \end{cases}$