

Invariantes de los algoritmos

19. Solo para este ejercicio, la clase de los grafos *densos* está formada por todos los grafos con $\Omega(n^2)$ aristas, mientras que la clase de los grafos *rales* está formada por todos los grafos con $O(n)$ aristas. Justificar qué algoritmo de camino mínimo conviene usar para cada uno de los siguientes problemas, explicitando su implementación:

- Encontrar un camino mínimo de uno a todos en un grafo ralo (resp. denso) cuyos pesos son todos iguales y no negativos.
- Encontrar un camino mínimo de todos a todos en un grafo ralo (resp. denso) cuyos pesos son todos iguales y no negativos.
- Encontrar un camino mínimo de uno a todos en un grafo ralo (resp. denso) cuyos pesos son no negativos.
- Encontrar un camino mínimo de todos a todos en un grafo ralo (resp. denso) cuyos pesos son no negativos.
- Determinar si un grafo ralo (resp. denso) tiene ciclos de peso negativo; no suponer que el grafo es conexo.
- Encontrar un recorrido mínimo de uno a todos en un grafo ralo (resp. denso).
- Encontrar un recorrido mínimo de todos a todos en un grafo ralo (resp. denso).

Dijkstra $\rightarrow O(n^2), O(m \log n), O(m + n \log n)$
 $\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$
 Vector Cole de prioridad fibonacci heap

BFS $\rightarrow O(n+m)$

BF $\rightarrow O(nm)$

FW $\rightarrow O(n^3)$

Dantzig $\rightarrow O(n^3)$

Johnson $\rightarrow O(nm + n^2 \log n)$

ⓐ	Problema	Grafo	Pesos	Signo peso	Algoritmo	Complejidad
	SSSP	Ralo	=	≥ 0	BFS	$O(n)$
		Denso	=	≥ 0	BFS/	$O(n^2)$
					Dijkstra	$O(n^2) \xrightarrow{\text{fib heap}} \xrightarrow{\text{vector}}$
	APSP	Ralo	=	≥ 0	BFS	$O(n^2)$
		Denso	=	≥ 0	FW/Dantzig/BFS	$O(n^3)$
					Dijkstra/Johnson	$O(n^3) \rightarrow \text{fib heap}$

SSSP	Ralo	\neq	≥ 0	Dijkstra	$O(n \log n)$ \rightarrow fibo heap cola priorities
	Denso	\neq	≥ 0	Dijkstra	$O(n^2)$ \rightarrow fibo vector

APSP	Ralo	\neq	≥ 0	Dijkstra	$O(n^2 \log n)$ \rightarrow fibo cola
	Denso	\neq	≥ 0	FW/Dantzig Dijkstra/Johnson	$O(n^3)$ $O(n^3) \rightarrow$ Fibo heap

Detectar ciclos	Ralo	\neq	\mathbb{Z}	BF	$O(n^2)$
	Denso	\neq	\mathbb{Z}	BF/FW	$O(n^3)$

\downarrow
 NO considero
 Johnson xq
 usa BF para
 detectar
 ciclos

SSSP	Ralo	\neq	\mathbb{Z}	BF	$O(n^2)$
	Denso	\neq	\mathbb{Z}	BF	$O(n^3)$

APSP	Ralo	\neq	\mathbb{Z}	Johnson	$O(n^2 \log n)$
	Denso	\neq	\mathbb{Z}	FW/Johnson/Dantzig	$O(n^3)$

