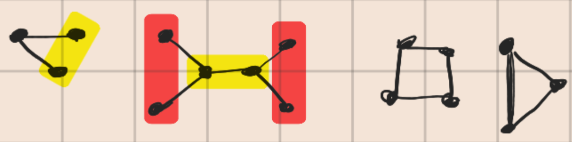
Doble Grado

2. ⋆Demostrar, usando la técnica de reducción al absurdo, que todo grafo no trivial tiene al menos dos vértices del mismo grado. **Ayuda:** prestar atención a la secuencia ordenada de los grados de los vértices.



QVQ Sea G no trivial $\longrightarrow \exists\, v, w \in V(G) / d(v) = d(w)$

Sea $G / \#V(G) = n$ y $\#E(G) = m$. Sup que $\nexists\, v, w \in V(G) / d(v) = d(w)$

$\longrightarrow \forall\, v, w \in V(G)\ d(v) \neq d(w)$.

$\longrightarrow$ Si todos los grados son distintos y tengo n vértices

$\longrightarrow \exists$ un $v^i \in V(G) / d(v^i) = i$ con $i \in [0, n-1]$ y tq

$\nexists\, w^i \in V(G) / d(w^i) = d(v^i)$

$\longrightarrow$ para c/ vértice voy a tener un único grado

Sup sin pérdida de generalidad que $V(G) = \{v_0, \dots, v_{n-1}\}$

$/ d(v_i) = i$

$\longrightarrow 0 = d(v_0) < d(v_1) < \dots < d(v_{n-1}) = n-1$

$\longrightarrow$ v_0 es un vértice aislado y v_{n-1} un vértice universal

$\longrightarrow$ ¡ABS! no puedo tener ambos en simultáneo.