

14. Sea $q: V(G) \rightarrow \mathbb{Z}$ una función inyectiva para un grafo G . Demostrar que G tiene un único árbol generador mínimo si y solo si el algoritmo de Kruskal con prioridad q retorna el mismo árbol que el algoritmo de Kruskal con prioridad $-q$.

→) Si G tiene un único AGM QVQ el algo de Kruskal con prioridad q retorna el mismo árbol que el algo de Kruskal con prioridad $-q$

lo que queremos demostrar es que si hay un único conjunto de aristas que forma un AGM \rightarrow no importa la prioridad en Kruskal

Sup que Kruskal con prio q no retorna el mismo árbol que Kruskal con prio $-q$

\rightarrow Como Kruskal con prioridad es correcto \rightarrow si no retornan lo mismo

$\rightarrow \exists T \text{ y } T' \text{ AGMs de } G / E(T) \neq E(T')$

$\rightarrow G$ NO tiene un único AGM \rightarrow ABS!

←) Si Kruskal con prioridad q retorna el mismo árbol que Kruskal con prioridad $-q$ QVQ G tiene un único AGM

Si con q y $-q$ retornan lo mismo \rightarrow Como Kruskal ordena las aristas según costo creciente y decrece ese orden agregando las candidatas que no den que se agregan siempre las mismas aristas en el algoritmo. Luego, si tengo más de una arista con el mismo peso ambos algoritmos terminan agregando las mismas sin importar que quizás haya otras del mismo peso y menor prioridad.

Entonces, existe un único conjunto de aristas que atende a AGM si terminan agregando lo mismo aún para aristas del mismo peso.

Si el conjunto de es único \rightarrow ninguna prioridad va a importar

\rightarrow ¿¿¿entamos Kruskal \rightarrow diferentes implementaciones con diferente q van a devolver lo mismo \rightarrow el AGM de G es único