

12. Una red con costos es una red en la que cada arista e tiene una capacidad $c(e)$ y un costo $q(e) \geq 0$. Dada una red con costos N , el problema de flujo máximo con costo mínimo consiste en encontrar el flujo máximo f que minimice $\sum_{e \in E(N)} f(e) * q(e)$. Demostrar que el algoritmo de Ford y Fulkerson, en el que el camino de aumento elegido tiene costo mínimo, encuentra un flujo máximo de costo mínimo. Determinar qué algoritmo se utilizar para elegir el camino de aumento y calcular la complejidad del algoritmo resultante (tener en cuenta que el algoritmo requiere a lo sumo $O(nU)$ iteraciones, donde $U = \max_{e \in E(N)} c(e)$).

Para elegir el camino de aumento podemos usar Dijkstra o BF donde \rightarrow
 Si usamos Dijkstra sobre fibonacci heaps tenemos la mejor complejidad.

Podemos usar Dijkstra porque $q(e) \geq 0$

vector prio queue fibo
 Complejidad: Dijkstra $O(n^2), O(m \log n), O(m + n \log n)$
 BF $O(nm)$

Complejidad F&F tuneado:

Dijkstra $O(n^3 U), O(nm \log n U), O(nmU + n^2 \log n U)$
 BF $O(n^2 m U)$