8. Dado un ordenamiento $v_1, \ldots, v_n$ de los vértices de un digrafo D, se define la *secuencia digráfica* de D como $(d^-(v_1), d^+(v_1)), \ldots, (d^-(v_n), d^+(v_n))$. Dada una secuencia de pares d, el problema de realización de d consiste en encontrar un digrafo D cuya secuencia digráfica sea d.

   a) Modelar el problema de realización como un problema de flujo.

   b) Dar una interpretación a cada unidad de flujo y cada restricción de capacidad.

   c) Demostrar que el modelo es correcto.

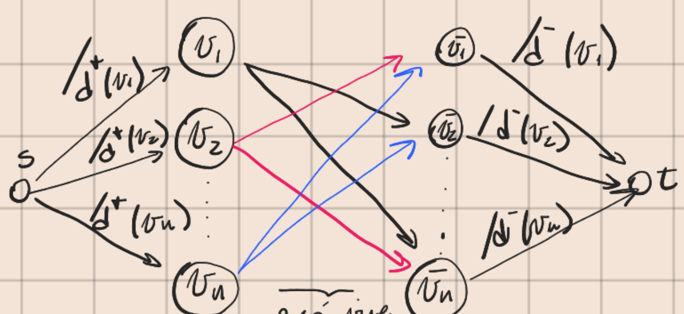
   d) Determinar la complejidad de resolver el modelo resultante con el algoritmo de Edmonds y Karp. La cota debe estar expresada en función de n y debe ser lo suficientemente ajustada.

$d^-(v_i)$ = grado del vecindario de entrada

$d^+(v_i)$ = grado del vecindario de salida

1 → de un nodo a otro puedo tener 1 sola arista

(a)



acá vive la solución

¿Cuántas aristas pueden salir de c/nodo? La misma # que la del $d^+(v_i)$

¿Cuántas aristas pueden entrar a c/nodo? La misma # que la de su $d^-(v_i)$

es la versión duplicada del 1ero

Defino la red N / $V(N) = \{v_1, \ldots, v_n\} \cup \{\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_n\} \cup \{s, t\}$

$E(N) = \{s \to v_i\} \cup \{\bar{v}_i \to t\} \cup \{v_i \to \bar{v}_j \,/\, 1 \leq i \leq n,\ 1 \leq j \leq n\}$

$$c(e) = \begin{cases} d^+(v_i) & \text{si } e = s \to v_i \\ 1 & \text{si } e = v_i \to \bar{v}_j \\ d^-(\bar{v}_j) & \text{si } e = \bar{v}_j \to t \end{cases}$$

Interpretemos las restricciones de capacidad y las unidades de flujo

* $/d^+(v_i)$: este vértice NO puede tener una cant de aristas que salgan de él mayor a su grado del vecindario de salida en el digrafo que se nos pide buscar

* $/d^-(v_i)$: este vértice NO puede tener una cant de aristas que entren a él mayor a su grado del vecindario de entrada en el digrafo que se nos pide buscar

* $/1$: si de un vértice v_i tengo una arista a v_j entonces es la única que puedo tener

Las unidades de flujo indican cuántas aristas salen y entran a un vértice y cuáles en el caso de las aristas con capacidad 1.

© QVQ $\exists$ solución $\longleftrightarrow$ $\exists$ flujo factible

$\rightarrow$) $\exists$ solución $\rightarrow$ $\exists$ digrafo $D / \forall v_i \in V(D)\ (d^-(v_i), d^+(v_i)) \in$ sec digráfica
$\rightarrow$ tenemos $N^-(v_i)$ y el $N^+(v_i) \rightarrow \exists$ un flujo factible sobre el grafo dada la interpretación que le damos a este.

$\leftarrow$) Supongamos que $\nexists$ flujo factible $\rightarrow$ ningún flujo respeta las capacidades o la ley de conservación (o ambas)

Si NO se respetan las capacidades $\rightarrow$ necesitaríamos grados de vecindario de entrada o salida mayores $\rightarrow$ $\nexists$ solución para esa sec digráfica

Si NO se respeta la conservación de flujo
* Entra más de lo que sale de un nodo $\Rightarrow$ el grado del vecindario de salida es mayor a las posibles conexiones que podemos hacer $\rightarrow \nexists D$
$\Rightarrow$ el grado de entrada es menor que las aristas que efectivamente entran

* Sale más de lo que entra $\Rightarrow$ necesito un grado del vecindario de salida mayor del que tengo $\rightarrow \nexists D$

$\Rightarrow$ necesito que entren más a c/nodo o un grado de entrada menor

$\Rightarrow$ dada una configuración $\nexists D$

(d)

$n = n + n + 2 = O(n)$

$m = n^2 + n + n = O(n^2)$

$F = n \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} d^-(v_i)}_{\substack{\| \\ \#\text{ aristas digrafo} \\ D}} = $ si asumimos que el grafo es completo $D = O(n^2) \rightarrow F = O(n^3)$

$O(\min\{ n^5, \underset{\substack{\| \\ n^3}}{n^2 \cdot D} \}) = O(n^5)$