

Propiedades de los flujos en redes

1. Para cada una de las siguientes sentencias sobre el problema de flujo máximo en una red N : demostrar que es verdadera o dar un contraejemplo.

- a) Si la capacidad de cada arista de N es par, entonces el valor del flujo máximo es par.
- b) Si la capacidad de cada arista de N es par, entonces existe un flujo máximo en el cual el flujo sobre cada arista de N es par.
- c) Si la capacidad de cada arista de N es impar, entonces el valor del flujo máximo es impar.
- d) Si la capacidad de cada arista de N es impar, entonces existe un flujo máximo en el cual el flujo sobre cada arista de N es impar.
- e) Si todas las aristas de N tienen capacidades racionales, entonces el flujo máximo es racional.

② QVQ capacidad de cada arista es par \rightarrow valor de flujo máximo par

Sea F el valor del flujo máximo $\rightarrow F = c(S) / S$ es corte de N y
 $c(S) = \min \{ c(S) \mid S \text{ es corte} \}$

Entonces $F = \sum_{e \in S^c} c(e) \rightarrow$ estoy sumando números pares $\rightarrow F$ es par!

⑥ QVQ si la capacidad de cada arista de N es par $\rightarrow \exists$ flujo máximo en el cual el flujo sobre cada arista de N es par, ES VERDADERA!

Después de prueba y error... no queda más que usar inducción \square

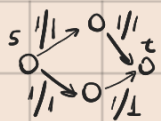
Vamos a hacer inducción en las iteraciones de EK

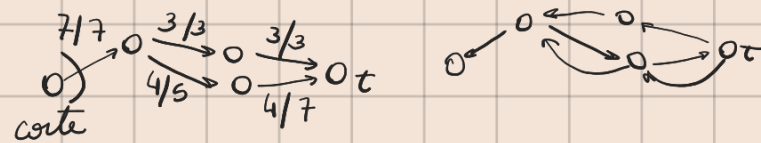
Caso base: avanzo con un flujo 0 $\forall e \in E(N)$

PI: si \exists camino de aumento $P \rightarrow \Delta(P)$ va a ser par porque mis capacidades son pares y la menor va a ser 2.

Hago los ajustes en el flujo: voy a sumar y/o restar un número par siempre para cada arista.

\Rightarrow al finalizar las iteraciones cada arista va a tener un flujo par

d) Falso  \rightarrow valor de flujo máximo es 2.

e) Falso 

Así vemos que ~~A~~ un valor de flujo máximo / el valor de flujo en cada arista sea impar

Si hacemos E&K siempre va a haber una par

e) Verdadero

QVQ si todas las aristas de N tienen capacidades racionales \rightarrow flujo máximo es racional

Sea F el valor del flujo máximo y S el corte mínimo de N
 $\Rightarrow F = C(S) = \sum_{e \in S^+} c(e) \rightarrow$ como \mathbb{Q} es un cuerpo: suma de racionales es racional