6. En el pueblo de *Asignasonia* las fiestas de casamiento son muy peculiares y extrañamente frecuentes. Las invitaciones a la fiesta nunca son personales sino familiares: cada persona invitada asiste siempre con todes sus familiares solteres, a quienes se les reservan mesas especiales de solteres. Además, hay una regla no escrita que establece un límite c_{ij} a la cantidad de solteres de la familia i que pueden sentarse en la mesa j. Esta forma de festejar es la que, aparentemente, aumenta la cantidad de casamientos futuros. Desafortunadamente, el esfuerzo que implica mantener viva esta tradición está llevando a que varias parejas eviten el compromiso marital. Es por esto que la intendencia de Asignasonia requiere un algoritmo que resuelva el problema de asignación de les solteres a sus mesas.

   a) Proponer un modelo de flujo que dados los conjuntos $F = \{f_1, \ldots, f_{|F|}\}$, $M = \{m_1, \ldots, m_{|M|}\}$ y $C = \{c_{ij} \mid 1 \leq i \leq |F|, 1 \leq j \leq |M|\}$ determine una asignación que respete las tradiciones sabiendo que:

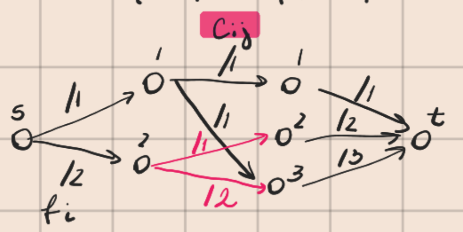
   - la familia i esta formada por f_i personas solteres,
   - la mesa j tiene m_j lugares disponibles para solteres, y
   - en la mesa j solo pueden sentarse c_{ij} solteres de la familia i.

   b) Dar una interpretación a cada unidad de flujo y cada restricción de capacidad.

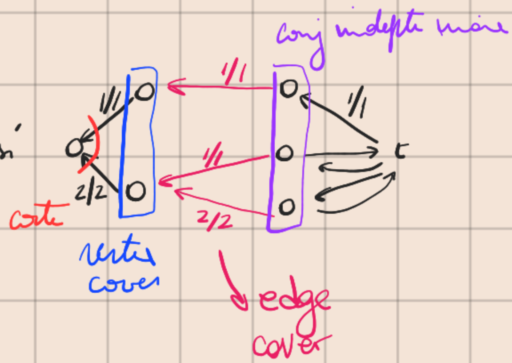
   c) Determinar la complejidad de resolver el modelo resultante con el algoritmo de Edmonds y Karp.

* familia i tiene i solteros
* mesa j tiene mj lugares
* mesa j solo pueden sentarse cij solteros de la familia i

Supongamos $F = \{1, 2\}$ $M = \{1, 2, 3\}$



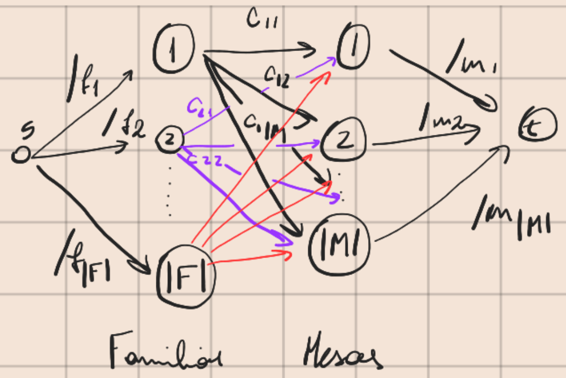
Si hago flujo queda la RR así



Vamos a querer un conjunto de aristas / todo vértice $v \in V$ incidan en al menos una arista

→ Edge cover. Basicamente basta con mirar $M \subseteq E \setminus \{s \to i \mid 1 \leq i \leq |F|\} \cup \{j \to t \mid 1 \leq j \leq |M|\}$

ⓐ Modelo



Red N/ $V(N) = F \cup M \cup \{s, t\}$

$E(N) = \{s \to f_i / f_i \in F\} \cup \{m_i \to t / m_i \in M\} \cup \{f_i \to m_j / 1 \leq i \leq |F|, 1 \leq j \leq |M|\}$

$$c(e) = \begin{cases} f_i & \text{si } e = s \to f_i \\ c_{ij} & \text{si } e = f_i \to m_j \\ m_j & \text{si } e = m_j \to t \end{cases}$$

ⓑ Las restricciones de capacidad podemos interpretarlas así:

- $/f_i$ → cantidad de solteros de la familia i
- $/c_{ij}$ → se van a poder sentar c_{ij} solteros de la familia i en la mesa j
- $/m_j$ → lugares de la mesa j

El flujo que pase x cada arista va a representar la cant de familiares asignados a esa mesa.

$\exists$ solución $\longleftrightarrow$ $\exists$ flujo factible

- $\rightarrow$) Por como lo planteamos vamos a poder asignar siempre a familiares sin excedernos de capacidad. Podemos plantear un flujo basado en esta asignación
- $\leftarrow$) Sup que $\nexists$ flujo factible → o no se conserva el flujo o excede la capacidad

→ Si se excede la capacidad de cada arista hay + gente de la que se puede ubicar → NO hay solución

→ Si se viola la conservación del flujo:

- entra más del que sale → tenemos más gente que la que se puede asignar → ∄ sol

- sale más que el que entra: imposible

(c) $O(\min\{nm^2, mF\})$

$\#n = |F| + |M| + 2 \rightarrow O(|F| + |M|)$

$\#m = |F| + |M| + |F||M| \rightarrow O(|F||M| + |F| + |M|)$

$F = O(|M| \sum_{i=1}^{|M|} m_i)$

$O(\min\{ |F| + |M| (|F| + |M| + |FM|)^2, (|F| + |M| + |FM|) |M| \sum_{i=1}^{|M|} m_i \})$