6. En muchas aplicaciones se necesita encontrar caminos de *peso multiplicativo* mínimo en un digrafo D pesado con una función positiva $c\colon E(G) \to \mathbb{R}_{>1}$. Formalmente, el peso multiplicativo de un camino $v_1, \ldots, v_k$ es la multiplicatoria de los pesos de sus aristas. Este tipo de caminos se buscan, por ejemplo, cuando los pesos de las aristas representan probabilidades[1] de eventos independientes y se quiere encontrar una sucesión de eventos con probabilidad máxima/mínima. Modelar el problema de camino de peso multiplicativo mínimo como un problema de camino mínimo. **Demostrar** que el algoritmo es correcto. **Ayuda:** transformar el peso de cada arista usando una operación conocida que sea creciente y transforme cualquier multiplicatoria en una sumatoria.

Peso multiplicativo : $\prod_{i=1}^{k} v_i$ donde $v_1, \ldots, v_k$ es un camino

Para que sea un problema de camino mínimo necesito sumar pesos NO multiplicar

$\hookrightarrow$ ¡log! $\to \log(ab) = \log(a) + \log(b) \to \log\left(\prod_{i=1}^{k} v_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \log(v_i)$

$\hookrightarrow$ además es creciente $\to ab < cd \to \log(ab) < \log(cd)$

$\log(a) + \log(b) < \log(c) + \log(d)$

$\hookrightarrow \therefore$ si $PM(P) \leq PM(Q)$

$\log(PM(P)) \leq \log(PM(Q))$

Resolución

1. Consideramos el digrafo pesado D' / $V(D') = V(D)$, $E(D') = E(D)$ y $\bar{c}: E(D') \to \mathbb{R}_{>0}$ / $xy \mapsto \log(c(xy))$

2. Dado un vértice inicial hacemos Dijkstra en D'

3. Ahora que tengo el costo de ir de v_1 a todos los otros vértices transformo estos al peso multiplicativo haciendo $e^{\sum_{vw} \log(vw)}$ $\forall$ camino mínimo desde v_1 y lo guardo

Dem

Es correcto modelar el problema de esta manera gracias a la propiedad antes enunciada de los logaritmos pero solamente cuando los costos sean mayores o iguales a 1 porque sino el log se indefine.