1. Eksperimentet

1.1. Målinger

Vi er interesserte i temperaturutviklingen til vannet i rørene under bøtta. Dette blir vår funksjon $u(x = 0, t)$. Vi har målinger som beskriver tidsutviklingen i røret. Regresjonsanalyse ga oss funksjonen

$$u(x = 0, t) = -0.0259t^2 + 1.6926t + 21.7675. \quad (1)$$

Denne funksjonen har topppunkt i $t = 32.6193$ minutter, og vi holder temperaturen konstant herfra. Denne temperaturen vil være 49.3728 grader.

1.2. Isproblemet

Det ble først isproblemer når røret nærmet seg 45 grader. Det er ubehagelig å bade i mer enn 40 grader og vi kan se for oss at kompressoren holder temperaturen konstant 40 grader ved å skru seg av og på. På denne tiden rekker det kalde vanne å varme seg opp tilstrekkelig til at det ikke blir isete.

1.3. Stråling fra bøtte

Bøtte stråler fra tre flater, vi ser bare på den ene retningen.

1.4. Virkningsgrad

Vi ønsker å se på virkningsgraden i steady state

2. Numerisk

2.1. Problem / spørsmål

Diffusiviteten til luft er veldig mye høyere enn vann. Dette er på grunn av massetettheten til luft i forhold til vann. Vi skrive diffusivitet som

$$D = \frac{k}{\rho c_p}. \quad (2)$$

Vi har at $k_l = 0.026$ og at $k_v = 0.6089$. Dette tyder altså på at vann overfører varme bedre enn luft.

Vi har også c_p er mengden varme som kreves for å øke en enhet med masse, en enhet med temperatur. Vi har at $c_{pvann} = 4.1813$ og $c_{pluft} = 1.01$

Det som gjør at diffusiviteten til luft er så mye høyere enn vann er massetettheten. Vann har en 1000 ganger høyere massetetthet som fører til at Diffusiviteten til luft blir 133 ganger høyere.

For det første konvergerer uttrykket når vi velger en D så stor at $1 - 2D\Delta t/\Delta x^2$ leddet blir negativt. Med våre verdier skjer dette allerede med en diffusivitet på 2,2.

Vi har også et problem med at luften "holder igjen" temperaturen i overflaten av vannet. I virkeligheten ville ikke overflaten av vannet blitt så påvirket av lufttemperaturen. En løsning på dette kan være å innføre nye størrelser i grenseskiktet. I vannoverflaten vil varmekapasiteten og massetettheten være til vannet, men konduktiviteten som strømmer ut vil tilhøre luften. På denne måten vil varmen som strømmer ut av vannoverflaten per tidssteg ikke så utrolig stor fordi man dele på lufta sin massetetthet.

2.2. Diffusivitetovergang

Vi ser for oss samme eksperiment, men med varmetilførsel fra bunnen og isolerte vegger. Vi antar et éndimensjonalt system og kan løse varmelikningen numerisk. Numerisk har vi fra varmelikningen at

$$u(x_n, t_{k+1}) = \frac{D\Delta t}{\Delta x^2}[u(x_{n+1}, t_k) + u(x_{n-1}, t_k)] + (1 - \frac{2D\Delta t}{\Delta x^2})u(x_n, k_t). \quad (3)$$

I overgangen fra vann til luft, $u(x_c, t_k)$, må vi bruke forskjellige verdier for D for de forskjellige mediumene. For punktetene x_{c-1}, x_c og x_{c+1} må vi da ta hensyn til dette ved å multiplisere ledd i et medium med tilhørende diffusivitet.

2.3. Stråling

I overgangen fra vann til luft vil det også være tap av varme i form av strålings-energi. Luft regnes som vakuum, men vi kan se for oss at bassenget befinner seg i et rom og at veggene er romtemperatur som et slags reservoar. For å ta hensyn til stråling må vi bygge opp varmelikningen på nytt fra grunnen av. Endringen av indre energi kan skrives som

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dq}{dx} - \nu(u^4 - v^4). \quad (4)$$

Her er q varmestrøm og v lufttemperaturen. Om vi inkluderer dette i utregneingen av varmelikningen kan vi skrive varmelikningen på formen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\nu}{c\rho}(u^4 - v^4), \quad (5)$$

der strålingsleddet kun gjelder for $x = x_c$ som er i vannoverflaten. Dette blir da et ekstra ledd som numerisk bare blir iterert gjennom for denne x-verdien. Dette vil være en konstant negativ kraft som blir større jo større temperaturen blir.

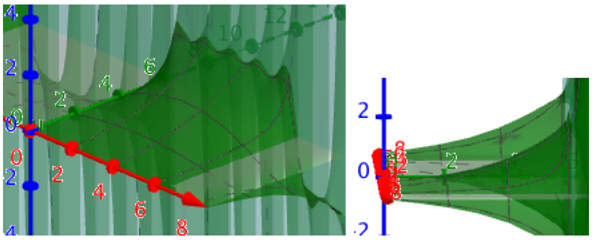
2.4. Initialbettingelser

Vi antar at vannet og rørene ved t = 0 har lufttemperatur. Vi setter nullnivået til temperaturfunksjonen u(x,t) til romtemperatur og får at $u(x, t = 0) = 0$. Etter tiden går vil $g(t) = u(x = 0, t)$ øke og dra med seg resten av funksjonen. Vi regner med at i en høyde H over bassengbunn vil temperaturen være lik lufttemperatur for alle t og vi sier at $u(x = H, t) = 0$.

2.5. *Steady state*

Når $t \to \infty$ Vil vi befinne oss i en steady state funksjon der bølgelikningen ikke lenger endrer seg ved tiden. Alle endimensjonale løsninger av steady state er lineære. Vi vil få en lineær funksjon fra $g(t = \infty)$ til knekkpunktet i høyden av bassenget, h. og vi vil videre ha en lineær funksjon fra x = h til x = H, der stigningstallet til temperaturen i de forskjellige mediene bestemmes av diffusiviteten til mediumet, og hvor mye strålingsenergi som går tapt i knekkpunktet $x = h$. At temperaturen i luften er lineær virker urimelig, og vi må diskutere måter å gjøre modellen bedre.

2.6. *Radiell avtakelse på grunn av tre dimensjoner*



For å se hvordan lufttemperaturen ser ut rett over bassenget ettet $t \to \infty$ kan vi løse Laplace likning for todiemnsjonal varmelikning. Dette krever et par antakelser. Vi må anta at veggene videre oppover bassenget holder lufttemperatur. Med tre vegger lik null og en vegg lik temperaturen til overflaten av vannet, er dette mulig å løse analytisk med fourierrekker. Overgangen fra vann til vegg blir på denne måten kontinuerlig og mer realistisk. Om vi ser denne figuren fra siden ser vi at temperaturen er eksponentielt avtakende med radien. Dette er et mer realistisk bildet på hvordan temperaturen vil se ut etter lang tid.

2.7. *Konveksjon*

Når luften rett over bassenget varmes opp vil det stige. Dette vil føre til at luft fra sidene vil tre inn. Luften på toppen vil kjøles ned og fylle tommrommet på sidene. Vi vil få en syklisk konveksjonstrøm. Dette støtter påstanden over om at temperaturen i veggflatene over er lufttemperatur, siden det hele tiden fylles på med luft i disse områdene som har blitt avkjølt.

Denne konveksjonen kan også føre til en enda større eksponentiell vekst rett ved vannoverflaten (at temperaturen brått synker ned til en lavere temperatur). Luften i overflaten av vannet rekker ikke å varmes skikkelig før det stiger og ny luft tar dets sted.

3. Resultat

Med antakelsene om at temperaturen i luft forsvinner fort på grunn av konveksjon og overgang til flere dimensjoner er det nå mulig å lage en hypotese for hvordan varmemodellen vil se ut over tid i en dimensjon.