

Optimisation d'un réseau de distribution d'eau

Description générale

Introduction

Vous êtes en charge de l'optimisation du fonctionnement d'un réseau de distribution d'eau dans une région montagneuse. Celle-ci comporte un certain nombre de

- ◊ points d'approvisionnement (c'est-à-dire de sources dont on extrait l'eau),
- ◊ points de consommation (d'où l'eau est envoyée vers les clients finaux),
- ◊ points intermédiaires (sans approvisionnement ni consommation),
- ◊ conduites reliant deux points (d'approvisionnement/de consommation/intermédiaires).

Votre projet comportera trois volets :

- I. Analyse d'un réseau existant et de son coût de fonctionnement
- II. Améliorations du réseau par construction de châteaux d'eau
- III. Conception d'un réseau optimal (topologie et dimensionnement des conduites)

Hypothèses

On n'étudiera que le réseau qu'en régime stationnaire : l'extraction aux points d'approvisionnement, la consommation et la circulation de l'eau dans les conduites seront supposées s'effectuer à débits constants. Les coûts et prix mentionnés se rapportent à une année de fonctionnement.

Le débit d'eau extrait aux sources est supposé suffisant pour alimenter toutes les conduites qui y sont reliées

Le débit de l'eau qui s'écoule dans une conduite est donné par l'expression

$$\alpha \theta_c \frac{R_c^2 \Delta h_c}{L_c}$$

où α est une constante de proportionnalité, Δh_c est la différence de hauteur entre les extrémités de la conduite, R_c le rayon de la conduite, L_c sa longueur, et θ_c un paramètre ajustable compris entre 0 et 1 permettant de réguler le débit (implémenté à l'aide d'une valve).

Le réseau existant des conduites est donné par sa matrice d'incidence : celle-ci comporte une ligne par point, une colonne par conduite, et l'élément situé en position (p, c) vaut -1 si la conduite c part du point p (point haut) et vaut $+1$ si la conduite c arrive au point p (point bas).

Toute hypothèse supplémentaire effectuée doit être mentionnée et commentée dans le rapport.

Données fournies

Coordonnées des points d'approvisionnement et de consommation (y compris hauteurs), matrice d'incidence et rayons des conduites, constante de proportionnalité α , débits maximaux extractibles aux points d'approvisionnement et leurs coûts, valeurs minimales et maximales du débit en chaque point de consommation et prix facturés.

1 Analyse d'un réseau existant

Question I.1 Soit h un vecteur contenant les hauteurs en chaque point, soit f un vecteur contenant les débits circulant dans les conduites, et soit A la matrice d'incidence du réseau. Que représentent les expressions $A^T h$ et Af ?

Question I.2 Un profil de consommation est un vecteur qui regroupe les débits fournis en chacun des points de consommation. On s'intéresse aux profils de consommation qui sont réalisables par le réseau, c'est-à-dire qu'on peut obtenir en choisissant les positions des valves de chaque conduite (paramètres θ).

Modélisez l'ensemble de ces profils réalisables à l'aide de contraintes linéaires (utilisez si possible la réponse fournie au point précédent). Démontrez que cet ensemble est un polyèdre. Décrivez une procédure permettant de déterminer si un profil donné est réalisable par le réseau.

Question I.3 On suppose à présent qu'on dispose, pour chaque point de consommation, d'un débit minimal (en dessous duquel on ne peut pas descendre) et d'un débit maximal (correspondant à la demande maximale). On dispose également du coût d'extraction pour chaque source (proportionnel au débit extrait) ainsi que du prix facturé (proportionnel au débit réellement fourni et consommé) en chaque point de consommation.

Formulez la maximisation du bénéfice réalisé par le réseau (en déterminant donc entre autres les consommations) comme un problème d'optimisation linéaire (continu). Donnez ses dimensions (nombres de variables et de contraintes) en fonction des données du problème.

Question I.4 Résolvez numériquement le problème I.3 avec les données fournies.

2 Améliorations du réseau

Question II.1 Supposez à présent que les points de consommation soient disposés à dépasser leur demande maximale : ils sont prêts à l'augmenter de 25%, mais à condition d'obtenir une réduction de 50% sur le prix (réduction accordée uniquement sur la partie qui dépasse la demande maximale initiale). Modélisez cette nouvelle situation, toujours de façon linéaire.

Question II.2 Est-il possible de modéliser de façon linéaire une situation similaire au point II.1 mais où le dépassement de la demande maximale initiale conduirait à une *augmentation* du prix de 50% sur le débit supplémentaire ?

Question II.3 Déterminez numériquement si l'option décrite au point II.1 est rentable avec les données fournies. On utilisera ce modèle pour les questions suivantes.

- Question II.4 Supposez qu'il soit possible d'augmenter la hauteur de certains points d'approvisionnement ou point intermédiaires à l'aide de châteaux d'eau. Un château d'eau augmente la hauteur d'un point d'approvisionnement ou d'un point intermédiaire. Son coût de construction est proportionnel à sa hauteur (bornée par une valeur maximale). Expliquez comment on peut déterminer, sans effectuer de calcul supplémentaire, quels sont les points d'approvisionnement pour lesquels il pourrait a priori être rentable d'installer un château d'eau, en considérant que la construction doit être amortie après dix ans au maximum.
- Question II.5 A l'aide de calculs supplémentaires cette fois, déterminez numériquement le bénéfice maximal qu'on peut obtenir en consacrant un budget donné à ces constructions.

3 Conception d'un réseau optimal

- Question III.1 Il n'est pas très réaliste de supposer qu'on peut construire un château d'eau de n'importe quelle hauteur. Supposez à présent qu'on ne peut construire que des châteaux d'eau de la hauteur maximale. Formulez comme un problème d'optimisation linéaire (mais pas nécessairement continu) le problème de la maximisation du bénéfice (incluant les coûts de construction) sur un horizon de dix ans.
- Question III.2 Résolvez le modèle du point III.1 numériquement à l'aide d'un algorithme de type branch-and-bound, que vous exécuterez *manuellement* (représenter graphiquement l'arbre dans votre rapport).
- Question III.3 Supposez à présent que vous puissiez repartir de zéro et choisir la position des conduites et leur rayons. Formulez le problème de la conception d'un réseau optimal.
- Question III.4 Résolvez numériquement le problème de la question précédente.
- Question III.5 *Bonus.* Supposez que les rayons des conduites ne peuvent être choisis arbitrairement mais doivent appartenir à une liste pré-définie : modélisez et résolvez le problème de la conception d'un réseau optimal correspondant.

4 Consignes

Consignes générales

1. Le projet se réalise par groupe de trois étudiants. Il est divisé en trois volets. Les seconds et troisièmes volets sont indépendants.
2. Les données mentionnés dans l'énoncé seront fournies sur le site MOODLE
3. Les groupes peuvent échanger leurs réflexions, partager leurs idées et comparer leurs résultats. Ils ne peuvent pas copier les solutions obtenues ou les programmes informatiques. L'utilisation de toute information ou aide extérieure doit obligatoirement être mentionnée dans le rapport, en citant la source.
4. Vous pouvez poser vos questions sur le projet par email ou de vive voix (après prise de rendez-vous) à Emilie Renard (emilie.renard@uclouvain.be, bâtiment Euler, ICTEAM/INMA). Plusieurs permanences seront également organisées durant le quadrimestre (voir Moodle).
5. Un rapport décrivant le travail effectué et répondant aux questions de l'énoncé est à fournir au plus tard le **vendredi 17 mai 2019**, via Moodle, accompagné de l'ensemble des codes utilisés. L'utilisation d'un notebook est souhaitée, au minimum pour la génération de l'ensemble des résultats numériques (qui doivent être reproductibles en évaluant le notebook), et éventuellement également pour le rapport complet.
6. Le rapport ne dépassera en aucun cas **20 pages** (annexes comprises).

Changelog

- ◇ 2/4/2019 (v1.0) : publication de la version initiale de l'énoncé (premier et second volets)