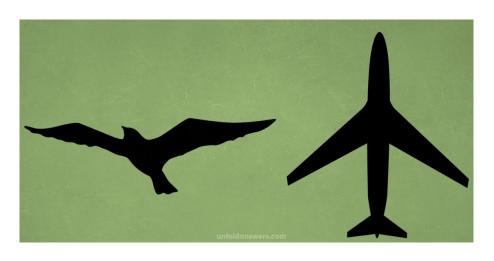
Aprendizado Profundo I

Modelos computacionais do Neurônio: Neurônio MP e Perceptron

Professor: Lucas Silveira Kupssinskü

Motivação - Bioinspirado

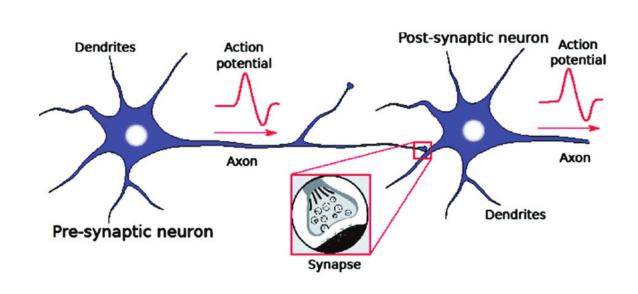


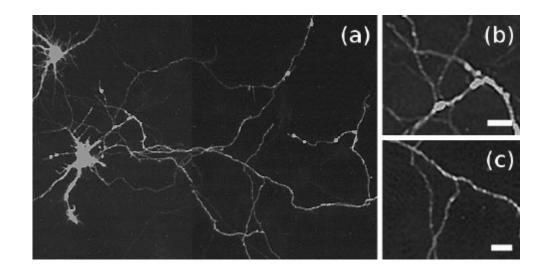






Os melhores exemplos de inteligência estão na natureza





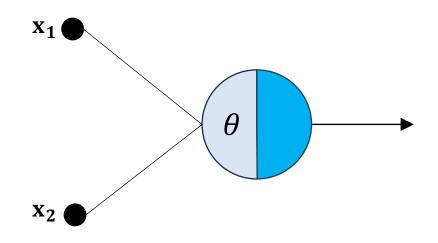
- Importância histórica por ser o primeiro modelo computacional de um neurônio
- Possibilitou mapear a lógica proposicional em neurônios artificiais
- Possível origem do termo "neurônio artificial" e "redes neurais artificiais"
- Modelo teórico, sem implementação prática

- Entradas binárias
- Estímulos podem ser:

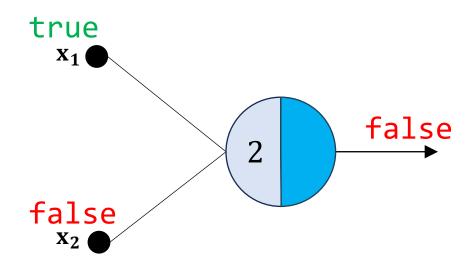
Excitatórios: Verdadeiros

• Inibitórios : Falsos

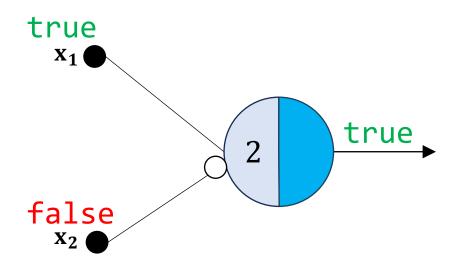
• Neurônio dispara quando a quantidade de estímulos excitatórios ultrapassar determinado limiar θ



- Exemplo
 - Com limiar $\theta = 2$ o *neurônio MP* vira uma porta lógica *and*



- Exemplo
 - Com uma entrada inibitória
 - Equivalente a aplicar a negação em uma das entradas



A atual segunda tentativa — Perceptron

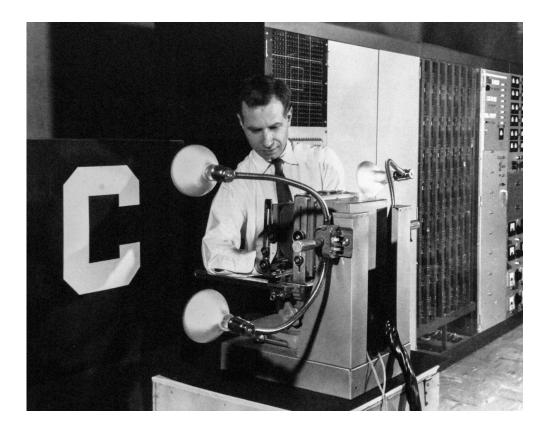
- Pequenas modificações no Neurônio MP (alguns autores não diferenciam os modelos)
 - Cada entrada pode ser um número real qualquer
 - Existe um algoritmo de aprendizado
 - O limiar de decisão não é "projetado" é aprendido

"

In general, identities of this sort must be <u>learned</u>, or acquired from experience, and if the system is to be economical, the number of functional units in the storage system, or memory, should be much less than the number of forms or memories to be retained.

A segunda tentativa – Perceptron

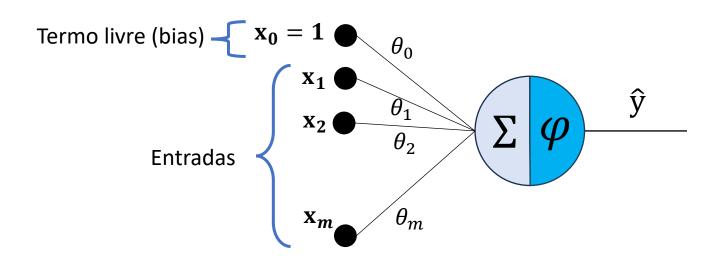
- Foi montado em um *hardware* dedicado para discriminar imagens
 - Resolução 20x20
 - 400 fotocélulas capturavam a imagem
 - Os pesos eram ajustados em potenciômetros



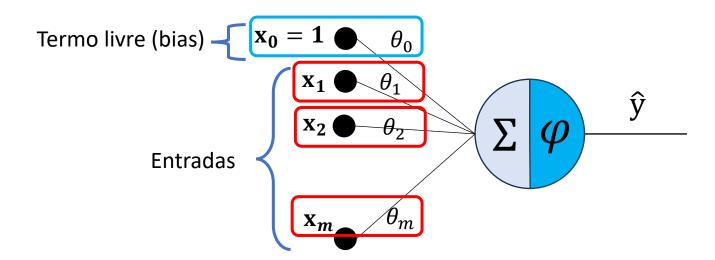
A segunda tentativa – Perceptron

- Observação
 - Primeira publicação
 - ROSENBLATT, Frank. The perceptron, a perceiving and recognizing automaton Project Para. Cornell Aeronautical Laboratory, 1957.
 - Reescrita mais completa da primeira publicação
 - ROSENBLATT, Frank. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological review**, v. 65, n. 6, p. 386, 1958.

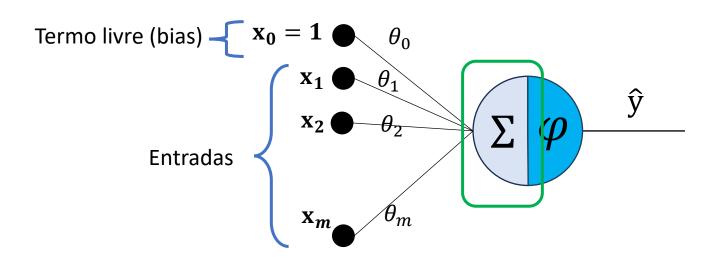
•
$$\hat{y}^{(i)} = \varphi(\theta_0 + x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + \dots + x_m\theta_m)$$



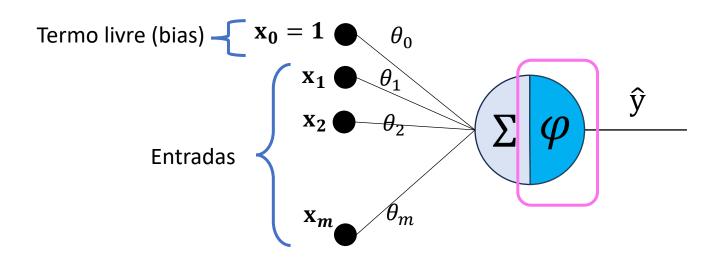
•
$$\hat{\mathbf{y}}^{(i)} = \varphi(\theta_0 + \mathbf{x}_1\theta_1 + \mathbf{x}_2\theta_2 + \dots + \mathbf{x}_m\theta_m)$$



•
$$\hat{y}^{(i)} = \varphi(\theta_0 + x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + \dots + x_m\theta_m)$$



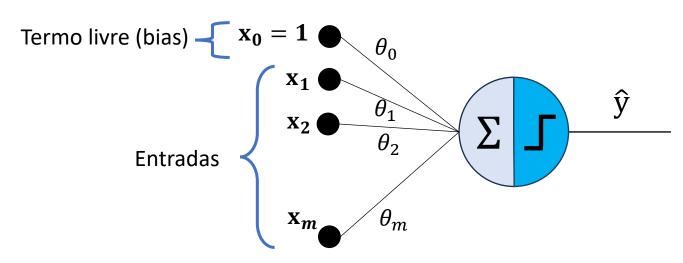
•
$$\hat{y}^{(i)} = \varphi(\theta_0 + x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + \dots + x_m\theta_m)$$



O Perceptron de Rosenblatt

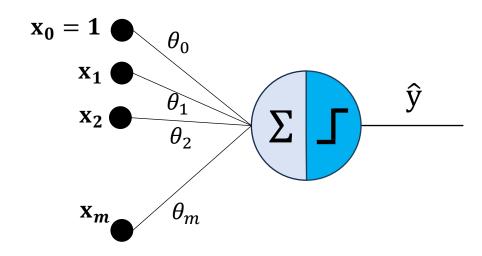
•
$$\hat{\mathbf{y}}^{(i)} = \operatorname{sign}(\mathbf{X}^{(i)}\theta)$$

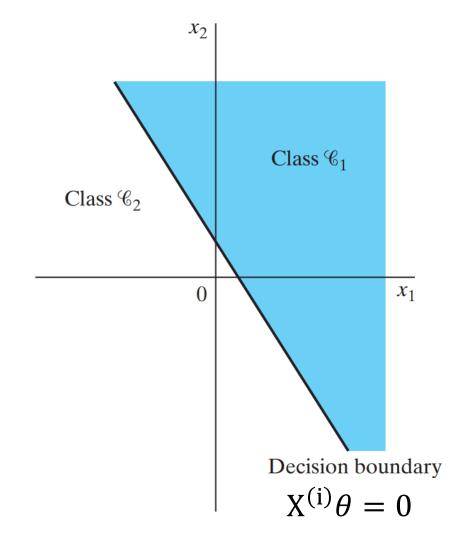
$$sign(x) = \begin{cases} +1, x \ge 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$$



O Perceptron de Rosenblatt

•
$$\hat{\mathbf{y}}^{(i)} = \operatorname{sign}(\mathbf{X}^{(i)}\theta)$$



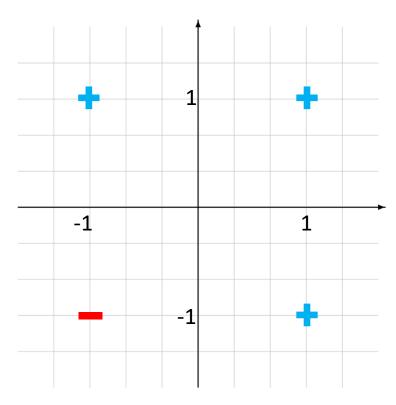


Perceptron Learning Algorithm (PLA)

- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente
 - Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$
 - Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

Esse algoritmo converge desde que os dados sejam linearmente separáveis.

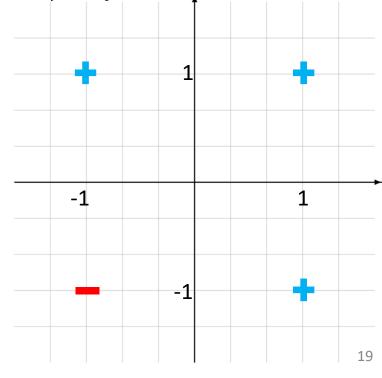
X1	X2	Υ
-1	-1	-1
-1	1	1
1	-1	1
1	1	1



- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

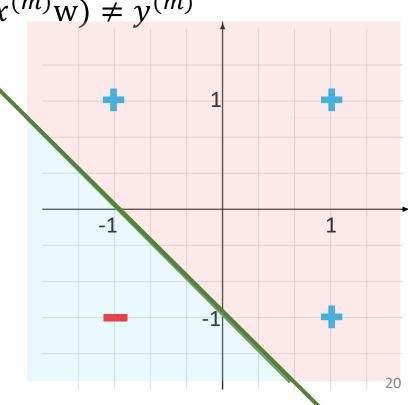


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [-1, -1, -1]$

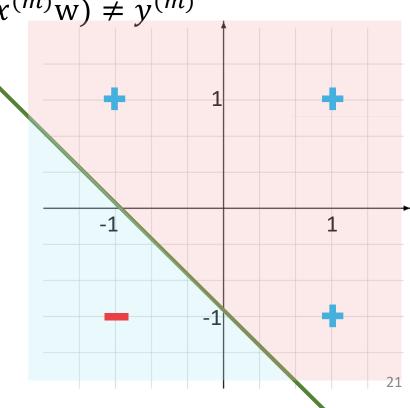


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [-1, -1, -1]$

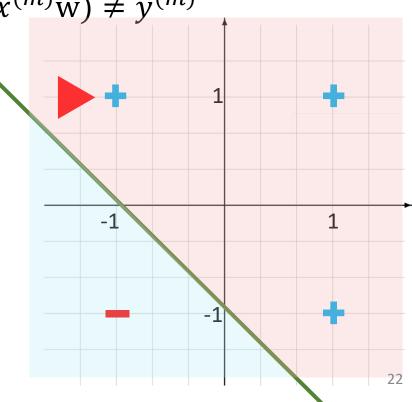


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

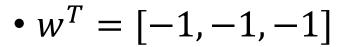
• $w^T = [-1, -1, -1]$



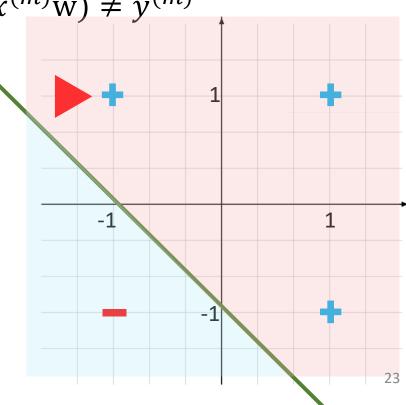
- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$



•
$$w = [-1, -1, -1] + [1, -1, 1]$$

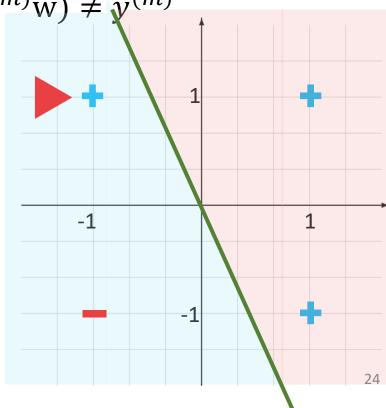


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [0, -2, 0]$

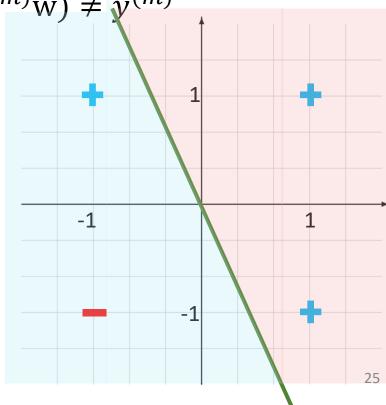


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [0, -2, 0]$

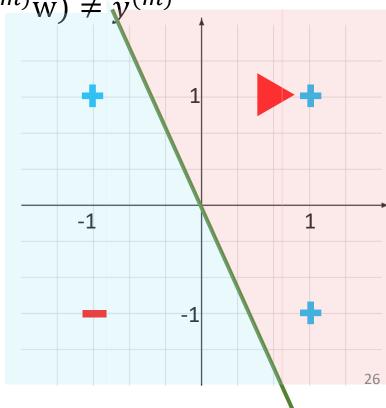


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

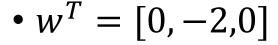
• $w^T = [0, -2, 0]$



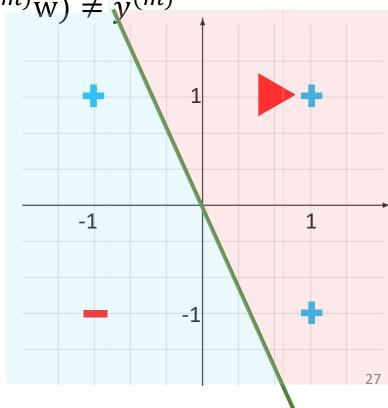
- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$



• w = [0, -2, 0] + [1, 1, 1]

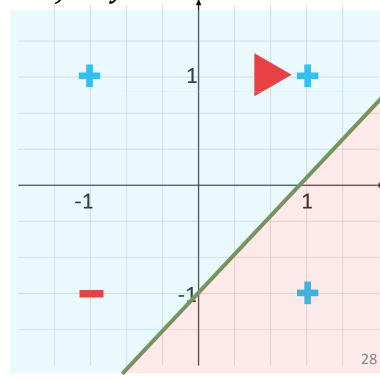


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [1, -1, 1]$

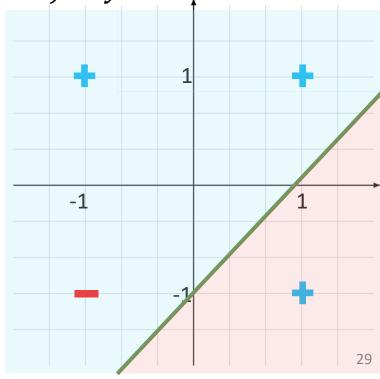


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [1, -1, 1]$

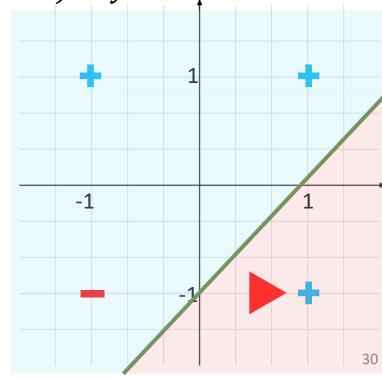


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

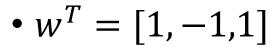
• $w^T = [1, -1, 1]$



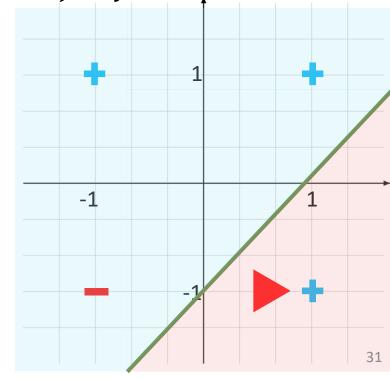
- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$



• w = [1, -1, 1] + [1, 1, -1]

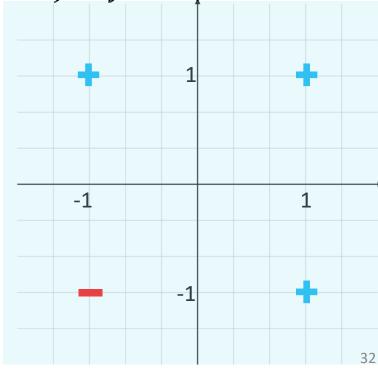


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [2,0,0]$

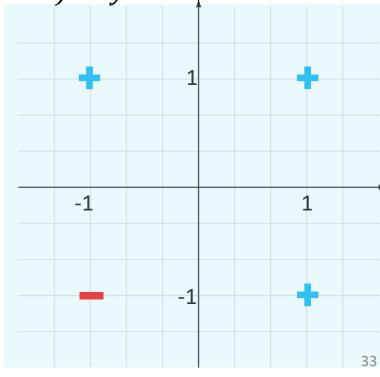


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [2,0,0]$

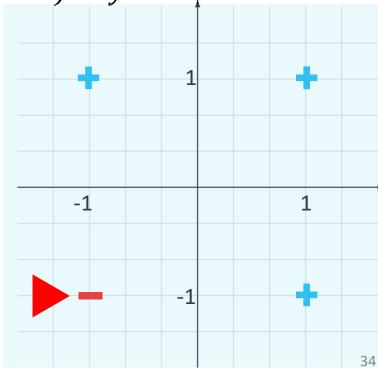


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

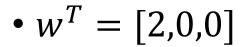
• $w^T = [2,0,0]$



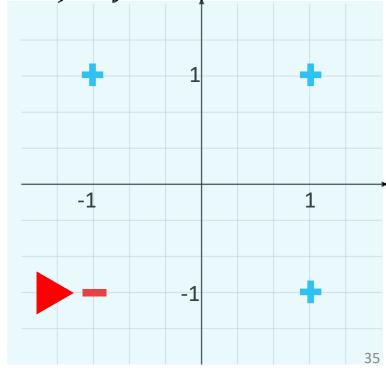
- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$



•
$$w = [2,0,0] + (-1)[1,-1,-1]$$

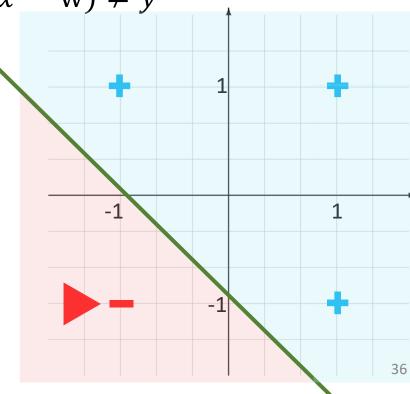


- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [1,1,1]$



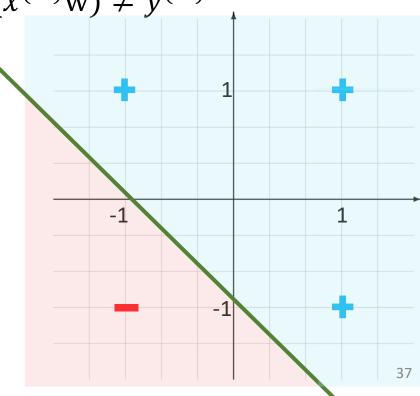
Exemplo

- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

• $w^T = [1,1,1]$



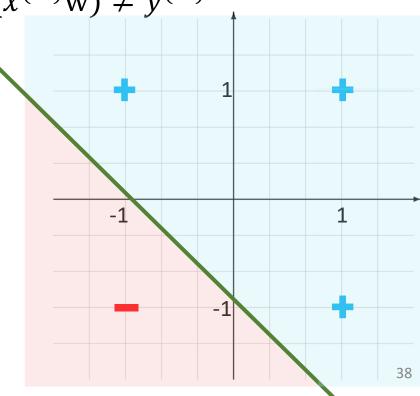
Exemplo

- Inicialize os pesos w aleatoriamente;
- Enquanto existirem observações classificadas erroneamente

• Selecione uma observação $x^{(m)}$ tal que: $sign(x^{(m)}w) \neq y^{(m)}$

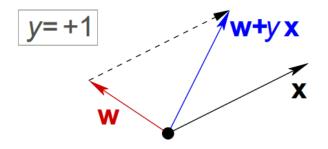
• Atualize os pesos: $w = w + y^{(m)}x^{(m)}$

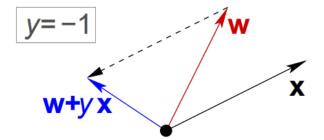
• $w^T = [1,1,1]$



Considerações sobre PLA

- É um algoritmo descoberto/criado de forma empírica
- De maneira intuitiva
 - A projeção de θ sobre as instâncias positivas devem ser positivas
 - A projeção de θ sobre as instâncias negativas devem ser negativas
- O PLA tenta atender a esses requisitos



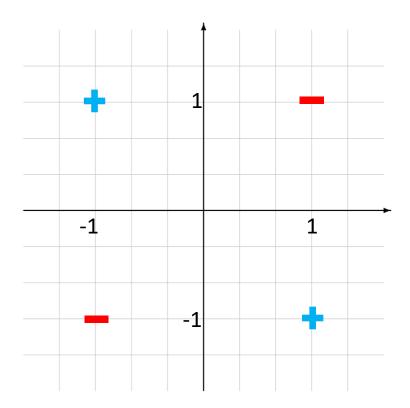


Considerações sobre PLA

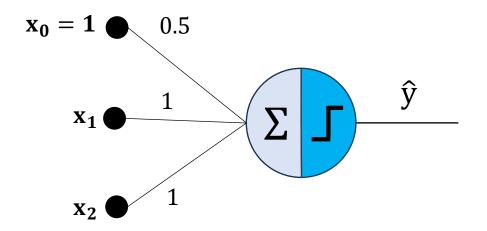
- Para casos não linearmente separáveis pode ser utilizado o "Pocket Algorithm"
- Armazenamos os melhores pesos durante o treinamento conforme a acurácia do perceptron

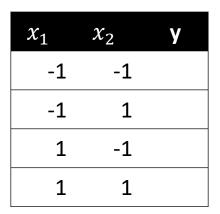
Limitação do Perceptron

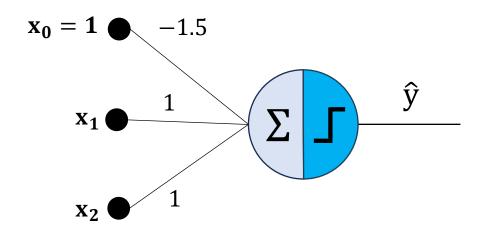
- Problemas não linearmente separáveis;
- XOR



Preencham as tabelas

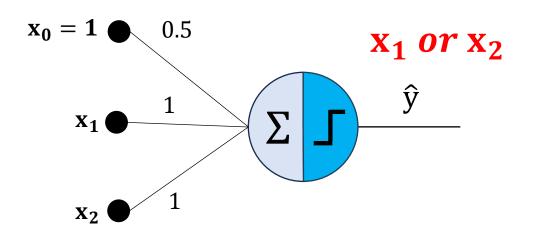


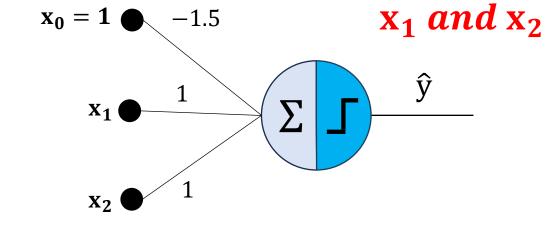




x_1	x_2	y
-1	-1	
-1	1	
1	-1	
1	1	

Operações lógicas implementadas

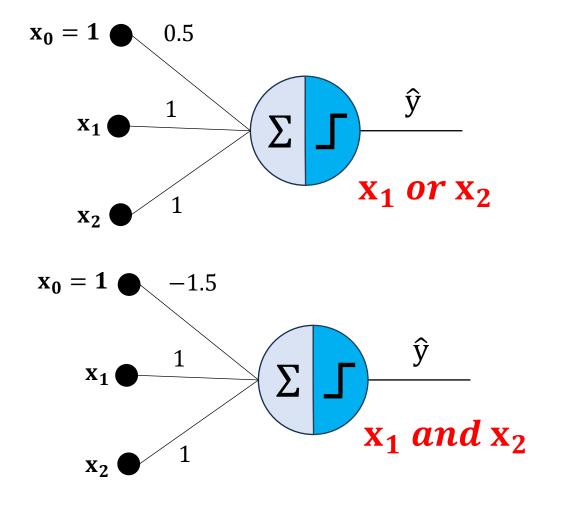


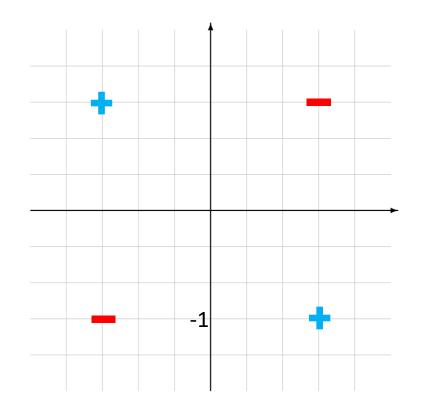


x_1	x_2	У
-1	-1	-1
-1	1	1
1	-1	1
1	1	1

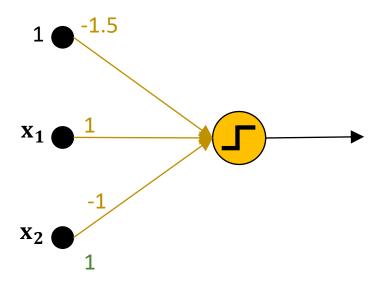
x_1	x_2	У
-1	-1	-1
-1	1	-1
1	-1	-1
1	1	1

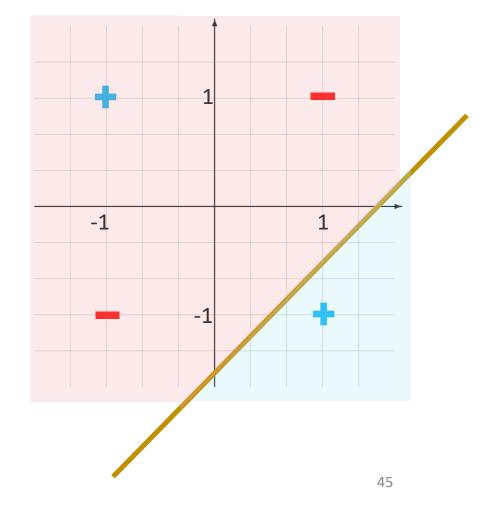
Podemos fazer algo a respeito?



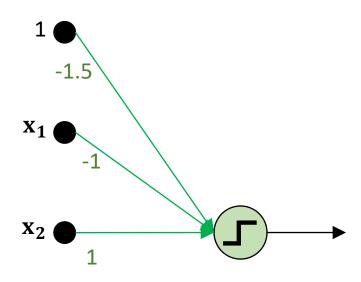


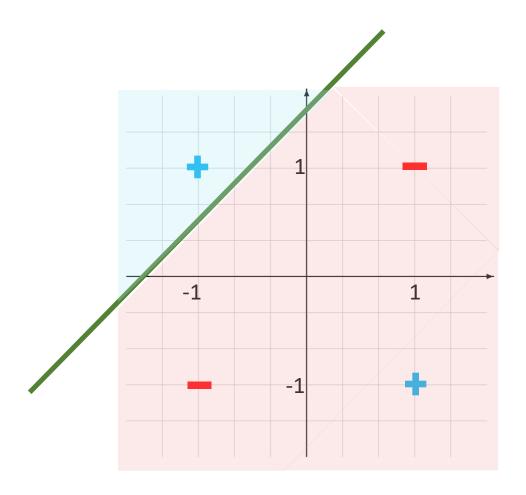
Podemos!



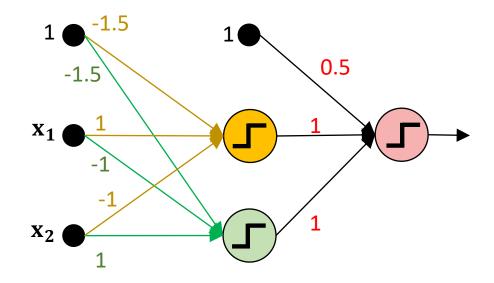


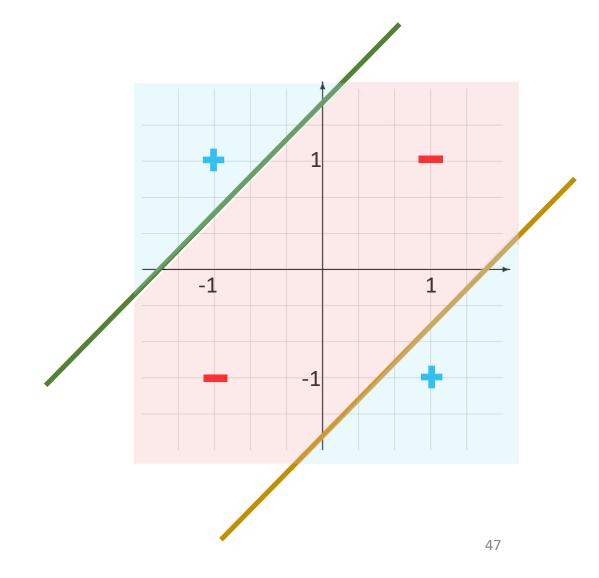
Podemos!





Podemos!





Leituras indicadas:

Para se aprofundar no conteúdo dessa aula:

- Capítulo 1 ABU-MOSTAFA, Yaser S.; MAGDON-ISMAIL, Malik; LIN, Hsuan-Tien. Learning from data. New York, NY, USA:: AMLBook, 2012.
- Capítulo 1 HAYKIN, Simon. **Neural networks and learning machines, 3/E**. Pearson Education India, 2010.

Preparação para as próximas aulas:

- Parte II Capítulo 6 GOODFELLOW, Ian; BENGIO, Yoshua; COURVILLE, Aaron. Deep learning. MIT press, 2016.
 - https://www.deeplearningbook.org/contents/mlp.html

Referências:

- HAYKIN, Simon. **Neural networks and learning machines, 3/E**. Pearson Education India, 2010.
- ABU-MOSTAFA, Yaser S.; MAGDON-ISMAIL, Malik; LIN, Hsuan-Tien. Learning from data. New York, NY, USA:: AMLBook, 2012.