FCEIA - Universidad Nacional de Rosario
Optimización Continua - LCC 2025
Profesor: Alejandro G. Marchetti

Guía de Ejercicios No. 5

1) Considerar el problema:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_1^2 - 2x_2 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Escribir las condiciones de optimalidad de KKT. Determinar un punto que satisfaga las condiciones. Interpretar geométricamente las condiciones del problema.

2) Considerar el problema:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1^2 + x_2^2 = 1. \end{aligned}$$

Encontrar una solución óptima del problema usando las condiciones de optimalidad. ¿El problema tiene solución única?

3) Considerar las restricciones en $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{aligned} & x_2 - (x_1 - 1)^2 \geq 0 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

a) Graficar la región factible.

b) Mostrar que el punto $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ es factible pero no regular.

4) Encontrar una solución óptima del problema:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2} \quad & 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 10x_1 - 10x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1^2 + x_2^2 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 6. \end{aligned}$$

5) ¿Cuál es el rectángulo de perímetro p que tiene mayor área?

a) Formule el problema como un problema NLP con una restricción de igualdad.

b) Encuentre los puntos candidatos a mínimos locales considerando los puntos estacionarios de la función Lagrangiana.

c) Verifique las condiciones suficientes de segundo orden en dichos puntos.

6) Dado un cartón de área A para construir una caja rectangular, ¿cuál es el volúmen máximo que puede obtenerse?

a) Reformule el problema como un problema sin restricciones y luego encuentre puntos candidatos a mínimos locales (Ayuda: elimine la variable x_3).

b) Verifique las condiciones de segundo orden. [Nota: puede utilizar matemática simbólica en Matlab o Python].

Anexo: Matlab

```
x1 = sym('x1','real'); x2 = sym('x2','real'); A = sym('A','real')

x = [x1 x2]';

f = x1^2*x2^2/(x1+x2) -0.5*A*x1*x2/(x1+x2)

df = simplify(jacobian(f,x))      %Obtenemos el gradiente de f
ddf = simplify(jacobian(df,x))    %Obtenemos la matriz hessiana de f

%Evaluamos la matriz hessiana de f en un punto
x1 = sqrt(A/6);    x2 = sqrt(A/6);
H = eval(ddf)
```