FCEIA - Universidad Nacional de Rosario
Optimización Continua - LCC 2025
Profesor: Alejandro G. Marchetti

Guía de Ejercicios No. 3

1) a) Resuelva utilizando el método simplex

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & -x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 - x_2 \le 2 \\ & x_1 + x_2 \le 6 \\ & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{aligned}$$

b) Represente gráficamente el problema en el espacio de x_1 y x_2 e indique el recorrido de los pasos del método simplex.

c) Repita para el problema

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -2x_1 + x_2 \le 1 \\ & x_1 - x_2 \le 1 \\ & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{aligned}$$

2) Resuelva utilizando el método simplex

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 3x_2 + x_4 \le 4 \\ & 2x_1 + x_2 \le 3 \\ & x_2 + 4x_3 + x_4 \le 3 \\ & x_i \ge 0, \quad i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

3) Resuelva utilizando el método simplex de las dos fases

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & -2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + x_4 + 5x_5 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 7 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 6 \\ & -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 4 \\ & x_1 \text{ irrestricta}, \quad x_2, x_3, x_4, x_5 \ge 0. \end{aligned}$$

4) Encuentre una solución básica factible de

$$\begin{aligned}
&x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3\\
&2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 12\\
&x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 9\\
&x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4.
\end{aligned}$$

5) Considerar el programa lineal: maximizar $\mathbf{c}^\mathsf{T}\mathbf{x}$ sujeto a $\mathsf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, donde $\mathsf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ es de rango m. Sea B la base óptima. Suponer que $\mathbf{b}$ se reemplaza por $\mathbf{b} + \lambda\mathbf{d}$, donde λ es un escalar y $\mathbf{d}$ es un vector distinto de cero en $\mathbb{R}^m$. Dar una condición tal que la base B sea siempre óptima para $\lambda \geq 0$.

6) Utilizando el concepto de 'solución básica factible extendida', el método simplex puede ser extendido a variables con cotas superiores.

a) Leer la sección 3.6 del libro 'D.G. Luenberger. Linear and Nonlinear Programming, 2nd Edition'.

b) Considere el problema:

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 10x_4\\
\text{s.t.} \quad & 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 5x_4 + x_5 = 1000\\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 225\\
& 0 \leq x_1 \leq 130, \quad 0 \leq x_2 \leq 110, \quad 0 \leq x_3 \leq 70,\\
& 0 \leq x_4 \leq 65, \quad 0 \leq x_5 \leq \infty, \quad 0 \leq x_6 \leq 175.
\end{aligned}$$

b.1) ¿Puede utilizar x_5 y x_6 como variables básicas iniciales en éste problema?

b.2) Construya la tabla extendida en forma canónica correspondiente a la solución básica factible extendida $\mathbf{x} = (130,\ 95,\ 0,\ 0,\ 5,\ 0)^\mathsf{T}$.

b.3) Utilizando el método simplex con cotas superiores, obtenga la solución óptima del problema y el valor óptimo correspondiente. Utilizar la solución dada en b.2) como solución básica factible inicial.

7) La función `linprog` de SciPy permite resolver problemas matemáticos lineales de la forma

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{c}^\mathsf{T}\mathbf{x}\\
\text{s.t.} \quad & \mathsf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}\\
& \mathsf{A}_{\text{eq}}\mathbf{x} = \mathbf{b}_{\text{eq}}\\
& \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max}
\end{aligned}$$

Utilizando `linprog` se desea resolver el siguiente problema lineal:

$$
\begin{aligned}
\max_{\mathbf{x}} \quad & 29x_1 + 45x_2 \\
\text{s.t.} \quad & x_1 - x_2 - 3x_3 \leq 5 \\
& 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 \geq 10 \\
& 2x_1 + 8x_2 + x_3 = 60 \\
& 4x_1 + 4x_2 + x_4 = 60 \\
& 0 \leq x_1 \\
& 0 \leq x_2 \leq 6 \\
& x_3 \leq 0{,}5 \\
& -3 \leq x_4
\end{aligned}
$$

a) Leer el tutorial de `linprog` que presenta este ejemplo en `https://docs.scipy.org/doc/scipy-1.13.0/tutorial/optimize.html#linear-programming-linprog`.

b) Resuelva el problema utilizando linprog. Especifique la utilización del método `'simplex'`.

c) ¿Qué método emplea `linprog` por defecto? ¿Qué métodos se pueden seleccionar para problemas matemáticos lineales?

d) Presente dos scripts de Python resolviendo el problema empleado las siguientes dos opciones de entrada para `scipy.optimize.linprog`:

- Entradas usando listas de Python. Esta es la forma más simple y directa, útil para problemas pequeños.
- Entradas usando arrays de NumPy. Permite un manejo más potente y eficiente de los datos, especialmente útil en problemas grandes o cuando los coeficientes vienen de cálculos previos.

8) Considere el problema de transporte con los siguientes datos:

Capacidad en ciudades de origen:

Vigo	350
Algeciras	700

Demanda en ciudades de destino:

Madrid	400
Barcelona	450
Valencia	150

Costo de transporte por unidad:

	Madrid	Barcelona	Valenca
Vigo	0,06	0,12	0,09
Algeciras	0,05	0,15	0,11

Se desea resolver el problema de transporte utilizando `Pyomo`.

a) Leer la presentación de este problema en el documento `ProblemaTransporte.pdf`.

b) Pyomo permite formular un problema de optimización como un 'modelo concreto' o como un 'modelo abstracto'. Leer las secciones 1.2.1 y 10.1.1 del libro "Pyomo. Optimization Modeling in Python. Third Edition".

c) Resolver el problema de transporte dado empleando un modelo concreto. Presentar el script de Python con la resolución, incluyendo explicaciones detalladas del código en forma comentada.

d) Resolver el problema de transporte dado empleando un modelo abstracto. Presentar el script de Python con la resolución, incluyendo explicaciones detalladas del código en forma comentada.

e) ¿Cuál es la solución del problema y el costo mínimo de transporte?

9) (Ejercicio opcional) La función `linprog.m` de Matlab permite resolver problemas matemáticos lineales de la forma

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \mathbf{c}^{\mathsf{T}}\mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \mathsf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ & \mathsf{A}_{\text{eq}}\mathbf{x} = \mathbf{b}_{\text{eq}} \\ & \mathbf{x}_{\text{min}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\text{max}} \end{aligned}$$

a) Leer la ayuda de Matlab para 'linprog' y 'simplex'.

b) Resuelva el problema del ejercicio 6) utilizando linprog. Especifique la utilización del método simplex mediante la siguiente opción:

```
options = optimset('LargeScale','off','Simplex','on')
```

c) ¿Es necesario ingresar una solución básica factible inicial? ¿Porqué?

d) Presente el código de Matlab empleado, la solución óptima obtenida y el valor óptimo de la función objetivo.