Aprendizagem Automática

João Paulo Pordeus Gomes

Métodos Estatísticos

Métodos Estatísticos

- Classificação
- Modelagem estatística dos dados de cada classe
- Novo dado será classificado de acordo com a probabilidade de pertencer a uma determinada classe

Variáveis Aleatórias

Variável Aleatória

- Variável cujo valor depende de um evento aleatório
  - Exemplo
    - Lançamento de um dado
    - O resultado é uma variável aleatória

Variável Aleatória

- Variável cujo valor depende de um evento aleatório
  - Exemplo
    - Lançamento de um dado
    - O resultado é uma variável aleatória
- Classificações
  - Contínua / Discreta
  - Univariada / Multivariada

Caracterização de uma Variável Aleatória

- Descritores de Tendência Central
- Medidas de Variabilidade
- Histograma
- Distribuição

Descritores de Tendência Central

- Média
- Mediana
- Moda

Descritores de Tendência Central

- Média
  - $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_i}$
- Mediana
- Moda

Descritores de Tendência Central

- Média
  - $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_i}$
- Mediana
  - Ordena e escolhe o elemento central
- Moda

Descritores de Tendência Central

- Média
  - $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_i}$
- Mediana
  - Ordena e escolhe o elemento central
- Moda
  - Valor mais frequente

Medidas de Variabilidade

- Desvio Padrão
- Variância
- Matriz de Covariância (Dados multivariados)

Medidas de Variabilidade

- Desvio Padrão
  - $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$
- Variância
- Matriz de Covariância (Dados multivariados)

Medidas de Variabilidade

- Desvio Padrão
  - $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$
- Variância
  - $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$
- Matriz de Covariância (Dados multivariados)

Medidas de Variabilidade

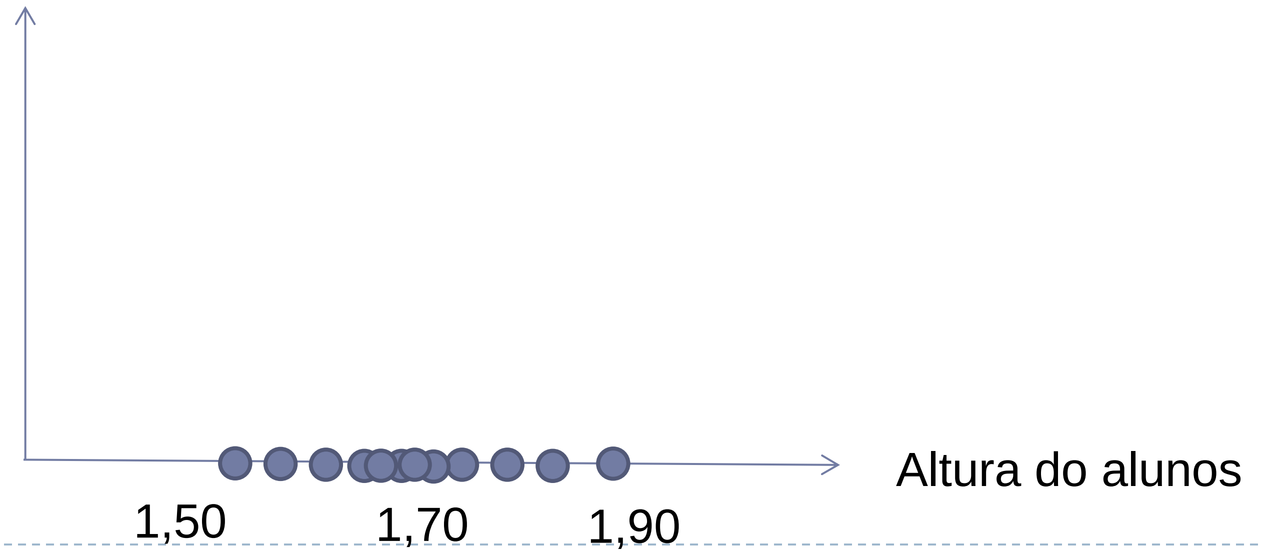
- Desvio Padrão
  - $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$
- Variância
  - $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$
- Matriz de Covariância (Dados multivariados)
  - $\Sigma = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})^T$

Histograma e Distribuição

- Distribuição de uma variável aleatória
  - Função que dá a probabilidade de uma variável aleatória estar em um determinado intervalo de valores.
  - Representação discreta
    - Histograma

Histograma e Distribuição

- Distribuição de uma variável aleatória
  - Função que dá a probabilidade de uma variável aleatória estar em um determinado intervalo de valores.
  - Exemplo

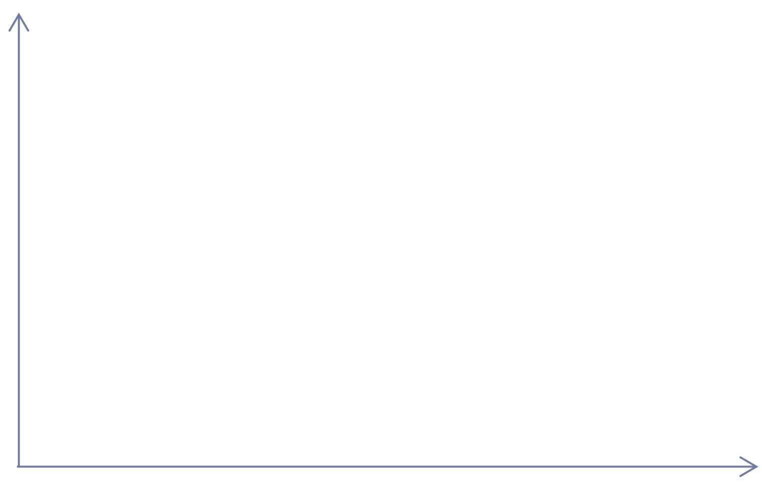


Histograma e Distribuição

- Exemplos
  - Distribuição das resultado de um dado justo
  - Tempo de duração de um equipamento

Distribuição Gaussiana

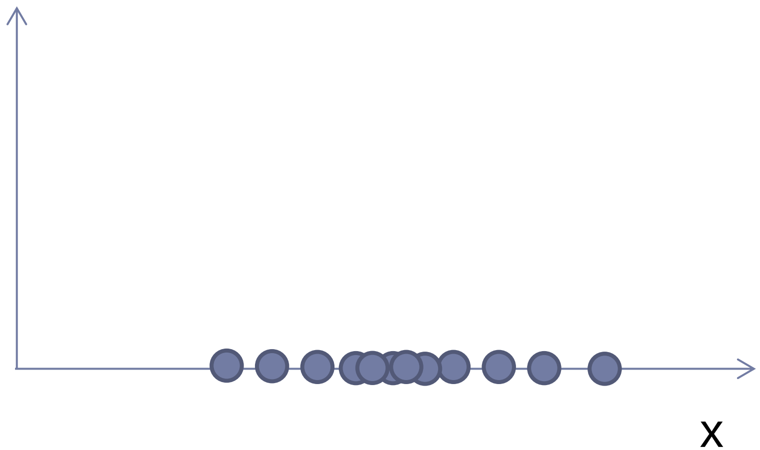
- Distribuição Normal
  - $x \sim N(\mu, \sigma^2)$
  - $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$



x

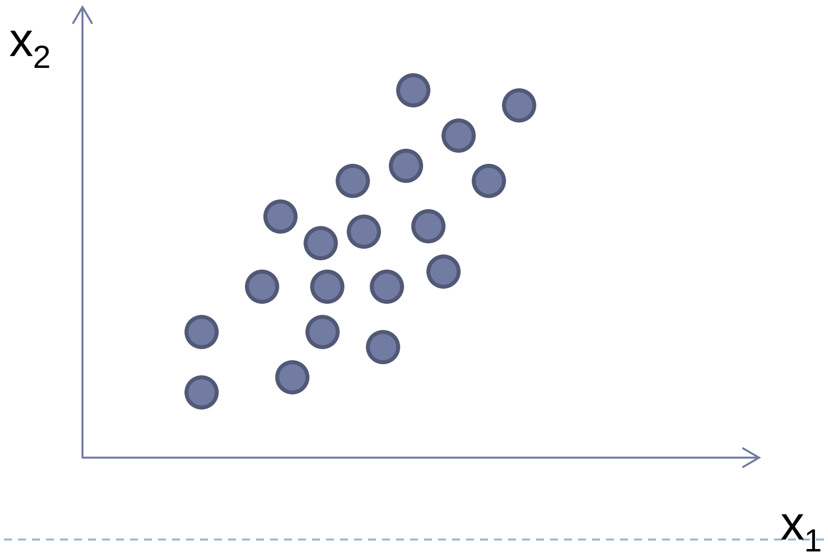
Distribuição Gaussiana

- Modelo
  - $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$
- Estimação
  - $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ e $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$



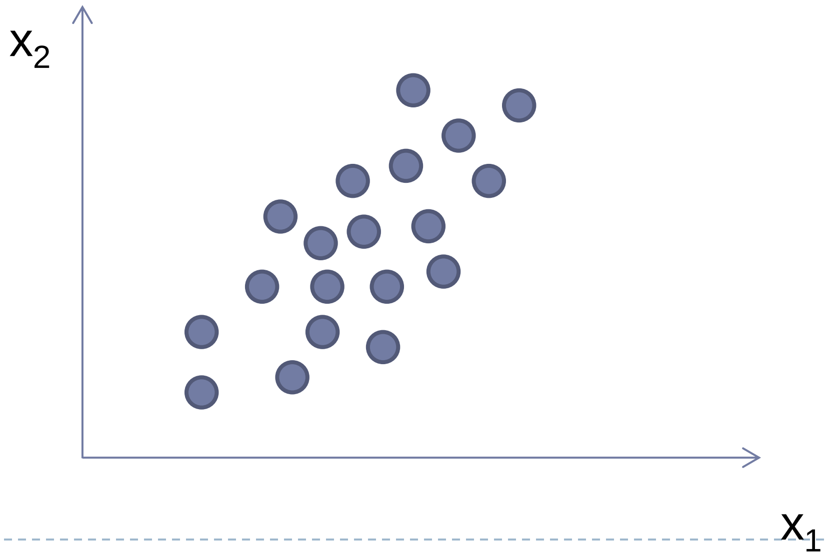
Distribuição Multivariada

- Distribuição relacionando duas ou mais variáveis aleatórias
  - $p(x_1, x_2)$



Distribuição Multivariada

- Distribuição relacionando duas ou mais variáveis aleatórias
  - $p(\boldsymbol{x})$ onde $\boldsymbol{x} = [x_1\ x_2]$

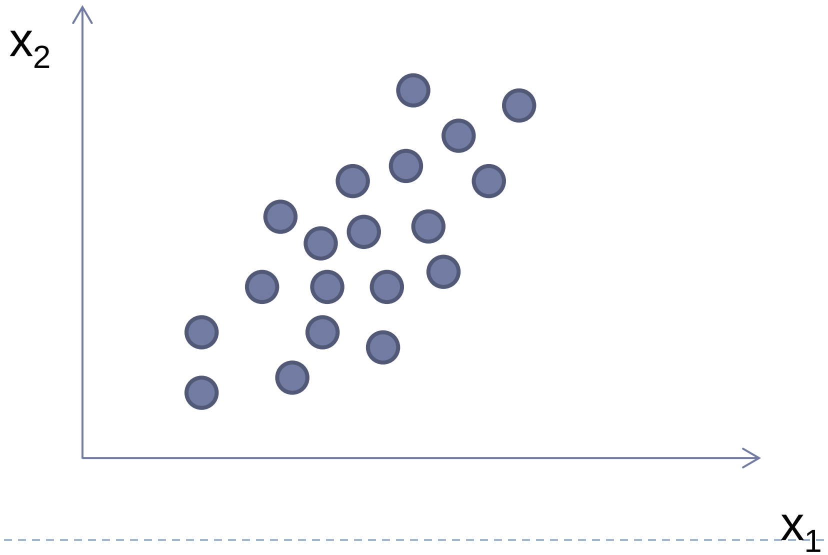


Distribuição Gaussiana Multivariada

- $$p(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}(2\pi)^{m/2}} exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T\Sigma^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})\right)$$

Distribuição Gaussiana Multivariada

- $p(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}(2\pi)^{m/2}} exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T\Sigma^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})\right)$
- Estimação
  - $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{x}_i$ e $\Sigma = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{\mu})^T$



Conceitos de Probabilidade

Probabilidade

- Jogar uma moeda justa
  - Espaço amostral
  - Evento

Probabilidade

- Jogar uma moeda justa
  - Espaço amostral
  - Evento
- $P(e) = n_e / N_{EA}$

Probabilidade

- Jogar uma moeda justa
  - Espaço amostral
  - Evento
- $P(e) = n_e / N_{EA}$
- $\sum_i P(e_i) = 1$
- $P(\neg e) = 1 - P(e)$

Probabilidade

- Supondo uma moeda justa
  - P(K) =

Probabilidade

- Supondo uma moeda justa
  - P(K) = 0.5
  - P(K,K) =

Probabilidade

- Supondo uma moeda justa
  - P(K) = 0.5
  - P(K,K) = 0.25
  - P(K,K,K) =

Probabilidade

- Supondo uma moeda justa
  - P(K) = 0.5
  - P(K,K) = 0.25
  - P(K,K,K) = 0.125

Probabilidade

- Supondo uma moeda justa
  - $P(K) = 0.5$
  - $P(K,K) = 0.25$
  - $P(K,K,K) = 0.125$
- Probabilidade conjunta e independência
  - $P(X,Y) = P(X)P(Y)$ se $X \perp Y$

Probabilidade

- Outro exemplo com moedas
  - $P(X_1 = K) = 0.5$
    - $P(X_2 = K | X_1 = K) = 0.9$
    - $P(X_2 = C)| X_1 = C) = 0.8$
  - $P(X_1 = K, X_2 = K) = ?$

Probabilidade

- Outro exemplo com moedas
  - $P(X_1 = K) = 0.5$
    - $P(X_2 = K | X_1 = K) = 0.9$
    - $P(X_2 = C) | X_1 = C) = 0.8$
  - $P(X_1 = K, X_2 = K) = 0.45$

Probabilidade

- Outro exemplo com moedas
  - $P(X_1 = K) = 0.5$
    - $P(X_2 = K | X_1 = K) = 0.9$
    - $P(X_2 = C) | X_1 = C) = 0.8$
  - $P(X_1 = K, X_2 = K) = 0.45$
- $P(X_1 = K, X_2 = K) = P(X_2 = K | X_1 = K) P(X_1 = K)$

Probabilidade

- Outro exemplo com moedas
  - $P(X_1 = K) = 0.5$
    - $P(X_2 = K | X_1 = K) = 0.9$
    - $P(X_2 = C) | X_1 = C) = 0.8$
  - $P(X_1 = K, X_2 = K) = 0.45$
- $P(X_1 = K, X_2 = K) = P(X_2 = K | X_1 = K) P(X_1 = K)$
- Resumo
  - $P(X, Y) = P(X | Y) P(Y)$

Probabilidade

- Outro exemplo com moedas
  - $P(X_1 = K) = 0.5$
    - $P(X_2 = K | X_1 = K) = 0.9$
    - $P(X_2 = C)| X_1 = C) = 0.8$
  - $P(X_1 = K, X_2 = K) = 0.45$
- $P(X_1 = K, X_2 = K) = P(X_2 = K | X_1 = K) P(X_1 = K)$
- Resumo
  - $P(X, Y) = P(X | Y) P(Y)$
  - Se $X \perp Y$?

Probabilidade

- Outro exemplo com moedas
  - $P(X_1 = K) = 0.5$
    - $P(X_2 = K|X_1 = K) = 0.9$
    - $P(X_2 = C)| X_1 = C) = 0.8$
  - $P(X_1 = K, X_2 = K) = 0.45$
- $P(X_1 = K, X_2 = K) = P(X_2 = K|X_1 = K)P(X_1 = K)$
- Resumo
  - $P(X, Y) = P(X|Y)P(Y)$
  - Se $X \perp Y$
    - $P(X,Y) = P(X)P(Y)$

Regra de Bayes

- Probabilidade Condicional
  - $P(X, Y) = P(X|Y)P(Y)$

Regra de Bayes

- Probabilidade Condicional
  - $P(X, Y) = P(X|Y)P(Y)$
  - $P(Y, X) = P(Y|X)P(X)$

Regra de Bayes

- Probabilidade Condicional
  - $P(X, Y) = P(X | Y)P(Y)$
  - $P(Y, X) = P(Y | X)P(X)$
- $P(X | Y)P(Y) = P(Y | X)P(X)$

Regra de Bayes

- Probabilidade Condicional
  - $P(X ,Y) = P(X |Y)P(Y)$
  - $P(Y ,X) = P(Y |X)P(X)$
- $P(X |Y)P(Y) = P(Y |X)P(X)$
- $P(X |Y) = P(Y |X)P(X) / P(Y)$

Regra de Bayes

- $P(X|Y) = P(Y|X)P(X) / P(Y)$
- Exemplo
  - Diagnóstico

Dúvidas ?