Algebra Linear Computacional

lista 11

6-)

Para sabermos que o pré-condicionador de Jacobi acelera a solução do sistema linear no método de Jacobi vamos comparar o raio espectral($\rho(M^{-1}N)$) do método com pré-concionador e sem pré-condicionador.

No método de Jacobi Sem pré-condicionador, temos

$$Ax = b$$
, $com A = L + D + U$
 $x^{(k+1)} = D^{-1}(b - (L + U)x^{(k)})$, $com M = DeN = -(L + U)$

Usando Pré-Condicionador, temos:

$$K^{-1}Ax = K^{-1}h$$

No Método de Jacobi:

$$K^{-1}x^{(k+1)} = K^{-1}(D^{-1}(b-(L+U)x^{(k)}))$$

Substituindo o Pré-Condicionador de Jacobi na qual K = D, temos $D^{-1}x^{(k+1)} = D^{-1}(D^{-1}(b-(L+U)x^{(k)}))$

Multiplicando Por D ambos os lados:

$$x^{(k+1)} = D D^{-1} (D^{-1}(b - (L + U)x^{(k)})), como DD^{-1} = I$$

 $x^{(k+1)} = D^{-1}(b - (L + U)x^{(k)}), Logo M = D e N = -(L + U)$

e então o raio espectral com pré-condicionador e sem pré-condicionador são iguais o que prova que o pré-condicionador de Jacobi no Método de Jacobi não acelera o método.