1) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ $x^0 = (1, 1, 1)^t$ tolerância : 10^{-2}

$y^{(1)} = Ax = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 11 \end{bmatrix}$

$\mu = \| y^{(1)} \|_\infty = 11$

$x^{(1)} = \dfrac{y^{(1)}}{\mu} = \dfrac{(4, 6, 11)^t}{11} = (0{,}36;\ 0{,}55,\ 1)$

$ERR = \left\| \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}36 \\ 0{,}55 \\ 1 \end{bmatrix} \right\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} 0{,}64 \\ 0{,}45 \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_\infty = 0{,}64$

$y^{(2)} = Ax^{(1)} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}64 \\ 0{,}45 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}08 \\ 3{,}62 \\ 7{,}34 \end{bmatrix}$ $\mu = \| y^{(2)} \| = 7{,}34$

$x^{(2)} = \dfrac{y^{(2)}}{\mu} = \dfrac{(2{,}08;\ 3{,}82;\ 7{,}54)}{7{,}34}$

$x^{(2)} = (0{,}28;\ 0{,}49;\ 1)$

$y^{(3)} = Ax^{(2)} = \begin{bmatrix} 1{,}84 \\ 3{,}54 \\ 7{,}1 \end{bmatrix}$

$\mu = \| y^{(3)} \|_\infty = 7{,}1$

$ERR = \left\| \begin{bmatrix} 0{,}28 \\ 0{,}49 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}25 \\ 0{,}50 \\ 1 \end{bmatrix} \right\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} 0{,}03 \\ 0{,}01 \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_\infty = 0{,}03$

2) $A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\ 2 & 2 & 2\\ 4 & 2 & 5\end{bmatrix}$ $x^0=(1,1,1)$

$Ay=x$ $\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\ 2 & 2 & 2\\ 4 & 2 & 5\end{bmatrix} y = \begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$ $y=[0{,}43;0{,}36;-0{,}28]^t$

$\mu=\|y\|_\infty=0{,}43$

$$x=\frac{[0{,}43;\ 0{,}36;\ -0{,}28]^t}{0{,}43}=[1;\ 0{,}83;\ -0{,}67]$$

$Ay=x$

$\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\ 2 & 2 & 2\\ 4 & 2 & 5\end{bmatrix} y = \begin{bmatrix}1\\ 0{,}83\\ -0{,}67\end{bmatrix}$ $y=[0{,}64;0{,}7;-0{,}93]^t$

$\mu=\|y\|_\infty=0{,}93$

$$x=\frac{[0{,}64;\ 0{,}7;\ -0{,}93]^t}{0{,}93}=[0{,}69;\ 0{,}76;-1]^t$$

$Ay=x$

$\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\ 2 & 2 & 2\\ 4 & 2 & 5\end{bmatrix} y = \begin{bmatrix}0{,}69\\ 0{,}76\\ -1\end{bmatrix} = [0{,}55;\ 0{,}78;-0{,}95]^t$

$\mu=\|y\|_\infty=0{,}95$

$$x=\frac{[0{,}55;\ 0{,}78;\ -0{,}95]^t}{0{,}95}=[0{,}58;0{,}82;-1]$$

PART I

$Ay=x$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 0,58 \\ 0,82 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad y=[0,51; 0,85; -0,95]^t$$

$$\mu = \|y\|_\infty = 0,95$$

$$x = \frac{[0,51; 0,85; -0,95]^t}{0,95} = [0,54; 0,90; -1]^t$$

$Ay=x$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 0,54 \\ 0,9 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad y=[0,5; 0,92; -0,97]^t$$

$$\mu = \|y\|_\infty = 0,97$$

$$x = \frac{[0,5; 0,92; -0,97]^t}{0,97} = [0,52; 0,95; -1]^t$$

$Ay=x$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 0,52 \\ 0,95 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad y=[0,50; 0,96; -0,98]^t$$

$$\mu = \|y\|_\infty = 0,98$$

$err = 0,0094368$

PART II

3)

$\lambda_1 = 7$ $\quad v_1 = (0{,}25\ ;\ 0{,}5\ ;\ 1)^+$

usando Hotelling:

$$x_1 = \frac{v_1}{\|v_1\|^2}$$

$$x_1 = \frac{(0{,}25\ ;\ 0{,}5\ ;\ 1)}{1{,}3125} = (0{,}1904 ; 0{,}3809 ; 0{,}7619)^+$$

$$B_1 = A * (I - v_1 x_1^+) =$$

$$= \begin{pmatrix} 2{,}6667 & -0{,}6667 & -0{,}3333 \\ 1{,}3333 & 0{,}6667 & -0{,}6667 \\ 2{,}6667 & -0{,}6667 & -0{,}3333 \end{pmatrix}$$

$\lambda = 2$

$$v_2 = (1\ ;\ 0{,}5\ ;\ 1)$$

$$\bar{V}_2 = (\lambda_2 - \lambda_1) v_2 + \lambda_1 (x_1^+ v_2) v_1 = \begin{pmatrix} -2{,}9999 \\ 1{,}4999 \\ 3{,}0000 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = \frac{v_2}{\|v_2\|^2} = \frac{(1 ; 0{,}5 ; 1)}{2{,}25} = \begin{pmatrix} 0{,}4444 \\ 0{,}2222 \\ 0{,}4444 \end{pmatrix}$$

$$B_2 = B_1 * (I - V_2 * x_2^+) = \begin{pmatrix} 1{,}7778 & -1{,}1111 & -1{,}2222 \\ 0{,}8888 & 0{,}4444 & -1{,}1111 \\ 1{,}7777 & -1{,}1111 & -1{,}2222 \end{pmatrix}$$

$\lambda = 1$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}4 \\ -1 \end{pmatrix} = V_3 \qquad \dot{V}_3 = (\lambda_3 - \lambda_2) V_3 + \lambda_2 (x_2^+ v_3) V_2 = \begin{pmatrix} -0{,}6 \\ -1{,}2 \\ -0{,}6 \end{pmatrix}$$

$$\bar{V}_3 = (\lambda_3 - \lambda_1) \dot{V}_3 + \lambda_1 (x_1^+ \dot{V}_3) V_1 = \begin{pmatrix} 1{,}7999 \\ 3{,}6000 \\ -3{,}6 \end{pmatrix}$$