

## 2 - Lista

1) Demonstre a propriedade submultiplicativa da norma-p

$$\|AB\|_p \leq \|A\|_p \|B\|_p$$

Dado que  $\|A\|_p = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p}$

Sabendo que

$$\|Ax\|_p \leq \|A\|_p \|x\|_p$$

Então

$$\|ABx\|_p \leq \|A\|_p \|Bx\|_p$$

$$\|ABx\|_p \leq \|A\|_p \|B\|_p \|x\|_p$$

visto que  $x \neq 0$

$$(*) \frac{\|ABx\|_p}{\|x\|_p} \leq \|A\|_p \|B\|_p$$

Visto que  $(*)$  vale  $\forall x \neq 0$ , logo escolhendo o  $\sup \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p}$  continua a expressão  $\leq \|A\|_p \|B\|_p$