

Algebra Linear Computacional

lista 11

7-)

Com: $\bar{A} = C^{-1}AC^{-1}$

$$\bar{x} = Cx$$

$$\bar{b} = C^{-1}b$$

$$C^{-2} = M^{-1}$$

Algoritmo: Gradiente para $\bar{A}\bar{x} = \bar{b}$

Entrada: matriz \bar{A} , vetor \bar{b} , escalar α

Saída: x (aproximação da solução de $\bar{A}\bar{x} = \bar{b}$)

Escolha $x \in \mathbb{R}^n$

$$\bar{r} \leftarrow \bar{b} - \bar{A}\bar{x}$$

Enquanto ($\bar{r} < \varepsilon$)

$$\bar{x} \leftarrow \bar{x} + \alpha(\bar{b} - \bar{A}\bar{x})$$

$$\bar{r} \leftarrow \bar{b} - \bar{A}\bar{x}$$

Fim_Enquanto

Retorne \bar{x}

Fazendo alguns calculos termos:

$$\bar{r} \leftarrow \bar{b} - \bar{A}\bar{x} = C^{-1}b - C^{-1}AC^{-1}Cx = C^{-1}b - C^{-1}Ax =$$

$$= C^{-1}(b - Ax) = C^{-1}r, \text{ fazendo } \bar{r} = C^{-1}r, \text{ temos :}$$

$$C^{-1}r = C^{-1}b - C^{-1}Ax = C^{-1}(b - Ax) \Leftrightarrow r = b - Ax$$

$$\bar{x} \leftarrow \bar{x} + \alpha(\bar{b} - \bar{A}\bar{x}) \Rightarrow Cx = Cx + \alpha(C^{-1}b - C^{-1}AC^{-1}Cx) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Cx = Cx + \alpha(C^{-1}b - C^{-1}Ax) \Rightarrow Cx = Cx + \alpha C^{-1}b - \alpha C^{-1}Ax$$

Multiplicando por C^{-1} pela direita, temos :

$$x \leftarrow x + \alpha C^{-2}b - \alpha C^{-2}Ax, \text{ Logo}$$

$$x \leftarrow x + \alpha(M^{-1}b - M^{-1}Ax)$$

Algoritmo: Gradiente para com Pré-condicionador

Entrada: matriz A , matriz M vetor b , escalar α

Saída: x (aproximação da solução de $Ax = b$)

Escolha $x \in \mathbb{R}^n$

$r \leftarrow b - Ax$

Enquanto ($r < \varepsilon$)

$x \leftarrow x + \alpha(M^{-1}b - M^{-1}Ax)$

$r \leftarrow b - Ax$

Fim_Enquanto

Retorne x