Cálculo numérico 2021.2: Tarefa 3

João Paixão (jpaixao@dcc.ufrj.br)

1 Informações

- Não serão aceito trabalhos atrasados durante o semestre.
- Você pode enviar as soluções dos exercícios teóricos da maneira que você achar melhor. Por exemplo, pode entregar com fotos, Latex (se você quiser aprender Latex é muito fácil: recomendo esse vídeo https://www.youtube.com/watch?v=Y1vdXYttLSA), Jupyter notebook, Word, etc.
- As resoluções e os passos nas suas resoluções precisam ser justificados e escritos em português. Não coloque só fórmulas e "matematiquês".
- Os exercícios de implementação em Julia precisam ser bem comentados.
- Você pode pensar nas resoluções com outras pessoas, mas precisa escrever sozinho as suas resoluções, implementações e comentários. Por favor inclua os nomes das pessoas com quem você trabalhou nas suas resoluções. **Resoluções copiadas serão zeradas**.

Teorema 1.1 (Teorema do Valor Intermediário)**.** Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função contínua. Se $f(a) \leq d \leq f(b)$, então existe um c, $a \leq c \leq b$, tal que $f(c) = d$.

Prova. Cálculo I. □

Exercício 1.1. Aproxime $\sqrt{10}$ com o Método da Bisseção no intervalo [0,20]. Determine quantos passos você precisa executar no método da bisseção com intervalo $[0, 20]$ se o usuário pedir um erro máximo de 10^{-8} (é importante lembrar que tem duas maneira de definir o erro no método da bisseção, no domínio ou no contra-domínio). Se precisar de ajuda use vídeo começando em 11:00.

Exercício 1.2 (Misturando Bisseção e Newton)**.** Faça uma função em Julia que recebe um polinômio de grau 5 e sua derivada e retorna uma (só precisa retornar uma!) raiz do polinômio no intervalo $[-100, 100]$ caso o polinômio tenha sinais trocados. Caso contrário, retorne um aviso. Você precisa começar com método da bisseção e diminuir o tamanho do intervalo para 10^{-2} e depois usar Método de Newton.

Exercício 1.3. (Revisão de vários conceito que vimos até agora) Suponha que nós sabemos calcular e^x para qualquer x, sabemos todas as propriedades de ln (tal como $ln(e^c) = c$) e todas as suas derivadas. Aproxime $ln(3)$, se possível, podendo escolher

1. o Método da bisseção com intervalo menor que 10^{-3}.
2. o Método de Newton com 20 passos.
3. o Polinômio de Taylor com erro máximo de 10^{-3}.
4. a interpolação polinomial de grau 1 e estime o erro máximo.
5. a interpolação polinomial de grau 2 e estime o erro máximo.

α	30°	45°	60°
sen α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Exercício 1.4. Use alguns dados da tabela acima para calcular cos(40) usando interpolação.

Exercício 1.5. (Resolvendo um crime) A polícia chega ao local de um assassinato às 15h. Eles imediatamente medem e registram a temperatura do corpo, que é 34^oC, e inspecionam minuciosamente a área. Quando terminam a inspeção, são 16:30h. Eles medem novamente a temperatura do corpo, que caiu para 30^oC. Eles esperam mais 1 hora, e medem a temperatura de novo, que caiu para 25^oC. A temperatura na cena do crime permaneceu estável em 20^oC e a temperatura normal do corpo é 37^oC. Use interpolação e método da bisseção para descobrir o horário que a pessoa foi assassinada (pode ser que você não use todas as informações).

Exercício 1.6. Interpolação para funções de duas variáveis.

$A(x,y)$	$x_0 = 1$	$x_1 = 3$
$y_0 = 2$	$800m$	$600m$
$y_1 = 4$	$400m$	$500m$

Dada algumas medições da tabela da função altura $A(x, y)$ de uma montanha em posições diferentes (x_0, y_0),(x_0, y_1),(x_1, y_0),e (x_1, y_1) determine a melhor aproximação possível para a posição e altura do maior pico ou menor vale (máximo e mínimos globais) se existir da montanha adaptando a interpolação bilinear ("Langrange em 2D") para funções de duas variáveis que vimos no final da aula 11.

Exercício 1.7. (Exercício de arte) Implemente uma função em Julia que faz a interpolação por partes que discutiomos no final da Aula 9 e começo da Aula 10 e faça o plot do resultado. A função deve receber 5 pontos $(x_0, y_0), \ldots (x_5, y_5)$ e imprimir uma função que é um polinômio de grau 3 (por partes) que não tenha "bicos".