

Cálculo numérico 2021.2: Tarefa 6

João Paixão (jpaixao@dcc.ufrj.br)

1 Informações

- Não serão aceitos trabalhos atrasados durante o semestre.
- Você pode enviar as soluções dos exercícios teóricos da maneira que você achar melhor. Por exemplo, pode entregar com fotos, Latex (se você quiser aprender Latex é muito fácil: recomendo esse vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=Y1vdXYttLSA>), Jupyter notebook, Word, etc.
- As resoluções e os passos nas suas resoluções precisam ser justificados e escritos em português. Não coloque só fórmulas e “matematiquês”.
- Os exercícios de implementação em Julia precisam ser bem comentados.
- Você pode pensar nas resoluções com outras pessoas, mas precisa escrever sozinho as suas resoluções, implementações e comentários. Por favor inclua os nomes das pessoas com quem você trabalhou nas suas resoluções. **Resoluções copiadas serão zeradas.**

Assista aos vídeos sobre matrizes e resolvendo sistemas no Julia para te ajudar:

- https://www.youtube.com/watch?v=KHKU8vLZ2Pg&ab_channel=AbelSiqueira
- https://www.youtube.com/watch?v=ubQEv4yiz8w&t=2619s&ab_channel=AbelSiqueira

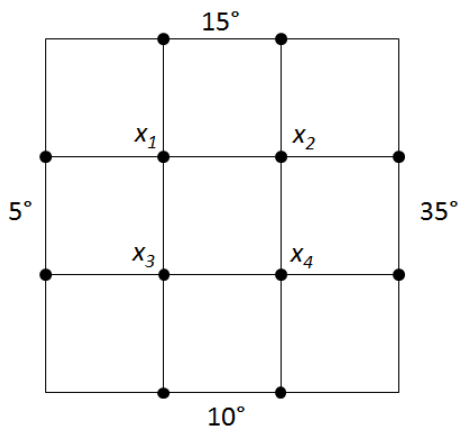
1. No primeiro exercício vamos começar a criar uma biblioteca de Cálculo Numérico. **Nessa questão você pode trabalhar individualmente ou com um grupo de até 3 alunos.**
 - (a) Sua biblioteca deve estar bem comentada (grande parte da avaliação vai ser baseada nos comentários).
 - (b) Além de completar o código, não esqueça de escrever os objetivos das funções (especificações) e suas entradas e saídas.
 - (c) Forneça também 3 exemplos para cada função.
 - (d) Generalize os códigos das funções abaixo que fizemos na aula 15 para matrizes $n \times n$ (não precisa se preocupar com divisões por zero nem com troca de linhas ou colunas).

- i. RESOLVE_DIAGONAL
- ii. RESOLVE_TRIANGULAR_SUPERIOR
- iii. RESOLVE_TRIANGULAR_INFERIOR
- iv. DECOMPOSIÇÃO_LU
- v. Como podemos usar LU para achar a inversa de uma matriz $A_{n \times n}$? Escreva uma função em Julia que recebe uma matriz quadrada e retorna a sua inversa. Qual é a complexidade do seu algoritmo?

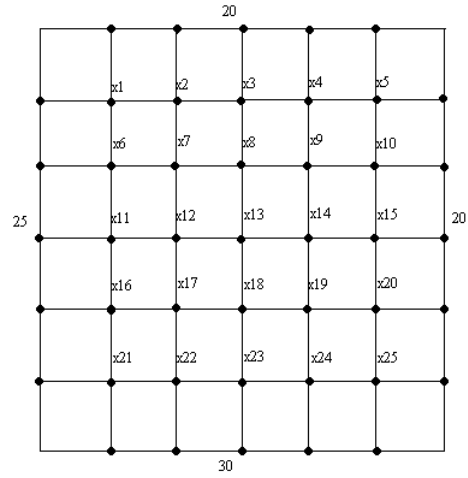
2. Dado o PVC $y''(x) = 4x$ com $y(0) = 5$ e $y(10) = 20$

- (a) Monte o sistema linear que aproxima pelo método de diferenças finitas com $n = 6$ intervalos na discretização.
- (b) Resolva o sistema linear obtido no item anterior no Julia.
- (c) Use interpolação polinomial (pode ser com grau = 2 ou grau = 3) para descobrir $y(3.2345)$.

3. **Problema da temperatura de um lago - Nessa questão você pode trabalhar individualmente ou com um grupo de até 3 alunos**
Queremos descobrir a temperatura em diferentes lugares no interior de um lago (vértices x_1, x_2, x_3 e x_4), mas só conseguimos medir a temperatura de 5, 10, 15 e 35 graus Celsius nas margens (laterais do quadrado na figura abaixo). Quando o calor está em equilíbrio, a temperatura em cada vértice no interior do lago é a média das temperaturas dos 4 vértices vizinhos.



- (a) Modele o problema como um sistema linear $Ax = b$.
- (b) Determine a temperatura nos 4 vértices do interior do quadrado com o LU .
- (c) Agora a temperatura das margens mudou e queremos discretizar o lago ainda mais (figura abaixo). Determine a temperatura dos vértices do interior do quadrado com o LU .



- (d) Você consegue discretizar com mais nós? Qual é o maior número de nós que você consegue discretizar e rodar na sua máquina em menos de 2 minutos usando LU .
4. **Problema de distribuição de água.** Uma companhia de distribuição de água recebeu as novas demandas de fluxo, medidas em litros por minuto (números no topo da figura), dos bairros que ela atende para 2022. Ela precisa determinar o fluxo de água em cada cano (as arestas da figura).
- (a) Faça a modelagem sem o cano pontilhado x_9 e resolva o sistema linear com o decomposição LU .
- (b) Faça a modelagem **com** o cano pontilhado x_9 e tente resolver o sistema linear com o LU . O que aconteceu?

