

Cálculo numérico 2021.2: Tarefa 5

João Paixão (jpaixao@dcc.ufrj.br)

1 Informações

- Não serão aceitos trabalhos atrasados durante o semestre.
- Você pode enviar as soluções dos exercícios teóricos da maneira que você achar melhor. Por exemplo, pode entregar com fotos, Latex (se você quiser aprender Latex é muito fácil: recomendo esse vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=Y1vdXYttLSA>), Jupyter notebook, Word, etc.
- As resoluções e os passos nas suas resoluções precisam ser justificados e escritos em português. Não coloque só fórmulas e “matematiquês”.
- Os exercícios de implementação em Julia precisam ser bem comentados.
- Você pode pensar nas resoluções com outras pessoas, mas precisa escrever sozinho as suas resoluções, implementações e comentários. Por favor inclua os nomes das pessoas com quem você trabalhou nas suas resoluções. **Resoluções copiadas serão zeradas.**

1. A tabela abaixo foi obtida como resultado de um experimento relativo ao valor da temperatura T (em graus Celsius) com a posição x (em centímetros):

x	0.1	0.2	0.4	0.8	0.9
$T(x)$	22	43	84	210	320

Determine a curva da forma $T = c_0 x^{c_1}$ que melhor se ajusta aos dados da tabela com o método de mínimos quadrados com coeficientes não-lineares e use o modelo para calcular $T(0.3)$ com três casas decimais.

Assista o vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=ujF50fGu-fc&t=2860s&ab_channel=AbelSiqueira "Cálculo Numérico em Julia - Integração numérica - parte 1" do Abel Siqueira para te ajudar com as questões de integração numérica.

2. Em maio de 1992 o ônibus espacial *endeavour* foi lançado na missão STS-49. A tabela mostra o tempo e a velocidade do ônibus.

Tempo (s)	0	10	15	20	32	59	62	125
Velocidade (pé/s)	0	185	319	447	742	1325	1445	4151

- (a) Faça a integral numérica utilizando o método dos trapézios de $t = 0$ a $t = 125$ para estimar a altura atingida pelo ônibus 125 s após o lançamento.
 - (b) Qual informação sobre o ônibus espacial você precisa para estimar o erro máximo cometido no item anterior?
 - (c) Encontre a reta, $p_1(x) = c_0x + c_1$, no sentido dos mínimos quadrados, que melhor descreve a distribuição dos pontos. Estime a altura a partir dessa curva, ou seja, calcule $\int_0^{125} p_1(x)dx$.
3. A área do círculo $x^2 + y^2 = 1$ é igual a π .
- (a) Determine uma aproximação para a área limitada por este círculo no primeiro quadrante usando o método de trapézio com $h = 0.1$ e determine uma estimativa para π a partir disto.
 - (b) Por que não podemos usar a fórmula do erro da regra da trapézio para estimar o erro no item anterior?
4. (Bônus) Adapte a função de integral dupla da Aula 18 em Julia para aproximar uma integral dupla

$$\int_a^b \int_{h(y)}^{g(y)} f(x, y) dx dy$$

numéricamente.

5. (Bônus) Resolva a questão 1 com o método do Gradiente Descendente e compare com a sua solução original.