## Reprova Álgebra Linear

## Gabriela Duarte Maciel e Augusto Rodrigo Camblor Santos 29 de outubro de 2022

#### 1 Exercício 1

Considere as bases do Respaço vetorial R3, A =  $\{(4, 2, 0), (1, 1, 1), (5, 3, 3)\}$  e B =  $\{(1, 2, 1), (1, 5, 2), (1, 0, 1)\}$ . Exiba as matrizes de mudança de base MB $\rightarrow$ A e M<sub>A</sub> $\beta$ M<sub>B</sub>. Escrevatambémos vetores abaixon as bases indicadas :  $\mathbf{v} = (\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2})\mathbf{A}$  em B  $\mathbf{v} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1})\mathbf{B}$  em A

#### 2 Mudança $\mathbf{M}_B \to M_{A(b1)}$ :

 $x.a_1 + y.a_2 + z.a_3 = b_1$ 

x.(4, 2, 0) + y.(1, -1, 1) + z.(5, 3, 3) = (1, -2, 1)

Inicio 
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{l2} \rightarrow l2 + l3 \begin{bmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{6} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

$$l1 \leftrightarrow l2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & -1 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2 - 2.l1 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$l3 \rightarrow l3 - l2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 10 & -2 \end{bmatrix} l2 \rightarrow 10.l2 - 7l3 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & -1 \\ 0 & 10 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 10 & -2 \end{bmatrix}$$

$$l1 \rightarrow 10.l1 - 6.l3 \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 10 & -2 \end{bmatrix} l1 \rightarrow l1/20 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{20} \\ 0 & 10 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 10 & -2 \end{bmatrix}$$

$$l2 \rightarrow l2/10 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{20} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{16}{10} \\ 0 & 0 & 10 & -2 \end{bmatrix} l3 \rightarrow l3/10 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{20} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{16}{10} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-2}{10} \end{bmatrix}$$

Coordenadas  $M_B \to M_{A(b1)} : a = \frac{1}{10}$ ;  $b = \frac{8}{5}$ ;  $c = \frac{-1}{5}$ 

#### 3 Mudança de $M_B \rightarrow M_{A(b2)}$ :

 $x.a_1 + y.a_2 + z.a_3 = b_2$ 

x.(4, 2, 0) + y.(1, -1, 1) + z.(5, 3, 3) = (1, 5, 2)

Início 
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} 12 \rightarrow l2 + l3 \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$11 \leftrightarrow 12 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2 - 2.l1 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & -7 & -13 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$l3 \rightarrow 13 - l2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & -7 & -13 \\ 0 & 0 & 10 & 15 \end{bmatrix} l3 \rightarrow l3/10 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & -7 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{15}{10} \end{bmatrix}$$

$$l3 o ext{simplificando a fração: dividindo por 5} \left[ egin{array}{cccc} 2 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & -7 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & rac{3}{2} \end{array} 
ight] l2 o l2 + 7.l3 \left[ egin{array}{cccc} 2 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & rac{-5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & rac{3}{2} \end{array} 
ight]$$

$$l1 \rightarrow l1 - 6.l3 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} l1 \rightarrow l1/2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

Coordenadas  $\mathbf{M}_B \to M_{A(b2)}: a=-1; b=\frac{-5}{2}; \mathbf{c}=\frac{3}{2}$ 

# 4 Mudança de $M_B \rightarrow M_{A(b3)}$ :

 $x.a_1 + y.a_2 + z.a_3 = b_3$ 

x.(4, 2, 0) + y.(1, -1, 1) + z.(5, 3, 3) = (1, 0, 1)

Inicio 
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2 + l3 \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$11 \leftrightarrow l2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2 - 2.l1 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$13 \to l3 - l2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 10 & 2 \end{bmatrix} l3 \to l3/10 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{10} \end{bmatrix}$$

$$11 \rightarrow l1 - 6.l3 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & \frac{-1}{5} \\ 0 & 1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{10} \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2 + 7.l3 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & \frac{-1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{10} \end{bmatrix}$$

Coordenadas  $\mathbf{M}_B \to M_{A(b3)}: a = \frac{-1}{10}; \mathbf{b} = \frac{2}{5}; \mathbf{c} = \frac{1}{5}$ 

## 5 Mudança de $M_A \rightarrow M_{B(A1)}$

 $x.b_1 + y.b_2 + z.b_3 = a_1$ 

x.(1, -2, 1) + y.(1, 5, 2) + z.(1, 0, 1) = (4, 2, 0)

Início 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ -2 & 5 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} l3 \rightarrow 5.l3 - 2.l2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ -2 & 5 & 0 & 2 \\ 9 & 0 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$11 \rightarrow 5.l1 - l2 \begin{bmatrix} 7 & 0 & 2 & 18 \\ -2 & 5 & 0 & 2 \\ 9 & 0 & 5 & -4 \end{bmatrix} l1 \rightarrow l1 - l3 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 22 \\ -2 & 5 & 0 & 2 \\ 9 & 0 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$12 \rightarrow l2 - l1 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 22 \\ 0 & 5 & 0 & -20 \\ 9 & 0 & 5 & -4 \end{bmatrix} l3 \rightarrow 2.l3 + 9.l1 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 22 \\ 0 & 5 & 0 & -20 \\ 0 & 0 & 10 & 190 \end{bmatrix}$$

$$11 \rightarrow l1/-2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -11 \\ 0 & 5 & 0 & -20 \\ 0 & 0 & 10 & 190 \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2/5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 10 & 190 \end{bmatrix}$$

$$13 \rightarrow l3/10 \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 19 \end{array} \right]$$

Coordenadas  $M_A \to M_{B(a1)} : a = -11; b = -4; c = 19$ 

## 6 Mudança de $M_A \rightarrow M_{B(A2)}$

 $x.b_1 + y.b_2 + z.b_3 = a_2$ 

x.(1, -2, 1) + y.(1, 5, 2) + z.(1, 0, 1) = (1, -1, 1)

Início 
$$\left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 5 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right] l 3 \rightarrow l 3 - l 1 \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$12 \leftrightarrow l3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 0 & -1 \end{bmatrix} l1 \leftrightarrow l3 \begin{bmatrix} -2 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$11 \rightarrow l1/2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} l3 \rightarrow l3 - l2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas  $\mathbf{M}_A \to M_{B(a2)}: a = \frac{1}{2}; \mathbf{b} = \mathbf{0}; \mathbf{c} = \frac{1}{2}$ 

### 7 Mudança de $M_A o M_{B(A3)}$

 $x.b_1 + y.b_2 + z.b_3 = a_3$ 

x.(1, -2, 1) + y.(1, 5, 2) + z.(1, 0, 1) = (5, 3, 3)

Início 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ -2 & 5 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} l3 \rightarrow 5.l3 - 2.l2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ -2 & 5 & 0 & 3 \\ 9 & 0 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

$$11 \rightarrow 5.l1 - l2 \begin{bmatrix} 7 & 0 & 5 & 22 \\ -2 & 5 & 0 & 3 \\ 9 & 0 & 5 & 9 \end{bmatrix} l1 \rightarrow l1 - l3 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 13 \\ -2 & 5 & 0 & 3 \\ 9 & 0 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

$$12 \rightarrow l2 - l1 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 13 \\ 0 & 5 & 0 & -10 \\ 9 & 0 & 5 & 9 \end{bmatrix} l3 \rightarrow 2.l3 + 9.l1 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 13 \\ 0 & 5 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 10 & 135 \end{bmatrix}$$

$$11 \rightarrow l1/-2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{-13}{2} \\ 0 & 5 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 10 & 135 \end{bmatrix} l2 \rightarrow l2/5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{-13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 10 & 135 \end{bmatrix}$$

Coordenadas  $\mathbf{M}_A \to M_{B(a3)}: a = \frac{-13}{2}; \ \mathbf{b} = \textbf{-2}; \ \mathbf{c} = \frac{27}{2}$ 

# v = (1, 3, 1)B em A

$$\mathbf{M_{B}} \rightarrow_{\mathbf{A}} : \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -1 & \frac{-1}{10} \\ \frac{8}{5} & \frac{-5}{2} & \frac{2}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{3}{2} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{10} * \mathbf{1} & -1 * 3 & \frac{-1}{10} * -1 \\ \frac{8}{5} * \mathbf{1} & \frac{-5}{2} * \mathbf{3} & \frac{2}{5} * -\mathbf{1} \\ \frac{-1}{5} * \mathbf{1} & \frac{3}{2} * 3 & \frac{1}{5} * -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-14}{5} \\ \frac{-63}{10} \\ \frac{41}{10} \end{bmatrix}$$

# 9 v = (0, 1, 2)A em B

$$\mathbf{M}_{A} \to_{B} : \begin{bmatrix} -11 & \frac{1}{2} & \frac{-13}{2} \\ 4 & 0 & -2 \\ 19 & \frac{1}{2} & \frac{27}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} -11 * 0 & \frac{1}{2} * 1 & \frac{-13}{2} * 2 \\ 4 * 0 & 0 * 1 & -2 * 2 \\ 19 * 0 & \frac{1}{2} * 1 & \frac{27}{2} * 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-25}{2} \\ -4 \\ \frac{55}{2} \end{bmatrix}$$

#### 10 Exercício 2

 $\text{Considere o conjunto S} = \{(1,\,1,\,1,\,1,\,1), (2,\,0,\,1,\,1,\,3), (3,\,1,\,0,\,2,\,4), (2,\,2,\,5,\,8,\,1), (0,\,1,\,0,\,2,\,3)\}.$ 

• S é LI ou LD?

	<b>1</b>	2	3	2	0	0	] [	1	2	3	2	0	0 ]
	1	0	1	<b>2</b>	1	0	$ \boxed{ \mathbf{l2} \leftarrow l2 - 1 * l1 } $	0	-2	-2	0	1	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
S =	1	-1	0	5	0	0	$  12 \leftarrow l2 - 1 * l1  $	1	-1	0	5	0	0
	1	1	<b>2</b>	8	<b>2</b>	0		1	1	<b>2</b>	8	<b>2</b>	0
	[ 1	3	4	-1	3	0		1	3	4	-1	3	$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$

$$l5 \rightarrow l5 - 1 * l1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 3 & 0 \end{bmatrix} l3 \rightarrow l3 - (3/2) * l2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & (-3/2) & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$l4 \rightarrow l4 - (1/2) * l2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & (-3/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & (-3/2) & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \\ l5 \rightarrow l5 - (-1/2) * l2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & (-3/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & (3/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & (7/2) & 0 \end{bmatrix}$$

$$l4 \rightarrow l4 - 2 * l3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & (-3/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (9/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & (7/2) & 0 \end{bmatrix} \\ l5 \rightarrow l5 - (-1) * l3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & (-3/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (9/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$l5 \rightarrow l5 - (-4/9) * l4 \left[ \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & (-3/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (9/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

R: Portanto, é LD

Forma base do R-espaço vetorial R5?

 $R:Como\ S\ \'e\ ld,\ ele\ n\~ao\ forma\ uma\ base\ de\ R^5$ 

#### 11 Exercício 3

```
Considere o conjunto W = \{(x, y, z, w, t, u) \mid x, y, z, w, t, u \in R \land x + y + w + z + t + u = 0 \land y - w - z = 0 \land w + t - x = 0\} \subseteq R^6.
Mostre que conjunto W é um subespaço do R-espaço vetorial \mathbb{R}^6.
        t - x = 0
         t = x
         y-w-z=0
         y = w + z
        x + y + w + z + t + u = 0 \rightarrow x + w + z + w + z + x + u = 0

u = -x - y - w - z - t \rightarrow u = -2x - 2w - 2z
        I) 0 \in Wparax = 0z = 0w = 0
         (w, w, w, w, w, -w) \rightarrow (x, w + z, z, w, x, -2x-2w-2z)
         = (0, 0, 0, 0, 0, -0)
         Logo, 0 \in W
      II) u, z ∈ W → u + z ∈ W, sendo : 
u = (u1, u2, u3, u4, u5, -u6) → (x<sub>1</sub>, w<sub>1</sub> + z<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>, w<sub>1</sub>, x<sub>1</sub>, -2x<sub>1</sub>-2w<sub>1</sub>-2z<sub>1</sub>) 
z = (z1, z2, z3, z4, z5, -z6) → (x<sub>2</sub>, w<sub>2</sub> + z<sub>2</sub>, z<sub>2</sub>, w<sub>2</sub>, x<sub>2</sub>, -2x<sub>2</sub>-2w<sub>2</sub>-2z<sub>2</sub>)
      \begin{array}{l} u+z=(x_1+x_2,(w_1+z_1)+(w_2+z_2),z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+x_2,(-2x_1-2w_1-2z_2)+(-2x_2-2z_2))\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+x_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+x_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+z_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+z_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+z_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+z_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+w_2+z_2,z_1+z_2,w_1+w_2,x_1+z_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+z_2,w_1+z_2,x_1+z_2,w_1+z_2,-2x_1-2x_2,-2w_1-2w_2,-2z_1-2z_2)\\ u+z=(x_1+x_2,w_1+z_1+z_2,x_1+z_2,w_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,x_1+z_2,
         III) a \in R, v \in W \rightarrow av \in W, sendo:
       \mathbf{v} = (\mathbf{v}1, \, \mathbf{v}2, \, \mathbf{v}3, \, \mathbf{v}4, \, \mathbf{v}5, \, \mathbf{v}6) \rightarrow (x, w + z, z, w, x, -2x - 2w - 2z)
         av = a \cdot (x_1, w_1 + z_1, z_1, w_1, x_1, -2x_1 - 2w_1 - 2z_1)
         av = (a. x_1, a.w_1 + z_1, a.z_1, a.w_1, a.x_1, a. -2x_1 - 2w_1 - 2z_1)
         av = (ax_1, aw_1w_2, az_1, aw_1, ax_1, a - 2x_1 - 2w_1 - 2z_1)
         Logo, av \in W.
         Logo W é subespaço vetorial de R6.
         \mathbf{x} - \mathbf{z} = 1 \to x = 1 + z
```

#### • O conjunto W = {(x, y, z) | $x, y, z \in R \land x - z = 1 \land y + x = 0$ } é um subsespaço vetorial de R3? Esboce graficamente W.

```
y + x = 0 \rightarrow y + 1 + z = 0 \rightarrow y = -1-z.

W = \{(1 + z, -1 - z, z)\}
I) 0 \in W, paraz = 0
(1+z, -1-z, z) \rightarrow (1+0, -1-0, 0) = (1, -1, 0).
Logo 0 NÃO pertence a W para z=0. Portanto, W NÃO é subespaço vetorial.
```

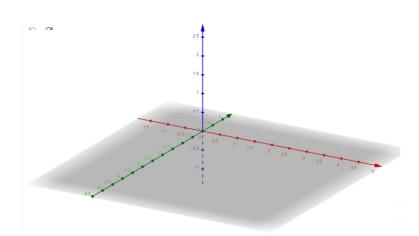


Figure 1: Representação gráfica.

• Invente seu subespaço vetorial em qualquer R n com n maior igual a 2. Mostre que o conjunto apresentado é de fato um subespaço vetorial. Não vale usar nenhum exemplo da aula ou da prova

```
W = \{(x, y, z) \mid x + y - 2z = 0\}
x + y -2z = 0
x = -y + 2z
W = (-y + 2z, y, z) | y, z \in R 
I) (0,0,0) \in W, pois : y, z = 0
II) v, w, x \in W \rightarrow v + w + x \in W, sendo:
v = (-y1 + 2z1, y1, z1)

w = (-y2 + 2z2, y2, z2)
z = (-y3 + 2z3, y3, z3)
v + w + z = (-y1 + 2z, y1, -2y1) + (-y2 + 2z2, y2, z2) + (-y3 + 2z3, y3, z3)
u + w + z = (-y1+2z1-y2+2z2-y3+2z3,y1+y2+y3,-2y1+z2+z3)
Logo, u + w + z \in W
III) a \in R, v \in Z \rightarrow av \in W.Sendo:
v = (v1,v2,v3) \rightarrow (-y1 + 2z1,y1,z1)
a.v = a \cdot (-y1 + 2z1, y1, z1)
a.v = (a. (-y1 +2z1), a. y1, a. z1)
a.v = (-ay1 + a2z1, ay1, -az1)
Logo, av \in W
```

Logo W é subespaço vetorial de R3

$\text{Início} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 &   & a \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 &   & b \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 2 & -1 & 2 &   & c \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 &   & d \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 &   & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 &   & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 &   & g \end{bmatrix}$
$l2 \rightarrow l2 + l1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & c \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{bmatrix}$
$13 \rightarrow l3 + l1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{bmatrix}$ $l4 \rightarrow l4 + l1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{bmatrix}$
$16 \rightarrow l6 + l1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{bmatrix} l7 \rightarrow l7 + l1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 5 & g+a \end{bmatrix}$
$l1 \rightarrow l1 - l2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 5 & g+a \end{bmatrix} \\ l4 \rightarrow l4/2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 1 & 3/2 & 0 & 0 & 0 & 3/2 & d+a/2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 5 & g+a \end{bmatrix}$
$l4 \rightarrow l4 - l2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 0 & -5/2 & 0 & -1 & 0 & -3/2 & d+3a-2b/2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 5 & g+a \end{bmatrix} \\ l5 \rightarrow l5 - l2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 0 & -5/2 & 0 & -1 & 0 & -3/2 & d+3a-2b/2 \\ 0 & 0 & -5/2 & 0 & -1 & 0 & -3/2 & d+3a-2b/2 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & 0 & -1 & -1 & e-b+a \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 5 & g+a \end{bmatrix}$
$l7 \rightarrow l7 - l2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 0 & -5/2 & 0 & -1 & 0 & -3/2 & d+3a-2b/2 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & 0 & -1 & -1 & e-b+a \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 & g+2a-b \end{bmatrix} \\ l3 \rightarrow l3/3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & -5/2 & 0 & -1 & 0 & -3/2 & d+3a-2b/5 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & 0 & -1 & -1 & e-b+a \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 & g+2a-b \end{bmatrix}$
$l4 \rightarrow -2.5.l4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2/5 & 0 & 3/5 & -d+3a-2b/5 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & 0 & -1 & -1 & e-b+a/5 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 & g+2a-b \end{bmatrix} \\ l5 \rightarrow l5/5 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2/5 & 0 & 3/5 & -d+3a-2b/5 \\ 0 & 0 & -1 & 1/5 & 0 & -1/5 & -1/5 & e-b+a/5 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & b+a/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 & g+2a-b \end{bmatrix}$
$l6 \rightarrow l6/3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2/5 & 0 & 3/5 \\ 0 & 0 & -1 & 1/5 & 0 & -1/5 & -1/5 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \end{bmatrix} t \rightarrow l4 - l3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 0 & -1/3 & -14/15 & 0 & 16/15 \\ 0 & 0 & -1 & 1/5 & 0 & -1/5 & -1/5 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \end{bmatrix} t \rightarrow l4 - l3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1/5 & 0 & 16/15 \\ 0 & 0 & -1 & 1/5 & 0 & -1/5 & -1/5 \\ 0 & 0 & -1 & 1/5 & 0 & -1/5 & -1/5 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \end{bmatrix} $
$l5 \rightarrow l5 + l3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 0 & -1/3 & -14/15 & 0 & 16/15 \\ 0 & 0 & 0 & 8/15 & 4/3 & -1/5 & 22/15 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & 0 & 2/3 & f+a/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 & g+2a-b \end{bmatrix} \\ l6 \rightarrow l6 - l3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 0 & -1/3 & -14/15 & 0 & 16/15 & \frac{-3d-14a+6b-3c}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 8/15 & 4/3 & -1/5 & 22/15 & \frac{8a+3e-3b+3c}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 0 & -1 & f-c/3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 2 & 2 & g+2a-b \end{bmatrix}$
$l7 \rightarrow l7 + l3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 0 & -1/3 & -14/15 & 0 & 16/15 & \frac{-3d-14a+6b-3c}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 8/15 & 4/3 & -1/5 & 22/15 & \frac{8a+3e-3b+3c}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 0 & -1 & \frac{1}{1}c-3 \\ 0 & 0 & 0 & 4/3 & 10/3 & 2 & 11/3 & \frac{3g+7a-3b+c}{3} \end{bmatrix} \\ l4 \rightarrow 3.l4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 & \frac{3d-14a+6b-3c}{3d-14a+6b-3c} \\ 0 & 0 & 0 & 8/15 & 4/3 & -1/5 & 22/15 & \frac{8a+3e-3b+3c}{3b-12c} \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 0 & -1 & \frac{8a+3e-3b+3c}{5b-12c} \\ 0 & 0 & 0 & 4/3 & 10/3 & 2 & 11/3 & \frac{3g+7a-3b+c}{3} \end{bmatrix}$
$l5 \rightarrow 15/8.l5 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5/2 & -3/8 & 11/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 4/3 & 10/3 & 2 & 11/3 \\ \end{bmatrix} l6 \rightarrow 3.l6 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 \\ \frac{8a+3e-3b+3c}{3} \\ \frac{8a+3e-3b+3c}{3} \\ \frac{3g+7a-3b+c}{3} \end{bmatrix}$
$l5 \rightarrow l5 - l4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 & \frac{-3d-14a+6b-}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & -3/8 & -9/20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & -3 & \frac{5c-3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5/2 & 3/2 & 11/4 \end{bmatrix} \\ l6 \rightarrow l6 - l4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 & c+a/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 & \frac{-3d-14a+6b-}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 & \frac{-3d-14a+6b-}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & -3/8 & -9/20 & \frac{-72a+13e-55b+15c-24d}{40} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24/5 & 0 & -31/5 & \frac{7c-2a+13e-55b+15c-24d}{40} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/2 & 3/2 & 11/4 & \frac{3g+7a-3b+c}{4} \end{bmatrix}$
$l7 \rightarrow l7 - l4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{-3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & -3/8 & -9/20 &   & \frac{-72a+15c+33b-15c-24d}{40} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24/5 & 0 & -31/5 &   & \frac{5f-10c-3d-14a+6b}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & 3/2 & -9/20 &   & \frac{15g-21a+9b-15c-12d}{20} \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ b \rightarrow -10/3.l4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1/4/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{-3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{-24a+5c+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24/5 & 0 & -31/5 &   & \frac{5f-10c-3d-14a+6b}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24/5 & 0 & -31/5 &   & \frac{5f-10c-3d-14a+6b}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & 3/2 & -9/20 &   & \frac{15g-21a+9b-15c-12d}{20} \\ \end{bmatrix}$

5

$l6 \rightarrow -5/24.l6 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{-3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{-24a+5e+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 31/24 &   & -\frac{5f-10c-3d-14a+6b}{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & 3/2 & -9/20 &   & \frac{15g-21a+9b-15c-12d}{20} \end{bmatrix} \\ I7 \rightarrow -10/3.l7 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{-3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{-24a+5e+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{24a+5e+11b-5c-8d}{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 31/24 &   & -\frac{5f-10c-3d-14a+6b}{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -5 & 3/2 &   & -\frac{5g+7a+3b-5c-4d}{2} \end{bmatrix}$
$l6 \rightarrow l6 - l5 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{-3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{-24a+5e+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5/4 & -5/24 &   & \frac{-20c+30c-5f-45d-130a+60b}{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -5 & 3/2 &   & -\frac{5g+7a+3b-5c-4d}{2} \end{bmatrix} \right] I7 \rightarrow l7 - l5 $ $\begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{24a+5e+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5/4 & -5/24 &   & \frac{-20c+30e-5f-45d-130a+60b}{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25$
$l6 \rightarrow -4/5.l6 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{24a+5e+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1/6 &   & -\frac{4c+6e-f-9d-26a+12b}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25/4 & 0 &   & \frac{-38a+5e-10g+5b+5c}{4} \end{bmatrix}$
$l7 \rightarrow l7 - l6 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{-3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{-24a+5c+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1/6 &   & -\frac{4c+6c-f-9d-26a+12b}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/6 &   & \frac{120c-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{150} \end{bmatrix} \\ I7 \rightarrow -6.l7 \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & -\frac{24a+5c+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1/6 &   & -\frac{4c+6c-f-9d-26a+12b}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1/6 &   & -\frac{4c+6c-f-9d-26a+12b}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & -\frac{120c-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{25} \end{bmatrix}$
$l6 \rightarrow l6 - (1/6.l7) \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 3/2 &   & \frac{-24a+5e+11b-5c-8d}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & -\frac{120e-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{25} \end{bmatrix}$ $ 5 \rightarrow l5 - (3/2.l7) \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/5 & 0 & 16/5 &   & -\frac{3d-14a+6b-5c}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 & 0 &   & \frac{595e-1932a+1345b-655e+1150d+360g-150f}{100} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 0 &   & \frac{595e-1932a+1345b-655e+1150d+360g-150f}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & -\frac{120e-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{25} \end{bmatrix}$
$14 \rightarrow 14 - (16/5.17) \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 2a+b \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 &   & b+a \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 5/3 &   & \frac{c+a}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 0 &   & \frac{1920c-3525d-3402a+14170b-1955c+960g-400f}{125} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5/4 & 0 &   & \frac{595c-1932a+1345b-655c+1150d+360g-150f}{50} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{10g-5c-5c+18a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & -\frac{120c-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{25} \end{bmatrix}$ $13 \rightarrow 13 - (5/3.17)$ $13 \rightarrow 13 - (5/3.17)$
$12 \rightarrow 12 - (3.17) \left[ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$11 \rightarrow l1 - l6 \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 0 &   & \frac{360e+835b-1214a-390c-675d+180g-75f}{25} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 4/3 & 0 & 0 &   & \frac{120e-125c-417a+270b-255d+60g-25f}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 14/5 & 0 & 0 &   & \frac{1920e-3525d-3402a+4170b-1955e+960g-400f}{125} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 &   & \frac{60e-1061a+685b-315c+575d+155g-75f}{50} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{10g-5e-5c+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & -\frac{120e-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{25} \end{bmatrix}$
$13 \rightarrow l3 - (4/3.l5) \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 0 &   & \frac{360e+835b-1214a-390e-675d+180g-75f}{25} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 0 &   & \frac{260g+620e-605c-2237a+1370b-1275d-125f}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{10g-5e-5e+38a-5b}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 &   & \frac{12a+5e+30b-10g+5c}{25} \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 &   & \frac{12a+5e+30b-13g+5c}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 &   & \frac{260g+620e-605c-2237a+1370b-1275d-125f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & \frac{16g+60e-302d+161a-25b+10c-16f}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &   & 16g+60$
$13 \rightarrow l3 - (1/3.l4) \left[ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

	-1	0	-2	(	)	0	0	0	$\frac{12a + 5e + 30b - 10g + 5c}{25}$		-1	0	0	0	0	0	0	$\begin{array}{c} 330g + 655e - 6048a + 3080b - 1295c + 470d - 90f \\ \hline 75 \end{array}$
	0	1	0	(	)	0	0	0	$\frac{-480g - 1070e - 3070b + 5883a + 1330c + 1565d + 195f}{75}$		0	1	0	0	0	0	0	$\frac{-480g - 1070e - 3070b + 5883a + 1330c + 1565d + 195f}{75}$
	0	0	1	(	)	0	0	0	$\frac{180g + 320e - 655c - 3042a + 1495b + 235d - 45f}{75}$		0	0	1	0	0	0	0	$\frac{180g + 320e - 655c - 3042a + 1495b + 235d - 45f}{75}$
$l2 \rightarrow l2 - (4.l3)$	0	0	0	1	L	0	0	0	$\frac{16g + 60e - 302d + 161a - 25b + 10c - 16f}{5}$	$l1 \rightarrow l1 + (2.l3)$	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{16g + 60e - 302d + 161a - 25b + 10c - 16f}{5}$
	0	0	0	(	)	1	0	0	$\frac{60e - 1061a + 685b - 315c + 575d + 155g - 75f}{50}$		0	0	0	0	1	0	0	$\frac{60e - 1061a + 685b - 315c + 575d + 155g - 75f}{50}$
	0	0	0	(	)	0	1	0	$\frac{10g - 5e - 5c + 38a - 5b}{25}$		0	0	0	0	0	1	0	$\frac{10g - 5e - 5c + 38a - 5b}{25}$
	0	0	0	(	)	0	0	1	$-\frac{120e - 422a + 270b - 130c - 225d + 60g - 25f}{25}$		0	0	0	0	0	0	1	$-\frac{120e - 422a + 270b - 130c - 225d + 60g - 25f}{25}$

	1	0	0	0	0	0	0	$-\frac{330g + 655e - 6048a + 3080b - 1295c + 470d - 90f}{75}$
	0	1	0	0	0	0	0	$\frac{-480g - 1070e - 3070b + 5883a + 1330c + 1565d + 195f}{75}$
	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{180g + 320e - 655c - 3042a + 1495b + 235d - 45f}{75}$
$l1 \rightarrow -1.l1$	0	0	0	1	0	0	0	$\tfrac{16g + 60e - 302d + 161a - 25b + 10c - 16f}{5}$
	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{60e - 1061a + 685b - 315c + 575d + 155g - 75f}{50}$
	0	0	0	0	0	1	0	$\frac{10g - 5e - 5c + 38a - 5b}{25}$
	0	0	0	0	0	0	1	$-\frac{120e-422a+270b-130c-225d+60g-25f}{25}$

#### 13 Coordenadas

Portanto o conjunto forma base para o espaço vetorial R7 e as coordenadas são B =  $\frac{216}{5}$ ; -23; 21;  $\frac{-241}{5}$ ;  $\frac{217}{10}$ ; 15;  $\frac{19}{5}$