

# **MODELOS MULTIVARIANTES NO ESTACIONARIOS**

# MODELOS MULTIVARIANTES NO ESTACIONARIOS

## CLASE 3

1. Cointegración, estimación
  - 1.1 Fully Modified OLS (FMOLS)
  - 1.2 Canonical Cointegrating Regression (CCR)
  - 1.3 Dynamic OLS (DOLS)

# Cointegración – Métodos de estimación

- Si las series están cointegradas, EMCO del vector cointegrador  $\beta$  son:
  - consistentes y convergen a una tasa más rápida (Hamilton, 1994)
  - pero tienen una distribución asintótica que *generalmente* es no Gaussiana, tiene sesgo asintótico, asimetría y dependen de ciertos parámetros “problemáticos”
- La distribución asintótica problemática surge cuando hay: (i) correlación de largo plazo entre los errores del vector cointegrador y las innovaciones de los regresores y (ii) correlación cruzada entre los errores del vector cointegrador y los regresores.

# Cointegración – Métodos de estimación

- Entonces, *SOLS* (Static OLS) no serían los recomendados cuando se quiere realizar inferencias sobre el vector cointegrador.
- Cuando los regresores son estrictamente exógenos,
  - el sesgo
  - la asimetría
  - la dependencia de parámetros problemáticos

} desaparecen

y el estimador SOLS tiene una distribución asintótica totalmente Gaussiana.

- También desaparecen cuando el número de tendencias determinísticas excluidas de la relación de cointegración es no menor al número de regresores estocásticos.
- Estimadores asintóticamente eficientes: FMOLS, CCR, DOLS

# Cointegración – Métodos de estimación

- Seguiremos a Hansen (1992)
- Asumamos que existe un único vector cointegrador.
- Consideremos un vector  $(y_t, X_t')$  de dimensión  $(n+1,1)$  con *ecuación de cointegración*

$$y_t = X_t' \beta + D_{1t}' \gamma_t + u_{1t}$$

- Los  $n$  regresores estocásticos  $X_t$  satisfacen el sistema de ecuaciones

$$X_t = \Gamma_{21}' D_{1t} + \Gamma_{22}' D_{2t} + \varepsilon_t$$

$$\Delta \varepsilon_t = u_{2t}$$

donde  $(D_{1t}', D_{2t}')$  son regresores de tendencia determinística:  $D_{1t}$  están en la ecuación de cointegración y en las ecuaciones de los regresores, mientras que  $D_{2t}$  están incluidos en las ecuaciones de los regresores pero están excluidos de la ecuación de cointegración.

# Cointegración – Métodos de estimación

- Asumamos que las innovaciones  $u_t = (u_{1t}, u_{2t}')'$  son estrictamente estacionarias y ergódicas con media cero, matriz de covarianzas contemporáneas  $\Sigma$ , matriz de covarianzas de largo plazo  $\Lambda$ , matriz de covarianzas  $\Omega$ :

$$\Sigma = E(u_t u_t') = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \sum_{j=0}^{\infty} E(u_t u_{t-j}') = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(u_t u_{t-j}') = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix}$$

Con  $\text{rango}(\Omega) = n$

# Cointegración – Métodos de estimación

- Esto implica que  $y_t \sim I(1)$ ,  $X_t \sim I(1)$ , y que están cointegrados, excluyendo la cointegración entre los elementos de  $X_t$  y la multicointegración.
- Cuando hay correlación de largo plazo entre los errores de la ecuación de cointegración y las innovaciones de los regresores ( $\omega_{12}$ ) y correlación cruzada entre los errores de la ecuación de cointegración y los regresores ( $\lambda_{12}$ )

# Cointegración – FMOLS

- Phillips y Hansen (1990) proponen un estimator que emplea una corrección semi-paramétrica para eliminar los problemas causados por la correlación de largo plazo entre la ecuación de cointegración y las innovaciones de los regresores esocásticos.
- El estimador **Fully Modified OLS (FMOLS)** es asintóticamente insesgado y tiene una mezcla de distribuciones normales totalmente eficientes que permite realizar pruebas de Wald estándar usando inferencia estadística asintótica con Chi-cuadrado. Utiliza estimaciones kernel para los parámetros “problemáticos”.



# Cointegración – FMOLS

- Para lograr eficiencia asintótica FMOLS modifica OLS para incorporar correlación serial y testear la endogeneidad de los regresores en la relación de cointegración.
- Es recomendado para las muestras chicas.

# Cointegración – CCR

- La regresión de cointegración canónica (**Canonical Cointegrating Regression, CCR**) de Park (1992) es muy parecida a FMOLS, pero emplea transformaciones estacionarias de los datos para obtener estimaciones OLS que remuevan la dependencia de LP entre la ecuación de cointegración y las innovaciones de los regresores estocásticos.
- Como FMOLS, las estimaciones de CCR tienen una distribución normal mixta que está libre de parámetros “problema” y permite realizar pruebas asintóticas con Chi-cuadrado.

# Cointegración – DOLS

- Otro enfoque simple para eliminar la retroalimentación en el sistema de cointegración ha sido promovido por Saikkonen (1992) y Stock y Watson (1993): **Dynamic OLS (DOLS)**
- El método involucra aumentar la regresión de cointegración con rezagos y adelantos (lags y leads) de las primeras diferencias de los regresores, de forma tal que el error ecuación cointegradora sea ortogonal a toda la historia de las innovaciones de los regresores estocásticos:
- $$y_t = X_t' \beta + D_{1t}' \gamma + \sum_{-q}^r \Delta X_{t+j}' \delta + v_{1t}$$

# Cointegración – DOLS

$$y_t = X_t' \beta + D_{1t}' \gamma + \sum_{-q}^r \Delta X_{t+j}' \delta + v_{1t}$$

- Una vez incorporados los rezagos y adelantos, los estimadores por OLS de  $\theta = (\beta', \gamma')'$  tienen la misma distribución asintótica de FMOLS y CC.
- Un estimador de la varianza asintótica puede computarse reemplazando el estimador usual de la varianza residual de  $v_{it}$  por un estimador de la varianza de LP de los residuos