[SECCIÓN 1] **1 La adición de números enteros**

Al igual que en el conjunto de los números naturales, en el conjunto de los números enteros se realiza la operación adición, con la diferencia de que los sumandos y los resultados obtenidos pueden ser números negativos. Para saber cómo adicionar números enteros es necesario analizar las distintas opciones que se pueden presentar. Estas son:

* Que los números adicionados tengan el **mismo signo** (los sumandos son ambos **positivos** oambos **negativos**), es decir, que se encuentren a la derecha de cero en la recta numérica, o se encuentren a la izquierda de cero. Por ejemplo: 2 + 34, ambos sumandos se ubican a la derecha de cero, y ‒3 + (‒8), ambos sumandos se ubican a la izquierda de cero.
* Que los números adicionados tengan **diferente signo**, es decir, que algunos de los sumandos estén a la derecha de cero y otros a la izquierda (en la recta numérica), como: ‒13 + 12, el primero está a la izquierda de cero mientras el segundo está a la derecha y 2 + (‒34), que presenta el caso contrario.

La necesidad de reconocer la representación gráfica de la adición de números enteros se puede apreciar en las siguientes situaciones:

* Pedro debe 3 canicas a Luis y 8 a Sebastián, ¿cuántas canicas debe Pedro en total?
* Pedro debe a Luis 13 canicas pero ganó 12 jugando con Sergio, ¿cuántas canicas debe o tiene Pedro en total?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG01 |
| **Descripción** | Los números enteros y la recta numérica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Al ubicar cantidades en la recta numérica es importante reconocer el punto de referencia. |

Con esta idea se puede identificar que en la primera situación Pedro está debiendo canicas, mientras que en la segunda ha ganado algunas pero debe otras, lo que hace que los resultados en cada situación representen ideas diferentes: deber o tener (ganar).

[SECCIÓN 2] **1.1 La adición de números enteros del mismo signo**

Para comprender el proceso de adicionar números enteros del mismo signo se considerarán las siguientes situaciones:

* Pedro debe a Luis 3 canicas, adicionalmente le debe 8 a Sebastián, ¿cuántas canicas debe Pedro en total?

En este caso, Pedro está debiendo 3 y 8 canicas por lo que los números que representan dichas cantidades están a la izquierda de cero, es decir, los números son negativos (están precedidos del signo menos): ‒3 y (‒8).

Como ambas cantidades se están debiendo, el resultado de adicionar las canicas también está precedido del signo menos. Si se deben 3 y 8 canicas, en total se deben 11 canicas: ‒11.

* Si en otro juego, Pedro gana 1 canica a Rodrigo y 8 canicas a Nicolás, ¿cuántas canicas tiene en total?

En este caso, Pedro gana 1 y 8 canicas por lo que los números que representan dichas cantidades están a la derecha de cero, es decir, los números son positivos (están precedidos del signo más): +1 y +8.

Como ambas cantidades se ganaron, el resultado de adicionar las canicas será el número de canicas que ganó y estará precedido del signo más. Si se tienen 1 y 8 canicas, en total se tienen 9 canicas: +9.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Escritura de la adición de números enteros del mismo signo** |
| **Contenido** | Para adicionar números enteros del mismo signo se debe tener en cuenta que:   * Cuando los **números** son **negativos**, los sumandos deben encerrarse en un paréntesis cada uno, excepto el primero que puede dejarse sin el paréntesis. Ejemplo: si se adicionan ‒3 y ‒12, la adición se escribe ‒3**+ (**‒12**)**; si se adicionan 2, ‒12 y ‒9, se escribe 2 **+ (**‒12**) + (**‒9**)**. * Cuando los **números** son **positivos** no es necesario escribir el signo + de los números, sólo se escribe la adición usual. Ejemplo: si se adicionan +3 y +12, la adición se escribe 3 + 12; si se adicionan +3, +12 y +9, se escribe 3 + 12 + 9. |

En el siguiente recurso se muestra la representación gráfica de adiciones de números enteros del mismo signo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC10 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Diapositiva 1: al dar clic sobre adición de números enteros negativos, se va a la diapositiva 2. Si se da clic en adición de números enteros positivos se va a la diapositiva 18.  Si se da clic sobre adición de números enteros del mismo signo se va a la diapositiva 32.  Diapositiva 1    Diapositiva 2      Diapositiva 3      Diapositiva 4      Diapositiva 5      Diapositiva 6      Diapositiva 7      Diapositiva 8      Diapositiva 9      Diapositiva 10      Diapositiva 11      Diapositiva 12      Diapositiva 13      Diapositiva 14      Diapositiva 15      Diapositiva 16      Diapositiva 17      Diapositiva 18      Diapositiva 19      Diapositiva 20      Diapositiva 21      Diapositiva 22      Diapositiva 23      Diapositiva 24      Diapositiva 25      Diapositiva 26      Diapositiva 27      Diapositiva 28      Diapositiva 29      Diapositiva 30      Diapositiva 31      Diapositiva 32      **FICHA DEL DOCENTE**  **Objetivo**  El recurso expone de forma clara y precisa los pasos para adicionar números enteros del mismo signo sobre la recta numérica.  **Propuesta**  Acercar al estudiante al proceso de adicionar números enteros del mismo signo con elementos geométricos como la recta numérica para identificar las características de la suma: ser positiva si ambos números son positivos y ser negativa si ambos números son negativos.  Con el uso de la recta numérica se permite a los estudiantes el reconocer y comprender el porqué de los signos al adicionar enteros del mismo signo; con ello se evita la memorización de reglas equívocas y se aclara la distinción entre los procesos de adición y multiplicación cuando se aborde esta última operación.  **Antes de la presentación**  Refuerce la identificación de la ubicación en la recta numérica de cantidades que requieran de un punto de referencia como: deudas – ganancias, temperaturas, créditos – débitos, profundidad del mar – altitudes, etc.  Con dichas situaciones, elabore preguntas que impliquen la adición de cantidades del mismo signo. Por ejemplo: si un submarino está a 2000 m bajo el nivel del mar y se sumerge 500 m más, ¿a qué profundidad se encuentra?  Con ello, afiance la necesidad de indicar el signo que precede a las cantidades.  **Después de la presentación**  Solicite a los estudiantes plantear tres adiciones diferentes de números enteros positivos y tres adiciones de enteros negativos y representarlas en la recta numérica. Verifique que se comprenda cuál es el signo que debe llevar la suma de cantidades del mismo signo.  **FICHA DEL ESTUDIANTE**  **La adición de números enteros del mismo signo**  Representa en una recta numérica las siguientes adiciones:   * ‒5 + (‒7) * ‒5 + (‒7) + (‒2) * ‒5 + (‒7) + (‒2) + (‒1) * 4 + 3 * 4 + 3 + 2 * 4 + 3 + 2 + 5 * 7 + 0 * 0 + 7   Ahora reflexiona sobre las características de la suma de números enteros del mismo signo a través de los siguientes interrogantes:   * Cuando se adicionan dos números enteros negativos ¿el resultado es negativo o positivo? * Cuando se adicionan dos números enteros positivos ¿el resultado es negativo o positivo? * Cuando se adicionan tres números enteros negativos ¿el resultado es negativo o positivo? * Cuando se adicionan tres números enteros positivos ¿el resultado es negativo o positivo? * Cuando se adicionan más de tres números enteros negativos ¿el resultado es negativo o positivo? * Cuando se adicionan más de tres números enteros positivos ¿el resultado es negativo o positivo? * Al adicionar un número entero positivo con cero ¿cuál es el resultado?   **DESCRIPCIONES DEL RECURSO**  Tiempo: 40 minutos  Modalidad: Animación  Tipo de recurso: Exposición  Competencia: Competencia para aprender a aprender |
| **Título** | Adición de números enteros del mismo signo |
| **Descripción** | Animación que explica el proceso de adicionar números enteros del mismo signo empleando la recta numérica. |

Para definir analíticamente la **adición de números enteros del mismo signo**, es necesario el concepto de **valor absoluto**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El **valor absoluto** de un número entero se representa escribiendo el número entre **dos líneas verticales** y representa la distancia que hay entre ese número y cero. Por ejemplo, el valor absoluto de ‒4 es 4 (| ‒4 | = 4) y el valor absoluto de +15 es 15 (| 15 | = 15).   |  |  | | --- | --- | | **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | | | **Código** | MA\_07\_02\_IMG02 | | **Descripción** |  | | **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  | | **Pie de imagen** |  | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Adición de números enteros del mismo signo** |
| **Contenido** | La **suma** de dos o más números **enteros del mismo signo** se halla adicionando los valores absolutos de los sumandos. A dicho resultado se le coloca el signo que poseen los números. |

A continuación se expondrán algunos ejemplos de cómo se adicionan números enteros del mismo signo.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Adición de números enteros del mismo signo** | | | | |
| Si los números son: | Ejemplo | Se calcula el valor absoluto de los números (sumandos) | Se halla la suma de los valores absolutos | Se coloca el signo de la suma (es el mismo de los sumandos) |
| Negativos | −3+ (− 12) | | −3| = 3  | − 12| = 12 | 3 + 12 = 15 | −3+ (− 12) = −15 |
| Positivos | 57 + 72 | |57| = 57  |72| = 72 | 57 + 72 = 129 | 57 + 72 = 129 |

Como en el caso de las canicas de Pedro, existen muchas otras situaciones en las cuales se deben adicionar números enteros del mismo signo, observa algunas de ellas:

* Si le debo a un amigo $10 000 y a mi mamá le debo $15 000, ¿cuánto dinero debo en total?

Se calcula el valor absoluto de los números: | −10 000| = 10 000 y | −15 000| = 15 000. Se halla la suma de los valores absolutos: 10 000 + 15 000 = 25 000. Se escribe el signo de la suma ‒10 000 + (‒15 000) = ‒25 000 (como ambos sumandos son negativos, la suma es negativa).

De este modo, debo en total $25 000, que se escribe ‒$25 000.

* El día de mi cumpleaños mi tío me regaló $20 000 y mis abuelos $50 000, ¿cuánto dinero tengo en total?

Se calcula el valor absoluto de los números: |20 000| = 20 000 y |50 000| = 50 000. Se halla la suma de los valores absolutos: 20 000 + 50 000 = 70 000. Se escribe el signo de la suma 20 000 + 50 000 = 70 000 (como ambos sumandos son positivos, la suma es positiva).

Así, tengo en total $70 000, que se escribe +$70 000.

[SECCIÓN 2] **1.2 La adición de números enteros de diferente signo**

Para comprender el proceso de adicionar números enteros de diferente signo se considerará la siguiente situación:

Sergio debía 13 canicas a Luis y le ganó 8 a Sebastián, ¿cuántas canicas tiene o debe Sergio?

Para saber si Sergio tiene o debe canicas, observa cómo se representa la adición de números enteros de diferente signo en la recta numérica.

* Se ubican las cantidades en la recta numérica como se aprecia en la imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG03 |
| **Descripción** | Adición de números enteros de diferente signo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Al representar adiciones de números enteros de diferente signo en la recta numérica, el segundo sumando se ubica a partir de donde termina el primero. En caso de haber un tercer sumando, éste se ubica a partir de donde termina el segundo y así sucesivamente, según la cantidad de sumandos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para representar la suma de números enteros se debe tener presente que:   * Los sumandos se representan con flechas. * Los sumandos se ubican de forma consecutiva; donde termina una flecha comienza la otra y éstas cambian de sentido si los números tienen signos opuestos. * La suma se representa con una flecha que parte del origen del primer sumando y termina en el extremo del segundo sumando. |

* Se resuelve la adición utilizando los valores absolutos.

Canicas que debe Sergio 13: ‒13. Valor absoluto de ‒13: |‒13| = 13.

Canicas que ganó Sergio 8: +8. Valor absoluto de +8: |+8| = 8.

Como es mayor el valor absoluto de ‒13 entonces la suma tendrá signo negativo: ‒13 + 8 = ‒5.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Adición de números enteros de diferente signo** |
| **Contenido** | La **suma** de dos o más números **enteros de diferente signo** se halla restando los valores absolutos de los sumandos. Al resultado se le coloca el signo del número entero que tenga el mayor valor absoluto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Cuando se escribe la adición de números enteros de diferente signo es conveniente escribir cada sumando entre paréntesis. Por ejemplo:   * Si se adicionan 3 y ‒12, la adición se escribe 3**+ (**‒12**)**; si se adicionan 3, ‒12 y ‒9, se escribe 3 **+ (**‒12**) + (**‒9**)**. * Si se adicionan ‒3 y +12, la adición se escribe ‒3 **+** 12 o también (‒3) **+** 12; si se adicionan ‒3, +12 y ‒9, se escribe ‒3 **+** 12 **+ (**‒9**)** o **(**‒3) **+** 12 **+ (**‒9**)**. |

A continuación se expondrán algunos ejemplos de cómo se adicionan números enteros de diferente signo.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Adición de números enteros de diferente signo** | | | |
| Ejemplo | Se calcula el valor absoluto de los sumandos | Se halla la resta de los valores absolutos | Al resultado se le coloca el signo que tenga el número con mayor valor absoluto |
| ‒9 + 7 | | ‒9| = 9  | 7| = 7 | 9 ‒ 7 = 2 | ‒9 + 7 = ‒2 |
| 18 + (‒13) | |18| = 18  |‒13| = 13 | 18 ‒ 13 = 5 | 18 + (‒13) = 5 |

Algunas situaciones en las cuales se deben adicionar números enteros de diferente signo, se mencionan a continuación:

* Si camino 3 m hacia adelante y luego camino 5 m hacia atrás, ¿en qué posición estaré con respecto al punto de partida?

3 + (− 5) = −2

Estaré 2 m atrás del punto de partida.

* Si estoy en el sótano de un edificio, señalado como planta −2, y subo 6 pisos en el ascensor, ¿en qué piso quedaré?

−2 + (+6) = −2 + 6 = 4

Quedaré en el piso 4.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC20 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1 Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La resta de números enteros/Resuelve sumas y restas de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Se deben cambiar algunas preguntas del recurso y por lo tanto su correspondiente respuesta. Las 8 preguntas en orden serían:  Pregunta 1: *c* + *d*  Pregunta 2: *b* + *d*  Pregunta 3: *c* + *b*  Pregunta 4: *a* + *b*  Pregunta 5: *b* + *b*  Pregunta 6: *c* + *c*  Pregunta 7: *a* + *c*  Pregunta 8: *a* + *d*  Las respuestas en su orden serían:  ‒4  4  ‒2  ‒1  6  ‒10  ‒9  ‒3  En el recurso se deben ubicar las respuestas en desorden porque el estudiante debe identificar qué número corresponde a cada operación. |
| **Título** | Adición de números enteros |
| **Descripción** | Ejercicios para practicar la adición de números enteros. |

[SECCIÓN 2] **1.3 Las propiedades de la adición de números enteros**

La adición de números enteros cumple cinco propiedades: las cuatro propiedades de la adición de números naturales (clausurativa, conmutativa, asociativa y modulativa) y la propiedad del inverso aditivo o del opuesto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Si es una cantidad positiva + , **su opuesto** es ‒ . Si la cantidad es negativa ‒, **su opuesto** se escribe y es igual a . |

Observa el uso de las propiedades de la adición de números enteros.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Descripción** | **Ejemplos** |
| Clausurativa | Al adicionar dos o más números enteros, la suma siempre es un número entero.  Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces *a* + *b* ∈ ℤ. | 9 + 4 = 13 y 13 ∈ ℤ  ‒6 + 3 = ‒3 y ‒3 ∈ ℤ  ‒27 + (‒183) = ‒210 y ‒210 ∈ ℤ |
| Conmutativa | Al cambiar el orden de los sumandos, en una adición, el resultado no cambia.  Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces *a* + *b* = *b* + *a* | 34 + (‒49) = ‒15  (‒49) + 34 = ‒15  De este modo  34 + (‒49) = (‒49) + 34 |
| Asociativa | El modo en el que se agrupan los sumandos de una adición, constituida por tres o más números, no cambia el resultado.  Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  (*a* + *b*) + *c* = *a* + (*b* + *c*) | 5 + [(‒2) + 3] = 6  [5 + (‒2)] + 3= 6  De este modo  5 + [(‒2) + 3] = [5 + (‒2)] + 3 |
| Modulativa | Siendo el cero el elemento neutro o módulo de la adición, se cumple que al adicionarlo con cualquier número entero el resultado es el mismo número entero.  Si *a* ∈ ℤ, entonces *a* + 0 = 0 + *a* = *a* | ‒97 + 0 = ‒97  0 + (‒97) = ‒97  De este modo  ‒97 + 0 = 0 + (‒97) |
| Inverso aditivo | Para cada número entero, diferente de cero, existe otro tal que al adicionarlos su suma es cero. Al número que cumple la condición se le denomina el **opuesto** o elemento opuesto.  Si *a* ∈ ℤ, *a ≠* 0 y ‒*a* es su opuesto, entonces  *a* + (‒*a*) = 0 | ‒12 + 12 = 0  34 + (‒34) = 0 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC30 |
| **Título** | Aplicaciones de las propiedades de la adición en los números enteros |
| **Descripción** | Actividad para reforzar el reconocimiento del uso de las propiedades de la adición en los números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC40 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1 Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La jerarquía de las operaciones con números enteros/Resuelve un cuadrado mágico con números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar el enunciado del recurso que dice “Indica dónde hay que colocar cada número para obtener un cuadrado mágico” por el siguiente enunciado: Arrastra cada número de la columna ubicada a la derecha de la línea punteada a la columna que aparece antes de la línea. Elige su ubicación de modo que se obtenga un cuadrado mágico. |
| **Título** | Cuadrado mágico con números enteros |
| **Descripción** | Actividad para desarrollar tu pensamiento lógico matemático usando la adición de números enteros. |

[SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: adición de números enteros |
| **Descripción** | Actividad para reforzar la adición de números enteros y sus propiedades. |

[SECCIÓN 1] **2 La sustracción de números enteros**

En un comunicado del periódico el Tiempo del 8 de enero de 2015 se anunció que en los primeros días del mes de enero del año en mención, en el municipio de Belén (Boyacá), se alcanzaron temperaturas de hasta 7 grados bajo de cero, provocando con ello la destrucción de los pastos y cultivos de la zona.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG04 |
| **Descripción** | Heladas en el campo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las temperaturas por debajo de cero provocan que los cultivos con los que se provee de alimentos a las personas y el pasto del que se alimentan los animales se dañen. |

Suponiendo que las temperaturas alcanzadas ciertos días de una de esas semanas de enero son las que aparecen en la siguiente tabla, se determinará cuál fue la variación de las temperaturas, por día, para analizar el impacto que esto causó en la región.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Temperaturas por día** | | |
| **Día** | **Temperatura máxima (°C)** | **Temperatura mínima (°C)** |
| Lunes | 11 | 2 |
| Martes | 16 | 6 |
| Miércoles | 14 | ‒1 |
| Jueves | 9 | ‒5 |
| Viernes | 13 | ‒6 |

Para conocer la **variación** de la temperatura, por día, se debe calcular la **diferencia** entre las temperaturas máxima y mínima registradas; en otras palabras, con cada pareja de temperaturas se debe hacer una **sustracción**.

De acuerdo con lo anterior, las variaciones de los días lunes y martes fueron de 9 °C y 6 °C, respectivamente, porque 11 ‒ 2 = 9 y 16 ‒ 6 = 6. Sin embargo, para calcular las variaciones de los siguientes días se debe usar el significado del **opuesto** de un número.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Sustracción de números enteros** |
| **Contenido** | Para **sustraer** dos **números enteros** se halla la **suma** del **minuendo** y el **opuesto del sustraendo**. Esto es:  Si *a* y *b* son números enteros *a* ‒ *b* se define como *a* + (‒ *b*). |

Con base en esto, la variación de la temperatura de los días miércoles, jueves y viernes se calcula así:

* El día miércoles: 14 ‒ (‒1).

En este caso *a* = 14 y *b* = ‒1 y 14 ‒ (‒1) = 14 + 1 = 15. La variación de la temperatura fue de 15 °C.

* El día jueves: 9 – (–5).

Aquí *a* = 9 y *b* = ‒5 y 9 ‒ (‒5) = 9 + 5 = 14. La variación de la temperatura fue de 14 °C.

* El día viernes: 13 – (–6).

Aquí *a* = 13 y *b* = ‒6 y 13 ‒ (‒6) = 13 + 6 = 19. La variación de la temperatura fue de 19 °C.

Variaciones de temperatura tan altas como las presentadas en la anterior situación hacen que el pasto se queme y los animales no tengan de qué alimentarse.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG05 |
| **Descripción** | Animales sin pasto del cual alimentarse. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las variaciones de temperatura pueden provocar la pérdida del pasto dejando sin alimento a los animales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC60 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La resta de números enteros/Las propiedades de la resta/La suma y la resta de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Se debe cambiar el título, la descripción del recurso y sus características por las que se indican aquí.  Se debe cambiar toda la ficha del docente y parte de la del alumno como se indica a continuación:  **FICHA DEL DOCENTE**  **Objetivo**  El recurso expone el uso de la recta numérica para realizar adiciones y sustracciones de dos números enteros.  **Propuesta**  El uso de sistemas de representación desarrolla habilidades de pensamiento que afianzan los conceptos aprendidos y presentan otras vías de resolución. Por ello, el recurso presenta el uso de la recta numérica para hacer tanto sustracciones como adiciones.  Es importante que en la actividad el estudiante no centre el conocimiento en un solo proceso, la sustracción o la adición, sino que observe ambas operaciones para que identifique tanto la estructura como aquellas características que diferencian la adición de la sustracción de números enteros.  **Antes de la presentación**  Solicitar a los estudiantes la realización de ejercicios para practicar la adición y la sustracción de números enteros. Para ello, se pueden plantear operaciones simples como:  ‒8 + 9 =  ‒17 + (‒35) =  67 ‒ 97 =  ‒45 ‒ (‒32) =  **Durante la presentación**  Explicar el movimiento del perro sobre la recta numérica, aclarar siempre cuál es el punto donde empieza a desplazarse y cuál es el punto al que llega. Paralelamente a la operación sobre la recta numérica, mostrar que el resultado coincide con el resultado del proceso aritmético.  **Después de la presentación**  Cada estudiante debe practicar el método explicado. Proponga varios ejercicios de adición y sustracción para desarrollar con desplazamientos sobre la recta numérica y a su vez solicitar que se aplique el algoritmo con el valor absoluto, a fin de verificar que el resultado sea el mismo.  Se puede aprovechar el recurso para ampliar la adición y sustracción a más de dos números enteros. Es importante, en este punto, proponer operaciones como:  ‒3 + (‒4) + (‒6) + (‒5)  18 – 34 ‒ 11  Y todas aquellas que puedan reforzar lo aprendido.  **FICHA DEL ESTUDIANTE**  La mayoría del texto permanecerá igual, sólo se deben agregar al original las palabras que están escritas con rojo y eliminar las que están tachadas aquí:  **~~Adición~~ La adición de números enteros**  Para ~~sumar~~ adicionar **dos números enteros**con el **mismo signo** basta con ~~sumar~~ hallar la suma de los valores absolutos de los números y escribir el signo de dichos números. Por ejemplo:  (+3) + (+5) = (+8)  (−3) + (−5) = (−8)  Para ~~sumar~~ adicionar **dos números enteros**con **diferente signo**, basta con ~~restar~~ hallar la resta de los valores absolutos de los números y escribir el signo del número que tiene el mayor valor absoluto. Por ejemplo:  (−4) + (+5) = (+1)  (+4) + (−5) = (−1)  **¡Recuerda!**  ~~Para sumar números enteros se suman los valores absolutos y se coloca el signo del mayor de ellos.~~  La adición de dos números enteros siempre da otro número entero.  **~~Resta~~ La sustracción de números enteros**  Para ~~restar~~ sustraer **dos números enteros** se sustituye el ~~segundo~~ sustraendo por su opuesto, **sea cual sea su signo**, y se hace la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo. ~~procede como en una suma de números enteros~~. Por ejemplo:  (+2) − (+3) = (+2) + (−3) = (−1)  (+2) − (−3) = (+2) + (+3) = (+5)  (−2) − (+3) = (−2) + (−3) = (−5)  (−2) − (−3) = (−2) + (+3) = (+1)  **¡Recuerda!**  ~~Para restar números enteros, lo que se hará es sumar al primer número el opuesto del segundo, procediendo como en una suma de números enteros. El resultado siempre llevará el signo del número mayor.~~  La sustracción de dos números enteros siempre da otro número entero.  **DESCRIPCIONES DEL RECURSO**  Tiempo: 20 minutos  Modalidad: Animación  Tipo de recurso: Exposición  Competencia: Competencia para aprender a aprender |
| **Título** | Adición y sustracción de dos números enteros |
| **Descripción** | Animación que explica desde la aritmética y desde la geometría cómo hallar la suma y diferencia de dos números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC70 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La división de números enteros/Resuelve problemas con números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. En el recurso hay dos preguntas que manejan como unidad monetaria el euro, ambas se deben cambiar:   * La que dice “Juan tiene 130 €…” debe quedar: Juan tiene un saldo de $130 000 en su cuenta. Pagó una factura de $146 000 y abonó a su cuenta $50 000. ¿Cuánto dinero le queda en la cuenta?   Las opciones de respuesta quedan:  $34 000 Esta es la correcta  $326 000  Nada  $20 000   * La que dice “Un jugador de póker …” debe quedar:   Un jugador de póker empezó ganando $10 000, después perdió $23 000 y en el último juego ganó $17 000. ¿Cuál fue su situación final?  Las opciones de respuesta quedan:  Ha perdido $4000  Ha perdido $6000  Ha ganado $6000  Ha ganado $4000 Esta es la correcta |
| **Título** | Aplicaciones de la adición y sustracción de números enteros |
| **Descripción** | Situaciones problema para resolver a través de adiciones y sustracciones de números enteros. |

[SECCIÓN 2] **2.1 Las propiedades de la sustracción de números enteros**

La **sustracción** de números enteros sólo cumple la **propiedad** **clausurativa**, las demás propiedades (conmutativa, asociativa, modulativa y del inverso aditivo) no se cumplen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Propiedad clausurativa** |
| **Contenido** | Al sustraer dos o más números enteros, la diferencia siempre es un número entero: si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces *a* ‒ *b* ∈ ℤ.  Ejemplo:   * 36 ‒ 100 = ‒64 y ‒64 ∈ ℤ. * ‒51 ‒ (‒8) = ‒43 y ‒43 ∈ ℤ. * 117 ‒ 22 = 95 y 95 ∈ ℤ. |

A continuación se presentarán algunos ejemplos en los que se puede apreciar por qué no se cumplen las demás propiedades en la sustracción.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedades que no se cumplen para la sustracción de números enteros** | | |
| **Propiedad** | **Descripción** | **Ejemplos** |
| Conmutativa | Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces  *a* ‒ *b* ≠ *b* ‒ *a* | 34 ‒ (‒49) = 34 + 49 = 83  ‒49 ‒ 34 = ‒49 + (‒34) = ‒83  Entonces, 34 ‒ (‒49) ≠ ‒49 ‒ 34. |
| Asociativa | Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  (*a* ‒ *b*) ‒ *c* ≠ *a* ‒ (*b* ‒ *c*) | 5 ‒ [(‒2) ‒ 3] = 5 ‒ [‒2 + ( ‒ 3)] = 5 ‒ (‒5) = 5 + 5 = 10  [5 ‒ (‒2)] ‒ 3= [5 + 2] ‒ 3 = 7 ‒ 3 = 4  Entonces, 5 ‒ [(‒2) ‒ 3] ≠ [5 ‒ (‒2)] ‒ 3. |
| Modulativa | Si *a* ∈ ℤ, entonces  *a* ‒ 0 ≠ 0 ‒ *a* ≠ *a*  *a*−0=*a*  0−*a*=0 *+* (*−a*)= −*a* | ‒97 ‒ 0 = ‒97  0 ‒ (‒97) = 0 + 97 = 97  Entonces, ‒97 ‒ 0 ≠ 0 ‒ (‒97). |
| Inverso aditivo | Si *a* ∈ ℤ y ‒*a* su opuesto, entonces  *a* ‒ (‒*a*) ≠ 0 | ‒12 ‒ 12 = ‒24  34 ‒ (‒34) = 68  Entonces, ‒12 ‒ 12 ≠ 0 y 34 ‒ (‒34) ≠ 0. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC80 |
| **Título** | Sustracción de números enteros |
| **Descripción** | Ejercicios para practicar la sustracción de números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La resta de números enteros/Las propiedades de la resta/Practica la suma y la resta de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. El enunciado del recurso que dice “Realiza la siguiente operación” se debe cambiar por el texto: “Realiza la operación en una hoja y escribe el resultado en el espacio indicado”.  3. Cambiar la escritura de los números así:   * Para las unidades de mil quitar el punto (.). * Para las unidades de millón y de cientos mil cambiar el punto (.) por un espacio. |
| **Título** | Practica el proceso de la adición y la sustracción de dos números enteros |
| **Descripción** | Ejercicios para reforzar el algoritmo de la adición y la sustracción de dos números enteros. |

[SECCIÓN 2] **2.2 Reducción de signos de agrupación**

Al igual que con los números naturales se pueden realizar **operaciones** que contienen **adiciones** y **sustracciones**. Dichas operaciones se organizan con los siguientes **signos de agrupación**:

**El paréntesis: ( )**

**Los corchetes: [ ]**

**Las llaves: { }**

Las operaciones combinadas y ordenadas con los signos de agrupación se resuelven teniendo en cuenta las operaciones que la componen. Ejemplo:

Operar {[‒25 + (32 ‒ 56)] ‒ (73 + 13)} + 5.

1. La operación planteada indica que al valor obtenido al resolver las operaciones entre las llaves se le debe adicionar el número 5.
2. Para hallar el resultado de las operaciones entre las llaves es necesario resolver primero las operaciones en los corchetes y los paréntesis. Dado que dentro del corchete hay un paréntesis primero se opera éste:

32 ‒ 56 = 32 + (‒56) = ‒24

Con este número se halla el valor del corchete:

‒25 + (32 ‒ 56) = ‒25 + (‒24) = ‒49

Ahora, se calcula el valor del paréntesis (73 + 13):

73 + 13 = 86

Con estos resultados hallamos el resultado de la operación entre las llaves:

[‒25 + (32 ‒ 56)] ‒ (73 + 13) = ‒49 ‒ 86 = ‒49 + (‒86) = ‒135

1. A este resultado se le adiciona el 5 y se obtiene el resultado de toda la operación combinada:

{[‒25 + (32 ‒ 56)] ‒ (73 + 13)} + 5 = ‒135 + 5 = ‒130

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Contenido** | Cuando hay adiciones y sustracciones en una misma expresión matemática, se debe operar según el orden de los signos de agrupación: primero los paréntesis ( ), después los corchetes [ ] y finalmente las llaves { }. |

Estudia el siguiente ejemplo para reforzar la comprensión del proceso de las operaciones combinadas:

|  |  |
| --- | --- |
| **Ejercicio** | **Proceso** |
| {‒9 + [**(70 ‒ 34)** + (‒11 ‒ 16)] + (‒41)} + 63 = | De izquierda a derecha se hacen las operaciones de los paréntesis:  70 ‒ 34 = 36  ‒11 ‒ 16 = ‒27 |
| {‒9 + [**36** + **(‒11 ‒ 16)**] + (‒41)} + 63 = |
| {‒9 + [36 + **(‒27)**] + (‒41)} + 63 = |
| {‒9 + **9** + (‒41)} + 63 = | Luego, se hacen las operaciones que están dentro de los corchetes:  [36 + (‒27)] = 9 |
| **‒41** + 63 = | Después se hacen las operaciones que están dentro de las llaves:  {‒9 + 9 + (‒41)} = ‒41 |
| **22** | Finalmente, se calcula el resultado de la última operación:  ‒41 + 63 = 22 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC100 |
| **Título** | Reducción de signos de agrupación |
| **Descripción** | Ejercitación en la reducción de signos de agrupación con adiciones y sustracciones. |

[SECCIÓN 2] **2.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC110 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: operaciones combinadas de números enteros |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la adición y sustracción de números enteros en contextos matemáticos y de la vida cotidiana. |

[SECCIÓN 1] **3 La multiplicación de números enteros**

Al multiplicar números enteros es importante tener en cuenta tres ideas: 1) cómo se escribe una multiplicación de números enteros, 2) que la multiplicación representa una adición de sumandos repetidos y 3) el significado del opuesto de un número.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | En una multiplicación:   * Los números que se multiplican, se denominan **factores**. * El resultado recibe el nombre de **producto**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Escritura de la multiplicación de números enteros** |
| **Contenido** | Al escribir la multiplicación de números enteros se debe tener en cuenta que los factores negativos se deben encerrar entre paréntesis y se puede colocar o no un punto centrado entre cada pareja de factores en lugar del signo por (×).  Ejemplos:   * ‒3 × (‒2) = (‒3)(‒2) = (‒3) · (‒2). * ‒3 × (‒2) × (‒4) = (‒3)(‒2)(‒4) = (‒3) · (‒2) · (‒4). * (+3) × (+2) = (3)(2) = (3) · (2) = 3 · (2) = 3 · 2. * (+3) × (+2) × (+4) = 3 · (2) · (4) = 3(2)(4) = 3 · 2 · 4. * (‒3) × (+2) = ‒3 · (2) = ‒3 · (2) = ‒3 · 2 * (‒3) × (+2) × (‒4) = ‒3 · (2) · (‒4) = ‒3 · (2) · (‒4) = ‒3 · 2 · (‒4). |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG06 |
| **Descripción** | Uso del punto para indicar una multiplicación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Es usual usar “·” en lugar del “×” de multiplicar. |

Al multiplicar dos números enteros se tienen las siguientes opciones:

* Que ambos **factores** tengan el **mismo signo**.
* Que ambos **factores** tengan **signos diferentes**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Signo del producto de multiplicar dos números enteros** |
| **Contenido** | * Al multiplicar dos números enteros del mismo signo el **producto** siempre es **positivo**. Ejemplo: ‒3 (‒2) = 6 y 5 (2) = 10. * Al multiplicar dos números enteros de diferente signo el **producto** siempre es **negativo**. Ejemplo: ‒3 (2) = ‒ 6 y 5 (‒2) = ‒10. |

Para calcular el producto de dos números enteros, al igual que con la adición y sustracción se puede emplear el concepto de **valor absoluto**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Multiplicación de dos números enteros** |
| **Contenido** | El proceso para multiplicar dos números enteros empleando el concepto de valor absoluto es:   1. Hallar el valor absoluto de los factores. 2. Multiplicar los valores absolutos de los factores. 3. Escribir el signo del producto:  * Positivo, cuando los números tengan el mismo signo. * Negativo, cuando los números tengan diferente signo.   Se debe tener presente que cuando los números son positivos, la multiplicación es la usual, sin embargo, se puede emplear a su vez el concepto de valor absoluto. |

En los siguientes ejemplos se observa el proceso de multiplicar números enteros usando su valor absoluto.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Multiplicación de dos números enteros** | | | | |
| Factores | Ejemplo | Se calcula el valor absoluto de los factores | Se multiplican los valores absolutos | Se coloca el signo al producto |
| Positivos | 8 · 5 | | 8 | = 8  | 5 | = 5 | 8 · 5 = 40 | 8 · 5 = 40 |
| Negativos | ‒9 · (‒12) | | ‒9 | = 9  |‒12| = 12 | 9 · 12 = 108 | ‒9 · (‒12) = 108 |
| De diferente signo | 6 · (‒3) | | 6 | = 6  |‒3| = 3 | 6 · 3 = 18 | 6 · (‒3) = ‒18 |
| ‒7 · 21 | | ‒7 | = 7  |21| = 21 | 7 · 21 = 147 | ‒7 · 21 = ‒147 |

Algunas situaciones en las cuales se deben multiplicar dos números enteros, se mencionan a continuación:

* ¿Cuántos jugos hay en una caja que contiene 10 bolsas con 6 frascos de jugo cada una?
* Se calcula el valor absoluto de los números: |10| = 10 y |6| = 6.
* Se multiplican los valores absolutos: 10 · 6 = 60.
* Se coloca el signo del producto 10 · 6 = 60, como los signos de los factores son iguales, el producto es positivo.

De este modo, se concluye que hay 60 jugos en la caja.

* ¿Cuánto dinero sacó Edna de su cuenta si realizó 3 retiros de $ 400 000 cada uno?
* Se calcula el valor absoluto de los números: |3| = 3 y |‒400 000| = 400 000.
* Se multiplican los valores absolutos: 3 · 400 000 = 1 200 000.
* Se coloca el signo del producto 3 · (‒400 000) = ‒1 200 000, como los signos de los factores son diferentes, el producto es negativo.

Así, el estado de cuenta de Edna es ‒$1 200 000. El signo negativo del resultado indica que esa cantidad se retiró de la cuenta.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG07 |
| **Descripción** | Estados de cuenta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En los recibos de caja y estados de cuenta, los débitos están representados con números negativos. |

Dado que la multiplicación de números enteros se puede realizar con más de dos números, el proceso para realizarla se indica a continuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **¿Cómo multiplicar más de dos números enteros?** |
| **Contenido** | En una **multiplicación** de números enteros con **más de dos factores**, se multiplican los valores absolutos de los números y se coloca el signo del producto teniendo en cuenta que:   * Si el número de **factores negativos es cero o par**, el producto es **positivo**. * 8 · 5 · 3 = 120 * 6 · (‒3) · (‒2) = 18 * ‒3 · (‒5) · (‒4) · (‒1) = 120 * Si el número de **factores negativos es impar**, el producto es **negativo**. * ‒3 · (‒2) · (‒4) = ‒24 * ‒‒5 · (‒4) · 2 · (‒3) = ‒120   Debe tenerse en cuenta que si todos los factores son positivos, el producto siempre es positivo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC120 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: multiplica números enteros |
| **Descripción** | Actividad para reforzar la multiplicación de números enteros e identificar el signo del resultado. |

[SECCIÓN 2] **3.1 Las propiedades de la multiplicación de números enteros**

La multiplicación de números enteros cumple las propiedades clausurativa, conmutativa, asociativa, modulativa y distributiva con respecto a la adición y sustracción.

En los siguientes ejemplos se puede identificar el uso de las propiedades de la multiplicación.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Descripción** | **Ejemplos** |
| Clausurativa | El producto de dos o más números enteros, siempre es un número entero.  Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces  *a* · *b* ∈ ℤ. | 9 (‒13) = ‒117 y ‒117 ∈ ℤ  ‒6 · 3 = ‒18 y ‒18 ∈ ℤ  −2 (−5) = 10 y 10 ∈ ℤ |
| Conmutativa | Al cambiar el orden de los factores, en una multiplicación, el producto es el mismo.  Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces  *a* · *b* = *b* · *a* | ‒9 · 7 = ‒63  7 · (‒9) = ‒63  Así,  ‒9 · 7 = 7 · (‒9) |
| Asociativa | El modo en el que se agrupan los factores de una multiplicación, constituida por tres o más números, no cambia el producto.  Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  (*a* · *b*) · *c* = *a* · (*b* · *c*) | ‒2 (‒11 · 6) = 132  [‒2 (‒11)] · 6 = 132  Así,  ‒2 (‒11 · 6) = [‒2 (‒11)] · 6 |
| Modulativa | Siendo el uno (1) el elemento neutro o módulo de la multiplicación, se cumple que al multiplicarlo con cualquier número entero el resultado es el mismo número entero.  Si *a* ∈ ℤ, entonces  *a* · 1 = 1 · *a* = *a* | −81 · 1 = −81  1· (‒81) = ‒81  Así,  −81 · 1 = 1· (‒81) |
| Del elemento nulo | Al multiplicar un número entero por cero el resultado siempre es cero.  Si *a* · 0 = 0 · *a* = 0 | −32 · 0 = 0  0 · (‒32) = 0  Así,  ‒32 · 0 = 0 · (‒32) = 0 |
| Distributiva respecto a la adición | La multiplicación de un número por la suma de otros es igual a la suma de los productos del número por cada sumando de la adición.  Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  *a* (*b + c*) = *a* · *b + a* ·  *c* | ‒4 · [5 + (‒6)] = ‒4 (‒1) = 4  −4 · 5 + (−4)·(‒6) = ‒20 + 24 = 4  Así,  ‒4 · [5 + (‒6)] = −4 · 5 + (−4)·(‒6) |
| Distributiva respecto a la sustracción | La multiplicación de un número por la resta de otros es igual a la resta de los productos del número por el minuendo y el sustraendo.  Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  *a* (*b ‒ c*) = *a* · *b ‒ a* ·  *c* | 3 (7 ‒ 12) = 3 (‒5) = ‒15  3 · 7 ‒ 3 · 12 = 21 ‒ 36 = ‒15  Así,  3 (7 ‒ 12) = 3 · 7 ‒ 3 · 12 |

[SECCIÓN 2] **3.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC130 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La multiplicación de números enteros/Consolidación/Refuerza tu aprendizaje: La multiplicación de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. Cambiar el título del recurso y la descripción como se indica en esta plantilla.  2. Es necesario cambiar el enunciado del recurso por el siguiente texto: “Realiza la actividad. Cuando termines haz clic en enviar o entrega la respuesta a tu profesor mediante un registro manual, si es necesario.”  3. Se deben agregar al recurso las siguientes preguntas:  PREGUNTA 3  **\*** Enunciado (pregunta **500** caracteres máximo)  Expresa mediante una adición de sumandos iguales la multiplicación 6 · (‒3) y escribe el resultado.  **\*** Nivel 1-Fácil, 2-Medio, ó 3-Dificil:  2  PREGUNTA 4  **\*** Enunciado (pregunta **500** caracteres máximo)  Escribe cinco multiplicaciones diferentes cuyo producto sea ‒60.  **\*** Nivel 1-Fácil, 2-Medio, ó 3-Dificil:  3 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: la multiplicación de números enteros |
| **Descripción** | Actividad para afianzar el uso de la multiplicación de números enteros en diferentes contextos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: propiedades de la multiplicación |
| **Descripción** | Ejercicios para aplicar las propiedades de la multiplicación. |

[SECCIÓN 1] **4 La división de números enteros**

Al dividir números enteros es importante tener en cuenta dos ideas: 1) los elementos que constituyen la división y 2) el significado de dividir.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La división permite encontrar uno de los factores desconocidos de la multiplicación cuando se conoce el producto y el otro factor.  Ejemplo: 15 ÷ 3 implica buscar el número que multiplicado por 3 da 15: 5 · 3 = 15, entonces 15 ÷ 3 = 5.  En una división, el **dividendo** es la cantidad que va a ser dividida, el **divisor** es la cantidad que divide y el **cociente** es el **resultado** de la división. El divisor siempre debe ser diferente de 0 porque el producto de todo número por 0 es 0.  En algunos países, para indicar una división se usan los dos puntos “:” en lugar del símbolo “÷”, de este modo, *a* ÷ *b* se escribe a : b. |

Puedes profundizar lo indicado en el anterior recuadro leyendo la información que aparece en el siguiente enlace [[VER](http://matematica.laguia2000.com/general/division-por-cero)].

Al dividir dos números enteros se tienen las siguientes opciones:

* Si los **números enteros** sondel **mismo signo** el **cociente** siempre es **positivo**.

‒15 ÷ (‒3) = 5 porque 5(‒3) = ‒15

345 ÷ 15 = 23 porque 23 · 15 = 345

* Si los **números enteros** son de **diferente signo** el **cociente** siempre es **negativo**.

‒15 ÷ 3 = ‒5 porque ‒5 · 3 = ‒15

345 ÷ (‒15) = ‒23 porque ‒23 · (‒15) = 345

Para calcular el cociente de dividir dos números enteros se puede emplear el concepto de **valor absoluto**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **División de números enteros** |
| **Contenido** | Para **dividir** dos números enteros empleando el concepto de valor absoluto se realiza el siguiente proceso:   1. Se halla el valor absoluto del dividendo y del divisor. 2. Se calcula el cociente de los valores absolutos. 3. Se determina el signo del cociente:  * Es positivo si los números tienen el mismo signo. * Es negativo si los números tienen diferente signo.   Se debe tener presente que cuando los números son positivos, la división es la usual, sin embargo, se puede emplear el concepto de valor absoluto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG08 |
| **Descripción** | División de números enteros |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las reglas de los signos para la multiplicación y la división de números enteros son iguales. |

En los siguientes ejemplos se observa el proceso de dividir números enteros usando su valor absoluto.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **División de dos números enteros** | | | | |
| Divisor y dividendo | Ejemplo | Se calcula el valor absoluto del divisor y el dividendo | Se halla la división de los valores absolutos | Se coloca el signo al cociente |
| Positivos | 28 ÷ 4 | | 28 | = 28  | 4 | = 4 | 28 ÷ 4 = 7 | 28 ÷ 4 = 7  Signos iguales el cociente es positivo |
| Negativos | ‒150 ÷ (‒2) | |‒150 | = 150  |‒2| = 2 | 150 ÷ 2 = 75 | ‒150 ÷ (‒2) = 75  Signos iguales el cociente es positivo |
| De diferente signo | 36 ÷ (‒3) | | 36 | = 36  |‒3| = 3 | 36 ÷ 3 = 12 | 36 ÷ (‒3) = ‒12  Signos diferentes el cociente es negativo |
| ‒84 ÷ 12 | |‒84 | = 84  |12| = 12 | 84÷12 = 7 | ‒84 ÷ 12 = ‒7  Signos diferentes el cociente es negativo |

Las siguientes son situaciones en las cuales se requiere dividir dos números enteros:

* Un grupo de 120 personas se debe organizar en 6 filas con igual número de personas, ¿cuántas personas debe tener cada fila?

120 ÷ 6 = 20 porque 20·6 = 120; como el dividendo y el divisor tienen el mismo signo (positivos) el cociente es positivo.

* En las últimas 9 horas la temperatura ha tenido una variación de ‒18º C. ¿De cuánto ha sido la variación por hora?

‒18 ÷ 9 = ‒2 porque ‒2·9 = ‒18; como el dividendo y el divisor tienen signos diferentes, el cociente es negativo.

Para practicar el procedimiento de dividir números enteros y resolver problemas que lo requieran haz clic en el siguiente enlace [[VER](http://www.vitutor.com/di/e/a_6e.html)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC150 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La división de números enteros/La multiplicación y la división de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción del recurso se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. **FICHA DEL DOCENTE**  Se debe cambiar toda la ficha del recurso, ésta debe quedar así:  **Objetivo**  El recurso expone las leyes de los signos para multiplicar y dividir números enteros usando nemotecnia.  **Propuesta**  Con este material se presenta una estrategia para que el estudiante interiorice las leyes de los signos de la multiplicación y la división de números enteros. Para ello, se usan diapositivas con imágenes agradables y fáciles de recordar que explican las leyes mencionadas.  **Antes de la presentación**  Proponer un concurso de cálculo mental con los estudiantes para comprobar si manejan correctamente las leyes de los signos cuando se adicionan, sustraen, multiplican y dividen números enteros. Es común que los estudiantes mezclen las reglas y cometan errores al operar, por ende es importante ofrecer alternativas para diferenciar y retener en la memoria las leyes de los signos en las diferentes operaciones.  **Durante la presentación**  Se sugiere leer las diapositivas con la descripción completa, es decir, cuando aparezca la multiplicación con signos diferentes indicar que la lectura es: al multiplicar números enteros de diferente signo el producto es negativo.  Evitar lecturas como “más por menos da menos” ya que esto genera confusión en los estudiantes cuando van a adicionar un número positivo con uno negativo porque tienden a ponerle siempre signo negativo al resultado.  Las imágenes deben verse y considerarse como el medio que apoya la retención de información de forma visual, que es el sistema de representación más desarrollado en los estudiantes. Por ende, éste debe reforzarse con la lectura para fortalecer la capacidad de memoria auditiva del estudiante, su concentración y atención para identificar qué dice cada regla de modo que cuando la escuchen, en su memoria se active la representación visual.  Insista en hacer lecturas como “el producto de un número positivo y uno negativo es negativo” y que a su vez identifiquen la representación visual de lo leído.  **Después de la presentación**  Realice otro concurso de cálculo mental mezclando las 4 operaciones con números enteros para comprobar que mejoró y se afianzó la aplicación de las leyes de los signos.   1. **FICHA DEL ESTUDIANTE**   Solamente tendrá algunos cambios con respecto a la que aparece en el recurso, lo que se debe eliminar está tachado, lo que se debe anexar está escrito en color rojo y las sustituciones están resaltadas con color verde a continuación:  **Multiplicación de números enteros**  Para multiplicar números enteros, ~~primero~~ ~~se multiplican~~ halla el producto de los valores absolutos de los números y ~~después se toman los signos~~  asigna el signo a dicho valor, así:  + ~~Cuando~~ Si los números tienen el mismo signo.  ‒ ~~Cuando~~ Si los números tienen signos diferentes.  Por ejemplo:  (‒2) · (‒3) ~~= (+6)~~ = +6 = 6  (+5) · (+4) ~~= (+20)~~ = +20 = 20  (‒3) · (+5) ~~= (‒15)~~ = ‒15  (+4) · (‒3) ~~= (‒12)~~ = ‒12  **¡Recuerda!**  Las reglas de los signos en la multiplicación se pueden resumir ~~es la~~ de la siguiente forma:  (+) · (+) = (+)  (‒) · (‒) = (+)  (+) · (‒) = (‒)  (‒) · (+) = (‒)  **División de números enteros**  Para dividir dos números enteros, se ~~dividen~~ halla el cociente de los valores absolutos de los números y ~~después se toman los signos~~  se le asigna el signo de acuerdo a lo siguiente:  + ~~Cuando~~ Si los ~~dos~~ números tienen el mismo signo.  ‒ ~~Cuando~~ Si los ~~dos~~ números tienen signos diferentes.  Por ejemplo:  (+32) : (+4) = (+8) Cambiar los dos puntos : por **÷**  (‒15) : (‒3) = (+5) Cambiar los dos puntos : por **÷**  (‒6) : (+2) = (‒3) Cambiar los dos puntos : por **÷**  (+42) : (‒6) = (‒7) Cambiar los dos puntos : por **÷**  **¡Recuerda!**  Las reglas de los signos en la división ~~es la siguiente~~ son:  (+) : (+) = (+) Cambiar los dos puntos : por **÷**  (‒) : (‒) = (+) Cambiar los dos puntos : por **÷**  (+) : (‒) = (‒) Cambiar los dos puntos : por **÷**  (‒) : (+) = (‒) Cambiar los dos puntos : por **÷**   1. Hay dos diapositivas en el recurso que deben tener unos cambios. La primera titulada División de números de igual signo, donde en el texto dice “el valor absoluto” se debe escribir “los valores absolutos” y donde en los ejemplos aparece el signo “**:**” se debe escribir el signo “**÷**”.   La segunda titulada División de números de diferente signo, donde en los ejemplos aparece el signo “**:**” se debe escribir el signo “**÷**”.  **DESCRIPCIONES DEL RECURSO**  Tiempo: 30 minutos  Modalidad: Interactivo  Tipo de recurso: Exposición  Competencia: Competencia para aprender a aprender |
| **Título** | Leyes de los signos para la multiplicación y división de números enteros |
| **Descripción** | Interactivo que expone sintéticamente el proceso de multiplicar y dividir números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC160 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La división de números enteros/Completa las operaciones con números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. Se debe cambiar la descripción del recurso según como aparece en esta plantilla. 2. Se debe cambiar la instrucción por la siguiente: Observa las operaciones. Elige entre los valores propuestos en la columna de la derecha el que complete la operación. Luego, arrástralo y ubícalo frente a la operación que corresponda. 3. Se debe cambiar el símbolo usado para la división en cada ejercicio. Es decir donde aparece “ **:** “ se debe escribir “ **÷** ” 4. En los números que tienen unidades de mil se debe quitar el punto que indica mil. Por ejemplo 9.100 se debe escribir 9100. Tanto en las pregunta como en las respuestas. |
| **Título** | Completa las operaciones con números enteros |
| **Descripción** | Ejercicios para reforzar la multiplicación y división de números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC170 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La división de números enteros/Practica la multiplicación y división de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. Se debe cambiar la descripción del recurso según como aparece en esta plantilla.  2. Se debe cambiar el símbolo usado para la división en cada ejercicio. Es decir donde aparece “ **:** “ se debe escribir “ **÷** ”  3. En los números que tienen unidades de mil se debe quitar el punto que indica mil. Por ejemplo 1.288 se debe escribir 1288. |
| **Título** | Practica la multiplicación y división de números enteros |
| **Descripción** | Ejercicios para practicar los algoritmos de la multiplicación y la división de números enteros. |

[SECCIÓN 2] **4.1 Las propiedades de la división de números enteros**

La **división** de números enteros se caracteriza por no cumplir las propiedades clausurativa, conmutativa, asociativa, modulativa ni distributiva respecto a la adición y sustracción.A continuación se expone el porqué.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedades que no se cumplen para la división de números enteros** | | |
| **Propiedad** | **Descripción** | **Ejemplos** |
| Clausurativa | Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces  *a* ÷ *b* ∉ ℤ | Aunque divisiones como 36 ÷ (‒9) = ‒4 cumplen que el cociente es entero, es decir, ‒4 ∈ ℤ, existen divisiones como ‒3 ÷ 15 = ‒0,2 cuyo cociente no es un entero, es decir, ‒0,2 ∉ ℤ. De igual modo ocurre con la división ‒54 ÷ (‒48) = 1,125, en ella 1,125 ∉ ℤ. |
| Conmutativa | Si *a* y *b* ∈ ℤ, entonces  *a* ÷ *b* ≠ *b* ÷ *a* | 35 ÷ (‒5) = ‒7 pero ‒5 ÷ 35 ≠ ‒7, entonces  35 ÷ (‒5) ≠ ‒5 ÷ 35. |
| Asociativa | Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  (*a* ÷ *b*) ÷ *c* ≠ *a* ÷ (*b* ÷ *c*) | (‒18 ÷ 6) ÷ 3 = ‒3 ÷ 3 = ‒1 pero ‒18 ÷ (6 ÷ 3) = ‒18 ÷ 2 = ‒9, entonces  (‒18 ÷ 6) ÷ 3 ≠ ‒18 ÷ (6 ÷ 3). |
| Modulativa | Si *a* ∈ ℤ, no hay un número en el conjunto de los enteros que sea el módulo de la división, es decir no existe un número entero *b* tal que  *a* ÷ *b* = 1 y que *b* ÷ *a* = 1. | |
| Distributiva respecto a la adición | Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  *a* ÷ (*b + c*) ≠ *a* ÷ *b + a* ÷ *c* | ‒16 ÷ [4 + (‒2)] = ‒16 ÷ (‒2) = 8  −16 ÷ 4 + (−16) ÷ (‒2) = ‒4 + 8 = 4  Así,  ‒16 ÷ [4 + (‒2)] ≠ −16 ÷ 4 + (−16) ÷ (‒2) |
| Distributiva respecto a la sustracción | Si *a*, *b* y *c* ∈ ℤ, entonces  *a* ÷ (*b ‒ c*) ≠ *a* ÷ *b ‒ a* ÷ *c* | 18 ÷ (3 ‒ 9) = 18 ÷ (‒6) = ‒3  18 ÷ 3 ‒ 18 ÷ 9 = 6 ‒ 2 = 4  Así,  18 ÷ (3 ‒ 9) ≠ 18 ÷ 3 ‒ 18 ÷ 9 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | * Al dividir dos números enteros, su resultado no siempre es un número entero. * Al cambiar el orden del dividendo y del divisor en una división, el cociente cambia. * La forma en la que se agrupen el dividendo y el divisor de una división de tres números enteros cambia el cociente. * En el conjunto de los números enteros no existe el módulo de la división y por ende no se cumple la propiedad modulativa. * La división no es distributiva respecto de la adición ni de la sustracción. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC180 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La división de números enteros/Propiedades de la multiplicación y división de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. Cambiar el texto de la primera diapositiva por ¿Qué propiedades cumplen la multiplicación y la división de números enteros?  3. Cambiar el texto de la segunda diapositiva por ¿Recuerdas qué propiedades cumplen la multiplicación y la división de números enteros?  4. Cambiar el texto de la cuarta diapositiva por Primero, vamos a buscar algunas **propiedades de la multiplicación**.  5. Cambiar el texto de la diapositiva 16 por ¡Ánimo, ya queda muy poco! ¿Recuerdas qué ocurre con las **propiedades en la división**?  6. En la diapositiva 17, 18, 19 y 20 cambiar el “:” por el símbolo “÷”.  7. En la diapositiva 21 cambiar el texto que dice ¡Ya conocemos las propiedades de la multiplicación y división de números enteros! por lo siguiente: ¡Refuerza lo aprendido y recuérdalo!  8. En la diapositiva 22 ajustar el texto por lo siguiente:  Algunas de las propiedades de la multiplicación son:   * La propiedad conmutativa:… * La propiedad asociativa:… * La propiedad distributiva:… * El elemento neutro:…   9. En la diapositiva 23 cambiar el texto debajo del recuerda por lo siguiente:  La división no cumple las propiedades de la multiplicación.  10. **FICHA DEL DOCENTE**  Se debe cambiar toda la ficha del recurso, ésta debe quedar así:  **Objetivo**  El recurso explica y refuerza algunas de las propiedades que cumple la multiplicación de números enteros y recuerda aquellas que no cumple la división.  **Propuesta**  Una de las dificultades que se presenta en los procesos de aprendizaje es la retención de los conceptos presentados en el aula de clase; por ello, es importante presentar estrategias que apoyen el quehacer del estudiante en este aspecto. Este recurso busca apoyar la memoria operativa de los alumnos a través de experiencias y representaciones diferentes a las tradicionales.  La idea de transitar un camino e identificar las señales, vistas en un sentido matemático, puede promover en los estudiantes la recordación de los conceptos a la vez que mejora su capacidad de memoria.  **Antes de la presentación**  Dialogar con los estudiantes sobre las actividades previas a un viaje, la importancia de llevar el equipaje necesario sin carencias y sin excesos. A partir del diálogo, explicar la importancia de conocer y saber aplicar las propiedades que cumplen las operaciones para tener éxito en la ejecución de las múltiples situaciones en las que se usan los números enteros.  **Durante la presentación**  Se sugiere leer las diapositivas completas sin abreviar los enunciados. Con esto se trabajan tanto la capacidad visual como la auditiva porque el estudiante debe crear estrategias propias para estructurar la información en su mente, de modo que pueda retener los conceptos, ampliar su vocabulario y asociarlo a una representación visual.  **Después de la presentación**  Exponga ejercicios que posean la misma estructura de las propiedades presentadas en el recurso pero constituidos por números enteros. En este punto no se debe desviar la concentración a resolver los ejercicios sino a reconocer la estructura de estos. El objetivo de la actividad es que el estudiante vea la misma representación pero con números e indique cuál es la propiedad que expone el ejercicio. Con esto se reforzará la parte estructural de la matemática para que el estudiante la reconozca cuando la observe en cualquier otro ejercicio e identifique qué propiedad debe emplear.  Es importante tener presente que se está trabajando la retención de la estructura de las propiedades y, por ende, no se deben presentar distractores como la resolución de los ejercicios para garantizar que la mente del alumno realice un proceso de atención focalizada.  11. **FICHA DEL ESTUDIANTE**  Se debe cambiar toda la ficha del recurso, ésta debe quedar así:  **¿Por qué se deben recordar las propiedades de la multiplicación?**  Las propiedades que cumple la multiplicación de números enteros son útiles para resolver adecuadamente polinomios aritméticos, justificar procedimientos en otros temas de la matemática y resolver algunas situaciones problema, por ello es importante recordarlas y afianzar su uso.  **Las propiedades de la multiplicación**   * Propiedad **clausurativa**: la multiplicación de dos números enteros siempre da como resultado otro número entero.   5 · (‒3) = ‒15 ∈ ℤ   * Propiedad **conmutativa**: el orden de los factores no altera el producto. Por ejemplo:   4 · (‒2) = (‒2) · 4 = 8   * Propiedad **asociativa**: el producto de tres factores es el mismo, sin importar la manera en que se agrupen. Observa:   [(‒3) · 5] · (‒2) = (‒3) · [5 · (‒2)]  (‒15) · (‒2) = (‒3) · (‒10)  30 = 30   * Propiedad **modulativa** (también se puede llamar propiedad del elemento neutro): cualquier número entero multiplicado por 1, sin importar el orden, da como resultado el mismo número entero. Por ejemplo:   (‒15) · 1 = 1 · (‒15) = ‒15   * Propiedad **distributiva**: la multiplicación de una adición o sustracción por un número entero, sin importar el orden, es igual a la adición o sustracción de los productos de los términos de la operación por el número entero. Por ejemplo:   [(‒2) + 5] · (‒4) = [(‒2) · (‒4)] + [5 · (‒4)]  3·(‒4) = 8 + (‒20)  ‒12 = ‒12  **Recuerda**:   * El elemento neutro o módulo de la multiplicación es el número 1. * La división de números enteros no cumple las propiedades que cumple la multiplicación.   **DESCRIPCIONES DEL RECURSO**  Tiempo: 30 minutos  Modalidad: Interactivo  Tipo de recurso: Exposición  Competencia: Competencia para aprender a aprender |
| **Título** | Las propiedades de la multiplicación y la división de números enteros |
| **Descripción** | Interactivo para afianzar la estructura de las propiedades de la multiplicación y la división de números enteros. |

[SECCIÓN 2] **4.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC190 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La división de números enteros/Refuerza tu aprendizaje: La división de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. Se debe cambiar el título y la descripción del recurso según aparece en esta plantilla.  2. Es necesario cambiar el enunciado del recurso por el siguiente texto: “Realiza la actividad. Cuando termines, haz clic en enviar o entrega la respuesta a tu profesor mediante su registro manual, si es necesario.  3. Cambiar el enunciado que dice “Demuestra con tres ejemplos numéricos que la división no cumple las propiedades conmutativa, asociativa ni la interna. Pon un ejemplo para cada propiedad.” por el siguiente texto: “Muestra con tres ejemplos numéricos que la división no cumple las propiedades conmutativa y asociativa.”  4. Se deben agregar al recurso las siguientes preguntas:  PREGUNTA 3  **\*** Enunciado (pregunta **500** caracteres máximo)  Explica por qué la división de números enteros no cumple la propiedad clausurativa.  **\*** Nivel 1-Fácil, 2-Medio, ó 3-Dificil:  2  PREGUNTA 4  **\*** Enunciado (pregunta **500** caracteres máximo)  Escribe tres divisiones diferentes de números enteros tal que el cociente sea ‒10.  **\*** Nivel 1-Fácil, 2-Medio, ó 3-Dificil:  2 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: la división de números enteros |
| **Descripción** | Actividad para afianzar las características de la división de números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC200 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: divisiones y multiplicaciones |
| **Descripción** | Divisiones que requieren aplicar las propiedades de la multiplicación. |

[SECCIÓN 1] **5 La jerarquía de las operaciones**

En matemáticas, a las expresiones que están constituidas por adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones se les denomina **polinomios aritméticos** y para resolverlos es necesario identificar la jerarquización de las operaciones, es decir, reconocer el orden en el que se deben realizar las adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La palabra **jerarquía** significa disponer una serie de elementos en grados sucesivos que pueden ser ascendentes o descendentes y jerarquizar es determinar la organización de unas categorías siguiendo un orden de importancia o una secuencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG09 |
| **Descripción** | Estudiante resolviendo un polinomio aritmético |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Arreglar esta fotografía, en el tablero aparece escrito esto: ∆ = 9 ‒ 4(5·2), por favor cambiarlo por lo siguiente: 18 ÷ 9 ‒ (5 ·2 ) |
| **Pie de imagen** | La clave para resolver un polinomio es pensar y operar según el orden de las operaciones. |

Al resolver polinomios aritméticos existen dos opciones:

* Que el polinomio **tenga signos de agrupación**, en cuyo caso el proceso de resolución es:

1. Resolver las operaciones de acuerdo con los **signos de agrupación**: primero se resuelven los **paréntesis ( )**,luego los **corchetes [ ]** y por último las **llaves { }**.
2. Efectuar las **multiplicaciones y divisiones** en orden de aparición de izquierda a derecha.
3. Realizar las **adiciones y sustracciones** de izquierda a derecha.

|  |  |
| --- | --- |
| **Ejemplo** | **Proceso** |
| (2 ‒ 6) · [3 ‒ 5 · (8 ‒ 4)] ‒ (2 + 10) ÷ 3 = | De izquierda a derecha se hacen las operaciones de los paréntesis:  2 ‒ 6 = **‒4**  8 ‒ 4 = **4**  2 + 10 = **12** |
| **‒4** · [3 ‒ 5 · **4**] ‒ **12** ÷ 3 = | Se ubican los resultados en el lugar correspondiente. |
| ‒4 · [**3 ‒ 20**] ‒ 12 ÷ 3 = | De izquierda a derecha se hacen las operaciones de los corchetes:  3 ‒ 20 = **‒17** |
| ‒4 · (**‒17**) ‒ 12 ÷ 3 = | Se ubica el resultado de la operación en el lugar correspondiente. |
| **68** ‒ **4** = | Se efectúan las multiplicaciones y divisiones en orden de aparición de izquierda a derecha y se escriben los resultados:  ‒4 · (‒17) = **68**  12 ÷ 3 = **4** |
| **64** | Se calcula y escribe el resultado de la última operación:  68 ‒ 4 = **64** |

* Que el polinomio **no** **tenga signos de agrupación**, en cuyo caso el proceso de resolución es:

1. Hacer las **multiplicaciones y divisiones** en orden de aparición de izquierda a derecha.
2. Efectuar las **adiciones y sustracciones** de izquierda a derecha.

|  |  |
| --- | --- |
| **Ejemplo** | **Proceso** |
| 8 · (‒6) + 21 ‒ (‒7) · (‒3) ‒ 45 ÷ (‒9) = | De izquierda a derecha se hacen las multiplicaciones y divisiones:  8 · (‒6) = **‒48**  (‒7) · (‒3) = **21**  45 ÷ (‒9) = **‒5** |
| **‒48** + 21 – **21** ‒ (**‒5**) = | Se ubican los resultados en el lugar correspondiente. |
| **‒27** ‒ 21 ‒ (‒5) = | De izquierda a derecha se hacen las adiciones y sustracciones:  ‒48 + 21 = **‒27** |
| **‒48** + 5 = | De izquierda a derecha se hacen las adiciones y sustracciones:  ‒27 ‒ 21 = **‒48** |
| **‒43** | De izquierda a derecha se hacen las adiciones y sustracciones:  ‒48 + 5 = **‒43** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC210 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La jerarquía de las operaciones con números enteros/Las operaciones combinadas de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. En las tres primeras y en la última diapositivas es necesario reemplazar el signo “**:**” por el signo de la división “**÷**”.  3. **FICHA DEL DOCENTE**  Se deben hacer sólo algunos cambios. Eliminar el texto que se tacha y agregar el texto que aparece en rojo a continuación:  **Objetivo**  ~~Esta~~ El recurso expone cómo operar polinomios aritméticos a través de una secuencia de imágenes, con el fin de que el estudiante estructure el pensamiento e identifique que antes de hacer cálculos debe reconocer la jerarquía de las operaciones que constituyen al polinomio. ~~permite que el~~ ~~alumno~~ ~~entienda la necesidad de~~ utilizar ~~un~~**~~orden~~** ~~para operar. y que conozca cómo es esa~~**~~jerarquía~~**~~en la resolución de operaciones combinadas.~~  **Propuesta**  ~~El interactivo muestra por medio de un ejemplo cuál es el orden que se debe seguir para resolver operaciones combinadas.~~  El recurso propone el trabajo en la identificación de estructuras para garantizar la adquisición apropiada del conocimiento matemático y su afianzamiento en la memoria. Con base en esto, se recomienda mostrar a los estudiantes que en una primera etapa ellos deben concentrarse en identificar el proceso para operar polinomios (resolver los signos de agrupación en el orden adecuado y resolver las operaciones: primero multiplicaciones, luego divisiones y por último las adiciones y sustracciones) para luego sí realizar las operaciones.  Es importante aprovechar este momento para indicar a los estudiantes que no se deben apresurar a realizar operaciones, ya que al hacerlo la posibilidad de cometer errores aumenta. Se debe resaltar que el estudio de la jerarquía de las operaciones tiene un fundamento, que es el de garantizar la resolución apropiada y coherente de los polinomios aritméticos.  **Durante la presentación**  Cambiar todo el contenido que aparece en este aparte, en el recurso, por lo que aparece a continuación.  Se debe leer y explicar el ejemplo paso a paso, asegurándose de que los alumnos entiendan cuál es el orden que se debe seguir y la importancia de no pasar por alto los pasos expuestos al resolver el polinomio. Se puede aprovechar este momento para mostrar los errores que se cometen cuando se realizan las operaciones sin tener en cuenta su jerarquía ni los signos de agrupación; con esto, el estudiante reconocerá aún más la importancia de los procesos expuestos.  **Después de la presentación**  ~~Es importante que el alumno conozca el orden de la resolución de las operaciones combinadas.~~  Para ~~continuar~~ afianzar el proceso de resolución de polinomios aritméticos ~~la explicación~~, ~~se~~ ~~pueden modificar algunos datos del problema~~ proponga ejercicios similares al ~~propuesto~~ presentado en el recurso y solicite ~~pedir~~ a los alumnos que los resuelvan en el tablero o en el cuaderno, describiendo paso por paso el proceso realizado. Si deja que el trabajo se haga de forma individual, pida a algunos alumnos que expongan ante el grupo el proceso que realizaron, esto con el fin de presentar las diferentes formas de resolución que cada estudiante elabora cuando se apropia del conocimiento. ~~Después~~, ~~habrá que~~ ~~ver sus~~ ~~ejercicios~~ ~~para comprobar que han seguido los pasos indicados de manera correcta.~~ ~~Cuando~~ ~~se presenten dos~~ ~~posibles maneras de resolver el~~ ~~problema~~, ~~pregunta a los alumnos cuál es la forma correcta para hallar la solución La idea es incentivar el debate y motivar a los estudiantes para que defiendan sus posturas con argumentos matemáticos válidos.~~  ~~A modo de repaso, sugiere~~ Promueva que los estudiantes consulten el siguiente enlace ~~visiten la~~ ~~siguiente~~ ~~página~~ [[VER](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/naturales2/opcombin.htm)] para ~~conocer~~ que tengan presente ~~desde~~ que existen diversas formas de resolución de polinomios aritméticos. ~~otro punto de vista el tema de operaciones combinadas~~.  4. **FICHA DEL ESTUDIANTE**  Se deben hacer los siguientes cambios. Eliminar el texto que se tacha y agregar el texto que aparece en rojo a continuación:  **~~Las operaciones combinadas con números enteros~~**  **Los polinomios aritméticos con números enteros**  ~~Los~~**~~números enteros~~**~~siguen las mismas reglas de resolución de operaciones combinadas que los números naturales. Para poder resolver correctamente un ejercicio con diferentes operaciones debemos~~ Para resolver polinomios aritméticos con números enteros se deben tener en cuenta las siguientes ~~estas tres~~ reglas:  1. ~~Primero, hay que~~ Se deben realizar las operaciones que están entre paréntesis, corchetes y llaves en este orden de prioridad.  2. ~~Después,~~ Se deben resolver~~se~~ las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.  3. ~~Para terminar, hay que~~ Se deben resolver las adiciones y sustracciones ~~sumas y restas,~~ ~~también~~ de izquierda a derecha.  Por ejemplo, ~~vamos a~~ al resolver el siguiente ejercicio aplicando la jerarquía de operaciones se tiene:  (‒15) + 2 · {16 − [8 − (2 − 5)]} =  (−15) + 2 · {16 − [8 − (−3)]} =  (−15) + 2 · {16 − [8 + 3]} =  (−15) + 2 · {16 − 11} =  (−15) + 2 · {5} =  (−15) + 10 = −5  **DESCRIPCIONES DEL RECURSO**  Tiempo: 30 minutos  Modalidad: Interactivo  Tipo de recurso: Exposición  Competencia: Competencia para aprender a aprender |
| **Título** | Polinomios aritméticos |
| **Descripción** | Recurso para reforzar el proceso de resolución de un polinomio con signos de agrupación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC220 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La jerarquía de las operaciones con números enteros/Resuelve operaciones combinadas con números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. Se debe cambiar el símbolo usado para la división en cada ejercicio, donde aparece “ **:** “ se debe escribir “ **÷** ” |
| **Título** | Operaciones combinadas con números enteros |
| **Descripción** | Ejercicios para practicar la resolución de operaciones combinadas de números enteros. |

Puedes reforzar el proceso de resolución de polinomios aritméticos y revisar algunos ejemplos resueltos haciendo clic en el siguiente enlace [[VER](http://www.vadenumeros.es/tercero/ejercicios-con-parentesis.htm)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_IMG10 |
| **Descripción** | Polinomios aritméticos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Por favor ajustar esta imagen, en lugar del 1 colocar 12. |
| **Pie de imagen** | Al resolver un polinomio aritmético aplica la jerarquización de las operaciones. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC230 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: reglas de los signos y jerarquía de las operaciones |
| **Descripción** | Ejercicios para fomentar la capacidad comunicativa y de argumentación de los estudiantes. |

[SECCIÓN 2] **5.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC240 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: jerarquía de las operaciones |
| **Descripción** | Situaciones que requieren conocer la jerarquía de las operaciones con números enteros y saber el orden para la reducción de signos de agrupación. |

[SECCIÓN 1] **6 Competencias**

Prueba tus habilidades para usar las operaciones con números enteros en situaciones aditivas y multiplicativas a través de los siguientes recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC250 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La resta de números enteros/Completa sumas y restas de números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. El enunciado del recurso que dice “Completa las siguientes operaciones con el signo correspondiente” se debe cambiar por el texto: “Escoge la operación que debe ir entre cada par de números para obtener el resultado”. |
| **Título** | Competencias: resuelve ejercicios utilizando la definición de adición y sustracción de números enteros |
| **Descripción** | Actividad para identificar operaciones que conduzcan a un resultado particular. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC260 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La resta de números enteros/Soluciona problemas de aplicación con sumas y restas de enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. En la pregunta que aparece a continuación:  C:\Users\user\Documents\Sandra works\Captura.png  Se deben hacer los siguientes cambios:   * El número 2.146 se debe escribir sin el punto que indica mil (2146), las dos veces que aparece en la pregunta. * La frase “Si se inventó 2146 años después de que inventara el tornillo,” se debe reemplazar por la frase “Esto fue 2146 años después de que se inventara el tornillo,” |
| **Título** | Competencias: resuelve problemas de situaciones aditivas, en diferentes contextos y dominios numéricos |
| **Descripción** | Resolución de situaciones aditivas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC270 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/La jerarquía de las operaciones con números enteros/Trabaja las operaciones combinadas con números enteros |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. El enunciado del recurso que dice “Realiza la siguiente operación” se debe cambiar por el texto: “Piensa y decide el procedimiento adecuado para desarrollar el polinomio. Resuélvelo y escribe la respuesta.”  3. Se debe cambiar el símbolo usado para la división en cada ejercicio. Es decir, donde aparece “ **:** “ se debe escribir “ **÷** ” |
| **Título** | Competencias: justifica la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en el desarrollo de un polinomio |
| **Descripción** | Ejercicios con operaciones combinadas de números enteros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC280 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/Ejercitación y competencias/Competencias: resuelve operaciones combinadas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. El título y la descripción del recurso se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. El enunciado del recurso que dice “Realiza la siguiente actividad. Cuando termines, envíala para que pueda ser validada” se debe reemplazar por el siguiente texto: “Usa las operaciones y los signos de agrupación para realizar la siguiente actividad”.  3. En la sección donde está la presentación del recurso aparece un texto que debe tener algunos cambios descritos aquí:     * La frase “Vamos a repasar” se reemplaza por “Repasa” * La palabra “Calculamos” se reemplaza por “Calcula” * La expresión “paréntesis o corchetes” se reemplaza por “paréntesis, corchetes o llaves” * La palabra “Hacemos” se reemplaza por “Resuelve” * La palabra “Resolvemos” se reemplaza por “Haz” * Los numerales se deben ajustar por 1., 2. y 3. Hay que quitar la o de superíndice después de los numerales. * La palabra “sumamos” se reemplaza por “adicionas”. En el mismo párrafo las preguntas dicen: ¿qué signo quedará el resultado? ¿Y si lo multiplicamos? Esto se debe reemplazar por ¿con qué signo queda el resultado? ¿Y si lo multiplicas?   4. En la sección de la Tarea quitar de los numerales la o de superíndice que posee cada uno.  5. Para incluir en el recurso:  **FICHA DEL DOCENTE**  **Objetivo**  El recurso expone una situación a través de la cual se puede comprobar si el estudiante conoce y usa correctamente la jerarquía de las operaciones y los signos de agrupación para resolver polinomios aritméticos.  **Propuesta**  Algunos factores que facilitan el aprendizaje de conceptos como la jerarquía de las operaciones y los signos de agrupación, necesarios para la resolución de polinomios aritméticos, son las características definitorias y correlativas que éstos poseen; sin embargo, no todos los polinomios poseen la misma estructura y, por ende, es necesario hacer una práctica constante para que los estudiantes establezcan en su memoria esas características definitorias y correlativas (si hay paréntesis, corchetes o llaves, cuál es la jerarquía de las operaciones, etc.).  Por esta razón y para verificar el afianzamiento de los conceptos mencionados y promover la práctica, el recurso expone un repaso de ideas y conceptos para luego plantear una situación en la cual el estudiante debe dar respuesta a unos interrogantes, que requieren que por él mismo construya vías de resolución formulando polinomios aritméticos y empleando signos de agrupación.  Con este planteamiento, el estudiante identificará por qué son necesarios los signos de agrupación y la identificación de la jerarquía de las operaciones, agregando con ello el componente de aprendizaje significativo.  **Antes de la presentación**  Pida a los estudiantes que resuman en una ficha bibliográfica, a través de un cuadro, toda la información sobre cómo se operan polinomios aritméticos y los signos de la suma, resta, multiplicación y división de números enteros. Luego, proponga que con ayuda del resumen elaborado resuelvan los siguientes ejercicios:   * 3·(‒8) + (‒44) ÷ (‒2) * 65 ‒ 8 ÷ (‒4) + (‒45) ÷ (‒9) * ‒67 + [(76 ‒ 120) · 5] ÷ 10 * {56 ‒ [(45 ‒ 76) + (‒12 ‒ 9)] · (‒49 + 51)} ÷ (‒40)   **Durante la presentación**  Dirija la actividad de tal forma que los estudiantes puedan responder las preguntas de la presentación. Luego invítelos a formular nuevos interrogantes siguiendo la temática y aclarando las posibles dudas que hayan surgido durante el repaso.  Si se observan dificultades en la resolución de los polinomios es importante aprovechar el momento para reafirmar las características definitorias y correlativas del proceso de operar polinomios aritméticos. Si se logran afianzar estos conceptos los estudiantes disminuirán la probabilidad de cometer errores al resolver operaciones combinadas.  **Después de la presentación**  Utilice la tarea del recurso para hacer una evaluación individual del manejo de las operaciones básicas, la jerarquía de las mismas y la forma de resolver polinomios aritméticos. Finalice organizando grupos para que formulen un nuevo problema que requiera el uso de polinomios aritméticos.  6. Para incluir en el recurso:  **FICHA DEL ESTUDIANTE**  **DESCRIPCIONES DEL RECURSO**  Tiempo: 60 minutos  Modalidad: Interactivo  Tipo de recurso: Exposición  Competencia: Competencia para aprender a aprender |
| **Título** | Competencias: justifica procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones |
| **Descripción** | Actividad para evaluar el manejo de las operaciones combinadas con números enteros aplicadas en la solución de problemas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC290 |
| **Título** | Competencias: realiza razonamientos lógicos para identificar y encontrar información que permita resolver un problema |
| **Descripción** | Situaciones que requieren conocer y manejar adecuadamente las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división y sus propiedades para resolverlas. |

[SECCIÓN 1]**Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC310 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC320 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 1Eso/Matemáticas/Las operaciones con números enteros/Fin de unidad/Autoevaluación |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | 1. La descripción se deben cambiar según aparece en esta plantilla.  2. Se debe cambiar el símbolo usado para la división en cada pregunta del recurso. Es decir donde aparece “ **:** ” se debe escribir “ **÷** ”. Además hay una pregunta donde en las opciones de respuesta también usan el símbolo “ **:** ”, se debe cambiar por “ **÷** ”.  3. La pregunta que se muestra a continuación debe ajustarse como se indica después de la imagen.    Lo que se escribe a continuación son los textos de los cambios, debajo de estos se muestra la imagen que indica cómo debe quedar la pregunta.  Si tenía en la cuenta corriente $450 000 y he pagado un recibo de $600 000, ¿cuál es el saldo de la cuenta?  Saldo actual = $450 000  Recibo a pagar = $600 000  Saldo restante = ?  ‒150 000  150 000  200 000 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Preguntas para verificar la comprensión y el manejo de los procesos sobre operaciones con números enteros. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_07\_02\_CO\_REC330 | |
| **Web 01** | *Teoría, ejemplos y actividades relacionadas con la adición y la sustracción de números enteros.* | *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/enteros1/index.htm* |
| **Web 02** | *Explicación del proceso para restar números enteros y ejercicios interactivos para practicar.* | *http://www.juntadeandalucia.es/averroes/html/adjuntos/2008/02/06/0004/unopuntotres.html* |
| **Web 03** | *Estrategias gráficas y numéricas para comprender mejor la adición y la sustracción de números enteros.* | *http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos\_informaticos/proyectos2004/matematicas/Tema3/SumasRestas.htm* |
| **Web 04** | *Teoría, ejemplos y actividades relacionadas con la multiplicación y la división de números enteros.* | *http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/Descartes/1y2\_eso/enteros2/index.htm* |
| **Web 05** | *Teoría, ejemplos y video sobre la jerarquización de las operaciones con números enteros y el uso correcto de signos de agrupación.* | *http://matematizate.com/edicion.php?selecc=aritmetica&edicion=a010\_jerarquia&pag=1* |