|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Lógica y conjuntos |
| Código del guion | MA\_06\_01\_CO |
| Descripción | Los conjuntos y el análisis en torno a ellos se ha planteado como un tema de gran importancia en el desarrollo de las matemáticas. En este tema se presentarán conceptos básicos, relaciones y operaciones entre conjuntos al igual que su relación con la lógica. |

[SECCIÓN 1] **1** **La lógica matemática**

En la vida cotidiana se presentan situaciones que llevan a hacer razonamientos lógicos. Por ejemplo, cuando en la mañana se observa que el día está gris, es posible imaginarse que el día estará frío y probablemente lloverá; este razonamiento ayudará a determinar la ropa que se usará ese día.

Si nos levantamos algo indispuestos, con malestar en el cuerpo, con un poco de dolor de cabeza y estornudamos con mucha frecuencia, seguramente, nuestro razonamiento lógico nos llevará a afirmar que tenemos un resfriado.

Ahora bien, si alguien nos preguntara por qué salimos abrigados o por qué sabemos que tenemos un resfriado, la respuesta muchas veces es simplemente “por lógica”.

La *lógica* es muy importante en nuestra vida cotidiana, ya que nos permite hacer deducciones, resolver situaciones y hasta tomar decisiones. Está relacionada con el **razonamiento lógico:** unareflexión simple que establece las reglas para determinar si los razonamientos realizados frente a cierto hecho son o no son válidos.

[SECCIÓN 2**] 1.1 Proposiciones**

Para iniciar el estudio de la lógica, es necesario definir algunos conceptos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Proposición lógica** |
| **Contenido** | Una **proposición** es una afirmación de la cual se puede determinar si es verdadera o falsa. |

Las siguientes expresiones son proposiciones:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_IMG01  Colombia es país más grande de América  Colombia limita al sur con Brasil |
| **Descripción** | Escribir los diálogos dentro de la nube de cada imagen. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 107950769 |
| **Pie de imagen** | Ejemplos de proposiciones. |

La primera afirmación presentada es verdadera y la segunda es falsa

Expresiones como ¡Hola!, ¿A qué hora sales?, no son proposiciones.

En general, las exclamaciones, las preguntas y las expresiones de orden, no se consideran proposiciones, puesto que no es posible determinar si son falsas o verdaderas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Valor de verdad** |
| **Contenido** | Afirmar que una proposición es verdadera o falsa es asignar un **valor de verdad**. Usualmente se utiliza la letra **V** para indicar que la proposición es verdadera, o la letra **F** si esta es falsa. |

En el lenguaje matemático las proposiciones se representan con las letras minúsculas *p*, *q*, *r*, *s*, *t,*... Por ejemplo:

*p*: Rafael Pombo escribió el cuento Simón el bobito. (V)

*q*: El mes de diciembre tiene 28 días. (F)

*t*: La medida de un ángulo recto es 90°. (V)

[SECCIÓN 2] **1.1.1 Proposiciones simples**

Una **proposición simple** es un enunciado que se compone de una única oración o frase.

A continuación se estudiarán algunas generalidades de las proposiciones simples.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC10 |
| **Título** | Estudio de las proposiciones simples |
| **Descripción** | Interactivo en el cual se explican los aspectos más importantes de las proposiciones simples |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC20 |
| **Título** | Identificando proposiciones |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar proposiciones simples y su valor de verdad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC30 |
| **Título** | Proposiciones abiertas y cerradas |
| **Descripción** | Actividad que permite clasificar las proposiciones en abiertas y cerradas |

**[SECCIÖN 3] 1.1.2 Negación de las proposiciones simples**

Negar una proposición consiste en cambiar su valor de verdad. Es decir, si una proposición es verdadera, su negación es una proposición falsa; y si una proposición es falsa, su negación es una proposición verdadera.

La negación de una proposición simple se puede obtener anteponiendo a la frase palabras como “no es cierto que**”** o “no es verdad que”o simplemente anteponiendo la palabra **“**no”.

Por ejemplo, si se define la proposición *q* como:

*q:* El mes de diciembre tiene solo 28 días; en este caso el valor de verdad es falso. Su negación sería: **no es cierto que** el mes de diciembre tiene solo 28 días. Así esta proposición se convierte en verdadera.

Para notar la negación de una proposición se usa el símbolo ¬ antes del nombre de la proposición. Por tanto, si *q* es una proposición simple, su negación se escribe ¬*q* y se lee “negación de *q*” o “no *q*”.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC40 |
| **Título** | Identificación de proposiciones simples y su negación |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar cuáles expresiones corresponde a proposiciones simples |

[SECCIÓN 2] **1.2 Proposiciones compuestas**

Las proposiciones en las que se identifica un conector para unir dos proposiciones simples se denominan **proposiciones compuestas**.

En las proposiciones compuestas se utilizan los conectores: “y”, “o”, “entonces”, “si y sólo si”.

Por ejemplo, de las proposiciones simples:

*t*: Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados.

*s*: Los cuadriláteros tienen dos diagonales. l

Se construye la proposición compuesta:

Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados **y** los cuadriláteros tienen dos diagonales*.*

En este caso, el conector que se utiliza es “y”.

A continuación se presenta un estudio detallado de las proposiciones compuestas y los conectores lógicos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC50 |
| **Título** | Las proposiciones y sus conectores lógicos |
| **Descripción** | Interactivo que permite estudiar las proposiciones y sus conectores lógicos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC60 |
| **Título** | Reconoce conectores en una proposición |
| **Descripción** | Actividad para reconocer el conector lógico de una proposición compuesta |

[SECCIÓN 3] **1.2.1 Valor de verdad de una proposición compuesta**

A las proposiciones compuestas, al igual que las proposiciones simples, se les pueden asignar valores de verdad, estos dependerán de los respectivos valores de verdad de cada una de las proposiciones simples que la conforman.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC70 |
| **Título** | Valor de verdad para proposiciones compuestas |
| **Descripción** | Interactivo que permite conocer las tablas de verdad para los conectores lógicos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC80 |
| **Título** | Proposiciones compuestas |
| **Descripción** | Actividad para determinar el valor de verdad de una proposición |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para determinar el valor de verdad de una proposición compuesta se pueden usar las tablas de verdad.   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | *p* | *q* | *p* ⋀ *q* | *p* ⋁ *q* | *p* ⇒ *q* | *p* ⇔ *q* | | V | V | V | V | V | V | | V | F | V | F | F | F | | F | V | V | F | V | F | | F | F | F | V | V | V | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC90 |
| **Título** | Las proposiciones en juegos de lógica |
| **Descripción** | Interactivo para analizar textos desde las proposiciones lógicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC100 |
| **Título** | La literatura y las proposiciones |
| **Descripción** | Interactivo para analizar textos desde las proposiciones lógicas |

[SECCIÓN 2] **1.3 Los cuantificadores**

Los cuantificadores son palabras que se anteponen a una proposición abierta con el fin de crear una nueva proposición; en esta se indica si todos, o al menos uno de los elementos de un conjunto satisfacen dicha proposición.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Los cuantificadores** |
| **Contenido** | Se identifican como **cuantificadores** a las expresiones: **para todo, todos, cualquier, existe, uno, algún y algunos.** |

Los cuantificadores se clasifican en dos grupos: los universales y los existenciales.

* **Los cuantificadores universales**: se utilizan para referirse a todos los elementos de un conjunto y se identifican con las palabras “todo”, “para todo” o “cualquiera”. Se simboliza con el signo ∀.
* **Los cuantificadores existenciales** hacen referencia a las expresiones: “existe uno”, “existen algunos” o “algún”.

Para simbolizar un cuantificador existencial se utiliza el siguiente símbolo Ǝ.

Veamos algunos ejemplos de proposiciones con cuantificadores y su respectivo valor de verdad:

* Todos los seres humanos necesitan agua para sobrevivir. (V)
* Algunos números de la tabla del 8 terminan en 5. (F)
* Hay un número natural menor que 1. (V)
* Existe una especie de osos en vía de extinción. (V)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 95996104 |
| **Pie de imagen** | Se define la proposición *r*: Algunos jugadores de baloncesto son de estatura alta. Esta proposición es verdadera.  La palabra “algunos” es un cuantificador existencial. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Negación de cuantificadores** |
| **Contenido** | Para negar proposiciones cuantificadas se debe cambiar el cuantificador.  Si el cuantificador es universal se cambia por uno existencial y si es existencial por uno universal. |

Por ejemplo, al negar la proposición *p*: **Todas** las gallinas tienen plumas rojas, se debe cambiar el cuantificador **Todas** por el cuantificador **Algunas**

La negación sería:

¬*p***: Algunas** gallinas tienen plumas rojas. (V)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC110 |
| **Título** | Usos de los cuantificadores |
| **Descripción** | Actividad para practicar el uso y el valor de verdad de proposiciones con cuantificadores |

[SECCIÓN 2] 1.4 **Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC120 |
| **Título** | Analizando la solución a una situación problema |
| **Descripción** | Actividad para analizar y plantear la solución a una situación problema |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC130 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: determina el valor de verdad de proposiciones |
| **Descripción** | Actividad para practicar el valor de verdad en proposiciones compuestas |

[SECCIÓN 1] **2 Conjuntos**

Cada persona tiene una idea intuitiva de qué es un conjunto y reconoce conjuntos en su entorno; por ejemplo, el conjunto de mascotas del barrio, el conjunto de vajillas del restaurante, el conjunto de jugadores de fútbol del colegio, entre otrostc.

[SECCIÓN 2] **2.1 Noción de conjunto**

Una colección de objetos de la misma naturaleza, es decir, con una o más características comunes, recibe el nombre de **conjunto**.

Los miembros de un conjunto son llamados **elementos** y se representan con números o letras minúsculas. Los conjuntos se nombran con letras mayúsculas y sus elementos se pueden encerrar entre llaves, separándolos con comas.

Son ejemplos de conjuntos:

* *B* = {números impares menores que 10}
* *B* = {2, 4, 6, 8}

Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto se utiliza el signo ∈ que se lee “pertenece a”, así para escribir que 7 pertenece al conjunto B se escribe 7 ∈ *B*. Si un elemento no pertenece al conjunto se utiliza el signo ∉ que se lee “no pertenece”. De esa manera se escribe que 5 ∉ *B*.

[SECCIÓN 3] **2.1.1** **Determinación de conjuntos**

Para identificar los elementos de un conjunto es necesario determinarlo de tal manera que sea fácil reconocer si un elemento pertenece o no pertenece a ese conjunto. Para determinar conjuntos se utilizan dos maneras: por extensión y por comprensión.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC140 |
| **Título** | Determina y clasifica conjuntos |
| **Descripción** | Interactivo que explica la forma de determinar un conjunto y cómo se clasifica según sus características |

[SECCIÓN 3] **2.1.2** **Representación de conjuntos**

Los conjuntos se pueden representar gráficamente con diagramas como el que se observa a continuación

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_01\_IMG03 |
| **Descripción** | *M*  1 13  3 5  7 11  21 23 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | *M* es el conjunto de los números primos menores que 25. |

Estos diagramas se conocen como **diagramas de Venn**, en honor al matemático que usó esta forma para presentar los conjuntos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_IMG 04 |
| **Descripción** | John Venn |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://www.biografiasyvidas.com/biografia/v/fotos/venn.jpg |
| **Pie de imagen** | *John Venn*  Matemático que formalizó el uso de los diagramas como círculos u óvalos para representar gráficamente los conjuntos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC150 |
| **Título** | Trabaja en conceptos de conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para practicar la determinación y la clasificación de conjuntos |

[SECCIÓN 2] **2. 2** **Relaciones entre conjuntos**

Dados dos conjuntos *A* y *B* se pueden definir las siguientes relaciones:

* *A* puede estar contenido en *B*.
* *A* puede ser igual a *B*.
* *A* y *B* pueden tener elementos comunes. Se dice que *A* y *B* son intersecantes.
* *A* y *B* pueden no tener elementos comunes. Se dice que *A* y *B* son disjuntos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC160 |
| **Título** | Reconoce las relaciones entre dos conjuntos |
| **Descripción** | Interactivo que explica y muestra ejemplos de las relaciones entre conjuntos |

[SECCIÓN 2] **3.3 Consolidación**

Con estas actividades podrás practicar lo aprendido en relación con el concepto de conjunto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC170 |
| **Título** | Identifica relaciones entre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para reconocer la relación que se presenta entre dos conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC180 |
| **Título** | Conceptos sobre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para reforzar los conceptos básicos sobre conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC190 |
| **Título** | Analizando la solución a una situación problema |
| **Descripción** | Actividad para analizar y plantear la solución a una situación problema |

[SECCIÓN 1] **4 Operaciones entre conjuntos**

Dados dos conjuntos es posible definir las siguientes operaciones entre ellos:

Unión Intersección Complemento Diferencia

El resultado de cada operación determina un nuevo conjunto con unas características específicas.

A continuación se explicarán cada una de las operaciones entre conjuntos.

[SECCIÓN 2] **4.1** **Unión entre conjuntos**

La unión entre dos o más conjuntos es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen a cada conjunto, incluso los elementos que tengan en común.

Se representa por *A* U *B* y por comprensión se determina así:

*A* ∪ *B* = {*x*/*x* ∈ *A* v *x* ∈ *B*}

Por ejemplo, si *A* = {1, 2, 3, 4} y *B* = {3, 4, 5, 6, 7, 8}, se tiene que:

*A* ∪ *B* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Nótese que los números 3 y 4 pertenecen a los dos conjuntos, pero en la unión se escriben solo una vez.

[SECCIÓN 2] **4.2 Intersección entre conjuntos**

La intersección entre dos conjuntos es un nuevo conjunto formado por los elementos comunes entre ellos.

Se representa por *A* ∩ *B* y por comprensión se determina así:

*A* ∩ *B* = {x/x ∈ *A* ∧ *x* ∈ *B* }

Por ejemplo, si *A* = {3, 6, 9, 12, 15} y *B* = {6, 12, 18, 24} se tiene que:

*A* ∩ *B* = {6, 12}

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC200 |
| **Título** | Representación gráfica de la unión y la intersección entre conjuntos |
| **Descripción** | Interactivo que muestra gráficamente cómo puede ser la unión y la intersección entre conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC210 |
| **Título** | Practica la unión entre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para determinar la unión entre conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC220 |
| **Título** | Practica la intersección entre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para determinar el resultado de la intersección entre conjuntos |

[SECCIÓN 2] **4.3 Complemento de un conjunto**

El complemento de un conjunto está formado por los elementos que le faltan a dicho conjunto para ser el universal o referencial *U*.

Se representa por *A*cy por comprensión se determina así:

*A*c = {x/x ∈ *A* ∧ *x* ∉ *U* }

Por ejemplo, si *A* = {números pares dígitos} y *U* = {números pares menores que 50} se tiene que:

*A*c = {10, 12, 14, 16, 18, 20, …, 48}

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC230 |
| **Título** | Halla el complemento de un conjunto |
| **Descripción** | Actividad para determinar el complemento de un conjunto |

[SECCIÓN 2] **4.4 Diferencia entre conjuntos**

Dados los conjuntos *A* y *B*, la diferencia entre *A* y *B* es el conjunto formado por los elementos de *A* que no están en *B*.

Se representa *A* – *B* y por compresión se determina por:

*A* – *B* = {x/x ∈ *A* ∧ *x* ∉ *B* }

Por ejemplo, si *A = {x/x es* un número impar menor que 10} y *B =* {1, 2, 3, 4, 5, 6} se tiene que:

*A B =* {4, 6}

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC240 |
| **Título** | Determina la diferencia entre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para hallar los elementos de la diferencia entre dos conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC250 |
| **Título** | Analiza gráficamente el complemento y la diferencia entre conjuntos |
| **Descripción** | Interactivo para presentar gráficamente el complemento y la diferencia entre conjuntos |

[SECCIÓN 2] 4.6 **Consolidación**

Practica los conceptos sobre conjuntos resolviendo las siguientes actividades

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC260 |
| **Título** | Practica las relaciones entre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad determinar la relación entre dos conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC270 |
| **Título** | Practica las operaciones entre conjuntos |
| **Descripción** | Actividad para hallar el resultado de las operaciones entre conjuntos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC280 |
| **Título** | Analiza gráficamente el complemento y la diferencia entre conjuntos |
| **Descripción** | Interactivo para presentar gráficamente el complemento y la diferencia entre conjuntos |

[SECCIÓN 1] **Ejercitación y competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MAT\_06\_01\_CO\_REC290 |
| **Título** | Los conjuntos en contextos cotidianos |
| **Descripción** | Interactivo que muestra los diferentes conjuntos que hay en la cotidianidad, sus relaciones y las operaciones entre ellos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G06\_01\_CO\_REC300 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Muestra el mapa conceptual de la unidad: lógica y teoría de conjuntos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G06\_01\_CO\_REC310 |
| **Título** | Autoevaluación |
| **Descripción** | Actividad para evaluar lo aprendido en el tema |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | [*http://wolframalpha0.blogspot.com/2014/01/como-hacer-diagramas-de-venn-online.html*](http://wolframalpha0.blogspot.com/2014/01/como-hacer-diagramas-de-venn-online.html) | *Página en la que encontrarás cómo hacer diagramas de Venn online.* |
| **Web 02** | *http://escuela2punto0.educarex.es/Humanidades/Etica\_Filosofia\_Ciudadania/Aprende\_logica/logica/03tablasvdad/generadorfrset.html* | *Web en la que puedes generar diversas tablas de verdad y comprobar sus resultados* |
| **Web 03** | *http://es.wikibooks.org/wiki/Ejercicios\_Propuestos\_de\_Conectivos\_L%C3%B3gicos\_y\_Tablas\_de\_Verdad* | *Web en la que puedes practicar ejercicios sobre conectivos lógicos y tablas de verdad* |
| **Web 04** | *http://arquimedes.matem.unam.mx/lite/2013/1.1\_Un100/\_Un\_100\_DiagramasDeVenn/index.html* | *Web que muestra diversos ejemplos de operaciones entre conjuntos.* |