|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Teoría de números |
| Código del guion | MA\_06\_04\_CO |
| Descripción | En esta sección se presentan conceptos relacionados con los múltiplos y los divisores de un número. Se presentan aspectos importantes como las propiedades que estos cumplen y algunos problemas que se pueden resolver a partir de las definiciones de múltiplo y de divisor. |

[SECCIÓN 1] **1 Múltiplos**

En cursos anteriores se aprendieron las tablas de multiplicar y se vio la importancia de usarlas y de aprenderlas en muchas situaciones, no solo de matemáticas, sino de la vida cotidiana; el concepto de tabla de multiplicar tiene una estrecha relación con el concepto de múltiplo.

[SECCIÓN 2] **1.1 Múltiplos de un número**

Un número es múltiplo de otro si está en la tabla de multiplicar de dicho número.

Por ejemplo, 15 es múltiplo de 3 pues 3 × 5 = 15. En forma similar, se puede afirmar que 15 es múltiplo de 5.

En forma general, los múltiplos de un número *t* son los números que resultan de multiplicar a *t* por todos los números naturales y el cero.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | Múltiplos de un número |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Children is doing some maths at a blackboard.  131816633 |
| **Pie de imagen** | Multiplicando por un número natural. |

El conjunto de múltiplos de un número se representa con la letra *M*. Así, los múltiplos de 7 son el conjunto *M*7, que se muestra a continuación.

*M*7= {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42,…}

Es importante anotar que los tres puntos antes del corchete de cierre, indican que el conjunto tiene infinito número de elementos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC10 |
| **Título** | Los múltiplos de un número |
| **Descripción** | Interactivo que explica el concepto de múltiplo |

[SECCIÓN 2] **1.2 Propiedades de los múltiplos**

El conjunto de múltiplos de un número cumple varias propiedades que son importantes reconocer y utilizar.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC20 |
| **Título** | Las propiedades de los múltiplos |
| **Descripción** | Interactivo que muestra, en forma general, las propiedades de los múltiplos y ejemplos numéricos de las mismas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso )** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC30 |
| **Título** | Encuentra los múltiplos de un número |
| **Descripción** | Actividades para relacionar un número con algunos de sus múltiplos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso )** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC40 |
| **Título** | Descubre si es o no un múltiplo |
| **Descripción** | Actividades para practicar el razonamiento aplicando el concepto de múltiplos de un número |

SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los múltiplos de un número |
| **Descripción** | Actividades para prácticar los conceptos relacionados con los múltiplos de un número |

[SECCIÓN 1] **2 Divisores**

Dividir siempre ha sido una actividad propia de los seres humanos: dividimos para repartir. En algunos contextos estas divisiones o repartos resultan ser exactas; por ejemplo, si un grupo de 20 estudiantes debe formar grupos de a 4 para organizar una exposición.

Es claro anotar que no siempre los repartos son exactos, ni se pueden hacer en grupos de igual número de elementos, pero en matemáticas este concepto de reparto exacto da origen al concepto de *Divisor.*

Cuando se habla de divisores es importante tener en cuenta el algoritmo de la división estudiado en la escuela primaria y sus términos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | Niño con globo con la operación mostrada |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 88435885  45÷9=5  45÷5=9  45  9  5  0  Divisor  Dividendo  Cociente  Residuo |
| **Pie de imagen** |  |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior o lateral |

Teniendo en cuenta lo anterior se dice que:

Un número es **divisor** de otro si lo divide exactamente; es decir, si el residuo en la división es 0.

En el ejemplo de la imagen se tiene que 9 es divisor de 45; además, 5 también es divisor de 45.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC60 |
| **Título** | ¿Por qué un número es divisor de otro? |
| **Descripción** | Interactivo que permite observar dentro de una división cuál es el divisor |

[SECCIÓN 2] **2.1 Divisores de un número**

El conjunto de divisores de un número se representa con la letra *D*. Así, los divisores de 15 son el conjunto *D*15, que se muestra a continuación.

*D*15={1, 3, 5}

Para hallar los divisores de un número es necesario resolver divisiones en las que el residuo es 0.

Observa el proceso para hallar los divisores de 36.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC70 |
| **Título** | Divisores de un número |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar los divisores de un número |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC80 |
| **Título** | Relaciona un número con sus divisores |
| **Descripción** | Actividades para reforzar la comunicación matemática en el tema de la descomposicion de números |

[SECCIÓN 2] **2.2 Propiedades de los divisores**

Al igual que el conjunto de múltiplos, el conjunto de los divisores de un número cumple las siguientes propiedades.

* Todo número es divisor de sí mismo.
* El número 1 es divisor de todo número.
* El conjunto de divisores de un número es finito

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC90 |
| **Título** | ¿Es múltiplo o es divisor? |
| **Descripción** | Actividades que permiten verificar las propiedades de los divisores en varios números |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC100 |
| **Título** | Divisores de números grandes |
| **Descripción** | Actividades para hallar los divisores de números de tres dígitos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC110 |
| **Título** | Crucigrama con divisores |
| **Descripción** | Actividades que permiten calsificar los divisores de un número |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC120 |
| **Título** | Resuelve problemas de múltiplos y divisores |
| **Descripción** | Actividades para resolver problemas de aplicación de múltiplos y divisores |

[SECCIÓN 2] **2.3 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC130 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los divisores de un número |
| **Descripción** | Actividades sobre Los divisores de un número |

[SECCIÓN 1] **3 Criterios de divisibilidad**

Hacer la división para encontrar los divisores de un número resulta ser un proceso largo, sobre todo si el número es grande. Para facilitar este proceso y a partir del análisis de la forma en la que se comportan las divisiones, se crearon unos criterios que permiten determinar en forma rápida si un número es divisor de otro.

Los criterios de divisibilidad son reglas que permiten determinar cuando un número es divisor de otro. En este tema se presentarán los criterios de divisibilidad para los siguientes números: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 y 11.

Para el caso de los otros números resulta mejor hacer la división.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC140 |
| **Título** | Los criterios de divisibilidad |
| **Descripción** | Interactivo que explica los criterios de divisibilidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC150 |
| **Título** | Repasa los criterios de divisibilidad |
| **Descripción** | Actividades para completar textos sobre criterios de divisibilidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC160 |
| **Título** | Relaciona criterios de divisibilidad |
| **Descripción** | Actividades que permiten aplicar los criterios de divisibilidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC170 |
| **Título** | Descubre la cifra que falta |
| **Descripción** | Actividades para poner en practica los criterios de divisibilidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC180 |
| **Título** | Resuleve problemas de aplicación de los criterios de divisibilidad |
| **Descripción** | Ejercicios para resolver problemas donde se apliquen los criterios de divisibilidad |

[SECCIÓN 2] **3.2 Consolidación**

Las siguientes actividades sirven para reforzar los conceptos de múltiplo, divisor y para practicar la forma de hallarlos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC150 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Criterios de divisibilidad |
| **Descripción** | Actividades sobre Los criterios de divisibilidad |

[SECCIÓN 1] **4 Números primos y números compuestos**

Teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad es posible clasificar los números en dos categorías: primos y compuestos.

Por ejemplo, 5 es un número primo y 6 es un número compuesto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** | Poner el texto que se deja sobre la imagen |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 221581525  **D5={1, 5} Primo**  **D6={1, 2, 3, 6} Compuesto** |
| **Pie de imagen** |  |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior o lateral |

[SECCIÓN 2] **4.1 Números primos**

Se dice que un número natural es primo, si tiene exactamente dos divisores: el 1 y el mismo número.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | ¿El 1 y el 0 son primos?    No. El 1 solo tiene un divisor y el 0 no tiene divisores  142053604 |
| **Pie de imagen** |  |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior o lateral |

Por ejemplo, los siguientes números son primos:

23, 11, 31, 7

Fácilmente se puede verificar que cada uno de estos números solo tiene dos divisores.

[SECCIÓN 2] **4.2 Criba de Eratóstenes**

La Criba de Eratóstenes, es un método para identificar números primos. Fue ideado por el genio matemático de la antigua Grecia Eratóstenes, quien vivió 200 años antes de Jesucristo. Eratóstenes ideó una tabla con los números primos que hay entre 1 y 100.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC200 |
| **Título** | Construcción de la criba de Eratóstenes |
| **Descripción** | Actividad que permite hallar lo números primos que hay entre 1 y 100 |

[SECCIÓN 2] **4.3 Números compuestos**

Un número es compuesto si tiene más de dos divisores. Por ejemplo, 24 y 28 son números compuestos, pues:

*D*24={1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} *D*28={1, 2, 4, 7, 14, 28}

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC210 |
| **Título** | Clasifica números primos y compuestos |
| **Descripción** | Actividad para practicar la diferencia entre número primo y número compuesto |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC220 |
| **Título** | Escribe números según una condición |
| **Descripción** | Actividades para escribir números primos o compuestos según una condición dada |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Título** | **Definición de número primo y número compuesto** |
| **Contenido** | * Un número natural es **primo** si es divisible unicamente entre el 1 y él mismo. * Un número natural es **compuesto** si tiene más de dos divisores. |

[SECCIÓN 2] **4.4 Descomposición factorial de un número**

Todo número compuesto se puede expresar como el **producto de factores primos**.

Dicha descomposición es única, lo cual significa que el orden en el que se escriban los factores no es importante.

Por ejemplo, el número 12 se puede escribir como el producto de varios números primos, así:

12=2×2×3 12=3×2×2 12=2×3×2

Existen dos métodos para realizar la descomposición en factores primos; el primero es llamado diagrama de árbol (por la forma esquemática) y el segundo es llamado método vertical.

Así, la descomposición del número 36 se puede presentar así:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | |  |  | | --- | --- | | 36 | 2 | | 18 | 2 | | 9 | 3 | | 3 | 3 | | 1 |  | |
| **Pie de imagen** | Modelos de descomposición del número 36 |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC230 |
| **Título** | Descomposición en factores primos |
| **Descripción** | Actividad que permite al estudiante practicar las descomposición de un número en sus factores primos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC240 |
| **Título** | ¿Cierto o falso? |
| **Descripción** | Actividades para determinar la veracidad o falsedad de afirmaciones sobre la descomposición de un número |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC250 |
| **Título** | Halla la descomposición de números |
| **Descripción** | Actividad para relacionar cada diagrama de árbol con su número correspondiente |

[SECCIÓN 2] **4.5 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC260 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Números primos y números compuestos |
| **Descripción** | Actividades sobre Los números primos y los números compuestos |

[SECCIÓN 1] **5 Máximo común divisor**

El máximo común divisor entre dos o más números es el mayor de los divisores comunes de dichos números. Para nombrarlo se usa la expresión m.c.d*.*

Por ejemplo, el m.c.d. entre 24 y 36 es 12, pues:

*D*24={1, 2, 3, 4, 6, 8, **12**, 24} *D*36={1, 2, 3, 4, 6, 9, **12**, 18, 36}

Los divisores comunes son 1, 2, 3, 4, 6 y 12 . Así que 12 es el m.c.d.

Se escribe m.c.d. (24, 36) = 12

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | *D*24  *D*36  1  2  3  4  6  **12**  8  24  9  18  36 |
| **Pie de imagen** | Diagrama de Venn de divisores entre dos números |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior |

[SECCIÓN 2] **5.1 Método abreviado para hallar el máximo común divisor**

Para hallar el m.c.d. entre dos o más números se utiliza la descomposición en factores primos.

Así para hallar el m.c.d. entre los números 360, 180 y 60 se procede de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** | Por favor que queden alineados arriba los tres modelos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | |  |  | | --- | --- | | 360 | 2 | | 180 | 2 | | 90 | 2 | | 45 | 3 | | 15 | 3 | | 5 | 5 | | 1 |  |  |  |  | | --- | --- | | 180 | 2 | | 90 | 2 | | 45 | 3 | | 15 | 3 | | 5 | 5 | | 1 |  |  |  |  | | --- | --- | | 60 | 2 | | 30 | 2 | | 15 | 3 | | 5 | 5 | | 1 |  | |
| **Pie de imagen** |  |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior o lateral |

360 = 2×2×2×3×3×5 180 = 2×2×3×3×5 60 = 2×2×3×5

360 = 23×32×5 180 = 22×32×5 60 = 22×3×5

Para determinar el m.c.d. (360, 180, 60) se buscan los factores comunes con su menor exponente. Para el caso se tiene que:

m.c.d. (360, 180, 60) = 22×3×5 = 60

Es posible proponer esta descomposición de una manera abreviada y simplificar el cálculo del m.c.d.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC270 |
| **Título** | Practica el cálculo del mcd |
| **Descripción** | Actividades para practicar el máximo común divisor |

[SECCIÓN 2] **5.2 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC280 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: El máximo común divisor |
| **Descripción** | Actividades sobre el Máximo común divisor |

[SECCIÓN 1] **6. Mínimo común múltiplo**

El mínimo común múltiplo entre dos o más números es el menor de los múltiplos comunes entre dichos números. Para nombrarlo se usa la expresión m.c.m*.*

Por ejemplo, el m.c.m. entre 20 y 25 es 100 pues:

*M*20={0, 20, 40, 60, 80, **100**, 120, 140, 160, 180, 200…}

*M*25={0, 25, 50, 75, **100,** 125, 150, 175,200…}

El menor de los múltiplos comunes es 100.

Se escribe m.c.m. (20, 25) = 100

Es importante anotar que para el conjunto de múltiplos no es posible hacer la representación en un diagrama de Venn, ya que se hace referencia a conjuntos infinitos. En un diagrama de Venn no es posible dejar clara esta condición.

[SECCIÓN 2] **6.1 Método abreviado para hallar el mínimo común múltiplo**

En forma similar al máximo común divisor, es posible calcular el m.cm. utilizando el algoritmo de descomposición en factores primos.

Por ejemplo, para hallar el m.c.m. entre 12 y 30 se procede de la siguiente manera.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | |  |  | | --- | --- | | 12 | 2 | | 6 | 2 | | 3 | 3 | | 1 |  |  |  |  | | --- | --- | | 30 | 2 | | 15 | 3 | | 5 | 5 | | 1 |  | |
| **Pie de imagen** |  |
| **Ubicación del pie de imagen** | Inferior o lateral |

12 = 2×2×3 30 = 2×3×5

12 = 22×3 30 = 2×3×5

Para determinar el m.c.m. (12, 30) se buscan los factores comunes y no comunes con su máximo exponente. Para el caso se tiene que:

m.c.m. (12, 30) = 22×3×5 = 60

Al igual que para el máximo común divisor, es posible proponer una manera abreviada de cálculo para el m.c.m.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC290 |
| **Título** | Practica el cálculo del mcm |
| **Descripción** | Actividades para practicar el mínimo común múltiplo |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC300 |
| **Título** | Reconoce las características del mcm y del mcd |
| **Descripción** | Actiivdades para afianzar las características y el cálculo del mcd y mcm |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC310 |
| **Título** | Practica el cálculo del mcm y mcd |
| **Descripción** | Ejercicios de afianzamiento del mcd y el mcm |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC320 |
| **Título** | Problemas de mcd y mcm |
| **Descripción** | Actividades para aplicar los conceptos del mcd y mcm en la resolución de problemas |

[SECCIÓN 2] **6.2 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC330 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: El mínimo común múltiplo |
| **Descripción** | Actividades sobre El mínimo común múltiplo |

[SECCIÓN 1] **7 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC340 |
| **Título** | Proyecto: números perfectos y números amigos |
| **Descripción** | Interactivo que permite al estudiante conocer la teoría sobre los números perfectos y los números amigos y su relación con los divisores |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso nuevo)** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC350 |
| **Título** | Competencias: resolución de problemas |
| **Descripción** | Actividades para resolver problemas |

[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC360 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa que permite ver la unidad completa |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_06\_04\_CO\_REC370 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Esta actividad evalua todos los conceptos vistos en el tema |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | *Este recurso permite revisar criterios de divisibilidad y presenta varias actividades para realizar en el aula Título* | *http://www.i-matematicas.com/recursos0809/1ciclo/divisibilidad/interactivo/Divisibilidad.htm* |
| **Web 02** | *Números perfectos* | *URLhttp://historiaybiografias.com/ciencia6/* |