|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Identidades notables** |
| Código del guion | MA\_08\_03\_CO |
| Descripción | Una identidad es la prueba de que dos elementos que matemáticamente se escriben diferente, son el mismo elemento; en este tema se estudian las identidades o igualdades que más se suelen utilizar en la matemática, por ello se les llama identidades notables. |

[SECCIÓN 1] **1 Los productos notables**

Un producto notable es una multiplicación entre dos expresiones algebraicas de la cual se obtiene su resultado por simple inspección, es decir, sin realizar todo el proceso de la multiplicación.

En este tema se van a estudiar algunos de los productos notables de uso más frecuente para el cálculo y la trigonometría.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Nota al diseñador: por favor colocar cotas a las figuras. |
| **Pie de imagen** | Los productos notables nos permiten representar y calcular áreas en forma general. |

[SECCIÓN 2] **1.1 El cuadrado de un binomio**

Para calcular el cuadrado de un binomio se deben tener en cuenta dos casos. Si es el cuadrado de una suma de términos (*a* + *b*)2 o si es una diferencia (*a* – *b*)2.

El **cuadrado de la suma de dos términos** es el producto del binomio (*a* + *b*) por sí mismo, es decir:

(*a* + *b*) (*a* + *b*)

Realizando la multiplicación de los dos binomios se obtiene:

Por tanto:

Por ejemplo:

En este otro ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Cuadrado de un binomio** |
| **Contenido** | El cuadrado de la suma de un binomio es igual al cuadrado del primer término más dos veces el producto del primero por el segundo términos más el cuadrado del segundo término. |

Geométricamente el cuadrado de un binomio representa un cuadrado en el que la longitud de cada uno de sus lados es ; imagina que es un rompecabezas y que dispones de cuatro fichas para armar un cuadrado como se observa en la imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: por favor colocar cotas a las figuras.  C:\Users\FAMILIA\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del cuadrado de la suma de dos términos. El área del cuadrado azul es la suma del área de dos cuadrados menores y dos rectángulos de igual área. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC10 |
| **Título** | Cuadrado de un binomio de la forma |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá ejercitar el cuadrado de un binomio de la forma |

El **cuadrado de la diferencia de dos términos** es el producto del binomio (*a* – *b*) por sí mismo, es decir:

Al realizar el producto se obtiene:

Por tanto:

Por ejemplo:

(*x* – 4)2 = (x)2 – 2(*x*) (4) + (4)2

= *x*2 8*x* + 16

En este otro ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Cuadrado de un binomio** |
| **Contenido** | El **cuadrado de la diferencia de dos términos** es el cuadrado del primer término menos dos veces el producto del primer factor por el segundo factor más el cuadrado del segundo término. |

Geométricamente el cuadrado de la diferencia de dos términos representa un cuadrado en el que la longitud de cada uno de sus lados es , como se observa en la siguiente imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: por favor colocar cotas a las figuras.  C:\Users\FAMILIA\Documents\productonotable2.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del cuadrado de un binomio de la forma . |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC20 |
| **Título** | Cuadrado de un binomio de la forma |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar el cuadrado de un binomio de la forma . |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC30 |
| **Título** | Representación geométrica del cuadrado de un binomio |
| **Descripción** | Actividad que te permite relacionar el área de un cuadrado como el producto de las medidas de sus lados. |

[SECCIÓN 2] **1.2 El producto de la forma**

La suma por la diferencia de dos términos representa geométricamente el área de un rectángulo cuyos lados son (*a* + *b*) y (*a* – *b*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: por favor colocar cotas a las figuras.  C:\Users\FAMILIA\Documents\productonotable3.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del producto . |

Geométricamente el producto de la forma se asocia al área de un rectángulo de dimensiones (*a* + *b*) y (*a* – *b*), como se observa en la figura de la izquierda. Por otra parte, en la figura de la derecha se observa que al área del cuadrado de lado *a* se sustrae el área del cuadrado de lado *b*, obteniendo un área igual a la anterior. Es decir, las áreas son iguales.

Realizando la multiplicación de los dos binomios se obtiene:

|  |  |
| --- | --- |
| (*a* + *b*)(*a* – *b*) = *a*(*a* – *b*) + *b*(*a* – *b*) | Se aplica la propiedad distributiva |
| = *a*2 – *ab* + *ba* – *b*2 | Se aplica la propiedad distributiva |
| = *a*2 – *b*2 | Se reducen términos semejantes |

Por tanto:

(*a* + *b*)(*a* – *b*) = *a*2 – *b*2

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Producto de la suma por la diferencia** |
| **Contenido** | El **producto de la suma por la diferencia de dos términos** es el cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término. |

Por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC40 |
| **Título** | Producto de la forma (*a* + *b*)(*a* – *b*) |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar la suma por la diferencia de dos términos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC50 |
| **Título** | Representación geométrica del producto de la forma (*a* + *b*) (*a* – *b*) |
| **Descripción** | Actividad que te permite relacionar el área de una figura con el producto de la forma (*a* + *b*) (*a* – *b*). |

[SECCIÓN 2] **1.3 El cuadrado de un trinomio**

El cuadrado de un trinomio (*a* + *b* + *c*) es el producto del trinomio por sí mismo, es decir:

(*a* + *b* + *c*) (*a* + *b* + *c*)

Realizando la multiplicación de los dos trinomios se obtiene:

Por tanto:

Por ejemplo:

Otro ejemplo es:

Geométricamente representa un cuadrado en el que la longitud de cada uno de sus lados es .

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: por favor colocar cotas a las figuras.  C:\Users\FAMILIA\Documents\productonotable4.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del cuadrado de un trinomio. El área del cuadrado del trinomio es la suma de las áreas de tres cuadrados menores y seis rectángulos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Cuadrado de un trinomio** |
| **Contenido** | El cuadrado de un trinomio es el cuadrado del primer término, más el cuadrado del segundo, más el cuadrado del tercero, más dos veces el producto del primer término por el segundo, más dos veces el producto del segundo término por el tercero, más dos veces el producto del primer término por el tercero. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC60 |
| **Título** | Cuadrado de un trinomio |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar el cuadrado de un trinomio |

[SECCIÓN 2] **1.4 El producto de dos binomios con un término común**

Al realizar la multiplicación de (*x* + *a*) (*x* + *b*) se obtiene:

Por tanto:

Por ejemplo:

En este otro ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: por favor colocar cotas a las figuras. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del producto de dos binomios con un término común. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El producto de dos binomio con termino común** |
| **Contenido** | El producto de dos binomios con un término común es el cuadrado del primer término, más el producto de la suma de los dos segundos términos por el primer término, más el producto de los segundos términos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC70 |
| **Título** | Producto de la forma |
| **Descripción** | Actividad que permite ejercitar el producto de dos binomios de la forma |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC80 |
| **Título** | Los productos notables |
| **Descripción** | Actividad para reconocer la interpretación geométrica de un producto notable. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com//DesktopModules/PPP_UploadScorms/RecursoPopUp.aspx?RecursoID=624020> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar el contenido de la pestaña “**el cuadrado de una diferencia**” por:  C:\Users\FAMILIA\Documents\productonotable2.png  Incluir una pestaña con el título “Producto con un término común” y con el siguiente contenido: |
| **Título** | Construcción geométrica de los productos notables |
| **Descripción** | Interactivo que te permite estudiar la interpretación geométrica de algunos productos notables. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC100 |
| **Título** | El producto de dos binomios con un término común |
| **Descripción** | Actividad que te permite relacionar la construcción de expresiones equivalentes con productos de la forma |

[SECCIÓN 2] **1.5 El cubo de un binomio**

El cubo del binomio es el producto de ) por sí mismo tres veces, es decir:

Por tanto:

Por ejemplo:

En este otro ejemplo:

Geométricamente, representa un cubo de arista

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_IMG07 |
| **Descripción** | Si la imagen no está libre, diseñar una similar. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://1.bp.blogspot.com/-lVmv1joelyY/UknwQGQS1bI/AAAAAAAAAR8/WugXmc0eWnQ/s1600/Cubo+de+un+binomio.png>  http://1.bp.blogspot.com/-lVmv1joelyY/UknwQGQS1bI/AAAAAAAAAR8/WugXmc0eWnQ/s1600/Cubo+de+un+binomio.png |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del cubo de la suma de dos términos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC110 |
| **Título** | Cubo de un binomio de la forma |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar el cubo de un binomio de la forma |

[SECCIÓN 2] **1.6 El cubo del binomio**

Este caso se aplica tanto para la suma de dos términos como para la diferencia; el cubo del binomio es el producto de ) por sí mismo tres veces, es decir:

Por tanto:

El cubo del binomio es el producto de ) por sí mismo tres veces, es decir:

Por tanto:

Por ejemplo:

En este otro ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_IMG08 |
| **Descripción** | Si la imagen no está libre, diseñar una similar |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <https://matematikiando.files.wordpress.com/2012/03/cubo_producto_notable.jpg>  https://matematikiando.files.wordpress.com/2012/03/cubo_producto_notable.jpg  Agregar a la imagen el siguiente texto: |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica del cubo de un binomio de la forma . |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC120 |
| **Título** | Cubo de un binomio de la forma |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar el cubo de un binomio de la forma |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC130 |
| **Título** | El cubo de un binomio |
| **Descripción** | Interactivo que te ayuda a estudiar el cubo de un binomio |

[SECCIÓN 2] **1.7 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje de los productos notables |
| **Descripción** | Actividad para recordar lo aprendido de los productos notables |

[SECCIÓN 1] **2 El triángulo de Pascal**

El triángulo de Pascal es una secuencia numérica en forma de triángulo. Se denomina de Pascal en honor a Blaise Pascal, matemático y físico francés del siglo XVII. Su aplicación se observa en el álgebra para el desarrollo de binomios de la forma , siendo *n* un número natural.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | | **Profundiza: recurso nuevo** | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | **Código** | | | | | MA\_08\_03\_CO\_REC150 | | | | | | | | | | |
|  | | **Título** | | | | | El triángulo de Pascal | | | | | | | | | | |
|  | | **Descripción** | | | | | Interactivo que permite estudiar la construcción del triángulo de Pascal | | | | | | | | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Lista de las potencias del binomio (*a* + *b*) y los coeficientes de los términos de cada potencia. |

[SECCIÓN 2] **2.1 El binomio de Newton**

El binomio de Newton es la generalización de un binomio elevado a cualquier potencia, siendo *n* un número natural. Hasta ahora revisamos el cuadrado de un binomio y el cubo de un binomio, ¿pero qué sucede cuando el exponente del binomio es mayor que tres?

En este caso se hace uso del triángulo de Pascal, para obtener el desarrollo polinomial de cualquier binomio elevado a cualquier potencia entera positiva. Teniendo en cuenta que:

* Cada fila del triángulo es el número del exponente.
* Los números en cada fila del triángulo son los coeficientes del desarrollo polinomial del binomio.
* En el desarrollo del binomio los exponentes de ***a*** van **disminuyendo**, de uno en uno, de ***n* a cero**; y los exponentes de ***b*** van **aumentando**, de uno en uno, de **cero a *n***, de manera que la **suma de los exponentes de *a* y de *b***,en cada término, es igual a ***n***.

Por ejemplo:

Los coeficientes son 1, 3, 3, 1; el exponente del binomio es 3, y estos coeficientes se corresponden con los términos de la fila tres del triángulo de Pascal.

¿Cómo queda el desarrollo de ?

Los términos de la fila número cuatro en el triángulo de Pascal son: 1, 4, 6, 4, 1, por tanto:

Observa cómo el exponente de *a* comienza en 4 y va disminuyendo, de uno en uno, hasta llegar a cero, y el de *b* va aumentando desde cero, de uno en uno, hasta llegar a cuatro:

y

|  |
| --- |
| **Desarrollo del binomio de Newton desde *n* = 0 hasta *n* = 8** |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Así por ejemplo es igual a:

Para el caso de lo único que se debe tener en cuenta es que los signos **+** y se alternan en el desarrollo del polinomio.

|  |
| --- |
| **Desarrollo del binomio de Newton desde *n* = 0 hasta *n* = 5** |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
| **.**  **.**  **.** |

Por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC160 |
| **Título** | El binomio de Newton |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar el desarrollo del binomio de Newton |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC170 |
| **Título** | Construcción del binomio de Newton |
| **Descripción** | Interactivo que te permite construir el binomio de Newton |

[SECCIÓN 2] **2.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC180 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: binomio de Newton |
| **Descripción** | Actividad para recordar cómo se desarrolla el binomio de Newton. |

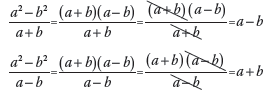
[SECCIÓN 1] **3 Los cocientes notables**

Para determinar los cocientes notables se pueden seguir diferentes procedimientos.

Uno es el geométrico, que consiste en hallar la expresión que simboliza a uno de los lados cuando se conocen las expresiones que representan el área y el otro lado de la figura.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG10 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Procedimiento geométrico en el que el área sombreada es *a*2 – *b*2; esta área es el resultado de efectuar (*a* + *b*) (*a* – *b*), por tanto, al dividir el área entre uno de los dos lados se obtiene el otro. |

Los cocientes también se pueden encontrar si se factorizan los numeradores y se simplifica:



Otra forma de encontrar los cocientes es efectuar las divisiones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_IMG11 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Divisiones que permiten obtener los cocientes notables. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC190 |
| **Título** | Cocientes notables |
| **Descripción** | Se debe hallar un cociente notable por medio de los tres procedimientos vistos |

Un cociente notable es una división entre polinomios de la cual se puede obtener su resultado por simple inspección, sin necesidad de realizar todo el procedimiento o aplicar la división sintética. Para explicar cómo calcular un cociente notable se estudiarán cuatro casos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC200 |
| **Título** | Los cocientes notables |
| **Descripción** | Interactivo que permite ejercitar lo aprendido sobre los cocientes notables |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC210 |
| **Título** | Cociente de la forma |
| **Descripción** | Actividad que te permite ejercitar el primer cociente notable |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC220 |
| **Título** | Cociente de la forma |
| **Descripción** | Actividad que permite ejercitar el cociente de la forma |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC230 |
| **Título** | Cociente de la forma |
| **Descripción** | Actividad que permite ejercitar el cociente de la forma |

[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC240 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: los cocientes notables |
| **Descripción** | Actividad para recordar lo aprendido de los cocientes notables |

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC250 |
| **Título** | Competencias: aplica los productos notables |
| **Descripción** | Actividad que propone usar productos notables como modelo matemático de generalización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC260 |
| **Título** | Competencias: expresiones algebraicas que representan áreas |
| **Descripción** | Actividad que permite relacionar expresiones algebraicas con áreas de diferentes figuras |

[SECCIÓN 1] **5 Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC270 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC280 |
| **Título** | Autoevaluación |
| **Descripción** | Pon a prueba los conocimientos aprendidos respecto a las identidades notables |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_03\_CO\_REC260 | |
| **Web 01** | *https://sites.google.com/a/ut.edu.co/usoftmath/polinomios* | Página en la que encontrarás un *software* para trabajar con polinomios |
| **Web 02** | *http://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/polinomios.html* | Web en la que puedes saber más de los polinomios |
| **Web 03** | *http://www.ematematicas.net/polinomios.php* | Web en la que puedes practicar las operaciones con polinomios |