|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Las razones y las proporciones |
| Código del guion | MA\_07\_07\_CO |
| Descripción | Para la solución de situaciones de la vida cotidiana, en las cuales los objetos guardan cierta proporción, se utilizan los conceptos de razón y de proporción con sus respectivas propiedades. En este guion se explican estos conceptos, además de algunos ejemplos con sus respectivas aplicaciones. |

[SECCIÓN 1] **1 Las razones y las proporciones**

La siguiente tabla muestra el resultado de algunos estudiantes en una prueba de redacción con base en dos datos: el número de palabras que escribieron y el número de errores de ortografía que cometieron.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Resultados de una prueba de redacción | | |
| Estudiantes | Palabras escritas | Errores cometidos |
| César Ávila | 100 | 5 |
| Claudia Salamanca | 120 | 12 |
| Jeisson Orjuela | 81 | 9 |

Para comparar los datos de la tabla se pueden usar las relaciones de orden y decir, por ejemplo:

* Claudia escribió el mayor número de palabras y cometió el mayor número de errores.
* César cometió el menor número de errores.

Para determinar a quién le fue mejor en la prueba es necesario comparar los datos a partir de la razón entre el número de errores cometidos y el número de palabras escritas.

[SECCIÓN 2] **1.1 Las razones**

La **razón** entre dos cantidades *a* y *b* se puede escribir de dos formas: *a : b* o *a/b*y se lee ***a* es a *b****.* Si *a* es el número de errores cometidos y *b* es el número de palabras escritas, se tiene que

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Estudiante | Palabras escritas | Errores cometidos | Razón *a/b* |
| César Ávila | 100 | 5 | 5/100=1/20 |
| Claudia Salamanca | 120 | 12 | 12/120=1/10 |
| Jeisson Orjuela | 81 | 9 | 9/81= 1/9 |

Esto significa que César tuvo un error por cada 20 palabras, Claudia tuvo 1 error por cada 10 palabras y Jeisson tuvo 1 error por cada 9 palabras; por lo tanto, César fue quien obtuvo el mejor resultado en la prueba de redacción, porque la razón entre el número de errores cometidos y el número de palabras escritas es la menor (1/20 < 1/10 < 1/9).

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC10 |
| **Título** | El concepto de razón |
| **Descripción** | Interactivo que muestra aplicaciones del concepto razón en contextos cotidianos |



|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La **razón entre dos cantidades** es el cociente indicado entre ellas. Corresponde a un número fraccionario y, por lo tanto, se puede simplificar o amplificar según sea necesario. |

Ejemplo

En los diarios del país se escuchan noticias deportivas como la siguiente: “Entre los máximos goleadores en los mundiales de fútbol se encuentran James Rodríguez de Colombia con 6 goles anotados en 5 partidos (solamente en el mundial de Brasil 2014), Pedro Cea de Uruguay con 5 goles marcados en 5 partidos, Oleg Salenko de Rusia con 6 goles marcados durante 3 partidos y Ronaldo con 15 goles hechos durante 19 partidos jugados”. Esta noticia menciona dos datos importantes para cada jugador: el número de goles anotados y el número de partidos jugados durante los mundiales de fútbol en los cuales han participado. Al comparar estos datos mediante razones se puede saber cuál de los cuatro jugadores es el máximo goleador.

|  |  |
| --- | --- |
| Razones entre número de goles y número de partidos de los máximos goleadores de los mundiales | |
| Jugador | Razón entre el número de goles y el número de partidos |
| James Rodríguez | 6 a 5, 6/5 |
| Pedro Cea | 5 a 5, 5/5 = 1 |
| Oleg Salenko | 6 a 3, 6/3 = 2 |
| Ronaldo | 15 a 19, 15/19 |

El máximo goleador es Oleg Salenko porque la razón entre el número de goles anotados y el número de partidos jugados es la mayor (2 > 6/5 > 1 > 15/19); le sigue James Rodríguez.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Razones diferentes** |
| **Contenido** | La razón entre *a* y *b* es diferente de la razón entre *b* y *a*, porque:   * La razón entre *a* y *b* se escribe *a:b*, y corresponde a :     <<MA\_07\_07\_CO\_FORM001.gif>>   * La razón entre *b* y *a* se escribe *b:a*, y corresponde a :     <<MA\_07\_07\_CO\_FORM002.gif>> |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC20 |
| **Título** | Determina la razón |
| **Descripción** | Actividad para asociar razones a situaciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC30 |
| **Título** | Establece razones entre datos |
| **Descripción** | Actividad para establecer razones entre los datos de una situación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC40 |
| **Título** | Completa las razones iguales |
| **Descripción** | Actividad para determinar los términos que faltan en razones iguales |



|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC50 |
| **Título** | Plantea razones mediante el análisis de datos gráficos |
| **Descripción** | Actividad para analizar datos representados gráficamente y establecer razones entre ellos |











[SECCIÓN 2] **1.2 Las proporciones**

Observa la tabla que indica el número de clientes y el número de trabajadores en dos empresas A y B.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Número de trabajadores y número de clientes de una empresa | | |
|  | Número de trabajadores | Número de clientes |
| Empresa A | 15 | 180 |
| Empresa B | 5 | 60 |

Se necesita comparar las razones entre el número de clientes y el número de trabajadores de cada empresa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | Información de dos fracciones que simplificadas dan 12 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14618/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_08_11_img4_zoom.jpg  2ºESO/Matemáticas/la proporcionalidad/Las razones y las proporciones/La razón de proporcionalidad |
| **Pie de imagen** | Cambiar el existente por: Una razón es el cociente *a/b*. |

Se concluye que aunque en las dos empresas el número de clientes es diferente y el número de trabajadores también es diferente, en las dos hay 12 clientes por cada trabajador. En efecto, las razones obtenidas para ambas empresas son iguales (12/1 = 12/1 = 12). Es decir, se obtiene la proporción:



<<MA\_07\_07\_CO\_FORM003.gif>>

Y se lee: 180 es a 15 como 60 es a 5.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC60 |
| **Título** | Proporciones |
| **Descripción** | Interactivo para presentar el concepto de proporción, las clases de proporciones y sus propiedades |







|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Las proporciones** |
| **Contenido** | Una proporción es la igualdad entre dos razones; se puede escribir de dos formas:  *a:b = c:d* o *a/b = c/d*  y se lee:  *a* es a *b* como *c* es a *d*  En la proporción ***a : b = c : d, a*** y ***d*** se llaman **extremos**, ***b*** y ***c*** se llaman **medios**. |

En la web [[VER](http://es.wikihow.com/calcular-proporciones)] puedes leer más sobre qué son las proporciones, para qué sirven y cómo se escriben.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC70 |
| **Título** | ¿Qué sabes de las proporciones? |
| **Descripción** | Actividad para completar un texto con los principales conceptos de proporcionalidad |



[SECCIÓN 2] **1.3 La propiedad fundamental de las proporciones**

Cuando se tiene la igualdad entre dos razones, es decir, una proporción, se puede evidenciar que el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Por ejemplo, observa las siguientes proporciones:

* 25 es a 7 como 250 es a 70.



<<MA\_07\_07\_CO\_FORM004.gif>>

Al multiplicar los medios y los extremos se obtiene: 25 × 70 = 1750 y 7 × 250 = 1750.

* En la clase de 6º grado hay 20 mujeres y 12 hombres, al igual que en 7º grado: por cada 5 mujeres hay 3 hombres.



<<MA\_07\_07\_CO\_FORM005.gif>>

Al multiplicar los medios y los extremos, se obtiene: 20 × 3 = 60 y 12 × 5 = 60.

* En la proporción 1 : 2 = 2 : 4 si se multiplican los medios y los extremos se obtiene: 1 × 4 = 4 y 2 × 2 = 4.

En general, al multiplicar los medios de una proporción se obtiene el mismo resultado que al multiplicar los extremos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La propiedad fundamental de las proporciones** |
| **Contenido** | El producto de los medios es igual al producto de los extremos. Es decir,  si se tiene la proporción *a : b = c : d* entonces se cumple que *a* × *d = b* × *c* |



Ejemplo

¿Las figuras A y B están coloreadas proporcionalmente?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   Figura A  Figura B |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Es necesario averiguar si las razones entre los colores en ambas figuras determinan una proporción. |

La razón entre el número de cuadrados verdes y el número de cuadrados amarillos en cada figura es:

Figura A Figura B

<<MA\_07\_07\_CO\_FORM006.gif>> <<MA\_07\_07\_CO\_FORM007>>

Al multiplicar los medios resulta: 4 × 15 = 60 y al multiplicar los extremos resulta: 3 × 20 = 60; por consiguiente, las dos razones forman una proporción (3 : 15 = 4 : 20) y se puede afirmar que las figuras A y B están coloreadas proporcionalmente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC80 |
| **Título** | La propiedad fundamental de las proporciones |
| **Descripción** | Interactivo para presentar la propiedad fundamental de las proporciones y sus aplicaciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC90 |
| **Título** | Determina si pares de razones forman una proporción |
| **Descripción** | Actividad para determinar si con los pares de razones dadas se forma una proporción |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC100 |
| **Título** | Completa la proporción |
| **Descripción** | Actividad para calcular el término desconocido en una proporción |



|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC110 |
| **Título** | Resuelve problemas con el planteo de proporciones |
| **Descripción** | Actividad para modelar situaciones a través de las proporciones |











[SECCIÓN 2]**1.4 Consolidación**

Actividades para afianzar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC120 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las razones y las proporciones |
| **Descripción** | Actividades sobre las razones y las proporciones |



[SECCIÓN 1] **2 La proporcionalidad directa**

Larelaciónentre las magnitudes involucradas en una proporciónpuede ser o no ser proporcional,ycuando la relación es de proporcionalidad puede ser directa o inversa*.*

[SECCIÓN 2] **2.1 Las magnitudes directamente correlacionadas**

Observa la tabla de precios que muestra la vitrina de legos, y luego analiza la siguiente pregunta: ¿existe alguna relación entre el número de fichas que trae cada lego y el precio del juego?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG03 |
| **Descripción** | Se ve la vitrina de un almacén que vende juegos como rompecabezas y legos, en primer plano se observan algunas cajas con juegos de lego donde se puede leer que hay legos de 20 fichas, 40 fichas, 50 fichas, 80 fichas y 100 fichas  Al lado hay una tabla de los precios de legos que se venden, así:   |  |  | | --- | --- | | Fichas del lego | Precio del lego | | 20 | $ 25 000 | | 40 | $ 38 000 | | 50 | $ 40 000 | | 80 | $ 48 000 | | 100 | $ 90 000 | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En este caso, las magnitudes que se relacionan son: número de fichas y precio del juego*.* |

Se puede observar que a mayor número de fichas mayor es el precio del juego; entonces,se dice que las magnitudes número de fichas y precio del juegoestán directamente correlacionadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Magnitudes directamente correlacionadas** |
| **Contenido** | Dos magnitudes están **directamente correlacionadas** si al aumentar una, la otra también aumenta; o si al disminuir una la otra también disminuye. |



Ejemplo

En la papelería del barrio venden hojas blancas tamaño carta; su precio cambia según la cantidad de hojas compradas. Los precios son:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Precio de hojas tamaño carta en diferentes presentaciones | | |
| Producto | Cantidad de hojas | Precio del producto |
| Resma | 500 | $12 500 |
| Block | 80 | $2 500 |
| Unidad | 1 | $50 |

Las magnitudes cantidad de hojas y precio están directamente correlacionadas porque al disminuir una la otra también disminuye.

[SECCIÓN 2] **2.2 Las magnitudes directamente proporcionales**

Compara la cantidad de mandarinas vendidas y el precio total de venta de la siguiente tabla.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Precio total de cierta cantidad de mandarinas | | | | | |
| Cantidad de mandarinas | **12** | 18 | **24** | 30 | 36 |
| Precio total($) | **2400** | 3600 | **4800** | 6000 | 7200 |

* Son magnitudes directamente correlacionadas porque ambas aumentan.
* Al duplicar el número de mandarinas vendidas, el precio total también se duplica.
* Si se triplica el número de mandarinas vendidas, el precio total también se triplica.
* La razón entre la cantidad de mandarinasvendidas y el precio totalcorrespondienteformauna proporción con otra razón de valores correspondientes.



<<MA\_07\_07\_CO\_FORM008.gif>>

Porque 12 × 4800 = 24 × 2400

  
<<MA\_07\_07\_CO\_FORM009.gif>>

Porque 12 × 3600 = 18 × 2400

Por lo tanto, las magnitudes cantidad de mandarinas vendidas y precio total de ventason directamente proporcionales porqueestándirectamente correlacionadasy, además, aumentan proporcionalmente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Magnitudes directamente proporcionales** |
| **Contenido** | Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando:   * al aumentar una, la otra también aumenta proporcionalmente. * al disminuir una, la otra también disminuye proporcionalmente. |



Ejemplo

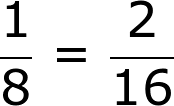
La cantidad de pintura y la superficie que se puede pintar con ella son magnitudes directamente proporcionalesporque entre más pintura se tiene mayor superficie que se puede pintar y, además, hay proporción entre cualquier pareja de valores correspondientes. Observa.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cantidad de pintura medida en litros | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Superficie pintada, medida en m2 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |

Si se multiplica por un número la cantidad de pintura, la superficie pintada queda multiplicada por el mismo número.

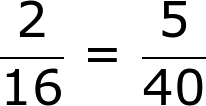
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** | × 4    × 3   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Cantidad de pintura medida en litros | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Superficie pintada medida en m2 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |   × 3    × 4 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las dos magnitudes aumentan proporcionalmente. |

Además, es posible armar una proporción entre cualquier pareja de valores correspondientes; por ejemplo:



<<MA\_07\_07\_CO\_FORM010.gif>>

Porque 1 × 16 = 8 × 2



<<MA\_07\_07\_CO\_FORM011.gif>>

Porque 2 × 40 = 5 × 16

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC130 |
| **Título** | La proporcionalidad |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que introduce los conceptos de proporcionalidad directa e inversa |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC150 |
| **Título** | Practica la razón de proporcionalidad |
| **Descripción** | Actividad para calcular valores de una proporción y la razón de proporcionalidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC160 |
| **Título** | Completa las tablas de proporcionalidad |
| **Descripción** | Ejercicios para establecer proporciones entre los datos de una tabla |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC170 |
| **Título** | Procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad |
| **Descripción** | Interactivo para presentar los métodos de resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa |



|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC180 |
| **Título** | Resuelve problemas de proporcionalidad directa |
| **Descripción** | Actividad para solucionar problemas que involucran magnitudes directamente proporcionales |











[SECCIÓN 3] **2.2.1 La propiedad de las magnitudes directamente proporcionales**

Observa las tablas que muestran los valores de magnitudes que son directamente proporcionales y el resultado que se obtiene al dividir cada pareja de valores.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Cantidad de mandarinas | 12 | 18 | 24 | 30 | | Precio total ($) | 2400 | 3600 | 4800 | 6000 |     2400÷12=200 3600÷12=200 4800÷12=200 6000÷12=200   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Cantidad de pintura medida en litros | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Superficie pintada medida en m2 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |   8÷1=8 16÷2=8 24÷3=8 32÷4=8 40÷5=8 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El cociente de los valores de dos magnitudes que son directamente proporcionales es constante. |

El resultado de la división de los valores de dos magnitudes que son directamente proporcionales se llama constante de proporcionalidad directa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Cuando dos magnitudes son **directamente proporcionales**,el cociente entre los valores de dichas magnitudes es igual y se llama constante de proporcionalidad directa.  La constante de proporcionalidad se simboliza con la letra *k.* Entonces, para dos magnitudes *m* y *n* que son directamente proporcionales se cumple que  *m ÷ n = k* |

Ejemplo

La señora Silvia debe empezar a caminar diariamente en las mañanas por razones de salud. El primer día, Silvia caminó 900 metros en 15 minutos y necesita aumentar proporcionalmente su actividad física durante tres días. Completa la tabla que establece la distancia que Silvia debe caminar en los tiempos que se indican.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Distancia por caminar medida en metros | 900 | ? | ? |
| Tiempo invertido medido en minutos | 15 | 20 | 30 |

Como la distancia y el tiempo son magnitudes directamente proporcionales, se halla la constante de proporcionalidad directa con los primeros valores de la tabla.

*k* = 900 ***÷*** 15 = 60

Con este dato se pueden completar las distancias que faltan, puesto que el cociente entre cada pareja de valores debe ser *k* = 60, y con el número desconocido en la tabla se puede plantear una ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** | Ecuación 1:  *d*/20 = 60 Entonces *d* = 1200  Ecuación 2:  *d/30* = 60 Entonces *d* = 1800 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El segundo día Silvia debe caminar 1200 metros, y el tercer día 1800 metros. |

Estudia otro caso para hallar la constante de proporcionalidad directa en la web [[VER](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas/1quincena6/1quincena6_contenidos_2b.htm)].

[SECCIÓN 2] **2.3 La representación de las magnitudes directamente proporcionales**

Las máquinas especializadas en poner tapas en las empresas que requieren procesos de embotellado y tapado de líquidos trabajan a razón de 500 tapas por minuto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** | Fotografía de una máquina que pone tapas en la industria, después de embotellado un líquido. En la parte inferior de la fotografía aparece la siguiente tabla:   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Tiempo  (en minutos) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Número de tapas | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El tiempo invertido y el número de tapas puestas son magnitudes directamente proporcionales. |

Los valores de dos magnitudes se pueden representar en un plano cartesiano así: se asigna a cada uno de los ejes una de las magnitudes yde esta manera, cada pareja de valores que forman una razón será las coordenadas de un punto en el plano cartesiano. Observa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** | Un plano cartesiano con el eje *x* en escala de 1 en 1, y el eje *y* en escala de 500 en 500. Están ubicados en el plano cartesiano los puntos de coordenadas:  (1, 500)  (2, 1000)  (3, 1500)  (4, 2000)  (5, 2500)  Las coordenadas deben estar escritas al lado del punto que les corresponde.  Sobre el extremo derecho del eje *x* aparece el texto Tiempo (m) y sobre el extremo superior del eje *y* aparece el texto Número de tapas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El eje *x* corresponde a la magnitud tiempo invertido y el eje *y* a la magnitud número de tapas. |

Los puntos que se obtuvieron en el plano cartesiano son colineales; esto significa que se pueden unir con una sola línea recta.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** | Se observa la misma imagen de código MA\_07\_07\_IMG07, pero se le debe anexar una línea recta que una los puntos:  (1, 500)  (2, 1000)  (3, 1500)  (4, 2000)  (5, 2500) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La representación en el plano cartesiano de dos magnitudes que son directamente proporcionales es una línea recta*.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para representar **dos magnitudes directamente proporcionales**, se asignan los valores de cada magnitud a cada eje del plano cartesiano y luego se representan los puntos que forman cada pareja de valores que hacen una razón.  La representación de las magnitudes es la línea recta que une estos puntos. |

Revisa otros ejemplos de representación de magnitudes directamente proporcionales en [[VER](http://www.matcomtur.com/Modulos/Modulo1/modulo1f.html)] y [[VER](http://www.portaleducativo.net/octavo-basico/806/Relacion-de-proporcionalidad-directa-e-inversa)].

[SECCIÓN 2] **2.4 La escala**

En muchas ocasiones se hace necesario elaborar dibujos que representen la realidad. Pero estas representaciones deben estar acordes con la medida real de los objetos; para ello se utiliza la escala.

La escala es una aplicación de la proporcionalidad directa, en la cual se establece una razón de proporcionalidad a partir de las medidas del objeto en la realidad y las medidas en el dibujo.

Un ejemplo de aplicación de escala es la elaboración de mapas, pues existe una relación de proporcionalidad directa entre las distancias en la realidad y los trazos representados en los mapas.

Observa con atención el siguiente recurso para comprender cómo funciona la escala.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC200 |
| **Título** | La escala |
| **Descripción** | Interactivo para mostrar aplicaciones de escalas en diferentes contextos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC210 |
| **Título** | Aplica proporciones para calcular la escala |
| **Descripción** | Actividad para reconocer la escala en situaciones cotidianas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC220 |
| **Título** | Determina el concepto de proporcionalidad |
| **Descripción** | Actividad para recordar conceptos de la proporcionalidad por medio del juego de la sopa de letras |











[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

Actividad para afianzar los aprendizajes en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC230 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La proporcionalidad directa |
| **Descripción** | Actividad para reforzar lo aprendido sobre proporcionalidad directa |



[SECCIÓN 1] **3 La proporcionalidad inversa**

Al comparar dos magnitudes directamente proporcionales se pueden hacer las siguientes afirmaciones.

* Están directamente correlacionadas.
* Al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, la otra también aumenta o disminuye proporcionalmente.
* El cociente de sus valores es constante.

Ahora se va a analizar otro tipo de relación entre magnitudes, la **proporcionalidad inversa**.

[SECCIÓN 2] **3.1 Las magnitudes inversamente correlacionadas**

Compara las siguientes tablas de datos y concluye qué ocurre con los valores que toman las magnitudes presentes.

**Tabla 1**

Al transportar en un solo viaje 1800 troncos desde de un cultivo de eucalipto hacia la empresa distribuidora, se pueden usar camiones con diferente capacidad de carga.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Capacidad de carga** **del camión** (número de troncos) | 40 | 90 | 120 | 200 | 300 |
| **Número** de camiones necesarios | 45 | 20 | 15 | 9 | 6 |

**Conclusión**: entre mayor es la capacidad de los camiones usados, menor es la cantidad de camiones que se necesitan.

**Tabla 2**

En una tienda de tecnología, el precio por unidad de calculadoras científicas varía respecto a la cantidad de calculadoras que se compran.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Número de calculadoras** | 1 | 3 | 6 | 12 |
| **Precio** por unidad ($) | 57 000 | 52 000 | 45 000 | 36 500 |

**Conclusión:** al comprar mayor cantidad de calculadoras, el precio por unidad disminuye notablemente.

**Tabla 3**

En época de invierno es necesario desocupar las represas hasta cierto nivel para así evitar desbordamientos. El tiempo que se necesita para llegar a este nivel depende del número de compuertas que se abran para que el agua salga.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Número de compuertas** abiertas | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 |
| **Tiempo** de vaciado (horas) | ½ | 2 | 6 | 7 ½ | 10 |

**Conclusión:** al abrir menor número de compuertas, mayor es el tiempo necesario para desocupar la represa.

En las tablas 1 y 2 ocurre que al aumentar el valor de la primera magnitud, la otra disminuye;en la tabla 3,al disminuir el valor de la primera magnitud, el valor de la segunda magnitud aumenta.Cuando esto pasa, se dice que las dos magnitudes están inversamente correlacionadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Dos magnitudes están **inversamente correlacionadas** si al aumentar una la otra disminuye; o si al disminuir una la otra aumenta. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC240 |
| **Título** | La relación de proporcionalidad entre magnitudes |
| **Descripción** | Interactivo para explicar la relación directa e inversa entre magnitudes |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC250 |
| **Título** | Completa frases de magnitudes correlacionadas |
| **Descripción** | Actividad para recordar el concepto de magnitudes correlacionadas |







[SECCIÓN 2] **3.2 Las magnitudes inversamente proporcionales**

Las magnitudes capacidad de carga de un camión y número de camiones necesariospara transportar 1800 troncos están inversamente correlacionadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG010 |
| **Descripción** | Varios montones de troncos de madera con un cultivo de eucalipto al fondo. Se observa un camión muy grande y uno muy pequeño al lado, ambos con capacidad a lo largo para guardar los troncos.  Al lado del camión grande dice: “Se necesitan 6 camiones grandes para transportar los 1800 troncos, porque tienen capacidad para 300 troncos.”  Al lado del camión pequeño dice: “Se necesitan 45 camiones pequeños para transportar los 1800 troncos, porque solo tienen capacidad para 40 troncos.” |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Al disminuirla capacidad de los camiones, aumenta el número de camiones necesarios. |

Compara en detalle los valores de estas dos magnitudes en la siguiente tabla.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG011 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | × 5  × 3   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Capacidad de carga del camión (**número de troncos**) | 40 | 90 | 120 | 200 | 300 | | **Número de camiones necesarios** | 45 | 20 | 15 | 9 | 6 |   ÷ 3  ÷ 5 |
| **Pie de imagen** | Las magnitudes capacidad de carga de un camión y número de camiones necesario**s son inversamente proporcionales**. |

Efectivamente, al multiplicar el valor de la primera magnitud por 5, la segunda magnitud queda dividida por 5; y al multiplicar el valor de la primera magnitudpor 3, la segunda magnitud queda dividida por 3. La proporcionalidad es inversa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Magnitudes inversamente proporcionales** |
| **Contenido** | Dos magnitudes inversamente correlacionadas son **inversamente proporcionales** si al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número. |

Ejemplo 1

Son magnitudes inversamente proporcionales el **número de personas que hacen un trasteo** y el **tiempo** que tardan en realizarlo. Observa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG012 |
| **Descripción** | × 4  × 3   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Número de personas** | 1 | 2 | 3 | 4 | … | | **Tiempo (horas)** | 4 | 2 |  | 1 |  |   ÷ 3  ÷ 4 |
| **Pie de imagen** | Una persona invierte 4 horas, 2 personas invierten 2 horas, 3 personas invierten aproximadamente 1.3 horas, 4 personas invierten 1 hora, etc. |

Ejemplo 2

Elnúmero de empresasque contratan para hacer una encuestay elcostoque cada empresa debe pagar,teniendo en cuenta que el valor del contrato, es 3000 dólares; estas son magnitudes inversamente proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Número de empresas** | **Valor por pagar(**dólares) |
| 1 | 3000 |
| 2 | 1500 |
| 3 | 1000 |
| 4 | 750 |
| 5 | 600 |

Si una sola empresa hace el contrato debe pagar 3000 dólares; pero si son dos las empresas, cada una paga 1500 dólares; si son tres empresas, el valor que cada una debe pagar es 1000 dólares, y así sucesivamente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC260 |
| **Título** | Halla la ecuación que relaciona magnitudes inversamente proporcionales |
| **Descripción** | Ejercicios para establecer la ecuación que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC280 |
| **Título** | Identifica la relación de proporcionalidad |
| **Descripción** | Actividad para relacionar magnitudes según su relación de proporcionalidad |







[SECCIÓN 3] **3.2.1 La propiedad de las magnitudes inversamente proporcionales**

Cuando dos magnitudes son inversamenteproporcionales, se cumple que el producto de dos valores correspondientes es el mismo yse llama constante de proporcionalidad inversa. Verifica esta afirmación en las siguientes tablas que muestran valores con proporcionalidad inversa.

**Tabla 1**

Al transportar 1800 troncos.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Capacidad de carga de un camión (**número de troncos**) | 40 | 90 | 120 | 200 | 300 |
| **Número de camiones necesarios** | 45 | 20 | 15 | 9 | 6 |
| **Producto** | 40 × 45 = 1800 | 90 × 20 = 1800 | 120 × 15 = 1800 | 200 × 9 = 1800 | 300 × 6 = 1800 |

La constante de proporcionalidad inversa es 1800.

**Tabla 2**

Al contratar una encuesta por 3000 dólares.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Número de empresas** | **Valor por pagar(**dólares) | **Producto** |
| 1 | 3000 | 1 × 3000 = 3000 |
| 2 | 1500 | 2 × 1500 = 3000 |
| 3 | 1000 | 3 × 1000 = 3000 |
| 4 | 750 | 4 × 750 = 3000 |
| 5 | 600 | 5 × 600 = 3000 |

La constante de proporcionalidad inversa es 3000.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El resultado de la multiplicación de los valores correspondientes de dos magnitudes inversamente proporcionales se llama constante de proporcionalidad inversa. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Constante de proporcionalidad inversa** |
| **Contenido** | Si *m* y *n* sonmagnitudes inversamente proporcionales, el producto de los valores de estas magnitudes es una constante (*k*), es decir, se cumple:  *m* . *n = k* |

Ejemplo

A partir de la siguiente tabla, analiza si las magnitudes son inversamente proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Temperatura en cierto lugar (ºC)** | **Altitud del lugar (m)** |
| 30 | 250 |
| 25 | 300 |
| 15 | 2500 |
| -2 | 4500 |

Las magnitudes están inversamente correlacionadas. Ahora es necesario comprobar si hay proporcionalidad inversa. Para esto, se debe hacer el producto entre sus valores.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Temperatura en cierto lugar (ºC)** | **Altitud del lugar (m)** | **Producto** |
| 30 | 250 | 30 × 250 = 7500 |
| 25 | 300 | 25 × 300 = 7500 |
| 15 | 2500 | 30 × 250 = 37500 |
| -2 | 4500 | -2 × 4500 = -9000 |

Conclusión: las magnitudes temperaturaen cierto lugar yaltituddel lugarno son

inversamente proporcionales porque el producto correspondiente de sus valores no es constante.

[SECCIÓN 2] **3.3 La representación de las magnitudes inversamente proporcionales**

El tiempo que se usa para recorrer una distanciadepende de la velocidad del desplazamiento. Si un automóvil aumenta su velocidad de desplazamiento gastará menos tiempo en recorrer la distancia y viceversa. Por ejemplo, un automóvil gasta 6 horas para recorrer 180 km si mantiene una velocidad de 30 km por hora; pero si duplica su velocidad a 60 km por hora, solo necesitará la mitad del tiempo para recorrer los mismos 180 km.

Las magnitudestiempoy velocidadson inversamente proporcionales;entoncesel producto de los valores correspondientes es constante.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tiempo (h) | Velocidad (km/h) | Producto |
| 6 | 30 | 180 |
| 3 | 60 | 180 |

La constante de proporcionalidad inversa es la distancia recorrida.

La información anterior se puede representar en un plano cartesiano: en el eje *x* se ubican los valores de la magnitud tiempo y en el eje *y* se ubican los valores de la magnitud velocidad.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG13 |
| **Descripción** | Un plano cartesiano con el eje *x* en escala de 1 en 1 hasta 10, y eje *y* en escala de 10 en 10 hasta 100. Están ubicados en el plano cartesiano los puntos de las coordenadas:  (6, 30)  (3, 60)  Las coordenadas deben estar escritas al lado del punto que les corresponde.  Sobre el extremo derecho del eje *x* aparece el texto Tiempo (h) y sobre el extremo superior del eje *y* aparece el texto Velocidad (km/h). |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cada pareja de valores correspondientes de las dos magnitudes representa un punto en el plano cartesiano. |

Conociendo el valor de la constante de proporcionalidad inversa (180) se pueden encontrar otras parejas de valores para las magnitudes tiempo y velocidad.

* ¿Cuánto tiempo será necesario si la velocidad del automóvil es 90 km/h?
* ¿Cuál debe ser la velocidad si se deben recorrer los 180 km en 4,5 horas?
* ¿Cuántas horas se requieren con una velocidad de 45 km/h?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tiempo(h) | Velocidad(Km/h) | Producto |
| ? | 90 | 180 |
| 4,5 | ? | 180 |
| ? | 45 | 180 |

Estas preguntas se responden con el planteamiento y la resolución de ecuaciones de la forma *ax = c.* Observa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG14 |
|  | 90*x* = 180 4.5*x* = 180 45*x* = 180  *x* = 180 ÷ 90 *x* = 180 ÷ 4,5 *x* = 180 ÷ 45  *x* = 2  *x* = 40  *x* = 4     |  |  |  | | --- | --- | --- | | Tiempo(h) | Velocidad(Km/h) | Producto | | 2 | 90 | 180 | | 4,5 | 40 | 180 | | 4 | 45 | 180 | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El producto de los valores de magnitudes que son inversamente proporcionales es constante. |

Estas nuevas parejas se pueden representar en el plano cartesiano de la última imagen; al unir los puntos se obtiene la siguiente gráfica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_IMG15 |
| **Descripción** | Se observa la misma imagen de código MA\_07\_07\_IMG13, pero se le deben anexar los puntos de las coordenadas:  (2, 90)  (4, 45)  (4,5, 40)  Las coordenadas deben estar escritas al lado del punto que les corresponde.  Los cinco puntos deben estar unidos con una línea curva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La representación en el plano cartesiano de dos magnitudes que son inversamente proporcionales es una línea curva. |

Analiza la representación gráfica de otras magnitudes inversamente proporcionales en las web [[VER](http://www.matcomtur.com/Modulos/Modulo1/modulo1f.html)] y [[VER](http://beta.upc.edu.pe/matematica/mbch/paginas/recursos/oas/OA2/Recursos/marcoteorico.pdf)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Las **magnitudes inversamente** **proporcionales** se representan en el plano cartesiano mediante la ubicación de los puntos cuyas coordenadas son las parejas de valores correspondientes de las magnitudes.  Al unir estos puntos se obtiene una línea curva. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC300 |
| **Título** | Representación de las magnitudes inversamente proporcionales |
| **Descripción** | Actividad para relacionar la gráfica de magnitudes inversamente proporcionales con su ecuación |



|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC310 |
| **Título** | Resuelve problemas de proporcionalidad inversa |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la proporcionalidad inversa en la solución de problemas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC320 |
| **Título** | Resuelve el crucigrama de proporcionalidad |
| **Descripción** | Actividad para repasar los términos de la proporcionalidad con un crucigrama |







[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

Actividad para afianzar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC330 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La proporcionalidad inversa |
| **Descripción** | Actividad sobre la proporcionalidad inversa |



[SECCIÓN 1] **4 Ejercitación y competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC340 |
| **Título** | Competencias: estudio de la razón entre dos casas |
| **Descripción** | Actividad para determinar la razón de proporción entre dos casas |



[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC350 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema Magnitudes y Proporciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC360 |
| **Título** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema magnitudes proporcionales |
| **Descripción** | Evaluación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_CO\_REC370 |
| **Título** | Banco de actividades |
| **Descripción** | Evaluación |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | Problemas resueltos sobre magnitudes proporcionales. | http://ponce.inter.edu/cremc/proporcion.html |
| **Web 02** | Ejemplos gráficos de proporciones | http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/proporciones.html |
| **Web 03** | Teoría y ejemplos sobre magnitudes proporcionales y su aplicación en la solución de problemas. | http://platea.pntic.mec.es/~anunezca/ayudas/magnitudes/magnitudes\_proporcionales.htm |
| **Web 04** | Ejemplos, representación gráfica y ejercicios con magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales | https://infomatematicas.wordpress.com/page/2/ |