[SECCIÓN 1] **1 Las Razones y las proporciones**

La siguiente tabla muestra el resultado de algunos estudiantes en una prueba de redacción con base en dos datos: el número de palabras que escribieron y el número de errores de ortografía que cometieron:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Alumno | Palabras escritas | Errores cometidos |
| César Ávila | 100 | 5 |
| Claudia Salamanca | 120 | 12 |
| Jeisson Orjuela | 81 | 9 |

Para comparar los datos de la tabla se pueden usar las relaciones de orden y decir por ejemplo:

* Claudia escribió el mayor número de palabras y cometió el mayor número de errores.
* César cometió el menor número de errores.

Para determinar a quién le fue mejor en la prueba es necesario **comparar los datos a partir de la razón entre el número de errores cometidos y el número de palabras escritas.**

[SECCIÓN 2] **1.1 Las Razones**

La **razón** entre dos cantidades *a* y *b* se puede escribir de dos formas, *a:b* o *a/b*y se lee **“*a* es a *b”.*** Si *a* es el número de errores cometidos y *b* es el número de palabras escritas, se tiene que:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Alumno | Palabras escritas | Errores cometidos | Razón *a:b* |
| César Ávila | 100 | 5 | 5/100=1/20 |
| Claudia Salamanca | 120 | 12 | 12/120=1/10 |
| Jeisson Orjuela | 81 | 9 | 9/81= 1/9 |

Esto significa que César tuvo 1 error por cada 20 palabras, Claudia tuvo 1 error por cada 10 palabras y Jeisson tuvo 1 error por cada 9 palabras, por lo tanto César fue quien obtuvo el mejor resultado en la prueba de redacción porque su razón entre el número de errores cometidos y el número de palabras escritas es la menor (1/20 < 1/10 < 1/9).

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **La razón entre dos cantidades es el cociente indicado entre ellas. Corresponde a un número fraccionario y por lo tanto se puede simplificar o amplificar según sea necesario.** |

Ejemplo:

En los diarios del país se escuchan noticias deportivas como la siguiente: “Entre los máximos goleadores en los mundiales de fútbol se encuentran James Rodríguez de Colombia con 6 goles anotados en 5 partidos, Pedro Cea de Uruguay con 5 goles marcados en 5 partidos, Oleg Salenko de Rusia con 6 goles marcados durante 3 partidos y Ronaldo con 15 goles hechos durante 19 partidos jugados”. Esta noticia menciona *dos datos* importantes para cada jugador: *el número de goles anotados y el número de partidos jugados* durante los mundiales de fútbol en los cuales han participado. Al *comparar estos datos mediante razones* se puede saber cuál de los 4 jugadores es el máximo goleador.

|  |  |
| --- | --- |
| Jugador | Razón entre el número de goles y el número de partidos |
| James Rodríguez | 6 a 5, 6/5 |
| Pedro Cea | 5 a 5, 5/5 = 1 |
| Oleg Salenko | 6 a 3, 6/3 = 2 |
| Ronaldo | 15 a 19, 15/19 |

El máximo goleador es Oleg Salenko porque su razón entre el número de goles anotados y el número de partidos jugados es la mayor (2> 6/5 > 1 > 15/19), seguido por James Rodríguez.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Razones diferentes** |
| **Contenido** | La razón entre *a* y *b* es diferente de la razón entre *b* y *a*, porque:   * La razón entre *a* y *b* se escribe *a:b*, y corresponde a   D:\Usuarios\Sandra\Descargas\CodeCogsEqn.gif   * La razón entre *b* y a se escribe *b:a*, y corresponde a   D:\Usuarios\Sandra\Descargas\CodeCogsEqn.gif |

[SECCIÓN 2] **1.2 Las proporciones**

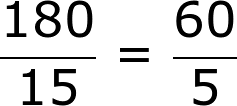
Observa la tabla que indica el número de clientes y el número de trabajadores en dos empresas A y B:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Número de trabajadores** | **Número de clientes** |
| Empresa A | 15 | 180 |
| Empresa B | 5 | 60 |

Se necesita *comparar las razones* entre el número de clientes y el número de trabajadores de cada empresa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG01 |
| **Descripción** | Información de dos fracciones que simplificadas dan 12. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14618/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_08_11_img4_zoom.jpg  2ºESO/Matemáticas/la proporcionalidad/Las razones y las proporciones/La razón de proporcionalidad |
| **Pie de imagen** | Cambiar el existente por: Una razón es el cociente *a/b*. |

Se concluye que aunque en las dos empresas el número de clientes es diferente y el número de trabajadores es diferente, en las dos hay 12 clientes por cada trabajador. En efecto, *las razones obtenidas para ambas empresas son iguales* (12/1 = 12/1 = 12). Es decir, se obtiene *la proporción*:



Y se lee “180 es a 15, como 60 es a 5”.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Una proporción es la igualdad entre dos razones, se puede escribir de dos formas:**  ***a:b = c:d ,o, a/b = c/d***  **y se lee:**  **“*a* es a *b*, como, *c* es a *d*”** |

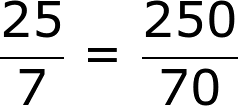
|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Elementos de una proporción** |
| **Contenido** | En la proporción ***a:b = c:d, a*** y ***d*** se llaman **extremos**, ***b*** y ***c*** se llaman **medios**. |

En la web [[VER](http://es.wikihow.com/calcular-proporciones)] puedes leer más sobre qué son las proporciones, para qué sirven y cómo se escriben.

[SECCIÓN 2] **1.3 La propiedad fundamental de las proporciones**

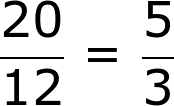
Una razón se puede dar entre números o entre magnitudes, una *magnitud* es una característica que puede ser medida como por ejemplo el número de palabras escritas, el número de errores cometidos, número de goles, número de partidos, cantidad de clientes, cantidad de trabajadores, longitud de un objeto, edad, etc. Compara el proceso con las siguientes proporciones y concluye:

* 25 es a 7 como 250 es a 70.



Al multiplicar los medios y los extremos, se obtiene: 25×70 = 1750 y 7×250 = 1750.

* En la clase de 6º grado hay 20 mujeres y 12 hombres, al igual que en 7º grado por cada 5 mujeres hay 3 hombres.



Al multiplicar los medios y los extremos, se obtiene: 20×3 = 60 y 12×5 = 60.

* En la proporción 1:2 = 2:4 si se multiplican los medios y los extremos, se obtiene: 1×4 = 4 y 2×2 = 4.

En general, *al multiplicar los medios de una proporción se obtiene el mismo resultado que al multiplicar los extremos.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La propiedad fundamental de las proporciones establece que el producto de los medios es igual al producto de los extremos. Es decir:  Si se tiene la proporción *a:b=c:d* entonces se cumple que *a.d = b.c* |

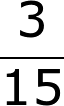
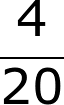
Ejemplo:

¿Las figuras A y B están coloreadas proporcionalmente?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG02 |
| **Descripción** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   Figura A  Figura B |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Es necesario averiguar si las razones entre los colores en ambas figuras determinan una proporción. |

La razón entre el número de cuadrados verdes y el número de cuadrados amarillos en cada figura es:

Figura A Figura B

Al multiplicar los medios resulta: 4×15 =60 y al multiplicar los extremos resulta: 3×20 =60, por consiguiente las dos razones forman una proporción (3:15 = 4:20) y se puede afirmar que las figuras A y B están coloreadas proporcionalmente.

[SECCIÓN 2]**1.4 Consolidación**

Actividad para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** |  |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **2 La proporcionalidad directa**

Establecer *razones entre magnitudes* y *proporciones con las razones* permite comprender situaciones de variación cuando *dos o más de estas magnitudes están relacionadas.*La*relación*entre estas magnitudes*puede ser o no ser proporcional,*ycuando la relación es de *proporcionalidad, puede ser directa o inversa.*

Pppppp

[SECCIÓN 2] **2.1 Las magnitudes directamente correlacionadas**

Observa la tabla de precios que muestra la vitrina de legos y luego analiza la siguiente pregunta: ¿Existe alguna relación entre el número de fichas que trae cada lego y el precio del juego?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG03 |
| **Descripción** | Se ve la vitrina de un almacén que vende juegos como rompecabezas y legos, en primer plano se observan algunas cajas con juegos de lego donde se puede leer que hay legos de 20 fichas, 40 fichas, 50 fichas, 80 fichas y 100 fichas.  Al lado hay una tabla de los precios de legos que venden, así:   |  |  | | --- | --- | | Fichas del lego | Precio del lego | | 20 | $ 25 000 | | 40 | $ 38 000 | | 50 | $ 40 000 | | 80 | $ 48 000 | | 100 | $ 90 000 | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las magnitudes son: *número de fichas* y *precio del juego.* |

Se puede observar que *a mayor número de fichas, mayor es el precio del juego, entonces*se dice que las magnitudes *número de fichas* y *precio del juego*están *directamente correlacionadas.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Dos magnitudes están directamente correlacionadas si al aumentar una, la otra también aumenta; o si al disminuir una la otra también disminuye.** |

**Ejemplo:**

En la papelería del barrio venden hojas blancas tamaño carta y su precio cambia según la cantidad de hojas compradas. Los precios son:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Producto | Cantidad de hojas | Precio del producto |
| Resma | 500 | $ 12 500 |
| Block | 80 | $2 500 |
| Unidad | 1 | $50 |

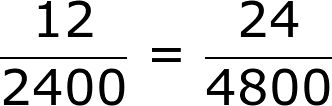
Las magnitudes *cantidad de hojas* y *precio* están *directamente correlacionadas* porque al disminuir una, la otra también disminuye.

[SECCIÓN 2] **2.2 Las magnitudes directamente proporcionales**

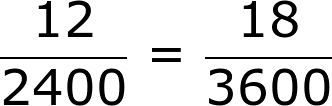
Compara la *cantidad de mandarinas* vendidas y el *precio* total de venta de la siguiente tabla:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cantidad de mandarinas | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |
| Precio total($) | 2400 | 3600 | 4800 | 6000 | 7200 |

* Son *magnitudes directamente correlacionadas* porque ambas aumentan.
* Al *duplicar el número de mandarinas* vendidas, *el precio total también se duplica.*
* Si se *triplica el número de mandarinas* vendidas, *el precio total también se triplica.*
* La *razón entre la cantidad de mandarinas**vendidas y el precio total**correspondiente*forma*una proporción* con otra razón de valores correspondientes.



Porque 12 × 4800 = 24 × 2400



Porque 12 × 3600 = 18 × 2400

Por lo tanto las magnitudes *cantidad de mandarinas vendidas* y *precio total de venta*son *directamente proporcionales* porqueestán*directamente correlacionadas**y además aumentan proporcionalmente.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando:**   * **Al aumentar una, la otra también aumenta proporcionalmente.** * **Al disminuir una, la otra también disminuye proporcionalmente** |

**Ejemplo**:

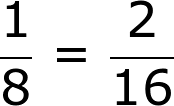
La *cantidad de pintura* y la *superficie que se puede pintar* con ella *son magnitudes directamente proporcionales***,** porque entre más pintura se tiene mayor superficie se puede pintar y hay proporción entre cualquier pareja de valores correspondientes. Observa:

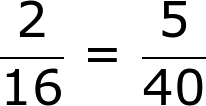
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cantidad de pintura, medida en litros. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Superficie pintada, medida en m2. | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |

Si se multiplica por un número la cantidad de pintura, la superficie pintada queda multiplicada por el mismo número:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG04 |
| **Descripción** | × 4    × 3   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Cantidad de pintura, medida en litros. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Superficie pintada, medida en m2. | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |   × 3    × 4 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las dos magnitudes aumentan proporcionalmente. |

Además, es posible armar una proporción entre cualquier pareja de valores correspondientes, por ejemplo:

 porque 1× 16 = 8 × 2

 porque 2 × 40 = 5 × 16

[SECCIÓN 3] **2.2.1 La propiedad de las magnitudes directamente proporcionales**

Observa las tablas que muestran los valores de magnitudes que son directamente proporcionales y el resultado que se obtiene al dividir cada pareja de valores.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG05 |
| **Descripción** | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Cantidad de mandarinas | 12 | 18 | 24 | 30 | | Precio total($) | 2400 | 3600 | 4800 | 6000 |     2400÷12=200 3600÷12=200 4800÷12=200 6000÷12=200   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Cantidad de pintura, medida en litros. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Superficie pintada, medida en m2. | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |   8÷1=8 16÷2=8 24÷3=8 32÷4=8 40÷5=8 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El *cociente* de los valores de dos magnitudes que son *directamente proporcionales es constante.* |

El *resultado de la división* de los valores de dos magnitudes que son directamente proporcionales se llama *constante de proporcionalidad directa.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, el cociente entre los valores de dichas magnitudes es igual y se llama constante de proporcionalidad directa.**  **La constante de proporcionalidad se simboliza con la letra *k.*** **Entonces para dos magnitudes *m* y *n* que son directamente proporcionales se cumple:**  ***m ÷ n = k*** |

Ejemplo:

La señora Silvia debe empezar a caminar diariamente en las mañanas por razones de salud. El primer día Silvia caminó 900 metros en 15 minutos y necesita aumentar proporcionalmente su actividad física durante tres días. Completa la tabla que establece la distancia que Silvia debe caminar en los tiempos indicados.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Distancia por caminar, medida en metros. | 900 | ? | ? |
| Tiempo invertido, medido en minutos. | 15 | 20 | 30 |

Como la distancia y el tiempo son magnitudes directamente proporcionales, se halla la constante de proporcionalidad directa con los primeros valores de la tabla, *k* = 900 ***÷*** 15 = 60.

Con este dato se pueden completar las distancias que faltan, puesto que el cociente entre cada pareja de valores debe ser *k* = 60 y con el número desconocido en la tabla se puede plantear una ecuación:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG06 |
| **Descripción** | Ecuación 1:  *d* = 60 entonces *d* = 1200  20  Ecuación 2:  *d* = 60 entonces *d*=1800  30 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El segundo día Silvia debe caminar 1200 metros y el tercer día 1800 metros. |

Estudia otro caso para hallar la constante de proporcionalidad directa en la web [[VER](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas/1quincena6/1quincena6_contenidos_2b.htm)].

[SECCIÓN 2] **2.3 La epresentación de las magnitudes directamente proporcionales**

Las máquinas especializadas en poner tapas en las empresas que requieren procesos de embotellado y tapado de líquidos trabajan a razón de 500 tapas por minuto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG07 |
| **Descripción** | Fotografía de una máquina que pone tapas a nivel industrial, después de embotellado un líquido. En la parte inferior de la fotografía aparece la siguiente tabla:   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Tiempo  (en minutos) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Número de tapas | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El *tiempo* invertido y el *número de tapas* puestas son magnitudes directamente proporcionales. |

*Los valores de dos magnitudes se pueden representar en un plano cartesiano asignando a cada uno de los ejes una de las magnitudes***,** de esta manera *cada pareja de valores que forma una razón serán las coordenadas de un punto en el plano cartesiano.* Observa:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG08 |
| **Descripción** | Un plano cartesiano, con el eje x en escala de 1 en 1, y el eje y en escala de 500 en 500. Están ubicados en el plano cartesiano los puntos de coordenadas:  (1,500)  (2,1000)  (3,1500)  (4,2000)  (5,2500)  Las coordenadas deben estar escritas al lado del punto que les corresponde.  Sobre el extremo derecho del eje x aparece el texto “Tiempo (m)” y sobre el extremo superior del eje y aparece el texto “Número de tapas”. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El eje *x* corresponde a la magnitud “tiempo invertido” y el eje *y* a la magnitud “número de tapas”. |

Los puntos que se obtuvieron en el plano cartesiano son *colineales*, esto significa que **se** *pueden unir con una sola línea recta.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG09 |
| **Descripción** | Se observa la misma imagen de código MA\_07\_07\_IMG07, pero se le debe anexar una línea recta que una los puntos:  (1,500)  (2,1000)  (3,1500)  (4,2000)  (5,2500) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La representación en el plano cartesiano de dos magnitudes que son directamente proporcionales es una *línea recta.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Para representar dos magnitudes directamente proporcionales, se asignan los valores de cada magnitud a cada eje del plano cartesiano y luego se representan los puntos que forman cada pareja de valores que hacen una razón.**  **La representación de las magnitudes es la línea recta que une estos puntos.** |

Revisa otros ejemplos de representación de magnitudes directamente proporcionales en [[VER](http://www.matcomtur.com/Modulos/Modulo1/modulo1f.html)] y [[VER](http://www.portaleducativo.net/octavo-basico/806/Relacion-de-proporcionalidad-directa-e-inversa)].

[SECCIÓN 2] **2.4 Consolidación**

Actividad para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** |  |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **3 La proporcionalidad inversa**

Al comparar dos magnitudes directamente proporcionales se pueden hacer las siguientes afirmaciones:

* Están directamente correlacionadas.
* Al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, la otra también aumenta o disminuye proporcionalmente.
* El cociente de sus valores es constante.

Ahora se va a analizar otro tipo de relación entre magnitudes, **la proporcionalidad inversa**.

[SECCIÓN 2] **3.1 Las magnitudes inversamente correlacionadas**

Compara las siguientes tablas de datos y concluye qué ocurre con los valores que toman las magnitudes presentes:

**Tabla 1:**

Al transportar en un solo viaje 1800 troncos desde de un cultivo de eucaliptos hacia la empresa distribuidora de ventas, se pueden usar camiones con diferente capacidad de carga.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Capacidad de carga del camión (número de troncos). | 40 | 90 | 120 | 200 | 300 |
| Número de camiones necesarios. | 45 | 20 | 15 | 9 | 6 |

**Conclusión**: entre *mayor es la capacidad* de los camiones usados, *menor es la cantidad* de camiones que se necesitan.

**Tabla 2:**

En una tienda de tecnología el precio por unidad de las calculadoras científicas varía con respecto a la cantidad de calculadoras que se compran.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Número de calculadoras**. | 1 | 3 | 6 | 12 |
| **Precio** por unidad ($). | 57 000 | 52 000 | 45 000 | 36 500 |

**Conclusión:** al comprar *mayor cantidad* de calculadoras *el precio de cada una disminuye* notablemente.

**Tabla 3:**

En época de invierno es necesario desocupar las represas hasta cierto nivel y así evitar desbordamientos. El tiempo que se necesita para llegar a este nivel depende del número de compuertas que se abran para que el agua salga.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Número de compuertas** abiertas. | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 |
| **Tiempo** de vaciado (horas). | ½ | 2 | 6 | 7 ½ | 10 |

**Conclusión:** al abrir *menor número de compuertas*, *mayor es el tiempo* necesario para desocupar la represa.

En las tablas 1 y 2, ocurre que *al aumentar el valor de la primera magnitud la otra disminuye;*en la tabla 3*al disminuir el valor de la primera magnitud, el valor de la segunda magnitud aumenta.*Cuando esto pasa, se dice que *las dos magnitudes están inversamente correlacionadas.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Dos magnitudes están inversamente correlacionadas si al aumentar una, la otra disminuye; o si al disminuir una la otra aumenta.** |

[SECCIÓN 2] **3.2 Las magnitudes inversamente proporcionales**

Las magnitudes *capacidad de carga de un camión* y *número de camiones necesarios*para transportar 1800 troncos *están inversamente correlacionadas.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG010 |
| **Descripción** | Varios montones de troncos de madera, con un cultivo de eucaliptos al fondo. Se observa un camión muy grande y uno muy pequeño al lado, ambos con capacidad a lo largo de guardar los troncos.  Al lado del camión grande dice “Se necesitan 6 camiones grandes para transportar los 1800 troncos, porque tienen capacidad para 300 troncos”.  Al lado del camión pequeño dice “Se necesitan 45 camiones pequeños para transportar los 1800 troncos, porque solo tienen capacidad para 40 troncos”. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Al *disminuir*la capacidad del camión, *aumenta* el número de camiones necesarios. |

Compara en detalle los valores de estas dos magnitudes en la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG011 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | × 5  × 3   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Capacidad de carga del camión (**número de troncos**). | 40 | 90 | 120 | 200 | 300 | | **Número de camiones necesarios.** | 45 | 20 | 15 | 9 | 6 |   ÷ 3  ÷ 5 |
| **Pie de imagen** | Las magnitudes *capacidad de carga de un camión* y *número de camiones necesario***s son inversamente proporcionales.** |

Efectivamente, al *multiplicar* el valor de *la primera magnitud* por 5, *la segunda magnitud queda dividida* por 5 y al *multiplicar* el valor de *la primera magnitud*por 3, *la segunda magnitud queda dividida* por 3. La proporcionalidad es inversa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Magnitudes inversamente proporcionales** |
| **Contenido** | Dos magnitudes inversamente correlacionadas son **inversamente proporcionales** si al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número. |

**Ejemplo 1:**

Son magnitudes inversamente proporcionales el **número de personas que hacen un trasteo** y el **tiempo** que tardan en realizarlo. Observa:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG012 |
| **Descripción** | × 4  × 3   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Número de personas** | 1 | 2 | 3 | 4 | … | | **Tiempo (horas)** | 4 | 2 |  | 1 |  |   ÷ 3  ÷ 4 |
| **Pie de imagen** | 1 persona invierte 4 horas, 2 personas invierten 2 horas, 3 personas invierten aproximadamente 1.3 horas, 4 personas invierten 1 hora, etc. |

**Ejemplo 2:**

El*número de empresas*que contratan para hacer una encuestay el*costo**que cada empresa debe pagar,*teniendo en cuenta que el valor del contrato es 3000 dólares, *son magnitudes inversamente proporcionales.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Número de empresas** | **Valor por pagar(**dólares) |
| 1 | 3000 |
| 2 | 1500 |
| 3 | 1000 |
| 4 | 750 |
| 5 | 600 |

Si una sola empresa hace el contrato debe pagar 3000 dólares, pero si son dos las empresas cada una paga 1500 dólares, si son tres empresas el valor que cada una debe pagar es 1000 dólares y así sucesivamente.

[SECCIÓN 3] **3.2.1 La propiedad de las magnitudes inversamente proporcionales**

Cuando dos *magnitudes son inversamente**proporcionales* se cumple que *el producto de dos valores correspondiente es el mismo* **y** se llama *constante de proporcionalidad inversa*. Verifica esta afirmación en las siguientes tablas que muestran valores con proporcionalidad inversa.

Tabla 1:

Al transportar 1800 troncos.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Capacidad de carga de un camión (**número de troncos**). | 40 | 90 | 120 | 200 | 300 |
| **Número de camiones necesarios.** | 45 | 20 | 15 | 9 | 6 |
| **Producto** | 40 × 45 = 1800 | 90 × 20 = 1800 | 120 × 15 = 1800 | 200 × 9 = 1800 | 300 × 6 = 1800 |

La constante de proporcionalidad inversa es 1800.

Tabla 2:

Al contratar una encuesta por 3000 dólares.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Número de empresas** | **Valor por pagar(**dólares) | **Producto** |
| 1 | 3000 | 1 × 3000 = 3000 |
| 2 | 1500 | 2 × 1500 = 3000 |
| 3 | 1000 | 3 × 1000 = 3000 |
| 4 | 750 | 4 × 750 = 3000 |
| 5 | 600 | 5 × 600 = 3000 |

La constante de proporcionalidad inversa es 3000.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **El resultado de la multiplicación de los valores correspondientes de dos magnitudes inversamente proporcionales se llama constante de proporcionalidad inversa.** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Constante de proporcionalidad inversa** |
| **Contenido** | **Si *m* y *n* sonmagnitudes inversamente proporcionales, el producto de los valores de estas magnitudes es una constante (*k*). Es decir, se cumple:**  ***m*** . ***n = k*** |

Ejemplo:

A partir de la siguiente tabla analiza si las magnitudes son inversamente proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Temperatura en cierto lugar(ºC)** | **Altitud del lugar(m)** |
| 30 | 250 |
| 25 | 300 |
| 15 | 2500 |
| -2 | 4500 |

Las magnitudes están inversamente correlacionadas, ahora es necesario comprobar si hay proporcionalidad inversa. Para esto se debe hacer el producto entre sus valores:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Temperatura en cierto lugar(ºC)** | **Altitud del lugar(m)** | **Producto** |
| 30 | 250 | 30 × 250 = 7500 |
| 25 | 300 | 25 × 300 = 7500 |
| 15 | 2500 | 30 × 250 = 37500 |
| -2 | 4500 | -2 × 4500 = -9000 |

Conclusión: Las magnitudes *temperatura*en cierto lugar y*altitud*del lugar*no son*

inversamente proporcionales porque el producto de sus valores correspondiente no es constante.

[SECCIÓN 2] **3.3 La representación de las magnitudes inversamente proporcionales**

El *tiempo* que se usa para recorrer una *distancia*depende de la *velocidad* del desplazamiento, si un automóvil *aumenta su velocidad* de desplazamiento gastará *menos tiempo* en recorrer la distancia y viceversa. Por ejemplo, un automóvil gasta 6 horas para recorrer 180 Km si mantiene una velocidad de 30 Km por hora, pero si *duplica su velocidad* a 60 Km por hora, solo *necesitará la mitad del tiempo* para recorrer los mismos 180 Km.

Las magnitudes *tiempo* **y** *velocidad*son *inversamente proporcionales*entoncesel producto de los valores correspondientes es constante.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tiempo(h) | Velocidad(Km/h) | Producto |
| 6 | 30 | 180 |
| 3 | 60 | 180 |

La constante de proporcionalidad inversa es la distancia recorrida.

La información anterior se puede representar en un plano cartesiano si *en el eje x se ubican los valores de la magnitud tiempo* y en *el eje y se ubican los valores de la magnitud velocidad.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG13 |
| **Descripción** | Un plano cartesiano, con el eje x en escala de 1 en 1 hasta 10, y el eje y en escala de 10 en 10 hasta 100. Están ubicados en el plano cartesiano los puntos de coordenadas:  (6,30)  (3,60)  Las coordenadas deben estar escritas al lado del punto que les corresponde.  Sobre el extremo derecho del eje x aparece el texto “Tiempo (h)” y sobre el extremo superior del eje y aparece el texto “Velocidad (Km/h)”. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cada pareja de valores correspondientes de las dos magnitudes representa un punto en el plano cartesiano. |

Conociendo el valor de la constante de proporcionalidad inversa (180) se pueden encontrar otras parejas de valores para las magnitudes tiempo y velocidad.

* ¿Cuánto tiempo será necesario si la velocidad del automóvil es 90 Km/h?
* ¿Cuál debe ser la velocidad si se deben recorrer los 180 Km en 4.5 horas?
* ¿Cuántas horas se requieren con una velocidad de 45 Km/h?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tiempo(h) | Velocidad(Km/h) | Producto |
| ? | 90 | 180 |
| 4.5 | ? | 180 |
| ? | 45 | 180 |

Estas preguntas se responden al plantear y resolver ecuaciones de la forma *ax = c,* observa:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG14 |
|  | 90*x* = 180 4.5*x* = 180 45*x* = 180  *x* = 180 ÷ 90 *x* = 180 ÷ 4.5 *x* = 180 ÷ 45  *x* = 2  *x* = 40  *x* = 4     |  |  |  | | --- | --- | --- | | Tiempo(h) | Velocidad(Km/h) | Producto | | 2 | 90 | 180 | | 4.5 | 40 | 180 | | 4 | 45 | 180 | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El *producto* de los valores de *magnitudes que son inversamente proporcionales es constante.* |

Estas nuevas parejas se pueden representar en el plano cartesiano de la última imagen y al unir los puntos se obtiene la siguiente gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_07\_IMG15 |
| **Descripción** | Se observa la misma imagen de código MA\_07\_07\_IMG13, pero se le deben anexar los puntos de coordenadas:  (2,90)  (4,45)  (4.5,40)  Las coordenadas deben estar escritas al lado del punto que les corresponde.  Los 5 puntos deben estar unidos con una línea curva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **La representación en el plano cartesiano de dos magnitudes que son inversamente proporcionales es una línea curva.** |

Analiza la representación gráfica de otras magnitudes inversamente proporcionales en las web [[VER](http://www.matcomtur.com/Modulos/Modulo1/modulo1f.html)] y [[VER](http://beta.upc.edu.pe/matematica/mbch/paginas/recursos/oas/OA2/Recursos/marcoteorico.pdf)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Las magnitudes inversamente proporcionales se representan en el plano cartesiano ubicando los puntos cuyas coordenadas son las parejas de valores correspondientes de las magnitudes.**  **Al unir estos puntos se obtiene una línea curva.** |

[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

Actividad para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** |  |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **4 Ejercitación y competencias**

[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** |  |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** |  |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | *Problemas resueltos sobre magnitudes proporcionales.* | *http://ponce.inter.edu/cremc/proporcion.html* |
| **Web 02** | *Ejemplos gráficos de proporciones* | *http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/proporciones.html* |
| **Web 03** | *Teoría y ejemplos sobre magnitudes proporcionales y su aplicación en la solución de problemas.* | *http://platea.pntic.mec.es/~anunezca/ayudas/magnitudes/magnitudes\_proporcionales.htm* |
| **Web 04** | *Ejemplos, representación gráfica y ejercicios con magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales* | *https://infomatematicas.wordpress.com/page/2/* |