[SECCIÓN 1] **1 El concepto de semejanza**

La **semejanza** es un concepto **geométrico** presente en muchos **contextos de la vida real**. Piensa, compara y reflexiona sobre las situaciones que se presentan a continuación para construir el concepto.

¿Has visto la **ampliación** de una fotografía?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG01 |
| **Descripción** | Foto de un perro y su ampliación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes |
| **Pie de imagen** | La ampliación y la reducción de fotografías son ejemplos de semejanza. |

Un diploma generalmente es más grande que una hoja tamaño oficio. Si se fotocopia, es necesario hacer una **reducción** del tamaño original para que se ajuste a una hoja oficio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG02 |
| **Descripción** | Un diploma profesional y una fotocopia del mismo en un tamaño menor |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las reducciones y ampliaciones obtenidas con una fotocopiadora son ejemplos de figuras semejantes |

En arquitectura se utilizan modelos a escala para visualizar cómo será la construcción definitiva de un proyecto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG03 |
| **Descripción** | Una maqueta de una construcción. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Los modelos a escala son un ejemplo de semejanza |

En los ejemplos anteriores puedes observar que las figuras tienen ciertas características. Por ejemplo, una foto y su ampliación son exactamente iguales en todas sus características excepto en el tamaño; lo mismo ocurre con la fotocopia reducida de un documento, pues lo único que las hace diferentes es el tamaño. Cuando se construye un modelo a escala de un vehículo o la maqueta de una construcción, conservan todas las formas que tendrá el objeto en tamaño real. Las tres situaciones planteadas tienen en común la relación entre objetos que conservan la misma forma y diferente tamaño; esta relación se denomina **semejanza**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC10 |
| **Título** | La semejanza geométrica |
| **Descripción** | Interactivo informativo sobre el concepto de semejanza geométrica. |

[SECCIÓN 2] **1.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC20 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: El concepto de semejanza |
| **Descripción** | Actividad para reconocer el concepto de semejanza de figuras |

[SECCIÓN 1] **2 La proporcionalidad de segmentos**

Para formalizar el concepto de semejanza es necesario abordar dos conceptos: razón y proporción entre segmentos.

La **razón** entre dos segmentos es el cociente entre las medidas de estos, usando la misma unidad de medida. La razón entre dos segmentos es un número sin unidades.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG04 |
| **Descripción** | Se observa la pared de una galería de arte, hay tres cuadros colgados a diferentes alturas y debajo de cada cuadro hay un segmento vertical que muestra la distancia entre la base del cuadro y la base de la pared, como se indica con el esquema:  A  B  C    150 cm  1 m  75 cm |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Hay una razón por cada par de segmentos. |

Observa las razones entre segmentos de recta que determinan la altura de los cuadros:

* La razón entre la altura del cuadro A y la altura del cuadro C es:

<<FQ\_MA\_07\_12\_001.gif>>

* La razón entre la altura del cuadro A y la altura del cuadro B es:

<<FQ\_MA\_07\_12\_002.gif>>

Observa que para encontrar esta razón fue necesario convertir la unidad de medida de la altura del cuadro B a centímetros.

* La razón entre la altura del cuadro C y la altura del cuadro B es:

<<FQ\_MA\_07\_12\_003.gif>>

* La razón entre la altura del cuadro C y la altura del cuadro A es:

<<FQ\_MA\_07\_12\_004.gif>>

Debes notar que, en todos los ejemplos, la razón es un número sin unidades. Por otra parte, una razón entre dos segmentos es la relación entre sus magnitues.

**Nota:** puedes escribir *a* : *b* para representar la razón entre las magnitudes *a* y *b*, así como la representación fraccionaria que hemos visto.

Con el concepto de razón entre dos segmentos es posible definir el concepto de proporción, que relaciona cuatro magnitudes de segmentos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG05 |
| **Descripción** | Dos parejas de segmentos:  La primera pareja de segmentos de longitudes 2 m y 300 cm respectivamente.  La segunda pareja de segmentos de 6 m y 9 m respectivamente |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las razones entre las parejas de segmentos son iguales |

Al comparar la razón entre las parejas de segmentos de la imagen anterior se obtiene la siguiente igualdad:

<<FQ\_MA\_07\_12\_005.gif>>

En forma equivalente, convirtiendo todas las unidades a metros y simplificando se tiene:

<<FQ\_MA\_07\_12\_006.gif>>

Como puedes observar, la razón de la izquierda es igual a la de la derecha. Cuando dos razones son iguales, entonces la igualdad entre estas es una **proporción**. Por tanto, se puede decir que dos razones son **proporcionales** si representan la misma fracción.

Debes notar que al hablar de **dos razones** se está tratando de **cuatro magnitudes** de segmentos que se están comparando.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | En general, podemos decir que las razones *a* : *b* y *c* : *d* son proporcionales si  <<FQ\_MA\_07\_12\_007.gif>>  En forma semejante, las razones son proporcionales si  <<FQ\_MA\_07\_12\_008.gif>>  Esta relación recibe el nombre de **propiedad fundamental de las proporciones**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC30 |
| **Título** | Segmentos proporcionales |
| **Descripción** | Interactivo para explicar el criterio de proporcionalidad entre segmentos |

Puesto que las razones son números sin unidades, se pueden identificar algunas características de segmentos proporcionales a partir de las razones que forman la proporción.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG06 |
| **Descripción** | Dos pares de segmentos dibujados en una cuadrícula, unos de color amarillo y otros de color rojo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/ La proporcionalidad de segmentos |
| **Pie de imagen** | Segmentos proporcionales con razón mayor que uno. |

La razón entre las longitudes de los segmentos *CD* y *AB* es 2; la razón entre las longitudes de los segmentos *GH* y *EF* es 2, por tanto, forman una proporción:

<<FQ\_MA\_07\_12\_009.gif>>

Cuando las razones que forman una proporción son **mayores que uno**, entonces los segmentos representados en los numeradores son **más largos** (una ampliación) comparándolos con los segmentos de los denominadores correspondientes; en este caso particular se observa que la longitud es el doble.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG07 |
| **Descripción** | Dos pares de segmentos dibujados en una cuadrícula, unos de color amarillo y otros de color rojo. Similar a la imagen anterior, con las siguientes medidas:  Primera pareja de segmentos: *PQ* = 4 mm , *RS* = 5 mm  Segunda pareja de segmentos: *TV* = 12 mm , *VW*=15 mm |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Segmentos proporcionales con razón menor que uno |

De forma similar, cuando las razones que forman una proporción son **menores que uno**, entonces los segmentos representados en los numeradores son **más cortos** (una reducción) comparándolos con los segmentos de los denominadores correspondientes. Para el caso que se muestra en la ilustración, se evidencia que los segmentos más cortos son una tercera parte de los más largos. La proporción correspondiente a estos segmentos está dada por:

<<FQ\_MA\_07\_12\_010.gif>>

Las razones entre los segmentos son equivalentes a un tercio.

**¡OBSERVA!** Las proporciones entre segmentos muestran una relación con la ampliación y la reducción, por lo tanto, están vinculadas con la semejanza de figuras geométricas. En la siguiente sección veremos cómo están vinculados estos conceptos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC40 |
| **Título** | Identifica segmentos proporcionales |
| **Descripción** | Actividad para identificar la proporcionalidad entre segmentos |

[SECCIÓN 2] **2.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La proporcionalidad de segmentos |
| **Descripción** | Actividad para establecer relaciones de proporcionalidad entre segmentos |

[SECCIÓN 1] **3 Las figuras semejantes**

Para que dos figuras sean semejantes deben tener la misma en forma, pero su tamaño puede variar.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG08 |
| **Descripción** | Dibujar 5 círculos cada uno de diferente color y de diferente tamaño, no deben estar en fila sino distribuidos aleatoriamente en el espacio |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Todos los círculos son figuras semejantes. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC60 |
| **Título** | La semejanza en nuestro entorno |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes sobre la proporcionalidad geométrica en nuestro entorno |

Para poder definir y analizar, desde un punto de vista matemático, figuras semejantes comenzaremos con las figuras geométricas más simples: los polígonos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Un **polígono** es una figura geométrica cerrada, formada por segmentos de recta. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Polígonos semejantes** |
| **Contenido** | Dos polígonos son **semejantes** si sus ángulos correspondientes tienen la misma amplitud y las longitudes de sus lados correspondientes son **proporcionales**. |

En esta definición de polígonos semejantes se encuentra la relación con el concepto que se desarrolló en la sección anterior: la proporcionalidad.

Debes tener en cuenta que la parte de la definición que indica *las longitudes de los lados son proporcionales* debe entenderse como que las razones entre los lados correspondientes de los polígonos son siempre iguales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG09 |
| **Descripción** | Dos hexágonos irregulares en escalas diferentes, misma forma. Medidas:  Primer hexágono: 12, 10, 10, 6, 4, 8 (todos en cm)  Segundo hexágono: 18, 15, 15, 9, 6 ,12 (todos en cm)  Marcar los ángulos iguales para las dos figuras |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Polígonos semejantes. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC70 |
| **Título** | La semejanza de polígonos |
| **Descripción** | Interactivo que describe los criterios de semejanza para polígonos |

En la figura puedes observar que los hexágonos que se muestran son semejantes, puesto que los ángulos correspondientes son iguales y la razón entre cualquier par de lados correspondientes es:

<<FQ\_MA\_07\_12\_011.gif>>

Aunque dos polígonos pueden tener la misma cantidad de lados y diferente tamaño, no necesariamente son semejantes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG010 |
| **Descripción** | Dibujar los siguientes triángulos a color, de diferente tamaño, en diferente posición, distribuidos al azar en el espacio:  Triángulo rectángulo isósceles  Triángulo escaleno de ángulos agudos 20º y 60º  Triángulo rectángulo escaleno de ángulos agudos 35º y 55º |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Son triángulos de diferente tamaño, pero no son semejantes |

Los triángulos que se muestran en la ilustración anterior no son semejantes, pues no hay ángulos correspondientes entre unos y otros.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG11 |
| **Descripción** | Dos triángulos rojos sacados de la, están en la misma posición, pero debe ser una ampliación donde se puedan ver claramente sobre las figuras las medidas de los ángulos y los lados de los dos triángulos así:  Ángulos *A* y *A*´, 90º  Ángulos *B*, *B´*, *C* y *C´*, 45º  Lados *AB* y *AC*, 6 cm  Lado *BC*, 8.5 cm  Lados *A´B´* y *A´C´*, 12 cm  Lado *B´C´*, 17 cm |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El triángulo *A’B’C’* es semejante al triángulo *ABC*. |

Debes tener presente que es **necesario** que los ángulos correspondientes entre dos figuras tengan las mismas amplitudes para que estas sean figuras semejantes; por esta razón, **no basta** con que los lados correspondientes sean proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC80 |
| **Título** | Entiende la semejanza de figuras |
| **Descripción** | Actividad que plantea preguntas sobre la semejanza de figuras |

Para lograr mayor comprensión en semejanza de polígonos revisa los ejemplos que hay en la web [[VER](http://www.mathematicsdictionary.com/spanish/vmd/full/s/similarpolygons.htm)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para determinar si dos polígonos son semejantes no es suficiente que sean parecidos en su forma; también es necesario verificar que:  Los lados correspondientes sean proporcionales entre sí y los ángulos correspondientes sean congruentes. |

[SECCIÓN 2] **3.1 La razón de semejanza**

En la sección anterior se resaltó que la razón entre los lados correspondientes de un par de figuras semejantes siempre era un mismo número; esta constante es llamada **razón de semejanza**. En esta sección veremos qué información proporciona este número con relación a las figuras.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes/La semejanza en nuestro entorno |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Se debe modificar de aula planeta España |
| **Título** | Identifica triángulos semejantes |
| **Descripción** | Actividad para identificar triángulos semejantes a partir de las medidas de sus lados |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG12 |
| **Descripción** | Se ven dos pentágonos irregulares de color rojo, pero la ilustración debe tener los siguientes cambios:   * Eliminar el nombramiento de los dos ángulos en los dos pentágonos. * Cambiar el tamaño de los pentágonos de tal forma que el grande sea tres veces el tamaño del pequeño. * Adecuar el tamaño de la cuadrícula para que siga coincidiendo con los vértices de los pentágonos y se perciba fácilmente la escala 3:1. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes/La razón de semejanza |
| **Pie de imagen** | La razón de semejanza de los polígonos es tres |

Los polígonos de la figura son semejantes y como puedes ver, la razón entre cualquier par de lados es siempre la misma: tres. La razón de semejanza nos indica que un polígono es tres veces más grande que el otro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Razón de semejanza de dos polígonos** |
| **Contenido** | Si la **razón de semejanza** de dos polígonos es cierto número ***k*,** se tienen las siguientes propiedades:   * El número *k* **siempre es mayor que cero**, porque es el cociente de dos magnitudes positivas (longitudes). * Si ***k* es menor que 1**, la figura semejante será una **reducción** de la figura original. * Si ***k* es mayor que 1**, la figura semejante será una **ampliación** de la figura original. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC100 |
| **Título** | La razón de semejanza en los polígonos |
| **Descripción** | Interactivo que explica la razón de semejanza en los polígonos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG13 |
| **Descripción** | Dos cuadriláteros semejantes de color rojo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes/La razón de semejanza |
| **Pie de imagen** | ¿Cuál es la razón de semejanza de los polígonos? |

Observa que, en la ilustración, la figura 2 es una ampliación de la figura 1, por tanto, podemos decir que son semejantes. La razón de semejanza *k* debe cumplir:

<<FQ\_MA\_07\_12\_012.gif>>

En efecto, para calcular el valor de *k* podemos escoger un par de lados correspondientes:

<<FQ\_MA\_07\_12\_013.gif>>

Saber el valor de la razón de semejanza es útil cuando necesitamos calcular la longitud (desconocida) de alguno de los lados de los polígonos semejantes, por ejemplo, el valor del segmento *A’B’*.

Para hallar el valor de *x* en la figura 2 se plantea una ecuación usando la razón de semejanza de las figuras y la proporcionalidad que se da entre los lados *A’B’* y *AB*, así:

<<FQ\_MA\_07\_12\_014.gif>>

<<FQ\_MA\_07\_12\_015.gif>>

Entonces *x* = 24, de donde podemos inferir que la longitud del lado *A’B’* es 24 cm.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC110 |
| **Título** | Polígonos semejantes y su razón de semejanza |
| **Descripción** | Actividad para hallar la razón de semejanza en los polígonos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC120 |
| **Título** | Calcula usando la razón de semejanza |
| **Descripción** | Actividad de cálculo de la razón de semejanza existente entre dos figuras |

[SECCIÓN 2] **3.2 Las relaciones métricas entre polígonos semejantes**

En la sección anterior se vio que las figuras semejantes están relacionadas a través de una razón de proporcionalidad, un número que indica qué tanto se amplía o reduce una imagen con relación a la otra, sin embargo, surgen preguntas con relación a las figuras semejantes: ¿cómo se relacionan propiedades como el perímetro y el área de figuras semejantes? ¿Es posible calcular numéricamente el perímetro o el área de una figura a partir de una figura semejante? Esta sección responderá estos interrogantes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG14 |
| **Descripción** | Una hoja blanca donde se ven dibujadas las siguientes planchas con su soporte para señales de tránsito, con los colores y bordes como se muestra: |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Los carteles de las señales de tránsito son figuras geométricas |

Poder inferir el perímetro y el área de figuras semejantes resulta útil en algunas aplicaciones, por ejemplo, en la elaboración de modelos a escala. Observa con atención la siguiente situación: un grupo de jóvenes debe elaborar la maqueta de una ciudad y Jorge es el encargado de hacer las señales de tránsito. Para facilitar el trabajo, Jorge imprimió en una hoja los modelos que va a utilizar para hacer los carteles de las señales de tránsito.

Estos modelos le van a permitir calcular la cantidad de material que debe comprar para hacer las señales de tránsito. Necesita cinta de colores para los bordes y cartón para los tableros. Teniendo en cuenta que las señales de tránsito para la maqueta deben ser tres veces más grandes que los modelos impresos, es necesario calcular la cantidad de **cinta para los bordes**, es decir, el **perímetro** de cada figura, y la cantidad de **cartón** o sea el **área**.

¿Qué conoce Jorge de las figuras impresas y de las que debe elaborar? Por una parte, sabe que son figuras semejantes y que su razón de semejanza es tres. En la siguiente sección se verá cómo a partir de esta información es posible relacionar los perímetros.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC130 |
| **Título** | Practica la semejanza de triángulos |
| **Descripción** | Actividad que plantea preguntas referentes a la semejanza de triángulos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC140 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes/La razón de semejanza/Calcula usando la razón de semejanza |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Se debe cambiar el título del recurso por “Usa la razón de semejanza”  **SE DEBEN hacer muchas adaptaciones a aula planeta España.** |
| **Título** | Resuelve problemas de proporcionalidad geométrica |
| **Descripción** | Actividad que plantea problemas de aplicación de proporcionalidad geométrica |

[SECCIÓN 3] **3.2.1 La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes**

Una figura y su ampliación corresponden, geométricamente, a una semejanza de figuras. A su vez la ampliación de una figura está directamente relacionada con la razón de semejanza de esta respecto a la figura original.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El **perímetro de un polígono** es la suma de las longitudes de sus lados. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG15 |
| **Descripción** | Se observa la siguiente señal (es parte de la imagen MA\_07\_12\_IMG14), es un dibujo.    Al lado se observa la misma señal aumentada de tamaño tres veces, se puede percibir que está elaborada en material concreto en tres dimensiones. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La razón de semejanza de los polígonos es tres |

Jorge mide el perímetro del octágono regular que corresponde al modelo para hacer la señal de tránsito que se muestra en la imagen y observa que es 24 cm. ¿Cuál será el perímetro del tablero de la señal que debe elaborar?

Para responder esta pregunta se debe tener en cuenta la siguiente propiedad: la **razón entre los perímetros** de dos figuras semejantes es igual a la razón de semejanza. Esta propiedad la podemos representar con la igualdad:

<<FQ\_MA\_07\_12\_016.gif>>

donde *P*1 y *P*2 son los perímetros de las figuras semejantes y *k* es la razón de semejanza de las figuras.

Para Jorge aplicar la propiedad anterior se traduce en que el perímetro de la nueva figura será el triple de la figura impresa. Como la razón de semejanza de los polígonos es tres, entonces la razón entre los perímetros de los dos polígonos también debe ser tres. Por lo tanto, el perímetro del cartel se obtendrá de la siguiente ecuación:

<<FQ\_MA\_07\_12\_017.gif>>

Luego el perímetro de la señal de tránsito (*P*1) será 72 cm, es decir que Jorge necesitará esta cantidad de centímetros de cinta para la figura que irá en la maqueta.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC150 |
| **Título** | La relación entre perímetros y áreas de polígonos semejantes |
| **Descripción** | Interactivo que presenta la relación entre perímetros y áreas de figuras semejantes |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG16 |
| **Descripción** | 1. La imagen que se toma de Aula Planeta, se debe recortar y solo se usa la parte que se observa a continuación:      1. Se debe cambiar el pie de imagen a “La razón de semejanza de los polígonos es *k* = 2” |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes /Las relaciones métricas entre polígonos semejantes/La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes |
| **Pie de imagen** | La razón de semejanza de los polígonos es *k* = 2 |

Con los rectángulos de la imagen podemos verificar la igualdad entre la razón de los perímetros y la razón de semejanza; para esto, calculamos:

Perímetro del rectángulo de la izquierda:

2 × 2 cm + 2 × 3 cm = 4 cm + 6 cm = 10 cm

Perímetro del rectángulo de la derecha:

2 × 4 cm + 2 × 6 cm = 8 cm + 12 cm = 20 cm

Por lo tanto, la razón entre los rectángulos será:

<<FQ\_MA\_07\_12\_018.gif>>

Recuerda que en este ejemplo la razón de semejanza es precisamente dos. Esto significa que el perímetro del rectángulo de laderecha **es el doble** del perímetro del rectángulo de la izquierda.

Observa el siguiente par de pentágonos con medidas de lados *a*, *b*, *c*, *d*, *e* y cuya razón de semejanza es *k*. Verás que la razón entre los perímetros coincide con el valor de *k*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG17 |
| **Descripción** | *e* *d* *c* *k.e* *k.d*  *k.c*    *a*  *b*  *k.a*  *k.b*  Figura I Figura II |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La razón de semejanza de los polígonos es *k* |

Para **comparar los perímetros** de las dos figuras es necesario calcular los perímetros de ellas en forma independiente.

Perímetro de la figura I:

<<FQ\_MA\_07\_12\_019.gif>>

Perímetro de la figura II:

<<FQ\_MA\_07\_12\_020.gif>>

<<FQ\_MA\_07\_12\_021.gif>>

Por lo tanto, la razón entre los perímetros es:

<<FQ\_MA\_07\_12\_022.gif>>

Podemos decir que el perímetro del segundo pentágonoes ***k* veces** el perímetro del primer pentágono. De hecho, verificamos en forma general que la razón entre los perímetros de dos pentágonos semejantes, con medidas arbitrarias, es igual a la razón semejanza entre las figuras.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC160 |
| **Título** | Usa la relación entre los perímetros de polígonos semejantes |
| **Descripción** | Actividades para usar la relación entre los perímetros de polígonos semejantes |

[SECCIÓN 3] **3.2.2 La relación entre las áreas de dos polígonos semejantes**

Volviendo a la situación de la maqueta de la sección anterior, Jorge necesita saber cuánto cartón debe usar para las señales de tránsito en la maqueta, es decir, el área del nuevo polígono a partir del área del polígono impreso.

La propiedad que deberá usar Jorge es la siguiente: la **razón entre las áreas** de dos polígonos semejantes es igual al **cuadrado de** **la razón de semejanza** de los polígonos. Esta propiedad la podemos representar con la igualdad:

<<FQ\_MA\_07\_12\_023.gif>>

donde *A*1 y *A*2 son las áreas de las figuras semejantes y *k* es la razón de semejanza entre las figuras.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG18 |
| **Descripción** | Se observa la siguiente señal (es parte de la imagen MA\_07\_12\_IMG15), es un dibujo.    Al lado se observa la misma señal aumentada de tamaño tres veces, se puede percibir que está elaborada en material concreto en tres dimensiones. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La razón de semejanza de los polígonos es *k* = 3 |

Para este caso particular, la figura que aparece en la ilustración tiene un área de 21 cm2, por lo tanto, a partir de la propiedad anterior, el valor del área de la nueva figura se encontrará al resolver la ecuación:

<<FQ\_MA\_07\_12\_024.gif>>

Por consiguiente, el área de la nueva figura será 189 cm2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC170 |
| **Título** | Usa la relación del área de polígonos semejantes |
| **Descripción** | Actividad para practicar la razón entre las áreas de polígonos semejantes |

A continuación verás la verificación de la propiedad enunciada anteriormente, relacionando la razón entre áreas y el cuadrado de la razón de semejanza entre las figuras.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG19 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes /Las relaciones métricas entre polígonos semejantes/La relación entre las áreas de dos polígonos semejantes |
| **Pie de imagen** | Observa la relación que existe entre las áreas de dos **polígonos semejantes**: el caso general y un ejemplo (*k* = 2) |

Para comparar las áreas de los triángulos que se observan en la ilustración, es necesario calcular las áreas de forma independiente.

<<FQ\_MA\_07\_12\_025.gif>>

<<FQ\_MA\_07\_12\_026.gif>>

Luego la razón entre las áreas está dada por:

<<FQ\_MA\_07\_12\_027.gif>>

Observa que, efectivamente, la razón entre las áreas de las figuras semejantes equivale al cuadrado de la razón de semejanza (*k*).

Para el caso particular en el que *k* = 2, donde se tienen las áreas:

<<FQ\_MA\_07\_12\_028.gif>>

<<FQ\_MA\_07\_12\_029.gif>>

Finalmente se tiene la relación:

<<FQ\_MA\_07\_12\_030.gif>>

Esta relación se puede generalizar para cualquier polígono; estudia los ejemplos que lo sustentan en los siguientes vínculos: [[VER](http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/17/eso/razon.html)] y [[VER](http://www.ck12.org/book/CK-12-Geometra-Edicin-Espaola/r2/section/10.3/)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC180 |
| **Título** | Calcula el perímetro y el área de polígonos semejantes |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar el cálculo del perímetro y el área de polígonos semejantes |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC190 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes/La razón de semejanza/Las relaciones métricas entre polígonos semejantes/La relación entre las áreas de dos polígonos semejantes/Calcula el perímetro y el área de polígonos semejantes |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Se debe cambiar el título del recurso por “Perímetros y áreas de figuras semejantes”  **SE DEBEN hacer algunas adaptaciones de aula planeta España.** |
| **Título** | Practica perímetros y áreas de polígonos semejantes |
| **Descripción** | Actividad para calcular perímetros y áreas de polígonos semejantes |

[SECCIÓN 2] **3.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC200 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Las figuras semejantes/La razón de semejanza/Las relaciones métricas entre polígonos semejantes/La relación entre las áreas de dos polígonos semejantes/Practica perímetros y áreas de polígonos semejantes |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Se debe cambiar el título del recurso por “Usa la semejanza para calcular perímetros y áreas”  **SE DEBEN hacer algunas adaptaciones de aula planeta España.** |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las figuras semejantes |
| **Descripción** | Actividades sobre Las figuras semejantes |

[SECCIÓN 1] **4 La construcción de figuras semejantes**

La arquitectura, el diseño y la cartografía entre otros campos profesionales, hacen uso de

**la semejanza de figuras**. Los profesionales de estas áreas necesitan **representaciones idénticas de objetos reales, pero en diferente tamaño**.En algunas oportunidades usan representaciones de **mayor tamaño** al objeto real (**las ampliaciones**) y en otras, representaciones **de menor tamaño** al objeto real (**las reducciones**).

Ejemplos:

**Los planos arquitectónicos** son la representación gráfica (**reducción**) de una construcción.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG20 |
| **Descripción** | Plano arquitectónico |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/La ampliación y reducción de figuras/Las escalas |
| **Pie de imagen** | Plano arquitectónico de una sala comedor |

Los **mapas** son la representación gráfica (**reducción**) de extensiones geográficas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG21 |
| **Descripción** | Un mapa de Colombia que muestre su división política, se debe ver la escala en la que está elaborado. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Mapa del territorio colombiano |

Cuando se va a elaborar un plano o mapa es necesario establecer la razón de semejanza entre el dibujo y el objeto real. Como se trata de hacer una reducción del objeto real, el valor de la razón de semejanza debe ser menor que 1 (*k* < 1). Luego se utiliza el valor de *k* para obtener las medidas del dibujo a partir de las medidas correspondientes que se conocen del objeto real.

Para el caso del plano que se observó arriba, el arquitecto dibujó la sala comedor vista desde arriba, donde los **segmentos trazados son proporcionales a los lados de los objetos reales** que forman la sala (paredes, ventanas, puertas, mesa, sillas, etc.).

**La razón de semejanza entre un plano o un mapa y el objeto real que representan** también se llamaescala. Una **escala** se suele escribir usando los **dos puntos que simbolizan la división**; por ejemplo, si la razón de semejanza es *k* = 1/100 se escribe “escala 1 ꞉ 100”.

Si quieres aprender más sobre el tema de construcción de figuras semejantes usando escalas puedes consultar la siguiente web [[VER](http://www.portaleducativo.net/pais/co/quinto-basico/537/Mapas-y-planos)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Las escalas en los mapas** |
| **Contenido** | Los cartógrafos dibujan mapas construyendo figuras semejantes a porciones de territorio o extensiones geográficas. **La escala de un mapa es la razón de semejanza entre las figuras dibujadas y los objetos reales que representan**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La **escala** de un plano o mapa es **la medida de los segmentos del dibujo** **dividida por la medida de sus lados correspondientes** **en el objeto real.**  Un dibujo hecho a **escala a ꞉ b** es un dibujo cuya **razón de semejanza con el objeto real es:**  <<FQ\_MA\_07\_12\_031.gif>> |

[SECCIÓN 2] **4.1 Las proyecciones**

En las secciones anteriores has visto cómo identificar figuras semejantes y algunas propiedades métricas de estas, ¿pero cómo podemos construir nuevas figuras que sean semejantes a cierta figura dada? En esta sección aprenderás el método de proyecciones, el cual permite construir figuras semejantes a una dada a partir de una razón de semejanza.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG22 |
| **Descripción** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/264088/235811725/stock-vector-vector-small-chess-pawn-with-the-shadow-of-a-big-king-235811725.jpg  Eliminar la corona de la sombra y hacer que la figura del peón se vea como una figura de papel. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La sombra de una figura plana es una figura semejante |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC210 |
| **Título** | Calcula utilizando escalas |
| **Descripción** | Actividad que propone el cálculo de medidas a partir de una escala dada o viceversa |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC220 |
| **Título** | Calcula longitudes en escala y por semejanza |
| **Descripción** | Actividad para practicar con escalas |

Para **construir polígonos semejantes** a un polígono dado, bien sea a través de una reducción o una ampliación, **podemos usar el método de proyecciones**. Este método es una **secuencia de pasos** a través de los cuales es posible construir un polígono semejante al originalmente dado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG23 |
| **Descripción** | ***O***  Todas las flechas deben pasar por el plano de las figuras. Al hacerlo, deben trazarse “punteadas” |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Para proyectar un polígono se necesita un punto llamado foco (*O*) |

Los pasos a seguir son:

* Elegir la **razón de semejanza**, *k*.
* Ubicar un puntoen el plano; este punto es **el foco de la proyección** yse suelenotar con la letra *O*.
* Trazar semirrectas desde el foco, que pasen por cada uno de los vértices del polígono dado. Estas semirrectas reciben el nombre de **rayos de proyección**.
* Ubicar un punto sobre cada rayo de proyecciónde forma que estén a una distancia “***k* veces**” la distancia que hay **desde** **el foco hasta cada vértice**. Estos puntos serán los **vértices** **del polígono semejante**.
* Dibujar los segmentosque unen los vértices del polígono semejante,en el **orden que corresponde a los vértices del polígono inicial**.

Esta forma de construir figuras semejantes tiene como característica que la figura que resulta es un polígono semejante al inicial, con **razón de semejanza *k***, es decir, dependiendo del valor que escojas para *k* vas a obtener una ampliación o una reducción.

Repasa y practica los pasos explicados en la web [[VER](http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/reescala.html)].

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_IMG24 |
| **Descripción** | Cuadrilátero *ABCD* y su ampliación *A´B´C´D´*. Dos veces. La ampliación está en escala 2:1  Se debe corregir en cada segmento que parte del punto *O* hacia los vértices del polígono en ambas figuras, agregarle una flecha en la punta. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/La construcción de figuras semejantes/El sistema de proyección |
| **Pie de imagen** | Observa cómo se aplica el **método de proyección** para dibujar polígonos semejantes |

Observa en la ilustración que el foco de la proyección de la izquierda está fuera de la figura *ABCD*, pero el foco en la proyección de la derecha coincide con el vértice *A* de la figura *ABCD*. Así, el foco puede estar en cualquier parte y dependiendo de su posición con relación a la figura, la proyección cambiará su ubicación en el plano.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC230 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/La ampliación y reducción de figuras/Las escalas/La escala de ampliación/Calcula utilizando escalas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | **SE DEBEN hacer algunas adaptaciones de aula planeta España.** |
| **Título** | La construcción de figuras semejantes por proyección |
| **Descripción** | Interactivo que explica el procedimiento para construir figuras semejantes con proyecciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC240 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/La ampliación y reducción de figuras/Las escalas/La escala de ampliación/Calcula longitudes en escala y por semejanza |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | **SE DEBEN hacer algunas adaptaciones de aula planeta España.** |
| **Título** | Proyecciones y la razón de semejanza |
| **Descripción** | Actividad para identificar la razón de semejanza en figuras obtenidas por proyección |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para *k*, la razón de semejanza entre dos figuras, se tienen:   * Si *k* < 1, hay una reducción. * Si *k* > 1, hay una ampliación. |

[SECCIÓN 2] **4.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC250 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/La construcción de figuras semejantes/El sistema de proyección/La construcción de figuras semejantes por proyección |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | **SE DEBEN hacer algunas adaptaciones de aula planeta España.** |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La construcción de figuras semejantes |
| **Descripción** | Actividad para afianzar el proceso de construcción de figuras semejantes por proyección |

[SECCIÓN 1] **5 Competencias**

Prueba tus habilidades para usar el concepto de semejanza y los procesos implícitos sobre figuras semejantes en diversas situaciones, a través de los siguientes recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC260 |
| **Título** | Competencias: resuelve problemas sobre figuras semejantes |
| **Descripción** | Resolución de problemas de medidas empleando criterios de semejanza |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC270 |
| **Título** | Proyecto: ampliación y reducción de figuras planas |
| **Descripción** | Proyecto uso de homotecias para construir figuras a diferentes escalas |

[SECCIÓN 1]**Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC280 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC290 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2 ESO/Matemáticas/La proporcionalidad geométrica/Fin de unidad: repaso/Autoevaluación |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Revisar y adecuar según el nuevo manuscrito, hubo cambios en los subtemas. |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema La semejanza |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_07\_12\_CO\_REC330 | |
| **Web 01** | *Teoría y ejemplos sobre semejanza de figuras. ¿Cómo construir figuras semejantes?* | *http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena7/index2\_7.htm* |
| **Web 02** | *Desarrollo del tema proporcionalidad geométrica.* | *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/Proporcionalidad\_geometrica\_amh/* |
| **Web 03** | *Estudio sobre triángulos que son semejantes* | *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/semejanza\_triangulos\_macb/index.htm* |
| **Web 04** | *Teoría, ejemplos y actividades relacionadas con semejanza.* | *http://www.educarex.es/pub/cont/com/0019/documentos/pruebas-acceso/contenidos/modulo\_III/matematicas/proporciones\_geometricas.pdf* |
| **Web 05** | *Evaluación interactiva del tema de semejanza.* | *http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/semejeval.htm* |
| **Web 06** | *Actividades interactivas relacionadas con semejanza de figuras.* | *http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/semej1.htm* |