|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Expresiones y operaciones algebraicas** |
| Código del guion | MA\_08\_02\_CO |
| Descripción | El lenguaje algebraico nos permite expresar distintas situaciones a través del lenguaje matemático, por ello es importante estudiar su lenguaje y la forma como se realizan las operaciones algebraicas. |

[SECCIÓN 1] **1 Las expresiones algebraicas**

El lenguaje algebraico es una de las herramientas más importantes no solo de las matemáticas, sino de la ciencia en general, pues nos permite comunicar y organizar las ideas en un mismo lenguaje, para que todos entiendan de qué se está hablando en una determinada área del saber, bien sea científico o tecnológico.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | Carro de fórmula 1 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [141403861](http://www.shutterstock.com/pic-141403861/stock-photo-race-car-racing-on-a-track-with-motion-blur.html?src=RBXstpVvap49oyzm3RButw-1-37)  [Race car racing on a track with motion blur.](http://www.shutterstock.com/subscribe) |
| **Pie de imagen** | En física para describir la velocidad de un cuerpo (por ejemplo, un automóvil), se hace mediante la relación entre la distancia y el tiempo utilizado en recorrer dicha distancia; en términos algebraicos se expresa como: *v=d/t*, donde *v* es velocidad, *d* es distancia y *t* es tiempo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **¿Qué es una expresión algebraica?** |
| **Contenido** | Una**expresión algebraica** es un conjunto de cantidades numéricas y literales relacionadas entre sí­ por los signos de las operaciones aritméticas como adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones, potencias, raí­ces o logaritmos. Por ejemplo:  2*x* + *z*  2π*r2*  MA\_08\_02\_002.gif  En una expresión algebraica se debe tener en cuenta que si no hay ningún signo entre un número y una letra, la operación que se indica es una multiplicación. Por ejemplo, la expresión 2*x* indica dos multiplicado por *x*, mientras que la expresión 2 + *x* muestra dos adicionado con equis. |

El lenguaje algebraico permite traducir expresiones del lenguaje común al matemático, y así simplificar la escritura y darle tratamiento matemático, como por ejemplo:

Un vendedor de teléfonos tiene un salario base de $350 000 y una comisión de $7 000 por cada celular que venda durante el mes. ¿Puedes decir cuál es el salario del vendedor al mes?

En este caso no es posible decirlo con exactitud hasta no saber cuántos celulares vendió, pero si es factible escribir una expresión algebraica que permita hacer este cálculo para cualquier número de celulares vendidos; esta será de la forma:

*S* = 7 000*x* + 350 000

*S* representa el salario total y *x* la cantidad de celulares vendidos; por tanto, lo que se debe hacer es multiplicar el número de celulares vendidos por el precio de la comisión y el resultado adicionarlo al sueldo base.

En la siguiente tabla se observa la relación existente entre el lenguaje que usamos todos los días y el lenguaje algebraico.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Lenguaje cotidiano** | **Lenguaje algebraico** | **Lectura** |
| El doble de un número más tres. | 2*x* + 3 | Dos equis más tres. |
| El área de un rectángulo es base por altura. | *A = bh* | Área igual a base por altura. |
| El cuadrado de un número más la raíz cuadrada de otro número. | *x2 + √y* | Equis al cuadrado más raíz de ye. |
| El triple de un número, sobre el número más tres. | MA\_08\_02\_004.gif | Tres equis sobre equis más tres. |
| La raíz de la adición de dos números. | MA\_08\_02\_005.gif | La raíz de equis más ye. |

[SECCIÓN 2] **1.1 Los términos algebraicos**

En una expresión algebraica cada parte que está separada por un signo de adición o sustracción se considera un término algebraico. Así, por ejemplo, en la expresión:

MA\_08\_02\_006.gif

los términos de esta expresión son:

*5x2*

2*xy*

MA\_08\_02\_007.gif

Expresiones como:

2(*x* + 1)

MA\_08\_02\_008.gif

tienen solo un término pues el conjunto de números y letras se relacionan entre sí por la multiplicación o por la división.

Todo término algebraico consta de una parte literal y una parte numérica llamada coeficiente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | La letra “x” debe ser cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Partes de un término algebraico. |

[SECCIÓN 2] **1.2 Las variables, las incógnitas y las constantes**

Como una expresión algebraica es la unión de partes literales y números, es importante distinguir el significado de las letras cuando se usa una expresión algebraica.

* **Las variables**,por lo general, se simbolizan con las últimas letras del abecedario (*x, y, z*) y nos indican que la cantidad desconocida puede tomar distintos valores. Por ejemplo, el precio que hay que pagar por el consumo de agua en una vivienda varía según la cantidad de metros cúbicos consumidos. Así, el valor desconocido es una variable, ya que en un mes se pueden consumir 10, 15, 20 o más metros cúbicos de agua o menos.
* **Las incógnitas** también se pueden representar con cualquier letra del alfabeto, las más utilizadas son x, y y z que corresponden a las últimas letras nuestro alfabeto; se diferencian de las variables en que, pese a que son un valor desconocido, su valor es único y no cambia como en el caso de la variable. Por ejemplo: ¿cuál es el número que adicionado con cinco da como resultado -8? En este caso no sabemos cuál es ese número y lo podemos escribir como:

*x* + 5 = – 8

Cuando encontramos el valor desconocido nos percatamos que es solo uno el que cumple la condición, en este caso -13.

* **Las constantes** son aquellas letras que nos representan un valor que siempre es fijo y que en ninguna circunstancia cambia; se representan con las primeras letras del alfabeto o letras griegas. Por ejemplo, al calcular el área de una circunferencia la expresión algebraica es:

*A = πr2*

En este caso las letras *A* y *r* son variables, mientras que la letra π es una constante, ya que su valor nunca va a cambiar.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC10 |
| **Título** | Conceptos claves de las expresiones algebraicas |
| **Descripción** | Actividad que permite recordar los conceptos o partes de una expresión algebraica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC20 |
| **Título** | El lenguaje algebraico |
| **Descripción** | Actividad que permite reconocer la relación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje natural |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC30 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4° ESO/Matemáticas/Los polinomios/Los polinomios |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Repasa los conceptos básicos de los polinomios |
| **Descripción** | Actividad que muestra los conceptos básicos de los polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.3 Los monomios**

Un **monomio** es una expresión algebraica que consta de un solo término y el exponente de la parte literal es un número natural, tal como lo muestra la siguiente tabla.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Monomio** | **Coeficiente** | **Parte literal** |
| -2*xy3* | -2 | *xy3* |
| 2*πr2* | 2 | πr2 |
| 1/3 π*r3* | 1/3 | πr3 |

Las expresiones

7*x-2*

1/3 *xz2/3*

MA\_08\_02\_012.gif

no corresponden a monomios, ya que en el primer y el segundo ejemplos los exponentes no son números naturales, mientras que en el tercer caso se trata de una raíz.

[SECCIÓN 3] **1.3.1 Grado absoluto y relativo de un monomio**

El **grado absoluto** de un monomio se determina adicionando todos sus exponentes, mientras que el **grado relativo** se fija por el mayor exponente de las partes literales. En la expresión:

7*x3y5z*

El grado absoluto es 9, ya que los exponentes de las variables son 3, 5 y 1, por tanto: 3 + 5 + 1=9. El grado relativo es 5, ya que es el mayor exponente de la parte literal.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | De acuerdo con las propiedades de la potenciación la expresión:  *a1 = a*  Cuando la parte literal de una expresión algebraica no tenga explícito su exponente, este será igual a 1.  Por las propiedades de la multiplicación:  1 ∙ *a = a*  Cuando la parte literal no esté multiplicada explícitamente por un coeficiente, este será igual a 1. |

[SECCIÓN 2] **1.4 Los polinomios**

Un **polinomio** es una expresión algebraica que está formada por **adiciones** y **sustracciones** de monomios no semejantes, por ejemplo:

2*x*5*y* − 4*xz* + 2*z* + 4

Los polinomios pueden ser de una, dos o más variables y esto depende de los monomios que los conforman. Así por ejemplo:

2*x3 +* 4*x2 +* 1

es un polinomio con una variable, pues la única parte literal que aparece en cada término es *x* (si se expresa *x* con exponente cero se obtiene 1, por ello se puede decir que en cada término la parte literal es *x*).*.*

Mientras que

6*xy2 +* 4*x* + 2*y*

es un polinomio con dos variables, pues en cada uno de los términos que lo conforman aparecen las variables *x* o *y.*

Los **términos** del polinomio son cada uno de los monomios que lo forman. Si un término es un coeficiente sin parte literal (solo el número), recibe el nombre de **término independiente**.

En el ejemplo:

2*x*5*y* − 4*xz* + 2*z* + 4

2*x*5*y*  es uno de los términos del polinomio y el valor 4 es el término independiente.

El **grado** de un polinomio es el mayor de los grados de sus monomios. El coeficiente del término con mayor grado se conoce como **coeficiente principal**. Por ejemplo:

− 3*x*3 + 7*x*4 − 2*x* + 5

es un polinomio de grado 4, ya que es el del monomio de mayor grado (*x*4), y su coeficiente principal es 7, por ser el coeficiente de *x*4.

Se dice que un polinomio está **ordenado** cuando sus monomios están escritos **de mayor a menor** grado. Por ejemplo:

− 2*x*8 + *x*4 − 2*x* + 5

Un polinomio es **completo** cuando tiene términos de todos los grados, desde el término independiente hasta el de mayor grado. Por ejemplo:

5*x*4 + 3*x*3 − 5*x*2 + 6*x* + 4

Como tiene todos los grados es un polinomio completo y, además, es ordenado. Mientras que la expresión

5*x*3 + 3*x* – 2

aunque está ordenado, no es un polinomio completo, porque le falta el término de *x*2.

[SECCIÓN 3] **1.4.1 Binomios y trinomios**

Un **binomio** es un polinomio que consta únicamente de dos términos, mientras que un **trinomio** consta de tres términos; aunque el concepto de polinomio abarca expresiones de uno, dos o tres términos, este concepto se usa principalmente para expresiones que tienen cuatro o más términos.

2*x* + 3

9*x2 + x*

6*x2 +* 8*x* – 6

Las dos primeras expresiones corresponden a binomios, uno de primer grado y otro de segundo grado, mientras que la tercera expresión es un trinomio de segundo grado.

[SECCIÓN 3] **1.4.2 Polinomios semejantes**

Dos polinomios son semejantes si y solo si sus partes literales son iguales entre sí, por ejemplo:

5*xy* + 7*xy3* – 2*x3y2*  y –3/5 *xy +* 2*xy3 +* 4*x3y2*

Estos polinomios son semejantes ya que si los comparamos término a término, nos damos cuenta que sus partes literales son iguales entre sí.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Términos de los polinomios** | | **Parte literal de ambos términos** |
| 5*xy* | –3/5 *xy* | *xy* |
| 7*xy3* | 2*xy3* | *xy3* |
| – 2*x3y2* | 4*x3y2* | *x3y2* |

[SECCIÓN 3] **1.4.3 Polinomios opuestos**

Dos polinomios son opuestos si y solo si uno es el opuesto aditivo del otro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El opuesto aditivo de un número *a*  es *–a* y significa que:  *a + (– a) = 0* |

Así, por ejemplo, el opuesto de 7*xy* es *–*7*xy*, ya que:

7*xy +* (*–*7*xy*) = 0

¿Cuál es el opuesto del siguiente polinomio?

5*xy* + 3*x* – 2*y*

Por la definición de polinomio opuesto, este se debe escribir entre paréntesis y con el signo menos, así:

– (5*xy* + 3*x* – 2*y*)

Por la propiedad distributiva de la multiplicación, el signo menos se puede distribuir entre el paréntesis y obtener:

– (5*xy* + 3*x* – 2*y*) = – 5*xy* – 3*x* + 2*y*

En términos más comunes, para determinar el polinomio opuesto a un polinomio dado lo único que se debe hacer es cambiar los signos de los términos del polinomio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Polinomio** | **Polinomio opuesto** |
| *x3 +* 2*x2 –* 6x | *–x3 –* 2*x2* +6x |
| 6*xy* – 3*xy2* + *x2y* | – 6*xy* + 3*xy2* – *x2y* |
| –*x*  + y + 3*x* – 2*z +* 2*xy* | *x* – y – 3*x +* 2*z* – 2*xy* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC40 |
| **Título** | Clasificación de las expresiones algebraicas |
| **Descripción** | Actividad que permite diferenciar un monomio y polinomios de expresiones que no lo son |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC50 |
| **Título** | Características de los polinomios |
| **Descripción** | Actividad que permite recordar las características de los polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.5 El valor numérico de un polinomio**

Hallar el valor numérico de un polinomio, o evaluar un polinomio, es sustituir las letras por números conocidos y desarrollar las operaciones que queden indicadas.

Por ejemplo, evaluar el polinomio 2*x2* + 3*xy* – 2*y* para *x =* 2 y *y =* -1.

|  |  |
| --- | --- |
| 2*x2* + 3*xy* – 2 | Polinomio dado. |
| 2(2)*2* + 3(2)( –1) – 2 | Se sustituye *x*, *y* por 2 y -1 respectivamente. |
| 2(4) – 6 + 2 | Se desarrollan la potencia y la multiplicación indicadas. |
| 8 – 6 +2 | Se resuelve la multiplicación indicada. |
| 4 | Se adiciona y se obtiene la respuesta. |

Evaluar el polinomio 4*x2* – 12*xy* + 9*y2* para *x = y =* -2

|  |  |
| --- | --- |
| 4*x2* – 12*xy* + 9*y2* | Polinomio dado. |
| 4(-2)*2* – 12(–2)( –2) + 9(-–2)*2* | Como *x = y*, se sustituyen las variables por -2. |
| 4(4) – 12(– 2)(– 2) + 9(4) | Se desarrollan las potencias indicadas. |
| 16 – 48 + 36 | Se resuelven los productos indicados. |
| 4 | Se soluciona la adición y se obtiene el resultado. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El perímetro de un rectángulo se representa mediante un polinomio. Cuando se calcula un perímetro lo que se hace es hallar su valor numérico. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC60 |
| **Título** | Valor numérico de un polinomio |
| **Descripción** | Actividad para ejercitar la evaluación numérica de los polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.6 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC70 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: las expresiones algebraicas |
| **Descripción** | Actividad para reforzar y recordar todo lo aprendido sobre las expresiones algebraicas |

[SECCIÓN 1] **2 Las operaciones aditivas entre polinomios**

Los polinomios como los números reales, son expresiones con las que podemos operar y obtener nuevas expresiones algebraicas. Si se tiene un polinomio:

20*m* + 15*p* + 8*n*

y otro polinomio:

12*m* + 7*p* + 8*n*

La unión de las frutas de los dos polinomios será:

32*m* + 22*p* + 16*n*

[SECCIÓN 2] **2.1 Reducción de términos semejantes**

Para reducir una expresión algebraica cuando aparecen únicamente adiciones y sustracciones, se agrupan los términos semejantes y se operan los coeficientes como se realiza la adición de monomios.

Así, para reducir a términos semejantes la expresión:

3*x3 +* 8*x2* – 8*x* +4 – 9*x3* +*x2* + 6*x* – 7

Se realiza el siguiente procedimiento:

|  |  |
| --- | --- |
| (3*x3* – 9*x3*) + (8*x2* + *x2*) + (–8*x* + 6*x*) + (4 – 7) | Se agrupan términos semejantes. |
| (3– 9) *x3* + (8 + 1) *x2* + (–8+ 6) *x* + (4 – 7) | Se aplica la propiedad distributiva. |
| –6*x3* +9*x2* – 2*x* – 3 | Se realizan las operaciones indicadas entre paréntesis y se obtiene el resultado. |

[SECCIÓN 2] **2.2 Adición y sustracción de monomios**

Si dos o más monomios son semejantes, se halla la suma o diferencia de los coeficientes y se deja la misma parte literal. Observa los ejemplos.

Si se quiere adicionar 5*xy* con 3*xy* se tiene:

5*xy* + 3*xy* = (5 + 3)*xy*

*=* 8*xy*

Ahora, si se adicionan: ½ *x2,* 4*x2* y 2/3 *x2*

MA\_08\_02\_018.gif

Para sustraer dos monomios se procede del mismo modo que en la adición. Si de 5*xy* se quiere sustraer ½ *xy* se tiene:

MA\_08\_02\_020.gif

Ahora, si se realiza la sustracción de –7*x* y –9*x*, se tiene:

–7*x* – –(9*x*) = (–7 – (–9))*x*

*=* (–7 + 9) *x*

*=* 2*x*

En el caso de la sustracción se debe tener cuidado de no confundir el signo de la operación con el signo del número, observa el ejemplo.

–7*x* – (–9*x*) = –7*x* + 9*x* = 2*x*

[SECCIÓN 2] **2.3 La adición de polinomios**

Para adicionar dos o más polinomios se deben tener en cuenta las siguientes reglas:

* Aplicar las propiedades asociativa y conmutativa de la adición para agrupar términos semejantes.
* Adicionar los coeficientes de cada uno de los términos semejantes.

Así, si se quiere adicionar:

6*x3* + 2*x2* – 8*x* + 3 y –5*x3* + 4*x2* + 2*x* – 7

se tiene:

|  |  |
| --- | --- |
| (6*x3* + 2*x2* – 8*x* + 3) + (–5*x3* + 4*x2* + 2*x* – 7) | Escribir la adición. |
| (6*x3* –5*x3*) + (2*x2* + 4*x2*) + (– 8*x* + 2*x*) + (3 – 7) | Se asocian términos semejantes. |
| *x3* + 6*x2* – 6*x* – 4 | Operar coeficientes y obtener el resultado. |

[SECCIÓN 2] **2.4 La sustracción de polinomios**

Para sustraer dos polinomios se sigue el mismo procedimiento que en la adición; además, se tiene en cuenta que el signo menos antes de un paréntesis cambia todos los signos de los términos dentro del paréntesis, se sustrae el polinomio minuendo con el polinomio opuesto del sustraendo.

Realicemos la sustracción de 2*xy* – 3*xy2* – 2*x2y* con 5*xy* + 6*xy2* – 5

|  |  |
| --- | --- |
| (2*xy* – 3*xy2* – 2*x2y*) – (5*xy* + 6*xy2* – 5) | Se escribe la sustracción. |
| 2*xy* – 3*xy2* – 2*x2y* – 5*xy* – 6*xy2 +* 5 | Se escribe el opuesto del polinomio sustraendo. |
| (2*xy* – 5*xy*) + (– 3*xy2* – 6*xy2*) – 2*x2y* + 5 | Se agrupan términos semejantes. |
| –3*xy* – 9*xy2* – 2*x2y* + 5 | Se operan los términos semejantes y se tiene el resultado. |

Observa que en este caso los términos –2*x2y* y 5 no tienen otros términos semejantes, en estos casos se dejan igual en el resultado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC80 |
| **Título** | La adición y sustracción de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para practicar la adición y la sustracción de polinomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3° ESO/Matemáticas/Las expresiones algebraicas y las ecuaciones/Los polinomios |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Tomar únicamente la parte de adición y sustracción de polinomios.  Cambiar la expresión “Sabríais” por sabes.  En la explicación de la sustracción, cambiar el signo de “+” por el de “-” entre los dos polinomios.  Cambiar el nombre de operaciones con polinomios a La adición y sustracción de polinomios. |
| **Título** | La adición y sustracción de polinomios |
| **Descripción** | Interactivo que permite estudiar la adición y la sustracción de polinomios |

[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC100 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: la adición de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para reforzar lo visto de la adición de polinomios |

[SECCIÓN 1] **3 Multiplicación y división de polinomios**

Para multiplicar y dividir dos polinomios se deben tener en cuenta las propiedades de la potenciación de los números reales, la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición y la ley de los signos.

[SECCIÓN 2] **3.1 Ley de los exponentes para la multiplicación, el cociente y la potenciación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Ley de los exponentes** |
| **Contenido** | La ley de los exponentes se define a partir de las propiedades de la potenciación de los números reales.  *xm ∙xn = xm + n*  MA\_08\_02\_022.gif  (*xm*)*n = xm∙n*  Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición.  *a*(*x + y*) = *ax + ay* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC110 |
| **Título** | Practica la ley de los exponentes |
| **Descripción** | Actividad para practicar cómo se aplica la ley de los exponentes |

[SECCIÓN 2] **3.2 La multiplicación de expresiones algebraicas**

Si se tienen dos rectángulos que comparten un lado en común, ¿cómo se puede calcular el área total si solo se conoce que el lado común mide 2*x* y los otros lados 7*xy* y 3*x*? Para resolver este tipo de situaciones se debe estudiar la multiplicación de los polinomios.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El área del rectángulo se calcula multiplicando la base por la altura, que en este caso son expresiones algebraicas. |

[SECCIÓN 3] **3.2.1 La multiplicación de monomios**

Para multiplicar dos monomios, se realiza el producto de sus coeficientes y para las partes literales se aplica la ley de los exponentes, así:

7*x3y* ∙ 2*x4y4* = 7 ∙ 2 *x*3 + 4 *y* 1 + 4

= 14*x7y5*

Se debe tener en cuenta que para multiplicar dos monomios no importa si son semejantes o no, a diferencia de como se hace en la adición y la sustracción.

[SECCIÓN 3] **3.2.2 La multiplicación de un monomio por un polinomio**

Para multiplicar un monomio por un polinomio se aplica la propiedad distributiva multiplicando los coeficientes entre sí, y las partes literales entre sí aplicando la ley de los exponentes. Por ejemplo:

5*x3y* (2*x* + 3*y3*) = 5*x3y* ∙ 2*x* + 5*x3y* ∙ 3*y3*

*=* 5 ∙ 2*x3 + 1y* + 5 ∙ 3*x3y1 + 3*

*=* 10*x4* + 15*x3y4*

El monomio multiplica a cada término del polinomio, así:

–3*x3*(–2*x5* + 5*x4* + *x3* – 2*x* + 1) = 6*x8* – 15*x7* – 3*x6* + 6*x4* – 3*x3*

[SECCIÓN 3] **3.2.3 La multiplicación de polinomios**

Para multiplicar dos polinomios, cada término del primer polinomio multiplica a cada término del segundo y luego se operan los términos semejantes. Por ejemplo:

multiplicar (2*x* + 3) por (3*x*2 - 2*x*).

(2*x* + 3) (3*x2 –* 2*x*) = 2*x* ∙ 3*x2 +* 2*x* *–*2*x* + 3 ∙ 3*x2* + 3 ∙ *–*2*x*

*=* 6*x3* – 4*x2* + 9*x2* – 6*x*

= 6*x3 +* 5*x2 –* 6*x*

Observa cómo los términos del primer polinomio se distribuyeron en los términos del segundo polinomio para realizar la multiplicación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Otra forma en que podemos ver la multiplicación es organizando un factor debajo del otro. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC120 |
| **Título** | Multiplicación de polinomios |
| **Descripción** | Esta actividad permite practicar la multiplicación entre polinomios |

[SECCIÓN 2] **3.3 La división de expresiones algebraicas**

Si el área de un rectángulo se representa con la expresión 8*x2 +* 4*x* y uno de sus lados mide *4x*, ¿cuánto mide el otro lado?

Para resolver este problema se debe recurrir a la división entre polinomios.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El resultado de la división entre dos polinomios es otro polinomio de grado menor que el dividendo. |

[SECCIÓN 3] **3.3.1 La división entre monomios**

Para dividir dos monomios se dividen o simplifican los coeficientes, y se sustraen los exponentes de la parte literal según la ley de los exponentes.

|  |  |
| --- | --- |
| Ejemplo 1 | Ejemplo 2 |
| MA\_08\_02\_027.gif | MA\_08\_02\_028.gif |
| Se dividen los coeficientes y se sustraen los exponentes. | Se simplifican los coeficientes y se sustraen los exponentes. |

[SECCIÓN 3] **3.3.2 La división de un polinomio por un monomio**

En este caso, cada término del polinomio se divide entre el monomio.

MA\_08\_02\_029.gif

MA\_08\_02\_030.gif

= 5*x6y3* – 9*x4y2 +* 10*x3y1* + 4*x*

[SECCIÓN 3] **3.3.3 La división entre dos polinomios**

Para dividir dos polinomios se realiza el procedimiento que se indica a continuación.

1. Se escriben los dos polinomios ordenados en forma descendente con respecto a una de las variables; si faltan términos se dejan los espacios o se completan con ceros.

2. Se confirma que el grado del polinomio dividendo sea mayor que el grado del polinomio divisor.

3. Se escribe la división de manera similar a como se realiza con números naturales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | División entre dos polinomios. El residuo es 17 ya que el grado de este monomio es cero y es menor que el grado del divisor. |

Dividir 4*x2* – 9 entre 2*x* + 3. En este caso como falta el término de grado 1 en *x*, se debe colocar 0*x* para efectuar la división.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cuando en la división falten términos para que el polinomio sea completo, se agregan ceros en los espacios de los términos que faltan. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC130 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4°ESO/Matemáticas/Lospolinomios/lasoperacionesconpolinomios/ladivisióndepolinomios/practicaladivision de polinomios |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Practica la división de polinomios |
| **Descripción** | Esta actividad permite practicar la división entre polinomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC140 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO/Matemáticas/Las expresiones algebraicas y las ecuaciones/los polinomios |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Tomar únicamente la parte de multiplicar y dividir polinomios  Cambiar la expresión “Sabríais” por “sabes”.  Cambiar el título de “Practica operaciones con polinomios” a “La multiplicación y división de polinomios” |
| **Título** | La multiplicación y la división de polinomios |
| **Descripción** | Interactivo que permite estudiar la multiplicación y la división de polinomios |

[SECCIÓN 3] **3.3.4 La división sintética**

La división sintética es un algoritmo que permite desarrollar una división de forma simplificada cuando el divisor es *x* – *a*, donde *a* es un número entero. Se realiza de la siguiente forma:

Para dividir *P(x) =* 4*x4* + 2*x2* – 6*x* + 5 entre *Q(x) = x –* 2 se procede de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** | |  |  | | --- | --- | |  | Se escriben los coeficientes del dividendo, completando con ceros los espacios de los términos que faltan para que el polinomio sea completo, y se escribe el término independiente del divisor.  Se baja a un tercer renglón el primer coeficiente del dividendo.  Se multiplica el primer coeficiente por el término independiente del divisor; el resultado se escribe en el segundo renglón debajo del segundo coeficiente.  Se adiciona 0 + 8 y el resultado se escribe debajo de ellos. Esta suma se multiplica de nuevo por el término independiente; este proceso se repite hasta llegar al último coeficiente. | |  | El último número en este proceso es el residuo, los demás son los coeficientes del resultado empezando de izquierda a derecha. Se debe tener en cuenta que el resultado va a ser de un grado menor que el dividendo. | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Método de la división sintética. |

¿Cómo se obtuvieron los números 8, 16, 36 y 60 del segundo renglón y 4, 8, 18, 30 y 65 del tercer renglón?

4 ∙ 2 = 8

0 + 8 = 8 y 8 ∙ 2 = 16

16 +2 = 18 y 18 ∙ 2 = 36

–6 + 36 = 30 y 30 ∙ 2 = 60

5 + 60 = 65

[SECCIÓN 3] **3.3.5 El teorema del residuo**

Según el **teorema del residuo**, el resto *R* de dividir un polinomio *P*(*x*) entre otro polinomio *Q*(*x*) = (*x* − *a*) es el valor numérico del polinomio para *x* = *a*, es decir:

*P*(*a*) = *R*

Se calcula, por ejemplo, el resto de la división de *P*(*x*) entre *Q*(*x*), donde:

*P*(*x*) = 5*x*4 − 3*x*3 − 8*x*2 − *x* − 15

*Q*(*x*) = *x* – 2

Para ello, se halla el valor numérico del polinomio *P*(*x*) para *x* = 2:

*P*(2) = (5 · 24) − (3 · 23) − (8 · 22) − 2 −15 =

= (5 · 16) − (3 · 8) − (8 · 4) − 2 −15 =

= 80 − 24 − 32 − 2 − 15 = 7

De esta manera, se puede obtener el resto *R* sin necesidad de calcular toda la división:

*R* = 7

Este teorema es útil en el sentido que permite determinar si *Q*(*x*) = (*x* − *a*) es un divisor de *P(x*), esto sucede cuando el resto es cero.

Si se calcula el resto de dividir *P(x) =*  3*x2* – 7*x* – 6 entre *Q(x) = x* – 3:

*P(*3*) =* 3(3)2 – 7(3) – 6

= 3(9) – 21 – 6

= 27 – 27 = 0

Como en ese caso *P*(3) = 0, se puede asegurar que *x* − 3 es un divisor de *P(x).*

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC150 |
| **Título** | División sintética y teorema del residuo |
| **Descripción** | Esta actividad permite practicar la división sintética y el teorema del residuo |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC160 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4°ESO/Matemáticas/lospolinomios/Elteoremadelresto/Profundiza:Elteoremadelresto |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar la expresión “Sabríais” por sabes, y la palabra “resto” por “residuo”.  Cambiar el título del “Teorema del resto” al “teorema del residuo” |
| **Título** | El teorema del residuo |
| **Descripción** | Interactivo que permite estudiar la división sintética y el teorema del residuo |

[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC170 |
| **Título** | Refuerza el aprendizaje: la división y la multiplicación de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para reforzar lo visto de la multiplicación y división de polinomios |

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC180 |
| **Título** | Competencias: el proceso de la construcción del álgebra |
| **Descripción** | Actividad que permite investigar cómo surgió el álgebra en la humanidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC190 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO/Matemáticas/lasexpresionesalgebraicasylasecuaciones/lospolinomios/practicaoperacionesconpolinomios |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Practica operaciones con polinomios |
| **Descripción** | Esta actividad permite ejercitar las operaciones básicas con los polinomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC200 |
| **Título** | Competencias: las expresiones algebraicas |
| **Descripción** | Esta actividad permite comunicar lo que has aprendido de las expresiones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC210 |
| **Título** | Proyecto: uso de las ecuaciones de primer grado en la solución de problemas |
| **Descripción** | Actividad que guía el trabajo colaborativo para reconocer y aplicar el lenguaje matemático en contextos reales |

[SECCIÓN 1] **5 Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_02\_CO\_REC220 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_02\_CO\_REC230 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad para poner a prueba lo que has aprendido de los polinomios. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_02\_CO\_REC240 | |
| **Web 01** | *https://sites.google.com/a/ut.edu.co/usoftmath/polinomios* | Página en la que encontraras un software para trabajar con polinomios |
| **Web 02** | *http://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/polinomios.html* | *Web en la que puedes saber más de los polinomios* |
| **Web 03** | *http://www.ematematicas.net/polinomios.php* | *Web en la que puedes practicar las operaciones con polinomios* |