|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Factorización** |
| Código del guion | MA\_08\_04\_CO |
| Descripción | ¿Qué significa factorizar en matemáticas?  Cuando hablamos de factorización, nos referimos a multiplicación, es decir, escribir una expresión o un número en términos de una multiplicación. |

[SECCIÓN 1] **1 El concepto de factorización**

[SECCIÓN 2 **1.1 Descomposición factorial**

Para estudiar el concepto de factorización se debe revisar que significa descomponer en factores un número o una expresión algebraica.

¿Cómo se descompone en factores primos un número?Descomponer en factores primos un número significa escribirlo como la multiplicación de números primos. Por ejemplo:

En cada ejemplo los números se escribieron como una multiplicación, en este caso de números primos, y a esto se le llama descomposición factorial, así cualquier número natural es posible escribirlo como el producto de factores primos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Descomposición de un número natural en factores primos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Los números primos son aquellos que son divisibles únicamente por la unidad y él mismo. Tales como:  Por ejemplo; |

[SECCIÓN 2 **1.2 Descomposición factorial de una potencia**

La descomposición factorial de una potencia se realiza aplicando el proceso inverso de la potenciación, es decir escribir la potencia como una multiplicación reiterada. Por ejemplo:

En cada ejemplo la potencia se reescribió como una multiplicación iterada en donde el exponente indica cuantas veces se repite la base.

[SECCIÓN 2 **1.3 Factorización de un monomio**

A partir de la descomposición factorial de un número y de una potencia, factorizar un monomio significa descomponer en factores primos el coeficiente (parte numérica) y escribir como factores la parte literal. Por ejemplo:

En cada ejemplo el coeficiente se descompuso en factores primos y la parte literal se expresó como un producto reiterado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC10 |
| **Título** | Descomposición factorial de un monomio |
| **Descripción** | Actividad para practicar la descomposición como producto de factores de un monomio |

[SECCIÓN 2 **1.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC20 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: la factorización de un monomio |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la factorización de monomios |

[SECCIÓN 1 **2 Factor común**

El factor común de una expresión algebraica es aquel que se repite en cada expresión algebraica cuando esta se escribe en términos del producto de sus factores. Algunos ejemplos de factor común son los siguientes:

* ¿Cuál será la expresión que es común a los monomios ?

Lo primero que se debe hacer es escribir cada monomio como un producto de factores, por lo tanto:

Ahora se debe observar que es lo que se repite en cada caso:

Para cada monomio, el 3 es un número común y la *x* esta por lo menos tres veces en cada uno de ellos, por lo tanto se puede decir que el factor común de es el monomio **.**

* Hallar el factor común entre

Descomponiendo como producto de factores a cada monomio se obtiene:

Los términos comunes entre los tres monomios son: el 2 y el 3 que se encuentran por lo menos una vez en cada monomio, la *x* que esta por lo menos dos veces en cada monomio y por último la *y* que también está dos vecen en cada monomio, por tanto el factor común de los tres monomios es **.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Factor común** |
| **Contenido** | En cada ejemplo el factor común, se compone de la parte numérica y la parte literal que se repiten en cada monomio y tienen la menor potencia. Por ejemplo:  El factor común de seria porque:  En este caso la descomposición factorial se ha realizado aplicando la propiedad uno de la potenciación para reescribir cada potencia y mirar los factores comunes que en este caso son los de la menor potencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC30 |
| **Título** | Factorización de monomios |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de monomios |

[SECCIÓN 2 **2.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC40 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Factorización de monomios |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la factorización de monomios |

[SECCIÓN 1] **3** **Factorización de un polinomio mediante el factor común**

Factorizar un polinomio consiste en hallar una expresión algebraica que sea equivalente y que se escriba como el producto de dos o más polinomios. Para ello es importante estudiar los siguientes casos:

[SECCIÓN 2] **3.1 Monomio como factor común de un polinomio**

Cuando en un polinomio cada uno de sus términos tiene un factor común, este será el factor común del polinomio.

Por ejemplo en el polinomio el factor que es común es , por tanto el polinomio se puede reescribir como:

Realizar esta factorización consiste en aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma en forma inversa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | ¿Cómo se halla el factor común de un polinomio? |
| **Contenido** | Para hallar el factor común se deben seguir los siguientes pasos:   * Escribir cada coeficiente como el producto de factores primos y hallar el factor con los números que se repitan y tengan menor exponente. * El factor común de la parte literal será la parte literal que se repite y además tiene el menor exponente. * La factorización resulta de multiplicar el factor común por el cociente de cada termino del polinomio entre el factor común. |

* Se desea factorizar mediante factor común el polinomio .

Escribiendo cada coeficiente como el producto de factores primos se tiene:

Los términos comunes son 3, *x* y *y*.

Los que tienen el menor exponente: el de es mientras que el de es , por tanto el factor común es  así la factorización de sera:

* Factorizar:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC50 |
| **Título** | Factor común de un polinomio |
| **Descripción** | Actividad para practicar el factor común de un polinomio |

[SECCIÓN 2] **3.2 Factor común por agrupación de términos**

Este caso se da cuando no todos los términos de un polinomio tienen un factor común, pero entre algunos de ellos si existe el factor común; en este caso se asocian los términos con factor común para obtener un polinomio que sea común y permita expresar el polinomio original como el producto de dos o más polinomios. Por ejemplo:

* Factorizar:

Se puede observar que no todos los términos del polinomio tienen el mismo factor común; así que se debe reagrupar el polinomio de tal modo que se pueda identificar cuál es el factor común:

Los tres primeros términos tienen como factor común , los otros tres tienen como factor común , así se tiene que:

Por tanto:

Ahora el polinomio es factor común de y de , luego:

* Factorizar por agrupación de términos el polinomio:

Otra forma de factorizar el polinomio es:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC60 |
| **Título** | Factor común por agrupación de términos |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un polinomio mediante la agrupación de términos |

[SECCIÓN 2] **3.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC70 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Factor común y factor por agrupación de términos |
| **Descripción** | Actividad para calcular y expresar el área de rectángulos mediante el factor común |

[SECCIÓN 1] **4** **Factorización de Binomios**

La factorización de un binomio cuando no tienen términos comunes, se realiza de acuerdo a los siguientes casos:

[SECCIÓN 2] **4.1 Factorización de la diferencia de cuadrados**

La diferencia de cuadrados es posible factorizarla con el producto notable de la suma por la diferencia de las raíces de cada término:

Por ejemplo:

* Para factorizar

Se calcula la raíz cuadrada de cada término:

Por tanto:

* Para factorizar

Se calcula la raíz cuadrada de cada término:

Por tanto:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC80 |
| **Título** | Factorización por diferencia de cuadrados |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un binomio por diferencia de cuadrados |

[SECCIÓN 2] **4.2** **Factorización de la diferencia de Cubos**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Si se multiplican ambos lados de la igualdad por la expresión se obtendrá:  Para hallar los términos *a* y *b*, se calcula la raíz cubica de cada termino del binomio. |

Observa los siguientes ejemplos:

Se calcula la raíz cubica de cada término:

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene:

Se calcula la raíz cubica de cada término:

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene:

[SECCIÓN 2] **4.3** **Factorización de la suma de Cubos**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Multiplicando los dos lados de la igualdad por la expresión se tiene:  Para hallar los términos *a* y *b*, se calcula la raíz cubica de cada termino del binomio. |

Observa los siguientes ejemplos:

Se calcula la raíz cubica de cada término:

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene:

Se calcula la raíz cubica de cada término:

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene que:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC90 |
| **Título** | Factorización de la suma y la diferencia de cubos |
| **Descripción** | Actividad para practicar la suma y la diferencia de cubos |

[SECCIÓN 2] **4.4** **Factorización de la suma y la diferencia de potencias iguales**

Para la factorización de expresiones como y es necesario recordar los cocientes notables de los siguientes casos:

* es divisible entre , si n es par o impar.
* es divisible entre solo si n es par.
* es divisible entre solo si n es impar.
* nunca es divisible entre ni entre a-b cuando n es par.

[SECCIÓN 3] **4.4.1** **Factorización de y**

De los cocientes notables se tiene que:

Multiplicando por los dos lados de la igualdad:

Por ejemplo al factorizar se tiene:

En el caso de **:**

Multiplicando por los dos lados de la igualdad:

Al factorizar se obtiene:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Potencias múltiplos de 2 y de 3** |
| **Contenido** | Para la suma y la diferencia de potencias con igual exponente, si el exponente *n* es un múltiplo de 3, se aplica la diferencia o la suma de cubos.  Si el exponente es par pero no es múltiplo de 3, se debe aplicar la diferencia de cuadrados. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC100 |
| **Título** | Factorización de potencias iguales |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de la suma y la diferencia de potencias iguales |

[SECCIÓN 2] **4.5** **Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC110 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Factorización de binomios |
| **Descripción** | Actividad para recordar cómo se factorizan los diferentes tipos de binomios |

[SECCIÓN 1] **5** **Factorización de trinomios**

[SECCIÓN 2] **5.1** **Trinomio cuadrado perfecto**

Un trinomio cuadrado perfecto es de la forma y para factorizarlo se procede de la siguiente forma:

* Se calcula la raíz cuadrada de los términos y .
* Se verifica que el producto , sea igual al resultado del segundo término.
* Si la raíz de los termino es exacta y se verifica el producto, se escribe de la forma:

Observa los siguientes ejemplos.

Se calcula la raíz cuadrada de los términos y :

Se verifica el producto :

Como se cumple que este producto es igual al segundo término, se concluye que:

Se calcula la raíz cuadrada de los términos y :

Se verificamos el producto :

Como se cumple que este producto es igual al segundo término:

Se calcula la raíz cuadrada de los términos y :

Se verifica el producto :

En este caso por tanto este trinomio no se puede factorizar como un trinomio cuadrado perfecto y es necesario estudiar otro tipo de factorización.

[SECCIÓN 2] **5.2** **Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción**

Este caso se da cuando las raíces del primer término y del segundo término son exactas, pero el doble de su producto no se corresponde con el segundo término.

Para trinomios de la forma que al verificarlo no corresponden a un trinomio cuadrado perfecto se procede de la siguiente forma:

* Se adiciona y sustrae la cantidad necesaria para que el segundo término del trinomio sea igual al doble del producto de las raíces de *a* y de *b*.
* Se agrupa nuevamente el trinomio para que sea cuadrado perfecto.
* Se factoriza el trinomio.

Observa los siguientes ejemplos.

y

y

Entonces ¿Cuánto le falta a para ser igual a ?, es , por tanto se adiciona 4*x* al segundo término y para que el trinomio no se altere se sustrae 4

La última expresión corresponde a una diferencia de cuadrados, por tanto se puede factorizar:

Luego:

* Factorizar

Se calcula la raíz del primer y tercer término:

Se desarrolla el producto de las raíces multiplicado por 2:

Se identifica cuanto le falta al segundo término para ser igual a , que es , ahora se procede a factorizar:

* Factorizar

Se calculas la raíz del primer y tercer término:

Se desarrolla el producto de las raíces multiplicado por 2:

Se identifica cuanto le falta al segundo término para ser igual a , que es , ahora se procede a factorizar:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC120 |
| **Título** | Trinomio cuadrado perfecto y trinomio por adición y sustracción |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un trinomio cuadrado perfecto y un trinomio por adición y sustracción |

[SECCIÓN 2] **5.3** **Trinomio cuadrado de la forma**

Un trinomio de la forma cumple las siguientes características:

* El coeficiente del primer término siempre es 1.
* La potencia de la parte literal del primer término es de la forma 2*n*.
* La potencia del segundo término siempre es *n*.
* El tercer término es una constante

Algunos ejemplos son:

Para factorizar cada uno de estos trinomios primero se verifica si son trinomios cuadrados perfectos, de no ser así se procede del siguiente modo:

* El trinomio se descompone en el producto de dos binomios cuyo primer término es la raíz de , es decir: .
* El signo del segundo término en el primer binomio, es el signo del segundo término del trinomio, y el signo del segundo término del segundo binomio es el producto de los signo del segundo y tercer signo del trinomio.
* Si los signos de los binomios son iguales, se buscan dos números que multiplicados sean *b* y sumados sean *c*. Por el contrario si los signos son diferentes se buscan dos números que multiplicados sean *c* y restados sean *b*.

Observa los siguientes ejemplos:

* Factorizar

Se obtiene la raíz cuadrada de :

Se escriben los dos binomios de forma que el primer término de cada binomio sea *x*:

El signo en el primer binomio es negativo ya que es el signo del segundo término, y el signo del segundo binomio es negativo porque el producto de los signos del segundo y el tercer término es negativo.

Como los signos de los binomios son iguales se deben identificar dos números que multiplicados entre si sean igual a 6 y adicionados entre si 5; en este caso son 2 y 3, ya que y por tanto la factorización del trinomio es:

* Factorizar

Se obtiene la raíz cuadrada de

Ahora se escriben los dos binomios de forma que el primer término de cada binomio sea :

El signo en el primer binomio es positivo ya que es el signo del segundo término, y el signo del segundo binomio es positivo porque el producto de los signos del segundo y el tercer término es positivo.

Como los signos de los binomios son iguales se deben identificar dos números que multiplicados entre si sean igual a 60 y al adicionarse entre sí 16; en este caso son 6 y 10, ya que y por tanto la factorización del trinomio es:

* Factorizar

Como el signo de los binomios es diferente, se deben identificar dos números que multiplicados entre si sean iguales a 16 y al adicionarse (en este caso se sustraen) sean igual a 6.

[SECCIÓN 2] **5.4** **Trinomio cuadrado de la forma**

Para factorizar un trinomio de la forma , se divide y multiplica todo el trinomio por *a* y se escribe el trinomio del siguiente modo:

Se hace un cambio de variable así y el trinomio queda de la forma:

De esta forma se puede factorizar como el caso anterior.

Observa los siguientes ejemplos:

* Factorizar

Haciendo se tiene:

Ahora se puede factorizar como en el caso anterior, buscando dos números que multiplicados entre si sean iguales a 30 y al adicionarse entre sí sean 13, en este caso 10 y 3 ya que, y , luego la factorización es:

Como , se tiene que:

En el binomio se puede extraer 5 como factor común, por tanto:

Y simplificando queda:

Con lo cual se concluye que:

* Factorizar

Primero se divide y multiplica el trinomio por 20 para obtener:

Si se evita el paso de cambio de variable y se factoriza directamente:

En este caso se pueden identificar dos números que multiplicados entre si sean iguales a 120 y al restarse entre sí se obtenga 7, ya que los signos de los binomios son diferentes.

Si se halla el factor común de cada binomio:

Por tanto se concluye que:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC130 |
| **Título** | Trinomio cuadrado |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un trinomio cuadrado |

[SECCIÓN 2] **5.5** **Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Factorización de trinomios |
| **Descripción** | Actividad para recordar cómo se factorizan los diferentes tipos de trinomios |

[SECCIÓN 1] **6** **Factorización de un cubo perfecto**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | De los productos notables se vio que:  Por tanto un cubo perfecto es un polinomio que debe tener algunas de las siguientes formas: |

Para que un polinomio sea un cubo perfecto debe cumplir:

* El polinomio debe tener cuatro términos.
* El primer y el cuarto termino deben tener raíz cubica exacta.
* El segundo término es el triple del producto del cuadrado de la raíz cubica del primer término y la raíz cubica del cuarto termino.
* El tercer término es el triple del producto de la raíz cubica del primer término y el cuadrado de la raíz cubica del cuarto término.

Por ejemplo:

* Verificar si el polinomio es un cubo perfecto.

Cumple la primera condición ya que el polinomio consta de 4 términos.

La secunda condición también se cumple porque la raíz cubica del primer y el último término es exacta:

y

La tercera y la cuarta condición se cumplen así:

Por tanto el polinomio se puede factorizar como un cubo perfecto:

* Verificar si el polinomio es un cubo perfecto.

Se obtiene la raíz cubica del primer y el cuarto término:

Ahora se verifican la tercera y la cuarta condición:

Por tanto el polinomio se puede factorizar como un cubo perfecto:

En este caso como los signos son alternados, la factorización se hace como la diferencia de un cubo perfecto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC150 |
| **Título** | Cubo perfecto |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un cubo perfecto |

[SECCIÓN 2] **6.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC160 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Factorización de un cubo perfecto |
| **Descripción** | Actividad para recordar lo aprendido de la factorización de un cubo perfecto |

[SECCIÓN 1] **7 Combinación de los casos de factorización**

A veces una expresión algebraica no se puede factorizar de forma inmediata aplicando los diferentes casos vistos, y por tanto es necesario combinar dos a más de los casos vistos.

Por ejemplo:

* Factorizar

8 es factor común ya que 81= y 84=32, por tanto:

La expresión es una diferencia de cuadrados, así que se puede factorizar como tal:

Por tanto la factorización completa es:

En este caso se aplicó factor común y diferencia de cuadrados.

* Factorizar
* Factorizar

Factor común Factor común

Trinomio cuadrado perfecto

Diferencia de cuadrados

Eliminación de paréntesis

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC170 |
| **Título** | Los casos de factorización |
| **Descripción** | Actividad para practicar los diferentes casos de factorización |

[SECCIÓN 2] **7.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC180 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Combinación de los casos de factorización |
| **Descripción** | Actividad para afianzar el concepto de factorización |

[SECCIÓN 1] **8 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC190 |
| **Título** | Competencias: Los casos de factorización |
| **Descripción** | Actividad para recordar algunos casos de factorización |

[SECCIÓN 1] **9 Fin de la unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC200 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC210 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad para evaluar lo aprendido de la factorización |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC270 | |
| **Web 01** | *Casos de factorización* | [*http://keyla-villamizar.blogspot.com/*](http://keyla-villamizar.blogspot.com/) |
| **Web 02** | *Factorización de un polinomio* | [*http://www.vitutor.com/ab/p/a\_12.html*](http://www.vitutor.com/ab/p/a_12.html) |
| **Web 03** | *Título* | *URL* |