|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **La factorización** |
| Código del guion | MA\_08\_04\_CO |
| Descripción | Cuando se habla de factorización en matemáticas se hace referencia a escribir una expresión algebraica en términos de una multiplicación. |

[SECCIÓN 1] **1 El concepto de factorización**

Cuando se determina que un número es primo, es porque no es posible escribirlo como el producto de dos o más números positivos menores que él. Por ejemplo, el número 11, es primo, y por consiguiente no se puede expresar como el producto de dos factores menores que él, mientras que 21, se puede expresar como el producto de dos factores menores que él que son 3 y 7. Una situación similar sucede con los polinomios.

Por ejemplo, la expresión *x*2 + 1 es un polinomio primo ya que no puede expresarse como el producto de otros dos, pero la expresión (*a* + *b*)2 si es posible expresarla como el producto de dos factores.

(*a* + *b*)2 = (*a* + *b*) (*a* + *b*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cuadrado de un binomio. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

La expresión anterior es un producto notable conocido como el cuadrado de un binomio. Los productos notables nos ayudan a representar y a calcular áreas. En esta ocasión, observaremos cómo la factorización de estas expresiones, que representa el área de una figura, nos ayuda a determinar las dimensiones de la misma.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cuadrado de un binomio. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Factorización de una expresión algebraica** |
| **Contenido** | **Factorizar una expresión algebraica** es realizar el proceso inverso de la multiplicación de polinomios; es decir, es expresar el polinomio como el producto de dos a más factores primos. |

Para estudiar el concepto de factorización es necesario revisar qué significa descomponer en factores una expresión.

[SECCIÓN 2 **1.1 La determinación de factores**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Si *a* ∙ *b* = *c*, entonces *a* y *b* son los factores de *c*. |

* Determinemos los factores de 24.

1 ∙ 24 = 24

2 ∙ 12 = 24

3 ∙ 8 = 24

4 ∙ 6 = 24

Por lo anterior, los factores de 24 son 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

* Encontremos las posibles dimensiones de un rectángulo de 12 cm2 de área.

Para esto determinamos los factores de 12.

1 ∙ 12 = 12

2 ∙ 6 = 12

3 ∙ 4 = 12

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Posibles dimensiones de un rectángulo de 12 cm2 de área. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

[SECCIÓN 2 **1.2 La factorización de monomios**

**Factorizar un monomio** consiste en escribir el monomio como el producto de dos o más monomios. Por ejemplo.

* Factoricemos el monomio *x*7.

Este monomio se puede factorizar así:

*x* ∙ *x*6 = *x*7

*x*2 ∙ *x*5 = *x*7

*x*3 ∙ *x*4 = *x*7

Por lo anterior, los factores de *x*7 son *x*, *x*2, *x*3, *x*4, *x*5, *x*6 y *x*7.

* Encontremos los factores de 8*x*3.

1 ∙ 8*x*3 = 8*x*3 1*x* ∙ 8*x*2 = 8*x*3

2 ∙ 4*x*3 = 8*x*3 2*x* ∙ 4*x*2 = 8*x*3

4 ∙ 2*x*3 = 8*x*3 4*x* ∙ 2*x*2 = 8*x*3

8 ∙ 1*x*3 = 8*x*3 8*x* ∙ 1*x*2 = 8*x*3

Por lo anterior, los factores de 8*x*3 son 1, 2, 4, 8, 1*x*, 2*x*, 4*x*, 8*x*, 1*x*2, 2*x*2, 4*x*2, 8*x*2, 1*x*3, 2*x*3, 4*x*3 y 8*x*3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Descomponer en factores primos un número significa escribirlo como producto de sus factores primos. Por ejemplo:   * 72 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 3 = 23 ∙ 32 * 24 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 = 23 ∙ 3 * 125 = 5 ∙ 5 ∙ 5 = 53 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC10 |
| **Título** | Noción de factorización |
| **Descripción** | Interactivo con el cual se introduce el concepto de factorización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC20 |
| **Título** | Factoriza monomios |
| **Descripción** | Actividades de descomposición de monomios |

[SECCIÓN 2 **1.3 El factor común**

En la multiplicación de tanto de números reales como de expresiones algebraicas, se cumple la propiedad distributiva. Por ejemplo,

3(–2 + 8) = 3 ∙ (–2) + 3 ∙ (8) = –6 + 24 = 18

*x* (*x* + *z*) = *x*2 + *xz*

4*x* (2 + 3*x*) *=* 8*x +* 12*x2*

**1.3.1 Factor común monomio**

Cuando en un polinomio cada uno de sus términos tiene un **factor común**, este será el factor común del polinomio. En el último ejemplo que se muestra, 4*x* es el factor común del polinomio y (2 + 3*x*) el otro factor en la factorización.

En otras palabras, la factorización por factor común, consiste en aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma en forma inversa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Para verificar si la factorización es correcta aplicamos la propiedad distributiva y debemos obtener el polinomio inicial. |
| **Ubicación del píe de imagen** | Inferior |

Cuando se factoriza una expresión hallando su factor común, es necesario tener en cuenta:

Si el **factor común es numérico**, entonces se escoge como factor común el máximo común divisor de los coeficientes. Por ejemplo,

* Factorizar el polinomio 4*x*2 + 16*y*2 + 24*z*2

En este caso el factor común es el máximo común divisor de 4, 16 y 24, que es el 4.

Si el **factor común es la parte literal**, entonces se escoge como factor común la variable o variables con menor exponente. Por ejemplo,

* Factorizar el polinomio –8*z*4 + 7*z*2 – 13*z*5

En este caso el factor común es la variable z con exponente 2, es decir *z*2.

Si el **factor común tiene parte numérica y literal**, entonces se escoge como factor común de la parte numérica, el máximo común divisor de los coeficientes y de la parte literal la variable o variables con menor exponente. Por ejemplo,

* Factorizar el polinomio 15*x*5*y*9 – 21*x*8*y*5 *+* 12*x*3*y*7*.*

Se halla el máximo común divisor de los términos. En este caso el mcd de 15, 21 y 12 es 3.

La parte literal de las expresiones son respectivamente, *x*5*y*9, *x*8*y*5, *x*3*y*7 y en este caso los comunes con menor exponente son *x*3*y*5.

Por lo tanto, el factor común de 15*x*5*y*9, 21*x*8*y*5, 12*x*3*y*7 es 3*x*3*y*5.

Al escribir cada término como un producto de factores donde uno de ellos es 3*x*3*y*5 se obtiene:

15*x*5*y*9 = **3*x*3*y*5** ∙ 5*x*2*y*4

21*x*8*y*5 = **3*x*3*y*5** ∙ 7*x*5

12*x*3*y*7 = **3*x*3*y*5** ∙ 4*y*2

Expresamos el polinomio como el producto del factor común y la adición o sustracción de los otros factores de cada término.

15*x*5*y*9 *–* 21*x*8*y*5 *+* 12*x*3*y*7 *=* 3*x*3*y*5 (5*x*2*y*4 *–* 7*x*5 *+* 4*y*2)

Otro ejemplo.

* Factorizar: 150*x*8*w*3 *+* 45*x*5*y*2 *+* 60*x*3*z*.

El factor común de 150*x*8*w*3,45*x*5*y*2,60*x*3*z* es 15*x*3.

Entonces se escribe:

150*x*8*w*3+45*x*5*y*2+60*x*3*z* = **15*x*3** ∙ 10*x*5*w*3 + **15*x*3** ∙ 3*x*2*y*2+ **15*x*3** ∙ 4*z*

= **15*x*3**(10*x*5*w*3 *+* 3*x*2*y*2 *+* 4*z*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Factorizar un polinomio por factor común** |
| **Contenido** | Para factorizar un polinomio que tiene como factor común un monomio, es necesario realizar los siguientes pasos:  Primero, se identifica si el factor común es numérico es una parte literal o si tiene ambas condiciones.  Segundo, se expresa cada término como el producto de dos o más factores siendo uno de ellos el factor común. Si es necesario se divide cada término del polinomio entre el factor común para encontrar los otros factores.  Finalmente, se escribe el factor común y dentro de un paréntesis se escriben los factores que corresponden a los cocientes de las divisiones. |

**1.3.2 Factor común polinomio**

Algunas expresiones algebraicas contienen factores comunes que no son monomios sino que son polinomios. Por ejemplo, en la expresión 4*y*(2*x* + 1) – 5*z*(2*x* + 1) hay dos términos separados por el signo –, 4*y*(2*x* + 1) y 5*z*(2*x* + 1). Ambos términos tiene como factor común el binomio 2*x* + 1.

El proceso para realizar la factorización de una expresión algebraica siendo el factor común un polinomio es similar al descrito para monomios.

* Se extrae el factor común siendo este una expresión de dos o más términos.
* Se divide cada término de la expresión dada por el polinomio factor común.
* Se escribe la factorización de la expresión.

Ejemplos:

* Factorizar 3*r*3*p*2(*x* + *y*) + 9*n*3*m*2(*x* + *y*) – *cd*(*x* + *y*).

El factor común de la expresión anterior es (*x* + *y*).

Por tanto la factorización de 3*r*3*p*2(*x* + *y*) + 9*n*3*m*2(*x* + *y*) – *cd*(*x* + *y*) es

(*x* + *y*)( 3*r*3*p*2 + 9*n*3*m*2 – *cd*).

* Factorizar 4*z*(*x* + *y*2) – 12*y*(*x* + *y*2) + 8*ab*(*x* + *y*2)

En la expresión 4*z*(*x* + *y*2) – 12*y*(*x* + *y*2) + 8*ab*(*x* + *y*2) se observan dos factores:

(*x* + *y*2) que es el factor común polinomio y el factor común numérico 4, que corresponde al mcd de los coeficientes. Por tanto la factorización es:

4*z*(*x* + *y*2) – 12*y*(*x* + *y*2) + 8*ab*(*x* + *y*2) = 4(*x* + *y*2)(4*z* – 12*y* + 8*ab*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC40 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2° ESO-Matemáticas-álgebra- Practica la extracción del factor común\_MT\_08\_03 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Factoriza encontrando el factor común |
| **Descripción** | Ejercicios para practicar la extracción de un monomio como factor común |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC60 |
| **Título** | Halla el factor común de varios monomios |
| **Descripción** | Ejercicios que permiten al estudiante calcular el factor común de varios conjuntos de monomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC70 |
| **Título** | Aplica el factor común para monomios |
| **Descripción** | Actividades en donde se aplica el concepto de factor común entre monomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC80 |
| **Título** | Encuentra el factor común de polinomios |
| **Descripción** | Actividades para ejercitar el cálculo del factor común para varios polinomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** |  |
| **Contenido** |  |

[SECCIÓN 2] **1.4 El factor común por agrupación de términos**

Este caso se da cuando no todos los términos de un polinomio tienen un factor común, pero entre algunos de ellos sí existe un factor común.

En el polinomio 9*x +* 6*y* + 3*nx +* 2*ny +* 3*kx +* 2*ky* se puede observar que no todos los términos tienen un factor común (distinto de 1), pero hay términos que entre sí tienen factores comunes.

Para factorizar el polinomio 9*x +* 6*y* + 3*nx +* 2*ny +* 3*kx +* 2*ky* se reagrupa el polinomio de modo que se puedan identificar factores comunes entre los términos.

9*x +* 6*y* + 3*nx +* 2*ny +* 3*kx +* 2*ky* = 9*x +* 3*nx* *+* 3*kx* + 6*y* *+* 2*ny +* 2*ky*

Los tres primeros términos tienen como factor común y los siguientes tres tienen como factor común . Por ende:

9*x +* 3*nx* *+* 3*kx* + 6*y* *+* 2*ny +* 2*ky* = 3*x* (3 + *n + k*) + 2*y* (3 + *n + k*)

En el anterior paso resultó el polinomio 3*x* **(3 + *n + k*)** + 2*y* **(3 + *n + k*)** de dos términos, que tienen en común el factor (3 + *n + k*). Por tanto:

3*x* (3 + *n + k*) + 2*y* (3 + *n + k*) = (3 + *n + k*) (3*x* + 2*y*)

Luego la factorización de 9*x +* 6*y* + 3*nx +* 2*ny +* 3*kx +* 2*ky* es (3 + *n + k*) (3*x* + 2*y*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Factorizar un polinomio por agrupación de términos |
| **Contenido** | Para factorizar un polinomio agrupando términos se llevan a cabo los siguientes pasos.   1. Si es necesario, se reagrupa el polinomio para agrupar los términos que tengan un factor común. 2. Se factorizan los términos que tienen factor común. 3. Se factoriza de nuevo el polinomio resultante. |

* Factorizar por agrupación de términos el polinomio 14*ax +* 10*bx +* 21*ay +* 15*by*.

14*ax +* 10*bx +* 21*ay +* 15*by =* 2*x* (7*a +* 5*b*) + 3*y* (7*a* + 5*b*)

= (7*a* + 5*b*) (2*x* + 3*y*)

Otra forma de factorizar el polinomio es:

14*ax +* 10*bx +* 21*ay +* 15*by* =14*ax +* 21*ay +* 10*bx +* 15*by*

*=* 7*a* (2*x* + 3*y*) + 5*b* (2*x +* 3*y*)

= (2*x +* 3*y*) (7*a* + 5*b*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC90 |
| **Título** | Practica la agrupación de términos |
| **Descripción** | Práctica para factorizar polinomios por agrupación de términos. |

[SECCIÓN 2 **1.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC110 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2° ESO-Matemáticas-álgebra- Refuerza tu aprendizaje: El factor común |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: El factor común |
| **Descripción** | Actividad sobre El concepto de factorización |

[SECCIÓN 1] **2** **La factorización de binomios**

Algunos binomios como *a*2 *– b*2, *a*2 *+ b*2, *a*3 *– b*3, entre otros, no presentan términos comunes. Sin embargo, es posible factorizarlos aplicando un proceso adecuado para cada caso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC120 |
| **Título** | Factorización de binomios |
| **Descripción** | Interactivo que explica los procedimientos para factorizar binomios |

[SECCIÓN 2] **2.1 La factorización de la diferencia de cuadrados**

La diferencia de cuadrados *a*2 *– b*2 es posible factorizarla con el producto notable de la suma por la diferencia de las raíces de cada término, es decir:

*a*2 *– b*2*=* (*a – b*) (*a + b*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Interpretación geométrica de la factorización de la diferencia de cuadrados. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización de la diferencia de cuadrados |
| **Contenido** | Para factorizar una diferencia de cuadrados:   1. Se extrae la raíz cuadrada positiva de cada término. 2. Se expresa el producto de la suma por la diferencia de las raíces. |

Por ejemplo:

* Factorizar *x*2 – 25.

Se extrae la raíz cuadrada positiva de cada término.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las raíces cuadradas de *x*2 y 25 son *x* y 5 respectivamente. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Se escribe la suma y la diferencia de las raíces cuadradas: *x* + 5 y *x* – 5.

Se expresa el producto de la suma por la diferencia de las raíces:

*x*2 – 25 = (*x* + 5) (*x* – 5)

* Factorizar 25*x*2 *–* 16*y*2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | 5*x* y 4*y* son las raíces cuadradas de 25*x*2 y 16*y*2 respectivamente. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Una vez se hallan las raíces cuadradas, se escribe la suma y la diferencia de las ellas:

5*x* + 4*y* y 5*x* – 4*y*

Por lo tanto:

25*x*2 *–* 16*y*2 *=* (5*x –* 4*y*) (5*x* + 4*y*)

* Factorizar 144*x*4 *–* 49*y*2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG10 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | 12*x*2 y 7*y* son las raíces cuadradas positivas de los términos de la diferencia de cuadrados 144*x*4 – 49*y*2 . |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

La suma y la diferencia de las raíces cuadradas es: 12*x*2 + 7*y* y 12*x*2 – 7*y*

Por lo tanto:

144*x*4 *–* 49*y*2 = (12*x*2 – 7*y*) (12*x*2 + 7*y*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC130 |
| **Título** | Factoriza una diferencia de cuadrados |
| **Descripción** | Actividades para ejercitar la factorización de diferencia de cuadrados |

[SECCIÓN 2] **2.2** **La factorización de la diferencia de cubos**

En este caso, el polinomio que se debe factorizar es un binomio expresado en una diferencia de cubos perfectos: *a*3 *– b*3.

La diferencia de cubos se factoriza como el producto de un binomio por un trinomio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG11 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **Interpretación geométrica de la factorización de la diferencia de cubos**  A un cubo de arista *a* se le quita un cubo de arista *b.* El volumen resultante corresponde a la expresión *a*3 *– b*3 y se puede expresar como (*a – b*) (*a*2 *+ ab +* *b*2). |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización de la diferencia de cubos |
| **Contenido** | Para factorizar una diferencia de cubos se extrae la raíz cúbica de cada término y se forman dos factores: un binomio con la diferencia de las raíces y un trinomio con el cuadrado de la raíz cúbica del primer término, más el producto de las raíces cúbicas, más el cuadrado de la raíz cúbica del segundo término.  *a*3 *– b*3 = (*a – b*) (*a*2 *+ ab +* *b*2) |

Observa los siguientes ejemplos.

* Factorizar –64*n*6 + 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG12 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | 1 y 4*n*2 son las raíces cúbicas de 1 y 64*n*6. Con las raíces obtenidas se forma el binomio: (1 – 4*n*2) |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Bien, ya se tiene uno de los factores el binomio (1 – 4*n*2). Ahora se forma el trinomio de la siguiente manera:

* El cuadrado de la raíz cúbica del primer término: 1
* El producto de las raíces cúbicas: 4*n*2
* El cuadrado de la raíz cúbica del segundo término: 16*n*4

1 + 4*n*2 + 16*n*4

Por consiguiente:

1 – 64*n*6 = (1 – 4*n*2) (1 + 4*n*2 + 16*n*4)

Otros ejemplos.

* Factorizar 8*x*3 *–* 27*y*3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG13 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | 2*x* y 3*y* son las raíces cúbicas de 8*x*3 y 27*y*3 respectivamente. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Se forma el binomio con la diferencia de las raíces: (2*x* – 3*y*)

Se forma un trinomio de la siguiente manera:

* El cuadrado de la raíz cúbica del primer término: 4*x*2
* El producto de las raíces cúbicas: 6*xy*
* El cuadrado de la raíz cúbica del segundo término: 9*y*2

4*x*2 *+* 6*xy +* 9*y*2

Por ende:

8*x*3 *–* 27*y*3 *=* (2*x –* 3*y*) (4*x*2 *+* 6*xy +* 9*y*2)

* Factorizar 125*x*3 *–* 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG14 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | 5*x* y 1 son las raíces cúbicas de 125*x*3 y 1. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Se forma el binomio con la diferencia de las raíces: (5*x* – 1)

Se forma un trinomio de la siguiente manera:

* El cuadrado de la raíz cúbica del primer término: 25*x*2
* El producto de las raíces cúbicas: 5*x*
* El cuadrado de la raíz cúbica del segundo término: 1

25*x*2 *+* 5*x +* 1

Por lo tanto:

125*x*3 *–* 1 *=* (5*x –* 1) (25*x*2 *+* 5*x +* 1)

g[SECCIÓN 2] **2.3** **La factorización de la suma de cubos**

El polinomio que se debe factorizar en este caso, es un binomio expresado en una suma de cubos perfectos: *a*3 *+ b*3.

La suma de cubos, como en el caso anterior, se factoriza como el producto de un binomio por un trinomio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG15 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **Interpretación geométrica de una suma de cubos**  A un cubo de arista *a* se le adiciona un cubo de arista *b.* El volumen resultante corresponde a la expresión *a*3 *+ b*3. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización de la suma de cubos |
| **Contenido** | Para factorizar una suma de cubos se extrae la raíz cúbica de cada término y se forman dos factores: un binomio con la suma de las raíces y un trinomio con el cuadrado de la raíz cúbica del primer término, menos el producto de las raíces cúbicas, más el cuadrado de la raíz cúbica del segundo término.  *a*3 *+ b*3 = (*a + b*) (*a*2 *– ab +* *b*2) |

Observa los siguientes ejemplos.

* Factorizar *y*3 + 27.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG16 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las raíces cúbicas de *y*3 y 27 son respectivamente *y* y 3. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Se forma el binomio con la suma de las raíces: (*y* + 3)

Se forma un trinomio de la siguiente manera:

* El cuadrado de la raíz cúbica del primer término: *y*2
* El producto de las raíces cúbicas: 3*y*
* El cuadrado de la raíz cúbica del segundo término: 9

*y*2 – 3*y* + 9

Por lo tanto:

*y*3 + 27 = (*y* + 3) (*y*2 – 3*y* + 9)

* Factorizar 27*m*3 + 64.

Las raíces cúbicas de cada término son 3*m* y 4 respectivamente.

Se forma el binomio con la suma de las raíces: (3*m* + 4)

Se forma un trinomio de la siguiente manera:

* El cuadrado de la raíz cúbica del primer término: 9*m*2
* El producto de las raíces cúbicas: 12*m*
* El cuadrado de la raíz cúbica del segundo término: 16

9*m*2 – 12*m* + 16

Por lo tanto:

27*m*3 + 64 = (3*m* + 4) (9*m*2 – 12*m* + 16)

* Factorizar 64*x*3 *+* 27*y*3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG18 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La suma de las raíces cúbicas de los términos de la diferencia de cubos, determina uno de los factores. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Lateral |

Se forma el binomio con la suma de las raíces: (4*x +* 3*y*).

Se forma un trinomio de la siguiente manera:

* El cuadrado de la raíz cúbica del primer término: 16*x*2
* El producto de las raíces cúbicas: 12*xy*
* El cuadrado de la raíz cúbica del segundo término: 9*y*2

16*x*2 *–* 12*xy +* 9*y*2

Por consiguiente:

64*x*3 *+* 27*y*3 *=* (4*x +* 3*y*) (16*x*2 *–* 12*xy +* 9*y*2)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC160 |
| **Título** | Factoriza sumas y diferencias de cubos |
| **Descripción** | Actividad en la que el estudiante relaciona sumas y diferencias de cubos con su respectiva factorización |

[SECCIÓN 2] **2.4** **Factorización de la suma y la diferencia de potencias iguales**

Para la factorización de expresiones como *an + bn* y *an – bn* es necesario recordar los cocientes notables de los siguientes casos:

* *an – bn* es divisible entre *a – b*, si *n* es par o impar.
* *an – bn* es divisible entre *a + b* solo si *n* es par.
* *an + bn* es divisible entre *a + b* solo si *n* es impar.
* *an + bn*  nunca es divisible entre *a + b* ni entre *a* – *b* cuando *n* es par.

[SECCIÓN 3] **2.4.1** **Factorización de *an – bn* y *an + bn***

De los cocientes notables se tiene que:



<<MA\_08\_04\_029.gif>>

Multiplicando por (*a – b*)los dos lados de la igualdad, se obtiene:

*an – bn =* (*a – b*) (*an –* 1 + *an –* 2*b + an –* 3*b*2 + *an –* 4*b*3 +… + *abn –* 2 + *bn –* 1)

Por ejemplo, al factorizar *x5 –* 32,se tiene:

*x*5 *–* 32 = *x*5 *–* 25

= (*x –* 2) (*x*4 *+* 2*x*3 *+* 22*x*2 *+* 23*x +* 24)

= (*x –* 2) (*x*4 *+* 2*x*3 *+* 4*x*2 *+* 8*x* + 16)

De los cocientes notables también se tiene que: <<MA\_08\_04\_030.gif>>

Multiplicando por (*a + b*)los dos lados de la igualdad, se obtiene:

*an + bn =* (*a + b*) (*an –* 1 *–* *an –* 2*b + an –* 3*b*2 *–* *an –* 4*b*3 +… *–* *abn –* 2 + *bn –* 1)

Por ejemplo, al factorizar *x*7 *+* 128, se obtiene:

*x*7 *+* 128 = *x*7 *+* 27

= (*x +* 2) (*x*6 *–* 2*x*5 *+* 22*x*4 *–* 23*x*3 *+* 24*x*2 *–* 25*x +* 26)

= (*x +* 2) (*x*6 *–* 2*x*5 *+* 4*x*4 *–* 8*x*3+ 16*x*2 *–* 32*x +* 64)

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Potencias múltiplos de 2 y de 3** |
| **Contenido** | Para la suma y la diferencia de potencias con igual exponente si el exponente *n* es un múltiplo de 3, se aplica la diferencia o la suma de cubos.  *x*9 *– y*9 *=* (*x*3)3–(*y*3)3  *=* (*x*3 *– y*3) (*x*6 *+ x*3*y*3 *+ y*6)  = (*x – y*) (*x*2 + *xy + y*2) (*x*6 *+ x*3*y*3 *+ y*6)  Si el exponente es par pero no es múltiplo de 3, se debe aplicar la diferencia de cuadrados.  *x*4 *– y*4 *=* (*x*4)2 – (*y*4)2  = (*x*2 *– y*2) (*x*2 *+ y*2)  = (*x – y*) (*x + y*) (*x*2 *+ y*2) |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC170 |
| **Título** | Factoriza sumas y diferencias de potencias iguales |
| **Descripción** | Actividades para fortalecer la factorización de sumas o diferencias de potencias iguales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC180 |
| **Título** | Interpretación geométrica de los casos de factorización para binomios |
| **Descripción** | Interactivo para reconocer las características de los binomios cuando están factorizados |

[SECCIÓN 2] **2.5** **Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC200 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización de binomios |
| **Descripción** | Actividades sobre La factorización de binomios |

[SECCIÓN 1] **3** **La factorización de trinomios**

La factorización de un trinomio se realiza de acuerdo con los siguientes casos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC210 |
| **Título** | Factorización de trinomios |
| **Descripción** | Interactivo en el que se explica cómo se factorizan trinomios según su clasificación |

[SECCIÓN 2] **3.1** **Trinomio cuadrado perfecto**

Un trinomio cuadrado perfecto es un polinomio que se obtiene del cuadrado de un binomio y es de la forma *a*2 *+* 2*ab + b*2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG21 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | (*a + b*) (*a + b*) = (*a + b*)2 = *a*2 *+* 2*ab + b*2 |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de *a*2 *+* 2*ab + b*2. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización del trinomio cuadrado perfecto |
| **Contenido** | Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto se procede de la siguiente forma:   * Se calcula la raíz cuadrada del primer y tercer términos. * Se verifica que el segundo término sea el doble producto de las raíces cuadradas perfectas del primer y tercer término. * El primer y tercer términos siempre son positivos, mientras que el segundo término puede ser positivo o negativo.   La factorización de un trinomio cuadrado perfecto es  *a*2 *+* 2*ab + b*2 *=* (*a + b*)2  *a*2 *–* 2*ab + b*2 *=* (*a – b*)2 |

Por ejemplo el polinomio 9*x*2 *+* 24*xy +* 16*y*2 es un trinomio cuadrado perfecto ya que cumple con las condiciones planteadas como se muestra en la imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG22 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El segundo término corresponde al doble producto de las raíces halladas: 2(3*x*2)(4*y*) = 24*x*2*y* |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

Como se cumple que este producto es igual al segundo término, se concluye que:

9*x*2 *+* 24*xy +* 16*y*2 *=* (3*x* + 4*y*)2

Analicemos otros ejemplos.

* Factorizar 25*x*6 *–* 20*x*3*y*2*+* 4*y*4.

Se calcula la raíz cuadrada de los términos 25*x*6 y 4*y*4:

 <<MA\_08\_04\_001.gif>>

 <<MA\_08\_04\_002.gif>>

Se calcula el doble del producto de las raíces 5*x*3 y 2*y*2.

2 ∙ 5*x*3 ∙ 2*y*2 = 20*x*3*y*2

Como se cumple que este producto es igual al segundo término del polinomio, entonces se puede afirmar que:

25*x*6 *–* 20*x*3*y*2*+* 4*y*4 *=* (5*x*3 *–* 2*y*2)2

* Factorizar 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4.

Se calcula la raíz cuadrada de los términos 9*x*4 y 4:

 <<MA\_08\_04\_003.gif>>

 <<MA\_08\_04\_004.gif>>

Se verifica el doble del producto de las raíces 2*ab*:

2 ∙ 3*x*2 ∙ 2 = 12*x*2

En este caso 12*x*2 ≠ 8*x*2, por tanto, este trinomio no se puede factorizar como un trinomio cuadrado perfecto y se hace necesario utilizar otro tipo de factorización.

[SECCIÓN 2] **3.2** **Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción**

Este tipo de trinomios se identifican cuando las raíces del primer término y del segundo término son exactas, pero el doble de su producto no se corresponde con el segundo término del trinomio, como por ejemplo el trinomio 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización del trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción |
| **Contenido** | Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción se procede de la siguiente forma:   * Se calcula la raíz cuadrada de los términos *a*2 y *b*2. * Se realiza el doble del producto de las raíces (2*ab*). * Se adiciona y sustrae la cantidad necesaria para que el segundo término del trinomio sea igual al doble del producto de las raíces de *a* y de *b*. * Se agrupa nuevamente el trinomio para que sea cuadrado perfecto y se factoriza. * Finalmente, se factoriza el polinomio resultante mediante la diferencia de cuadrados. |

Observa los siguientes ejemplos.

* Factorizar 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4.

Se calcula la raíz cuadrada de los términos. Ya se conocen que son 3*x*2 y 2.

Se realiza el doble del producto de las raíces: 2 ∙ 3*x*2 ∙ 2 = 12*x*2

Como 12*x*2 *≠* 8*x*2, entonces adicionamos 4*x*2 al segundo término que es la cantidad que le falta a 8*x*2 para ser igual a 12*x*2 y para que el trinomio no se altere, simultáneamente, se sustrae 4*x*2*.* Observa:

9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4 = 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* **4*x*2** *+* 4 – **4*x*2**

= 9*x*4 *+* 12*x*2 *+* 4 – 4*x*2

= (9*x*4 *+* 12*x*2 *+* 4) – 4*x*2

*=* (3*x*2 *+* 2)2 – 4*x*2

La última expresión corresponde a una diferencia de cuadrados, por tanto, se puede factorizar.

(3*x*2 *+* 2)2 – 4*x*2 *=* (3*x*2 *+* 2 – 2*x*) (3*x*2 *+* 2 + 2*x*)

Luego:

9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4 = (3*x*2–2*x* + 2) (3*x*2 *+* 2*x* + 2)

* Factorizar 36*x*4 – 16*x*2*y*2 *+* *y*4.

Se calcula la raíz cuadrada de los términos 36*x*4 y *y*4:

 <<MA\_08\_04\_005.gif>>

 <<MA\_08\_04\_006.gif>>

Se halla el doble del producto de las raíces:

2 ∙ 6*x*2 ∙ *y*2 = 12*x*2*y*2

Se identifica lo que hace falta al segundo término para ser igual al producto 12*x*2*y*2, en este caso, es 4*x*2*y*2.

Factorizamos el trinomio cuadrado perfecto y finalmente la diferencia de cuadrados.

36*x*4 – 16*x*2*y*2 *+* *y*4 *=* 36*x*4 – 16*x*2*y*2 *+***4*x*2*y*2** *+*  *y*4 *–* **4*x*2*y*2**

*=* 36*x*4 – 12*x*2*y*2 *+*  *y*4 *–* **4*x*2*y*2**

= (2*x*2 *– y*2)2 *–* 4*x*2*y*2

= (2*x*2 *–* 2*xy – y*2) (2*x*2 *+* 2*xy – y2*)

* Factorizar 4*x*4 *+* 8*x*2*y*2 *+* 9*y*4.

Se calcula la raíz cuadrada de los términos 4*x*4y 9*y*4:

 <<MA\_08\_04\_007.gif>>

 <<MA\_08\_04\_008.gif>>

El doble producto de las raíces es:

2 ∙ 2*x*2 ∙ 3*y*2 = 12*x*2*y*2

Se identifica lo que hace falta al segundo término para ser igual al producto 12*x*2*y*2. Factorizamos el trinomio cuadrado perfecto y finalmente la diferencia de cuadrados.

4*x*4 *+* 8*x*2*y*2 *+* 9*y*4 *=* 4*x*4 *+* 8*x*2*y*2 *+* **4*x*2*y*2** *+* 9*y*4 *–* **4*x*2*y*2**

*=* 4*x*4 *+* 12*x*2*y*2 *+* 9*y*4 *–* **4*x*2*y*2**

*=* (4*x*4 *+* 12*x*2*y*2 *+* 9*y*4) *–* **4*x*2*y*2**

*=* (2*x*2 + 3*y*2)2 *–* **4*x*2*y*2**

*=* (2*x*2 + 3*y*2 *–* 2*xy*) (2*x*2 + 3*y*2 *+* 2*xy*)

*=* (2*x*2*–* 2*xy* + 3*y*2) (2*x*2 *+* 2*xy* + 3*y*2)

[SECCIÓN 2] **3.3** **Trinomio cuadrado de la forma *x*2*n + bxn + c***

Un trinomio de esta forma cumple las siguientes características:

* El coeficiente del primer término siempre es 1.
* La potencia de la parte literal del primer término es de la forma 2*n*.
* La potencia del segundo término siempre es *n*.
* El tercer término es una constante.

Algunos ejemplos de este tipo de polinomios son:

*x*2 *–* 5*x +* 6

*x*4 *+* 16*x +* 60

*x*6 *+* 6*x*3 *–* 16

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización del trinomio cuadrado de la forma  *x*2*n + bxn + c* |
| **Contenido** | Para factorizar cada uno de estos trinomios primero se verifica si son trinomios cuadrados perfectos; de no ser así, se procede de la siguiente manera:   * Se halla la raíz de *x*2*n*. * Se hallan dos números enteros *m* y *n* que cumplan las condiciones *m ∙ n* = *c* y *m* + *n* = *b*. Para hallar los números *m* y *n* se expresa a *c* como el producto de dos números y se eligen los que cumplan con la segunda condición: *m* + *n* = *b*. * Una vez hallados los números *m* y *n*, el trinomio se expresa como el producto de dos binomios de la siguiente manera.   ***x*2*n + bxn + c*** = ( *xn + m* ) ( *xn* + *n* ) |

Observa los siguientes ejemplos.

* Factorizar *x*2 *–* 5*x +* 6.

Se halla la raíz de *x*2.

 <<MA\_08\_04\_09.gif>>

Se hallan parejas de factores tales que *m ∙ n =* 6 y se elige la que cumpla la segunda condición *m* + *n* = *–*5.

1 ∙ 6 = 6 y 1 + 6 = 7

2 ∙ 3 = 6 y 2 + 3 = 5

–1 ∙ –6 = 6 y –1 + –6 = –7

**–2 ∙ –3 = 6** y **–2 + –3 = –5**

Se eligen los números *–*2 y *–*3, ya que cumplen las dos condiciones. La factorización del trinomio se expresa como el producto de dos binomios:

*x*2 *–* 5*x +* 6 = (*x –* 3) (*x* *–* 2)

* Factorizar *x*4 *+* 16*x +* 60.

Se halla la raíz cuadrada de *x*4. Este valor corresponde a *x*2.

Se hallan parejas de factores tales que *m ∙ n =* 60 y se elige la que cumpla la segunda condición *m* + *n* = 16.

1 ∙ 60 = 60 y 1 + 60 = 61

2 ∙ 30 = 60 y 2 + 30 = 32

3 ∙ 20 = 60 y 3 + 20 = 23

4 ∙ 15 = 60 y 4 + 15 = 19

5 ∙ 12 = 60 y 5 + 12 = 17

**6 ∙ 10 = 60** y **6 + 10 = 16**

Se eligen los números 6 y 10, ya que cumplen las dos condiciones. La factorización del trinomio se expresa como el producto de dos binomios:

*x*4 *+* 16*x +* 60 = (*x*2+6) (*x*2 +10)

* Factorizar *x*6 *+* 6*x*3 *–* 16.

Se obtiene la raíz cuadrada de *x*6.

 <<MA\_08\_04\_010.gif>>

Se hallan parejas de factores tales que *m ∙ n =* *–*16 y se elige la que cumpla la segunda condición *m* + *n* = 6.

–1 ∙ 16 = –16 y (–1) + 16 = 15

**–2 ∙ 8 = –16** y **(–2) + 8 = 6**

–4 ∙ 4 = –16 y (–4) + 4 = 0

1 ∙ –16 = –16 y 1 + (–16) = –15

2 ∙ –8 = –16 y 2 + (–8) = –6

Se eligen los números *–*2 y 8, ya que cumplen las dos condiciones. La factorización del trinomio se expresa como el producto de dos binomios:

*x*6 *+* 6*x*3 *–* 16 = (*x*3+8) (*x*3 *–* 2)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC220 |
| **Título** | Trabaja con trinomios de la forma *x*2*n + bxn + c* |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un trinomio cuadrado perfecto y un trinomio por adición y sustracción |

[SECCIÓN 2] **3.4** **Trinomio cuadrado de la forma *ax*2*n + bxn + c***

Este tipo de polinomios se identifican porque el coeficiente de ***x*2*n*** es diferente de 1. Por lo demás, conservan las mismas características de un trinomio de la forma ***x*2*n + bxn + c***.

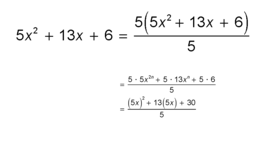
|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Proceso de factorización del trinomio cuadrado de la forma  *ax*2*n + bxn + c* |
| **Contenido** | El proceso de factorización de este tipo de trinomios se presenta a continuación.   * Se multiplica y divide el trinomio por el coeficiente del primer término.   <<MA\_08\_04\_11.gif>>   * Se organiza el trinomio y se hace un cambio de variable en el que *u = axn*.     <<MA\_08\_04\_­12.gif>>   * Se hallan dos números enteros *m* y *n* que cumplan las condiciones *m ∙ n* = *ac* y *m* + *n* = *b* para factorizar el trinomio ***u*2 *+ bu + ac***. * Se saca factor común de uno o de los dos factores y se simplifica siempre que sea posible. |

Observa los siguientes ejemplos.

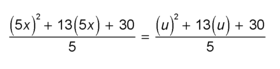
* Factorizar 5*x*2 *+* 13*x +* 6.

Se multiplica y divide el trinomio por el coeficiente del primer término, es decir, por 5.

<<MA\_08\_04056.gif>>



Haciendo 5*x = u*,se tiene:



<<MA\_08\_04­\_016.gif>>

Se hallan parejas de factores tales que *m ∙ n =* 30 y se elige la que cumpla la condición *m* + *n* = 13.

1 ∙ 30 = 30 y 1 + 30 = 31

2 ∙ 15 = 30 y 2 + 15 = 17

**3 ∙ 10 = 30** y **3 + 10 = 13**

5 ∙ 6 = 30 y 5 + 6 = 11

Se eligen los números 3 y 10, ya que cumplen las dos condiciones. La factorización del trinomio se expresa como el producto de dos binomios.



<<MA\_08\_04\_17.gif>>

Como *u =* 5*x*, se tiene que:



<<MA\_08\_04018.gif>>

En el binomio (5*x* + 10) se puede extraer 5 como factor común, por tanto:

<<MA\_08\_040\_19.gif>>

Al simplificar se obtiene:

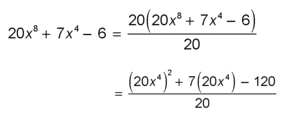
<<MA\_08\_04\_20.gif>>

Con lo cual se concluye que:

5*x2 +* 13*x +* 6 = (*x* + 2) (5*x* + 3)

* Factorizar 20*x*8 *+* 7*x*4 *–* 6.

Se divide y multiplica el trinomio por el coeficiente del primer término, es decir, por 20.



<<MA\_08\_04\_21.gif>>

<<MA\_08\_04\_22.gif>>

Si se evita el paso de cambio de variable y se factoriza directamente se obtiene:



<<MA\_08\_04\_23.gif>>

Se hallan parejas de factores tales que *m ∙ n =* *–*120 y se elige la que cumpla la condición *m* + *n* = 7.

–1 ∙ 120 = –120 y (–1) + 120 = 119

–2 ∙ 60 = –120 y (–2) + 60 = 58

–3 ∙ 40 = –120 y (–3) + 40 = 37

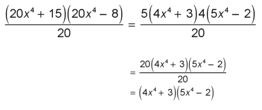
–4 ∙ 30 = –120 y (–4) + 30 = 26

–5 ∙ 24 = –120 y (–5) + 24 = 19

–6 ∙ 20 = –120 y (–6) + 20 = 14

**–8 ∙ 15 = –120**  y **(–8) + 15 = 7**

Se eligen los números *–*8 y 15, ya que cumplen las dos condiciones. La factorización del trinomio se expresa como el producto de dos binomios, se halla el factor común de cada binomio y se simplifica:



<<MA\_08\_04\_24.gif>>

<<MA\_08\_04\_25.gif>>

<<MA\_08\_04\_26.gif>>

Por tanto, se concluye que:

20*x*8 *+* 7*x*4 *–* 6= (4*x*4+ 3) (5*x*4– 2)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC240 |
| **Título** | Ejercita la factorización de trinomios de la forma *ax*2*n + bxn + c* |
| **Descripción** | Ejercicios de factorización de trinomios de la forma *ax*2*n + bxn + c* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC250 |
| **Título** | Encuentra expresiones ocultas |
| **Descripción** | Actividades para hallar términos desconocidos en la factorización de un trinomio |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC260 |
| **Título** | Resuelve problemas aplicando la factorización |
| **Descripción** | Situaciones que requieren la factorización para su solución. |

[SECCIÓN 2] **3.5** **Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC270 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización de trinomios |
| **Descripción** | Actividad sobre Factorización de trinomios. |

[SECCIÓN 1] **4** **La factorización de un cubo perfecto**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | De los productos notables se vio que:  (*a + b*)3 = *a*3 *+* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *+ b*3  (*a – b*)3 = *a*3 *–* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *– b*3  Por tanto, un cubo perfecto es un polinomio que debe tener alguna de las siguientes formas:  *a*3 *+* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *+ b*3  *a*3 *–* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *– b*3 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG39 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de un cubo perfecto. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

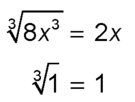
|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Características de un cubo perfecto |
| **Contenido** | Un polinomio es un cubo perfecto si cumple las siguientes características:   * Tiene cuatro términos. * Al organizarlo, el primer y el cuarto términos tienen raíz cúbica exacta (*a*3 y *b*3). * El segundo término es el triple del producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término y la raíz cúbica del cuarto término (3*a*2*b*). * El tercer término es el triple del producto de la raíz cúbica del primer término y el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto término (3*ab*2). * El segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo. El primero y tercer signos son positivos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC280 |
| **Título** | Identifica cubos perfectos |
| **Descripción** | Interactivo que aclara diferencias conceptuales entre cubos perfectos, diferencias y sumas de cubos, así como su factorización. |

* Verificar si el polinomio 8*x*3 *+* 12*x*2 *+* 6*x +* 1 es un cubo perfecto; si lo es, factorizarlo.

El polinomio cumple la primera característica porque tiene 4 términos.

Para determinar si cumple la segunda característica extraemos la raíz cúbica del primer y cuarto términos y verificamos que sean exactas.



<<MA\_08\_04\_27.gif>>

<<MA\_08\_04\_28.gif>>

Por tanto, sí cumplen la característica.

La tercera y la cuarta características se cumplen ya que:

3(2*x*)2 (1) = 3(4*x2*) = 12*x2*

3(2*x*)(1)2 = 3(2*x*) = 6*x*

El segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo y los dos términos restantes son positivos, es decir, tiene la última característica.

Por lo tanto, el polinomio es un cubo perfecto y su factorización es:

8*x*3 *+* 12*x*2 *+* 12*x +* 1 = (2*x* + 1)3

* Verificar si el polinomio 27*x*6 – 108*x*4*y* + 144*x*2*y*2 – 64*y*3 es un cubo perfecto; si lo es, factorizarlo.

Tiene cuatro términos.

Se extrae la raíz cúbica del primer y cuarto términos y, se verifica que el segundo y tercer términos correspondan a 3*a*2*b* y 3*ab*2

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG41 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\Lzambrano\Documents\GitHub\Matematicas\fuentes\visuales\grado08\guion04\materialGrafico\MA_08_04_CO_IMG41_small.jpg |
| **Pie de imagen** | La raíces cúbicas de 27*x*6 y de 64*y*3 son respectivamente 3*x*2 y 4*y*.  El segundo término corresponde a tres veces el producto del primero elevado al cuadrado por el segundo, y el tercer término equivale a tres veces el primero por el segundo término al cuadrado. |
| **Ubicación del píes de imagen** | Inferior |

El segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo y los dos términos restantes son positivos, es decir, cumple la quinta característica.

Por lo tanto, el polinomio es un cubo perfecto y su factorización es

27*x*6 – 108*x*4*y* + 144*x*2*y*2 – 64*y*3 *=* (3*x*2 – 4*y*)3

Como el segundo signo es negativo la factorización se hace como la diferencia de un cubo perfecto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC290 |
| **Título** | Factoriza cubos perfectos |
| **Descripción** | Actividades para identificar cubos perfectos y su respectiva factorización. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC300 |
| **Título** | Los cubos perfectos y aplicaciones |
| **Descripción** | Actividad para evaluar el nivel de apropiación del concepto de cubo perfecto y el procedimiento para calcular su factorización. |

[SECCIÓN 2] **4.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC320 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización de cubos |
| **Descripción** | Actividades para evaluar el dominio de la factorización de cubos perfectos. |

[SECCIÓN 1] **5 La factorización completa**

A veces una expresión algebraica no se puede factorizar de forma inmediata aplicando los diferentes casos vistos y, por tanto, es necesario combinar dos a más de dichos casos.

Observa los siguientes ejemplos.

* Factorizar 8*x*2 *–* 32.

8 es factor común ya que 8 ∙ 1 = 8 y 8 ∙ 4 = 32, por consiguiente:

8*x*2 *–* 32 = 8 (*x*2– 4)

La expresión (*x*2– 4) es una diferencia de cuadrados, así que se puede factorizar como tal:

(*x*2– 4) = (*x –* 2) (*x* + 2)

Por tanto, la factorización completa es:

8*x*2 *–* 32 = 8 (*x –* 2) (*x* + 2)

En este caso se aplicó factor común y diferencia de cuadrados.

* Factorizar 6*x*2*y* + 12*xy* – 90*y*.

6*x*2*y* + 12*xy* – 90*y* = 6*y* (*x*2 + 2*x* – 15) Factor común 6*y*

= 6*y* (*x* + 5) (*x* – 3) Trinomio de la forma *x*2*n* + *bxn* + *c*

* Factorizar 20*x*4 – 5*x*2 – 30*x* – 45.

20*x*4 – 5*x*2 – 30*x* – 45 = 5 (4*x*4 – *x*2 – 6*x* – 9) Factor común 5

= 5 [4*x*4 – (*x*2 + 6*x* + 9)] Factor común

= 5 [4*x*4 – (*x* + 3)2] Trinomio cuadrado perfecto:

*x*2 + 6*x* + 9

= 5 [2*x*2 – (*x* + 3)] [2*x*2 + (*x* + 3)] Diferencia de cuadrados:

4*x*4 – (*x* + 3)2

20*x*4 – 5*x*2 – 30*x* – 45 = 5 (2*x*2 – *x* – 3) (2*x*2 + *x* + 3) Eliminación de paréntesis.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC320 |
| **Título** | La factorización completa de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para factorizar expresiones algebraicas aplicando varios casos de factorización |

[SECCIÓN 2] **5.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC330 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización completa |
| **Descripción** | Actividades sobre la factorización completa |

[SECCIÓN 1] **6 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC340 |
| **Título** | Competencias: aplicaciones de la factorización |
| **Descripción** | Actividad sobre situaciones en las cuales se aplica la factorización |

[SECCIÓN 1] **7 Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC360 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La factorización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC360 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad que permite evaluar el nivel de apropiación de los conceptos y procedimientos desarrollados en el tema |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC390 | |
| **Web 01** | *Casos de factorización* | [*http://keyla-villamizar.blogspot.com/*](http://keyla-villamizar.blogspot.com/) |
| **Web 02** | *Factorización de un polinomio* | [*http://www.vitutor.com/ab/p/a\_12.html*](http://www.vitutor.com/ab/p/a_12.html) |