|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Factorización** |
| Código del guion | MA\_08\_04\_CO |
| Descripción | Cuando se habla de factorización en matemáticas, se refiriere a multiplicación, es decir, escribir una expresión o un número en términos de una multiplicación. |

[SECCIÓN 1] **1 El concepto de factorización**

Para estudiar el concepto de factorización se debe revisar que significa descomponer en factores un número o una expresión algebraica.

¿Cómo se descompone en factores primos un número?Descomponer en factores primos un número significa escribirlo como la multiplicación de números primos. Por ejemplo:

* 72 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 3 = 23 ∙ 32
* 24 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 = 23 ∙ 3
* 125 = 5 ∙ 5 ∙ 5 = 53

En cada ejemplo los números se escribieron como una multiplicación, en este caso de números primos, y a esto se le llama descomposición factorial, así cualquier número natural es posible escribirlo como el producto de factores primos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Descomposición de 72 en factores primos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Los números primos son aquellos que son divisibles únicamente por la unidad y él mismo.  Tales como:  *P* = {2, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, …}  Así por ejemplo  5/1 = 5 y 5/5 = 1 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC10 |
| **Título** | Noción de factorización |
| **Descripción** | Interactivo con el cual se puede introducir el concepto de factorización |

[SECCIÓN 2 **1.1 Descomposición factorial de una potencia**

La descomposición factorial de una potencia se realiza aplicando el proceso inverso de la potenciación, es decir escribir la potencia como una multiplicación reiterada. Por ejemplo:

* *x*5= *x* ∙ *x* ∙ *x* ∙ *x* ∙ *x*
* *y*3 = *y ∙ y ∙ y*
* *x*4*y*2= *x ∙ x ∙ x ∙ x ∙ y ∙ y*

En cada ejemplo la potencia se reescribió como una multiplicación iterada en donde el exponente indica cuantas veces se repite la base.

[SECCIÓN 2 **1.2 Factorización de un monomio**

A partir de la descomposición factorial de un número y de una potencia, factorizar un monomio significa descomponer en factores primos el coeficiente (parte numérica) y escribir como factores la parte literal. Por ejemplo:

* 24*x*2 = 23 ∙ 3 ∙ *x* ∙ *x*
* 36*x*3*y*4 = 22 ∙ 32 ∙ *x* ∙ *x* ∙ *x* ∙ *y* ∙ *y* ∙ *y* ∙ *y*
* 144*z*4 = 24 ∙ 32 ∙ *z* ∙ *z* ∙ *z* ∙ *z*

En cada ejemplo el coeficiente se descompuso en factores primos y la parte literal se expresó como un producto reiterado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC20 |
| **Título** | La factorización más elemental: un monomio |
| **Descripción** | Actividades para monomios con su respectiva descomposición factorial |

[SECCIÓN 1 **1.3 Factor común**

El factor común de una expresión algebraica es aquel que se repite en cada expresión algebraica cuando esta se escribe en términos del producto de sus factores. Algunos ejemplos de factor común son los siguientes:

* ¿Cuál será la expresión que es común a los monomios 12*x*3*z*; 9*x*5*y*?

Lo primero que se debe hacer es escribir cada monomio como un producto de factores, por lo tanto:

12*x*3*z* = **3**∙ 22 ∙ ***x*** ∙ ***x*** ∙ ***x*** ∙*z*

15*x*5*y* = **3** *∙* 5 *∙* ***x*** *∙* ***x*** *∙* ***x*** *∙ x ∙ x ∙ y*

Ahora se debe observar que es lo que se repite en cada caso:

Para cada monomio, el 3 es un número común y la *x* esta por lo menos tres veces en cada uno de ellos, por lo tanto se puede decir que el factor común de 12*x*3*z*; 9*x*5*y* es el monomio 3*x*3.

* Hallar el factor común entre 18*x*2*y*3; 48*x*5*y*2*;* 54*x*3*y*4.

Descomponiendo como producto de factores a cada monomio se obtiene:

18*x*2*y* = **2** ∙ 32 ∙ ***x*** ∙ ***x*** ∙ ***y*** ∙ ***y*** ∙ *y*

48*x*5*y*2= 24 ∙ **3** ∙ ***x*** ∙ ***x*** ∙ *x*∙ *x* ∙ *x* ∙ ***y ∙ y***

54*x*3*y*4 = 2 ∙ 33 ∙ ***x*** *∙* ***x*** *∙ x ∙ y ∙ y ∙* ***y*** *∙* ***y***

Los términos comunes entre los tres monomios son: el 2 y el 3 que se encuentran por lo menos una vez en cada monomio, la *x* que esta por lo menos dos veces en cada monomio y por último la *y* que también está dos vecen en cada monomio, por tanto el factor común de los tres monomios es 2 ∙ 3 ∙ *x*2*y*2 = 6*x*2*y*2*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Factor común** |
| **Contenido** | En cada ejemplo el factor común, se compone de la parte numérica y la parte literal que se repiten en cada monomio y tienen la menor potencia. Por ejemplo:  El factor común de 24*x*3*y*8; 36*x*7*y*5seria 6*x*3*y*5 porque:  24*x*3*y*8 = 3 ∙ 2 ∙ 22 ∙ *x*3*y*5*y*3  36*x*7*y*5 = 3 ∙ 3 ∙ 2 ∙ 2 ∙ *x*3*x*4*y*5  En este caso la descomposición factorial se ha realizado aplicando la propiedad uno de la potenciación para reescribir cada potencia y mirar los factores comunes que en este caso son los de la menor potencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC40 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2° ESO-Matemáticas-álgebra- Practica la extracción del factor común\_MT\_08\_03 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Factorización por factor común |
| **Descripción** | Ejercicios para practicar la extracción de un monomio como factor común |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC60 |
| **Título** | Halla el factor común de varios monomios |
| **Descripción** | Ejercicios que permite al estudiante calcular el factor común de varios conjuntos de monomios |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC70 |
| **Título** | Aplicación del factor común para monomios |
| **Descripción** | Actividades en donde se aplica el concepto de factor común entre monomios |

[SECCIÓN 1] **1.4** **Factorización de un polinomio mediante el factor común**

Factorizar un polinomio consiste en hallar una expresión algebraica que sea equivalente y que se escriba como el producto de dos o más polinomios. Para ello es importante estudiar los siguientes casos:

[SECCIÓN 2] **1.4.1 Monomio como factor común de un polinomio**

Cuando en un polinomio cada uno de sus términos tiene un factor común, este será el factor común del polinomio.

Por ejemplo en el polinomio 2*xy* + 3*y* el factor que es común es *y*, por tanto el polinomio se puede reescribir como:

2*xy* + 3*y* = *y* (2*x +* 3)

Realizar esta factorización consiste en aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma en forma inversa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | ¿Cómo se halla el factor común de un polinomio? |
| **Contenido** | Para hallar el factor común se deben seguir los siguientes pasos:   * Escribir cada coeficiente como el producto de factores primos y hallar el factor con los números que se repitan y tengan menor exponente. * El factor común de la parte literal será la parte literal que se repite y además tiene el menor exponente. * La factorización resulta de multiplicar el factor común por el cociente de cada termino del polinomio entre el factor común. |

* Se desea factorizar mediante factor común el polinomio 15*x*5*y*9+ 21*x*8*y*5 *–* 21*x*8*y*5 *+* 12*x*3*y*7*.*

Escribiendo cada coeficiente como el producto de factores primos se tiene:

15*x*5*y*9 *–* 21*x*8*y*5 *+* 12*x*3*y*7 *=* 3 ∙ 5 ∙ *x*5*y*9 *–* 7 ∙ 3 ∙ *x*8*y*5+ 3 ∙ 22 ∙ *x*3*y*7

Los términos comunes son 3, *x* y *y*.

Los que tienen el menor exponente: el de *x* es *x*3 mientras que el de *y* es *y*5, por tanto el factor común es 3*x*3*y*5así la factorización de 15*x*5*y*9 *–* 21*x*8*y*5 *+*12*x3y*7sera:

15*x*5*y*9 *–* 21*x*8*y*5 *+* 12*x*3*y*7 *=* 3*x*3*y*5 (5*x*2*y*4 *–* 7*x*5 *+* 4*y*2)

* Factorizar: 150*x*8*w*3 *+* 45*x*5*y*2 *+* 60*x*3*z*

150*x*8*w*3 *+* 45*x*5*y*2 *+* 60*x*3*z =* 2 ∙ 3 ∙ 52 ∙ *x*8*w*3 *+* 32 ∙ 5∙ *x*5*y*2 *+* 22 ∙ 3 ∙ 5 ∙ *x*3*z*

*=* 3 ∙ 5 ∙ *x*3(2 ∙ 5 ∙ *x*5*w*3 *+* 3*x*2*y*2 *+* 22*z*)

= 15*x*3(10*x*5*w*3 *+* 3*x*2*y*2 *+*4*z*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC80 |
| **Título** | Encuentra el factor común de polinomios |
| **Descripción** | Actividades para ejercitar el cálculo del factor común para varios polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.4.2 Factor común por agrupación de términos**

Este caso se da cuando no todos los términos de un polinomio tienen un factor común, pero entre algunos de ellos si existe el factor común; en este caso se asocian los términos con factor común para obtener un polinomio que sea común y permita expresar el polinomio original como el producto de dos o más polinomios. Por ejemplo:

* Factorizar: 9*x +* 6*y* + 3*nx +* 2*ny +* 3*kx +* 2*ky*

Se puede observar que no todos los términos del polinomio tienen el mismo factor común; así que se debe reagrupar el polinomio de tal modo que se pueda identificar cuál es el factor común:

9*x +* 3*nx* *+* 3*kx* + 6*y* *+* 2*ny +* 2*ky*

Los tres primeros términos tienen como factor común , los otros tres tienen como factor común , así se tiene que:

9*x +* 3*nx +* 3*ky =* 3*x* (3 + *n + k*)

6*y +* 2*ny* + 2*ky =* 2*y* (3 + *n + k*)

Por tanto:

9*x +* 3*nx* *+* 3*kx* + 6*y* *+* 2*ny +* 2*ky =* 9*x +* 3*nx +* 3*ky +* 6*y +* 2*ny* + 2*ky*

*=* 3*x* (3 + *n + k*) + 2*y* (3 + *n + k*)

Ahora el polinomio (3 + *n + k*) es factor común de 3*x* y de 2*y*, luego:

9*x +* 3*nx* *+* 3*kx* + 6*y* *+* 2*ny +* 2*ky =* (3 + *n + k*) (3*x +* 2*y*)

* Factorizar por agrupación de términos el polinomio: 14*ax +* 10*bx +* 21*ay +* 15*by*

14*ax +* 10*bx +* 21*ay +* 15*by =* 2*x* (7*a +* 5*b*) + 3*y* (7*a* + 5*b*)

= (7*a* + 5*b*) (2*x* + 3*y*)

Otra forma de factorizar el polinomio es:

14*ax +* 10*bx +* 21*ay +* 15*by =* 7*a* (2*x* + 3*y*) + 5*b* (2*x +* 3*y*)

= (2*x +* 3*y*) (7*a* + 5*b*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC90 |
| **Título** | Practica la agrupación de términos |
| **Descripción** | Practica para factorizar polinomios por agrupación de términos |

[SECCIÓN 2 **1.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC110 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 2° ESO-Matemáticas-álgebra- Refuerza tu aprendizaje: El factor común |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización |
| **Descripción** | Actividades sobre La factorización |

[SECCIÓN 1] **2** **La factorización de Binomios**

La factorización de un binomio cuando no tienen términos comunes, se realiza de acuerdo a los siguientes casos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC120 |
| **Título** | Factorización de binomios |
| **Descripción** | Interactivo que explica los procedimientos para factorizar binomios |

[SECCIÓN 2] **2.1 Factorización de la diferencia de cuadrados**

La diferencia de cuadrados *a*2 *– b*2 es posible factorizarla con el producto notable de la suma por la diferencia de las raíces de cada término:

*a*2 *– b*2*=* (*a – b*) (*a + b*)

Por ejemplo:

* Para factorizar 25*x*2 *–* 16*y*2

Se calcula la raíz cuadrada de cada término:

<<MA\_08\_04001.gif>>

<<MA\_08\_04002.gif>>

Por tanto:

25*x*2 *–* 16*y*2 *=* (5*x –* 4*y*) (5*x* + 4*y*)

* Para factorizar 144*x*2 *–* 49*y*2

Se calcula la raíz cuadrada de cada término:

<<MA\_08\_04003.gif>>

<<MA\_08\_04004.gif>>

Por tanto:

144*x*2 *–* 49*y*2 = (12*x* – 7*y*) (12*x* + 7*y*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC130 |
| **Título** | Factoriza una diferencia de cuadrados |
| **Descripción** | Actividades para ejercitar la factorización de diferencia de cuadrados |

[SECCIÓN 2] **2.2** **Factorización de la diferencia de cubos**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | <<MA\_08\_04005.gif>>  Si se multiplican ambos lados de la igualdad por la expresión (*a – b*) se obtendrá:  *a*3 *– b*3 *=* (*a – b*) (*a*2+ *ab + b*2)  Para hallar los términos *a* y *b*, se calcula la raíz cubica de cada termino del binomio. |

Observa los siguientes ejemplos:

* 8*x*3 *–* 27*y*3

Se calcula la raíz cubica de cada término:

<<MA\_08\_04006.gif>>

<<MA\_08\_04007.gif>><<MA\_08\_04008.gif>>

Lo que significa que *a =* 2*x* y *b =* 3*y*, aplicando la factorización se tiene:

8*x*3 *–* 27*y*3 *=* (2*x –* 3*y*) (4*x*2 *+* 6*xy +* 9*y*2)

* 8*x*3 *–* 1

Se calcula la raíz cubica de cada término:

<<MA\_08\_04009.gif>>

<<MA\_08\_04010.gif>>

Lo que significa que *a =* 2*x* y *b =* 1, aplicando la factorización se tiene:

8*x*3 *–* 1 *=* (2*x –* 1) (4*x*2 *+* 2*x +* 1)

[SECCIÓN 2] **2.3** **Factorización de la suma de cubos**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | <<MA\_08\_04011.gif>>  Multiplicando los dos lados de la igualdad por la expresión (*a + b*) se tiene:  *a*3 *+ b*3 *=* (*a + b*) (*a*2 *– ab +b*2)  Para hallar los términos *a* y *b*, se calcula la raíz cubica de cada termino del binomio. |

Observa los siguientes ejemplos:

* 64*x*3 *+* 27*y*3

Se calcula la raíz cubica de cada término:

<<MA\_08\_04012.gif>>

<<MA\_08\_04013.gif>>

Lo que significa que *a =* 4*x*  y *b =* 3*y,* aplicando la factorización se tiene:

64*x*3 *+* 27*y*3 *=* (4*x +* 3*y*) (16*x*2 *–* 12*xy +* 9*y*2)

* 27 + *8y*3

Se calcula la raíz cubica de cada término:

<<MA\_08\_04014.gif>>

<<MA\_08\_04015.gif>>

Lo que significa que *a =* 3 y *b =* 2*y*, aplicando la factorización se tiene que:

27 + 8*y*3*=* (3 +2*y*) (9 – 6*y +* 4*y*2)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC160 |
| **Título** | Factoriza sumas y diferencias de cubos |
| **Descripción** | Actividad en la que el estudiante relaciona sumas y diferencias de cubos con su respectiva factorización |

[SECCIÓN 2] **2.4** **Factorización de la suma y la diferencia de potencias iguales**

Para la factorización de expresiones como *an + bn* y *an – bn* es necesario recordar los cocientes notables de los siguientes casos:

* *an – bn* es divisible entre *a – b*, si n es par o impar.
* *an – bn* es divisible entre *a + b* solo si n es par.
* *an + bn* es divisible entre *a + b* solo si n es impar.
* *an + bn*  nunca es divisible entre *a + b* ni entre *a* – *b* cuando *n* es par.

[SECCIÓN 3] **2.4.1** **Factorización de *an – bn* y *an + bn***

De los cocientes notables se tiene que:

<<MA\_08\_04016.gif>>

Multiplicando por (*a – b*)los dos lados de la igualdad:

*an – bn =* (*a – b*) (*an –* 1 + *an –* 2*b + an –* 3*b*2 + *an –* 4*b*3 +… + *abn –* 2 + *bn –* 1)

Por ejemplo al factorizar *x5 –* 32se tiene:

*x5 –* 32 = *x5 –* 25

= (*x –* 2) (*x4 +* 2*x3 +* 22*x2 +* 23*x +* 24)

= (*x –* 2) (*x4 +* 2*x3 +* 8*x* + 16)

En el caso de ***an + bn:***

<<MA\_08\_04017.gif>>

Multiplicando por (*a – b*)los dos lados de la igualdad:

*an + bn =* (*a + b*) (*an –* 1 *–* *an –* 2*b + an –* 3*b*2 *–* *an –* 4*b*3 +… *–* *abn –* 2 + *bn –* 1)

Al factorizar *x7 +* 128 se obtiene:

*x*7 *+* 128 = *x*7 *+* 27

= (*x +* 2) (*x*6 *–* 2*x*5 *+* 22*x*4 *–* 23*x*3 *+* 24*x*2 *–* 25*x +* 26)

= (*x +* 2) (*x*6 *–* 2*x*5 *+* 4*x*4 *–* 8*x*3+ 16*x*2 *–* 32*x +* 64)

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Potencias múltiplos de 2 y de 3** |
| **Contenido** | Para la suma y la diferencia de potencias con igual exponente, si el exponente *n* es un múltiplo de 3, se aplica la diferencia o la suma de cubos.  *x*9 *– y*9 *= (x*3*)*3 *– (y*3*)*3  *=* (*x*3 *– y*3) (*x*6 *+ x*3*y*3 *+ y*6)  = (*x – y*) (*x*2 + *xy + y*2) (*x*6 *+ x*3*y*3 *+ y*6)  Si el exponente es par pero no es múltiplo de 3, se debe aplicar la diferencia de cuadrados.  *x*4 *– y*4 *=* (*x*4)2 – (*y*4)2  = (*x*2 *– y*2) (*x*2 *+ y*2)  = (*x – y*) (*x + y*) (*x*2 *+ y*2) |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC170 |
| **Título** | Factoriza sumas y diferencias de potencias iguales |
| **Descripción** | Actividades parta fortalecer la factorización de sumas o diferencias de potencias iguales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC180 |
| **Título** | Interpretación geométrica de los casos de factorización para binomios |
| **Descripción** | Interactivo para reconocer las características de los binomios cuando están factorizados |

[SECCIÓN 2] **2.5** **Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC200 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización de binomios |
| **Descripción** | Actividades sobre La factorización de binomios |

[SECCIÓN 1] **3** **Factorización de trinomios**

La factorización de un trinomio, se realiza de acuerdo a los siguientes casos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC210 |
| **Título** | Factorización de trinomios |
| **Descripción** | Interactivo en el que se explica cómo se factorizan trinomios según su clasificación |

[SECCIÓN 2] **3.1** **Trinomio cuadrado perfecto**

Un trinomio cuadrado perfecto es de la forma *a*2 *+* 2*ab + b*2 y para factorizarlo se procede de la siguiente forma:

* Se calcula la raíz cuadrada de los términos *a*2 y *b*2.
* Se verifica que el producto 2*ab*, sea igual al resultado del segundo término.
* Si la raíz de los termino es exacta y se verifica el producto, se escribe de la forma:

*a*2 *+* 2*ab + b*2 *=* (*a + b*)2

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de *a*2 *+* 2*ab + b*2 |

Observa los siguientes ejemplos.

* 9*x*2 *+* 24*xy +* 16*y*2

Se calcula la raíz cuadrada de los términos *a*2 y *b*2.

<<MA\_08\_04018.gif>>

<<MA\_08\_04019.gif>>

Se verifica el producto 2*ab*:

2 ∙ 3*x* ∙ 4*y =* 24*xy*

Como se cumple que este producto es igual al segundo término, se concluye que:

9*x*2 *+* 24*xy +* 16*y*2 *=* (3*x* + 4*y*)2

* 25*x*6 *-* 20*x*3*y*2*+* 4*y*4

Se calcula la raíz cuadrada de los términos *a*2 y *b*2.

<<MA\_08\_04020.gif>>

<<MA\_08\_04021.gif>>

Se verificamos el producto 2*ab*:

2 ∙ 5*x*3∙ 2*y*2 *=* 20*x*3*y*2

Como se cumple que este producto es igual al segundo término:

25*x*6 *-* 20*x*3*y*2*+* 4*y*4 *=* (5*x*3 *–* 2*y*2)2

* 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4

<<MA\_08\_04022.gif>>

<<MA\_08\_04023.gif>>

2 ∙ 3*x*2 ∙ 2 = 12*x*2

En este caso 12*x*2 ≠ 8*x*2 por tanto este trinomio no se puede factorizar como un trinomio cuadrado perfecto y es necesario estudiar otro tipo de factorización.

[SECCIÓN 2] 3**.2** **Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción**

Este caso se da cuando las raíces del primer término y del segundo término son exactas, pero el doble de su producto no se corresponde con el segundo término.

Para trinomios de la forma *a*2 *+* 2*ab + b*2 que al verificarlo no corresponden a un trinomio cuadrado perfecto se procede de la siguiente forma:

* Se adiciona y sustrae la cantidad necesaria para que el segundo término del trinomio sea igual al doble del producto de las raíces de *a* y de *b*.
* Se agrupa nuevamente el trinomio para que sea cuadrado perfecto.
* Se factoriza el trinomio.

Observa los siguientes ejemplos.

* 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4

<<MA\_08\_04024.gif>> y <<MA\_08\_04025.gif>>

2 ∙ 3*x*2∙ 2 = 12*x*2 y 12*x*2 *≠* 8*x*2

Entonces ¿Cuánto le falta a 8*x*2 para ser igual a 12*x*2?, es 4*x*2, por tanto se adiciona 4*x* al segundo término y para que el trinomio no se altere se sustrae 4*x*2*.*

9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4 = 9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4*x*2 *+* 4 – 4*x*2

= 9*x*4 *+* 12*x*2 *+* 4 – 4*x*2

= (9*x*4 *+* 12*x*2 *+* 4) – 4*x*2

*=* (3*x*2 *+* 2)2 – 4*x*2

La última expresión corresponde a una diferencia de cuadrados, por tanto se puede factorizar:

(3*x*2 *+* 2)2 - 4*x*2 *=* (3*x*2 *+* 2 – 2*x*) (3*x*2 *+* 2 + 2*x*)

Luego:

9*x*4 *+* 8*x*2 *+* 4 = (3*x*2–2*x* + 2) (3*x*2 *+* 2 + 2*x*)

* Factorizar 4*x*4 *+* 8*x*2*y*2 *+* 9*y*4

Se calcula la raíz del primer y tercer término:

<<MA\_08\_04026.gif>>

<<MA\_08\_04027.gif>>

Se desarrolla el producto de las raíces multiplicado por 2:

2 ∙ 2*x*2∙ 3*y*2 *=* 12*x*2*y*2

Se identifica cuanto le falta al segundo término para ser igual a 12*x*2*y*2, que es 4*x*2*y*2, ahora se procede a factorizar:

4*x*4 *+* 8*x*2*y*2 *+* 9*y*4 *=* 4*x*4 *+* 8*x*2*y*2 *+* 4*x*2*y*2 *+* 9*y*4 *–* 4*x*2*y*2

*=* 4*x*4 *+* 12*x*2*y*2 *+* 9*y*4 *–* 4*x*2*y*2

*=* (4*x*4 *+* 12*x*2*y*2 *+* 9*y*4) *–* 4*x*2*y*2

*=* (2*x*2 + 3*y*2)2 *–* 4*x*2*y*2

*=* (2*x*2 + 3*y*2 *–* 2*xy*) (2*x*2 + 3*y*2 *+* 2*xy*)

*=* (2*x*2*–* 2*xy* + 3*y*2) (2*x*2 *+* 2*xy* + 3*y*2)

* Factorizar 36*x*4 – 16*x*2*y*2 *+* *y*4

<<MA\_08\_04028.gif>>

<<MA\_08\_04029.gif>>

2 ∙ 6*x*2 ∙ *y*2 = 12*x*2*y*2

36*x*4 – 16*x*2*y*2 *+* *y*4 *=* 36*x*4 – 16*x*2*y*2 *+* 4*x*2*y*2 *+*  *y*4 *–* 4*x*2*y*2

*=* 36*x*4 – 12*x*2*y*2 *+*  *y*4 *–* 4*x*2*y*2

= (2*x*2 *– y*2)2 *–* 4*x*2*y*2

= (2*x*2 *–* 2*xy – y*2) (2*x*2 *+* 2*xy – y2*)

[SECCIÓN 2] **3.3** **Trinomio cuadrado de la forma *x2n + bxn + c***

Un trinomio de esta forma cumple las siguientes características:

* El coeficiente del primer término siempre es 1.
* La potencia de la parte literal del primer término es de la forma 2*n*.
* La potencia del segundo término siempre es *n*.
* El tercer término es una constante

Algunos ejemplos son:

*x*2 *–* 5*x +* 6

*x*4 *+* 16*x +* 60

*x*6 *+* 6*x*3 *–* 16

Para factorizar cada uno de estos trinomios primero se verifica si son trinomios cuadrados perfectos, de no ser así se procede del siguiente modo:

* El trinomio se descompone en el producto de dos binomios cuyo primer término es la raíz de *x*2*n*, es decir:

<<MA\_08\_04030.gif>>

El signo del segundo término en el primer binomio, es el signo del segundo término del trinomio, y el signo del segundo término del segundo binomio es el producto de los signo del segundo y tercer signo del trinomio.

* Si los signos de los binomios son iguales, se buscan dos números que multiplicados sean *b* y sumados sean *c*. Por el contrario si los signos son diferentes se buscan dos números que multiplicados sean *c* y restados sean *b*.

Observa los siguientes ejemplos:

* Factorizar *x*2 *–* 5*x +* 6

Se obtiene la raíz cuadrada de *x*2:

<<MA\_08\_04031.gif>>

Se escriben los dos binomios de forma que el primer término de cada binomio sea *x*:

*x*2 *–* 5*x +* 6 = (*x –* ) (*x* *–* )

El signo en el primer binomio es negativo ya que es el signo del segundo término, y el signo del segundo binomio es negativo porque el producto de los signos del segundo y el tercer término es negativo.

Como los signos de los binomios son iguales se deben identificar dos números que multiplicados entre si sean igual a 6 y adicionados entre si 5; en este caso son 2 y 3, ya que 2 ∙ 3 = 6 y 2 + 3 = 5 por tanto la factorización del trinomio es:

*x*2 *–* 5*x +* 6 = (*x –* 3) (*x* *–* 2)

* Factorizar *x*4 *+* 16*x +* 60

Se obtiene la raíz cuadrada de *x*4

<<MA\_08\_04032.gif>>

Ahora se escriben los dos binomios de forma que el primer término de cada binomio sea *x*2:

*x*4 *+* 16*x +* 60 = (*x*2+) (*x*2 +)

El signo en el primer binomio es positivo ya que es el signo del segundo término, y el signo del segundo binomio es positivo porque el producto de los signos del segundo y el tercer término es positivo.

Como los signos de los binomios son iguales se deben identificar dos números que multiplicados entre si sean igual a 60 y al adicionarse entre sí 16; en este caso son 6 y 10, ya que 6 ∙ 10 = 60 y 6 + 10 = 16 por tanto la factorización del trinomio es:

*x*4 *+* 16*x +* 60 = (*x*2+6) (*x*2 +10)

* Factorizar *x*6 *+* 6*x*3 *–* 16

*x*6 *+* 6*x*3 *–* 16 = (*x*3) (*x*3  )

*=* (*x*3+) (*x*3 *–* )

*=* (*x*3+8) (*x*3 *–* 2)

Como el signo de los binomios es diferente, se deben identificar dos números que multiplicados entre si sean iguales a 16 y al adicionarse (en este caso se sustraen) sean igual a 6.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC220 |
| **Título** | Trinomios de la forma *x2n + bxn + c* |
| **Descripción** | Actividad para practicar la factorización de un trinomio cuadrado perfecto y un trinomio por adición y sustracción |

[SECCIÓN 2] **3.4** **Trinomio cuadrado de la forma *ax2n + bxn + c***

Para factorizar un trinomio de esta forma se divide y multiplica todo el trinomio por *a* y se escribe el trinomio del siguiente modo:

<<MA\_08\_04033.gif>>

<<MA\_08\_04034.gif>>

Se hace un cambio de variable así *u = axn* y el trinomio queda de la forma:

<<MA\_08\_04035.gif>>

De esta forma se puede factorizar como el caso anterior.

Observa los siguientes ejemplos:

* Factorizar 5*x*2 *+* 10*x +* 12

<<MA\_08\_04036.gif>>

<<MA\_08\_04037.gif>>

Haciendo 5*x = u* se tiene:

<<MA\_08\_04038.gif>>

Ahora se puede factorizar como en el caso anterior, buscando dos números que multiplicados entre si sean iguales a 30 y al adicionarse entre sí sean 13, en este caso 10 y 3 ya que, 10 ∙ 3 = 30 y 10 + 3 = 13, luego la factorización es:

<<MA\_08\_04039.gif>>

Como *u =* 5*x*, se tiene que:

<<MA\_08\_04040.gif>>

En el binomio (5*x* + 10) se puede extraer 5 como factor común, por tanto:

<<MA\_08\_04041.gif>>

Y simplificando queda:

<<MA\_08\_04042.gif>>

Con lo cual se concluye que:

5*x2 +* 10*x +* 12 = (*x* + 2) (5*x* + 3)

* Factorizar 20*x*8 *+* 7*x*4 *–* 6

Primero se divide y multiplica el trinomio por 20 para obtener:

<<MA\_08\_04043.gif>>

<<MA\_08\_04044.gif>>

Si se evita el paso de cambio de variable y se factoriza directamente:

<<MA\_08\_04045.gif>>

En este caso se pueden identificar dos números que multiplicados entre si sean iguales a 120 y al restarse entre sí se obtenga 7, ya que los signos de los binomios son diferentes.

Si se halla el factor común de cada binomio:

<<MA\_08\_04046.gif>>

<<MA\_08\_04047.gif>>

Por tanto se concluye que:

20*x*8 *+* 7*x*4 *–* 6= (4*x*4+ 3) (5*x*4– 2)

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC240 |
| **Título** | Trinomios de la forma *ax2n + bxn + c* |
| **Descripción** | Ejercicios de factorización de trinomios de la forma *ax2n + bxn + c* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC250 |
| **Título** | Expresiones ocultas |
| **Descripción** | Actividades para hallar términos desconocidos en la factorización de un trinomio |

[SECCIÓN 2] **3.5** **Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC260 |
| **Título** | Problemas de aplicación |
| **Descripción** | Situaciones que requieren la factorización para su solución |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC270 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Factorización de trinomios |
| **Descripción** | Actividad sobre la factorización de trinomios |

[SECCIÓN 1] **4** **Factorización de un cubo perfecto**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | De los productos notables se vio que:  (*a + b*)3 = *a*3 *+* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *+ b*3  (*a – b*)3 = *a*3 *–* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *– b*3  Por tanto un cubo perfecto es un polinomio que debe tener algunas de las siguientes formas:  *a*3 *+* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *+ b*3  *a*3 *–* 3*a*2*b +* 3*ab*2 *– b*3 |

Para que un polinomio sea un cubo perfecto debe cumplir:

* El polinomio debe tener cuatro términos.
* El primer y el cuarto termino deben tener raíz cubica exacta.
* El segundo término es el triple del producto del cuadrado de la raíz cubica del primer término y la raíz cubica del cuarto termino.
* El tercer término es el triple del producto de la raíz cubica del primer término y el cuadrado de la raíz cubica del cuarto término.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de un cubo perfecto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC280 |
| **Título** | Identifica cubos perfectos |
| **Descripción** | Interactivo que aclarar diferencias conceptuales entre cubos perfectos, diferencias y sumas de cubos, así como su factorización. |

Por ejemplo:

* Verificar si el polinomio 8*x*3 *+* 12*x*2 *+* 12*x +* 1 es un cubo perfecto.

Cumple la primera condición ya que el polinomio consta de 4 términos.

La secunda condición también se cumple porque la raíz cubica del primer y el último término es exacta:

<<MA\_08\_04048.gif>> y <<MA\_08\_04049.gif>>

La tercera y la cuarta condición se cumplen así:

3(2*x*)2 (1) = 3(4*x2*) = 12*x2*

3(2*x*)(1)2 = 3(2*x*) = 6*x*

Por tanto el polinomio se puede factorizar como un cubo perfecto:

8*x*3 *+* 12*x*2 *+* 12*x +* 1 = (2*x* + 1)3

* Verificar si el polinomio 27*x*6 – 108*x*4*y* + 144*x*2*y*2 – 64*y*3 es un cubo perfecto.

Se obtiene la raíz cubica del primer y el cuarto término:

<<MA\_08\_04050.gif>>

<<MA\_08\_04051.gif>>

Ahora se verifican la tercera y la cuarta condición:

3 (3*x*2)2 (4*y*) = 3(9*x*4) (4*y*) = 108*x*4*y*

3 (3*x*2) (4*y*)2 = 3 (3*x*2) (16*y*2) = 144*x*2*y*2

Por tanto el polinomio se puede factorizar como un cubo perfecto:

27*x*6 – 108*x*4*y* + 144*x*2*y*2 – 64*y*3 *=* (3*x*2 – 4*y*)3

En este caso como los signos son alternados, la factorización se hace como la diferencia de un cubo perfecto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC290 |
| **Título** | Factorización de cubos perfectos |
| **Descripción** | Actividades para identificar cubos perfectos y su respectiva factorización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC300 |
| **Título** | Los cubos perfectos y aplicaciones |
| **Descripción** | Actividad para evaluar el nivel de apropiación del concepto de cubo perfecto y el procedimiento para calcular su factorización. |

[SECCIÓN 2] **4.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC320 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización de cubos |
| **Descripción** | Actividades para evaluar el dominio de la factorización de cubos perfectos |

[SECCIÓN 1] **5 La factorización completa**

A veces una expresión algebraica no se puede factorizar de forma inmediata aplicando los diferentes casos vistos, y por tanto es necesario combinar dos a más de los casos vistos.

Por ejemplo:

* Factorizar 8*x*2 *–* 32

8 es factor común ya que 8 ∙ 1 = 8 y 8 ∙ 4=32, por tanto:

8*x*2 *–* 32 = 8 (*x*2– 4)

La expresión (*x*2– 4) es una diferencia de cuadrados, así que se puede factorizar como tal:

(*x*2– 4) = (*x –* 2) (*x* + 2)

Por tanto la factorización completa es:

8*x*2 *–* 32 = 8 (*x –* 2) (*x* + 2)

En este caso se aplicó factor común y diferencia de cuadrados.

* Factorizar 6*x*2*y* + 12*xy* – 90*y*

6*x*2*y* + 12*xy* – 90*y =* 6*y* (*x*2 + 2 – 15) factor común

= 6*y* (*x* + 5) (*x* – 3) trinomio cuadrado

* Factorizar 20*x*4 – 5*x*2 – 30*x* – 45

= 5 (4*x*4 – *x*2 – 6*x* – 9) factor común

= 5 (4*x*4 – (*x*2+ 6*x* + 9)) factor común

= 5 (4*x*4– (*x* + 3)2) trinomio cuadrado perfecto

= 5 (2*x*2– (*x* + 3)) (2*x*2 *+* (*x +* 3)) diferencia de cuadrados

= 5 (2*x*2– *x* – 3) (2*x*2 *+ x* + 3) eliminación de paréntesis

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC310 |
| **Título** | La factorización completa de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para identificar los distintos casos de factorización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC330 |
| **Título** | La factorización completa de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para factorizar expresiones algebraicas aplicando varios casos de factorización |

[SECCIÓN 2] **5.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC340 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La factorización completa |
| **Descripción** | Actividad sobre La factorización completa |

[SECCIÓN 1] **6 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC350 |
| **Título** | Competencias: Aplicaciones de la factorización |
| **Descripción** | Situaciones en las cuales se aplica la factorización |

[SECCIÓN 1] **7 Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC370 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La factorización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC380 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad que permite evaluar el nivel de apropiación de los conceptos y procedimientos desarrollados en el tema. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_04\_CO\_REC390 | |
| **Web 01** | *Casos de factorización* | [*http://keyla-villamizar.blogspot.com/*](http://keyla-villamizar.blogspot.com/) |
| **Web 02** | *Factorización de un polinomio* | [*http://www.vitutor.com/ab/p/a\_12.html*](http://www.vitutor.com/ab/p/a_12.html) |