[SECCIÓN 1] **1 El concepto de factorización**

¿Qué significa factorizar en matemáticas?

Cuando hablamos de factorización, nos referimos a multiplicación, es decir, escribir una expresión o un número en términos de una multiplicación.

[SECCIÓN 2 **1.1 Descomposición factorial**

Para estudiar el concepto de factorización revisemos que significa descomponer en factores un número o una expresión algebraica.

¿Cómo se descompone en factores primos un número?

Descomponer en factores primos un número significa escribirlo como la multiplicación de números primos.

Miremos algunos ejemplos

Como puedes observar en cada ejemplo, cada número se escribió como una multiplicación en este caso de números primos, y a esto lo llamamos descomposición factorial, así cualquier número natural es posible escribirlo como el producto de factores primos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Descomposición de un número natural en factores primos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Recuerda que los números primos son aquellos que son divisibles únicamente tiene dos divisores distintos, la unidad y él mismo. Tales como:  Así por ejemplo |

[SECCIÓN 2 **1.2 Descomposición factorial de una potencia**

La descomposición factorial de una potencia se realiza aplicando el proceso inverso en la potenciación, es decir escribir la potencia como una multiplicación reiterada.

Veamos algunos ejemplos

Observa como en cada ejemplo la potencia se reescribió como una multiplicación iterada en donde el exponente indica cuantas veces se repite la base.

[SECCIÓN 2 **1.3 Factorización de un monomio**

A partir de la descomposición factorial de un número y de una potencia, factorizar un monomio significa descomponer en factores primos el coeficiente (parte numérica) y escribir como factores la parte literal.

Veamos algunos ejemplos

En cada ejemplo el coeficiente se descompuso en factores primos y la parte literal se expresó como un producto de reiterado

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC10 |
| **Título** | Descomposición factorial de un monomio |
| **Descripción** | Actividad para practicar la descomposición como producto de factores de un monomio |

[SECCIÓN 2 **1.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC20 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1 **2 Factor común**

El factor común de una expresión algebraica es aquel que se observa se repite en cada expresión algebraica, cuando esta se escribe en términos del producto de sus factores.

Veamos los siguientes ejemplos:

* ¿Cuál será la expresión que es común a los monomios ?

Lo primero que vamos a hacer es escribir cada monomio como un producto de factores por lo tanto tenemos:

Ahora observemos que es lo que se repite en cada caso:

Para cada monomio, el 3 es un número común y la x esta por lo menos tres veces en cada uno de ellos, por lo tanto podemos decir que el factor común de es el monomio

* Hallar el factor común entre

Descomponiendo como producto de factores a cada monomio se obtiene

Los términos comunes entre los tres monomios son: el 2 y el 3 que se encuentran por lo menos una vez en cada monomio, la x que esta por lo menos dos veces en cada monomio y por último la y que también está dos vecen en cada monomio, por tanto el factor común de los tres monomios es

Observa que en cada ejemplo el factor común, se compone de la parte numérica y la parte literal que se repiten en cada monomio y tienen la menor potencia.

Por ejemplo

* El factor común de seria miremos porque:

En este caso la descomposición factorial se ha realizado aplicando la propiedad uno de la potenciación para reescribir cada potencia y mirar los factores comunes que en este caso son los de la menor potencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC30 |
| **Título** | Factorización de monomios |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá practicar la factorización de monomios |

[SECCIÓN 2 **2.1 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC40 |
| **Título** | Factorización de monomios |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la factorización de monomios |

[SECCIÓN 1] **3** **Factorización de un polinomio mediante el factor común**

Factorizar un polinomio consiste en hallar una expresión algebraica que sea equivalente y que se escriba como el producto de dos o más polinomios. Para ello revisaremos los siguientes casos:

[SECCIÓN 2] **3.1 Monomio como factor común de un polinomio**

Cuando en un polinomio cada uno de sus términos tiene un factor común, este será el factor común del polinomio.

Por ejemplo en el polinomio el factor que es común es , por tanto el polinomio se puede reescribir como:

Realizar esta factorización consiste en aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma en forma inversa.

¿Cómo se halla el factor común de un polinomio?

Para hallar el factor común seguimos los siguientes pasos:

* Escribimos cada coeficiente como el producto de factores primos y hallamos el facto con los números que se repitan y tengan en menor exponente.
* El factor común de la parte literal será, será la parte literal que se repite y además tiene el menor exponente.
* La factorización resulta de multiplicar el factor común por el cociente de cada termino del polinomio entre el factor común.

Veamos los siguientes ejemplos:

* Factorizar mediante factor común el polinomio

Escribiendo cada coeficiente como el producto de factores primos tenemos:

Observa que los términos comunes son 3, x e y, ahora miremos cuales tiene el menor exponente: el de es mientras que el de es , por tanto el factor común es  así la factorización de seria:

* Factorizar

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC50 |
| **Título** | Factor común de un polinomio |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá practicar el factor común de un polinomio |

[SECCIÓN 2] **3.2 Factor común por agrupación de términos**

Este caso se da cuando no todos los términos de un polinomio tienen un factor común, pero entre algunos de ellos si existe el factor común; en este caso se asocian los términos con factor común para obtener un polinomio que sea común y permita expresar el polinomio el polinomio original como el producto de dos o más polinomios.

Veamos el siguiente ejemplo:

Factorizar

Observa que no todos los términos del polinomio tienen el mismo factor común; así que vamos a reagrupar el polinomio de tal modo que podamos observar cual es el factor común

Ahora observa que los tres primeros términos tienen como factor común a y los otros tres tienen como factor común a así tenemos que:

Por tanto

Ahora el polinomio es factor común de y de

Luego

Observa este otro ejemplo

Factorizar por agrupación de términos el polinomio

Otra forma de factorizar el polinomio es:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC60 |
| **Título** | Factor común por agrupación de términos |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá practicar la factorización de un polinomio mediante la agrupación de términos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC70 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **3.3 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC80 |
| **Título** | Factor común y factor por agrupación de términos |
| **Descripción** | Actividad para calcular y expresar el área de rectángulos mediante el factor común |

[SECCIÓN 1] **4** **Factorización de Binomios**

La factorización de un binomio Cuando no tienen términos comunes, se realiza de acuerdo a los siguientes casos:

[SECCIÓN 2] **4.1 Factorización de la diferencia de Cuadrados**

La diferencia de cuadrados es posible factorizarla con el producto notable de la suma por la diferencia de las raíces de cada término:

Veamos estos ejemplos:

* Para factorizar

Calculamos la raíz cuadrada de cada término

Por tanto

* Para factorizar

Calculamos la raíz cuadrada de cada término

Por tanto

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC90 |
| **Título** | Factorización por diferencia de cuadrados |
| **Descripción** | Actividad que te permite practicar la factorización de un binomio por diferencia de cuadrados |

[SECCIÓN 2] **4.2** **Factorización de la diferencia de Cubos**

Recuerda que:

Si pasamos la expresión que está dividiendo a multiplicar al otro laso de la igualdad tenemos que:

Para hallar los términos a y b, se calcula la raíz cubica de cada termino del binomio.

Observa los siguientes ejemplos:

Calculamos la raíz cubica de cada termino

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene que:

Calculamos la raíz cubica de cada termino

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene que:

[SECCIÓN 2] **4.3** **Factorización de la suma de Cubos**

Recuerda que:

Si pasamos la expresión que está dividiendo a multiplicar al otro laso de la igualdad tenemos que:

Para hallar los términos a y b, se calcula la raíz cubica de cada termino del binomio.

Observa los siguientes ejemplos:

Calculamos la raíz cubica de cada termino

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene que:

Calculamos la raíz cubica de cada termino

Lo que significa que y , aplicando la factorización se tiene que:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC100 |
| **Título** | Factorización de la suma y la diferencia de cubos |
| **Descripción** | Actividad que te permite practicar la suma y la diferencia de cubos |

[SECCIÓN 2] **4.4** **Factorización de la suma y la diferencia de potencias iguales**

Estudiemos la factorización de expresiones como y para eso recordemos de los cocientes notables los siguientes casos:

* es divisible entre , si n es par o impar
* es divisible entre solo si n es par
* es divisible entre solo si n es impar
* nunca es divisible entre ni entre a-b cuando n es par

[SECCIÓN 3] **4.4.1** **Factorización de**

De los cocientes notables tenemos que

Por tanto si pasamos el binomio a multiplicar al lado derecho de la expresión tenemos que:

Por ejemplo

Factorizar

[SECCIÓN 3] **4.4.2** **Factorización de**

De los cocientes notables tenemos que

Por tanto si pasamos el binomio a multiplicar al lado derecho de la expresión tenemos que:

Por ejemplo

Factorizar

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Potencias múltiplos de 2 y de 3** |
| **Contenido** | Para la suma y la diferencia de potencias con igual exponente, si el exponente n es un múltiplo de 3, se aplica la diferencia o la suma de cubos.  Si el exponente es par pero no es múltiplo de 3, se debe aplicar la diferencia de cuadrados. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC110 |
| **Título** | Factorización de potencias iguales |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá practicar la factorización de la suma y la diferencia de potencias iguales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC120 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **4.5** **Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC130 |
| **Título** | Factorización de binomios |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá recordar cómo se factoriza los diferentes tipos de binomios |

[SECCIÓN 1] **5** **Factorización de trinomios**

Para factorizar un trinomio vamos a considerar los siguientes casos:

[SECCIÓN 2] **5.1** **Trinomio cuadrado perfecto**

Un trinomio cuadrado perfecto es de la forma y para factorizarlo se procede de la siguiente forma:

* Se calcula la raíz cuadrada de los términos y
* Se verifica que el producto , sea igual al resultado del segundo término
* Si la raíz de los termino es exacta y se verifica el producto, se escribe como:

Observa los siguientes ejemplos.

Calculamos la raíz cuadrada de cada término

Verificamos el producto

Como se cumple que este producto es igual al segundo término, concluimos que:

Calculamos la raíz cuadrada de cada término

Verificamos el producto

Como se cumple que este producto es igual al segundo término, concluimos que:

Calculamos la raíz cuadrada de cada término

Verificamos el producto

Observa que en este caso por tanto este trinomio no se puede factorizar como un trinomio cuadrado perfecto y es necesario estudiar otro tipo de factorización.

[SECCIÓN 2] **5.2** **Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción**

Este caso se da cuando las raíces del primer término y del segundo término son exactas, pero el doble de su producto no se corresponde con el segundo término.

Para trinomios de la forma que al verificarlo no corresponden a un trinomio cuadrado perfecto procedamos de la siguiente forma:

* Adicionamos y sustraemos la cantidad necesaria para que el segundo término del trinomio sea igual al doble del producto de las raíces de a y de b.
* Agrupamos nuevamente el trinomio para que sea cuadrado perfecto.
* Factorizamos el trinomio.

Veamos los siguientes ejemplos

Ya sabemos que y además que que no se corresponde con el segundo término ya que . Entonces ¿Cuánto le falta a para ser igual a ? Sabemos que es , por tanto vamos a sumar 4x al segundo término y para que el trinomio no se altere le vamos a restar 4

Observa Que la última expresión corresponde a una diferencia de cuadrados, por tanto la podemos factorizar con lo que tenemos:

Luego

* Factorizar

Calculamos la raíz del primer y tercer término

Desarrollamos el producto de las raíces multiplicado por 2

Miramos cuanto le falta al segundo término para ser igual a , que en este caso es ahora procedemos a factorizar.

Factorizar

Calculamos la raíz del primer y tercer término

Desarrollamos el producto de las raíces multiplicado por 2

Miramos cuanto le falta al segundo término para ser igual a , que en este caso es ahora procedemos a factorizar.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC140 |
| **Título** | Trinomio cuadrado perfecto y trinomio por adición y sustracción |
| **Descripción** | Actividad que te permite practicar la factorización de un trinomio cuadrado perfecto y un trinomio por adición y sustracción |

[SECCIÓN 2] **5.3** **Trinomio cuadrado de la forma**

Un trinomio de la forma cumple las siguientes características:

* El coeficiente del primer término siempre es 1
* La potencia de la parte literal del primer término es de la forma 2n
* La potencia del segundo término siempre es n
* El tercer término es una constante

Algunos ejemplos son:

Para factorizar cada uno de estos trinomios primero verificamos si son trinomios cuadrados perfectos, de no ser así procedemos del siguiente modo:

* El trinomio se descompone en el producto de dos binomios cuyo primer término es la raíz de ósea
* El signo del segundo término en el primer binomio, es el signo del segundo término del trinomio, y el signo del segundo término del segundo binomio es el producto de los signo del segundo y tercer signo del trinomio.
* Si los signos de los binomios son iguales, se buscan dos números que multiplicados sean b y sumados sean c. Por el contrario si los signos son diferentes se buscan dos números que multiplicados sean c y restados sean b.

Revisemos los siguientes ejemplos.

* Factorizar

Hallamos la raíz cuadrada de

Ahora escribimos dos binomios talque el primer término de cada binomio es

El signo en el primer binomio es negativo ya que es el signo del segundo término, y el signo del segundo binomio es negativo porque el producto de los signos del segundo y el tercer término es negativo.

Como los signos de los binomios son iguales hallamos dos números que multiplicados sean 6 y sumados sean 5; en este caso son 2 y 3, ya que y por tanto la factorización del trinomio es:

* Factorizar

Hallamos la raíz cuadrada de

Ahora escribimos dos binomios talque el primer término de cada binomio es

El signo en el primer binomio es positivo ya que es el signo del segundo término, y el signo del segundo binomio es positivo porque el producto de los signos del segundo y el tercer término es positivo.

Como los signos de los binomios son iguales hallamos dos números que multiplicados sean 60 y sumados sean 16; en este caso son 6 y 10, ya que

y por tanto la factorización del trinomio es:

* Factorizar

Como el signo de los binomios es diferente, se buscan dos números que multiplicados sean 16 y restados sean 8

[SECCIÓN 2] **5.4** **Trinomio cuadrado de la forma**

Para factorizar un trinomio de la forma , dividimos y multiplicamos todo el trinomio por a y escribimos el trinomio del siguiente modo:

Hacemos un cambio de variable y el trinomio queda como

Y así Factorizamos como el caso anterior.

Observa los siguientes ejemplos:

* Factorizar

Haciendo tenemos

Ahora podemos factorizar como en el caso anterior buscando dos números que multiplicados sean 30 y sumados sean 13, en este caso 10 y 3 ya que, y luego la factorización es:

Como tenemos que:

En el binomio podemos sacar el 5 como factor común por tanto

Y simplificando 5 con 5 nos queda

Con lo cual se concluye que:

* Factorizar

Primero dividimos y multiplicamos el trinomio por 20 para obtener:

Evitemos el paso de cambio de variable y Factoricemos directamente

En este caso hallamos dos números que multiplicados sean 120 y restados sean 7, ya que los signos de los binomios son diferentes.

Hallemos factor común de cada binomio

Por tanto concluimos que:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC150 |
| **Título** | Trinomio cuadrado |
| **Descripción** | Actividad que te permite practicar la factorización de un trinomio cuadrado |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC160 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **5.5** **Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC170 |
| **Título** | Factorización de trinomios |
| **Descripción** | Actividad que te permitirá recordar cómo se factoriza los diferentes tipos de trinomios |

[SECCIÓN 1] **6** **Factorización de un cubo perfecto**

Recuerda que de los productos notables se vio que

Por tanto un cubo perfecto es un polinomio de la forma o de la forma

Para que sea un cubo perfecto debe cumplir:

* El polinomio debe tener cuatro términos.
* El primer y el cuarto termino deben tener raíz cubica exacta.
* El segundo término es el triple del cuadrado de la raíz cubica del primer término por la raíz cubica del cuarto termino.
* El tercer término es el triple de la raíz cubica del primer término por el cuadrado de la raíz cubica del cuarto término.

Por ejemplo

* Verificar si el polinomio es un cubo perfecto

Cumple la primera condición ya que el polinomio consta de 4 términos

La secunda condición también se cumple porque la raíz cubica del primer y el último termino es exacta.

y

La tercera y la cuarta condición se cumplen así:

Por tanto el polinomio se puede factorizar como un cubo perfecto.

* Verificar si el polinomio es un cubo perfecto

Hallamos la raíz cubica del primer y el cuarto término.

Ahora verificamos La tercera y la cuarta condición.

Por tanto el polinomio se puede factorizar como un cubo perfecto.

En este caso como los signos son alternados, la factorización se hace como la diferencia de un cubo perfecto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC180 |
| **Título** | Cubo perfecto |
| **Descripción** | Actividad que te permite factorizar un cubo perfecto |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC190 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **6.3 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC200 |
| **Título** | Factorización de un cubo perfecto |
| **Descripción** | Actividad para recordar lo aprendido de la factorización de un cubo perfecto |

[SECCIÓN 1] **7 Combinación de los casos de factorización**

A veces una expresión algebraica no se puede factorizar de forma inmediata aplicando los diferentes casos vistos, y por tanto es necesario combinar dos a más de los casos vistos.

Por ejemplo

* Factorizar

Observa que 8 es factor común ya que 81= y 84=32, por tanto

y la expresión es una diferencia de cuadrados, así que la podemos factorizar como tal

Por tanto la factorización completa es:

En este caso se aplicó factor común y diferencia de cuadrados

* Factorizar
* Factorizar

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC210 |
| **Título** | Los casos de factorización |
| **Descripción** | Actividad que te permite practicar los diferentes casos de factorización |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC220 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **7.1 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC230 |
| **Título** | Combinación de los casos de factorización |
| **Descripción** | Actividad para afianzar el concepto de factorización |

[SECCIÓN 1] **8 Ejercitación y competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC240 |
| **Título** | Los casos de factorización |
| **Descripción** | Actividad que te permite recordar todos los casos de factorización |

[SECCIÓN 1] **9 Fin de la unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC250 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC260 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_G08\_04\_REC270 | |
| **Web 01** | *Casos de factorización* | [*http://keyla-villamizar.blogspot.com/*](http://keyla-villamizar.blogspot.com/) |
| **Web 02** | *Factorización de un polinomio* | [*http://www.vitutor.com/ab/p/a\_12.html*](http://www.vitutor.com/ab/p/a_12.html) |
| **Web 03** | *Título* | *URL* |