|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Las fracciones algebraicas** |
| Código del guion | MA\_08\_05\_CO |
| Descripción | Conoce qué es una fracción algebraica, cómo se opera con ellas y en qué forma se pueden aplicar para resolver situaciones problema |

[SECCIÓN 1] **1 El máximo común divisor y mínimo común múltiplo**

Los polinomios algebraicos al igual que los números enteros poseen máximo común divisor y mínimo común múltiplo, es decir que entre dos polinomios es posible hallar un polinomio que los divida exactamente, y también es factible hallar un polinomio que sea múltiplo de los polinomios. Ahora estudiaremos cada caso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC10 |
| **Título** | Máximos y mínimos de expresiones racionales |
| **Descripción** | Interactivo que explica los conceptos de máximo y mínimo de expresiones algebraicas |

[SECCIÓN 2] **1.1 El máximo común divisor (M.C.D.)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El máximo común divisor (M.C.D.) es el mayor número que divide a dos o más cantidades de forma exacta. Se halla haciendo descomposición factorial de cada número, tomando las cantidades comunes de menor exponente y multiplicándolas entre sí. |

Recuerda mediante el siguiente ejemplo cómo se halla el M.C.D. de dos números enteros.

Hallar el M.C.D. de 48 y 72.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_IMG01 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: Los números sin cursiva y dejar espacio antes y después del signo igual. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Simplificación de 48 y 72. |

Tomamos los factores repetidos en cada número que tengan el menor exponente, es decir, 23 y 3; por tanto:

M.C.D. (48, 72) = 23 ∙ 3 = 24

[SECCIÓN 3] **1.1.1 El máximo común divisor de monomios**

El M.C.D. de dos o más **monomios** es el monomio que es común y tiene el mayor coeficiente y el menor exponente de la parte literal, que está contenido exactamente en cada monomio.

Para hallar el M.C.D. entre dos o más monomios se realizan los siguientes pasos:

* Se halla el M.C.D.de cada coeficiente.
* Se encuentra la parte literal que sea común en cada monomio y que, además, tenga el menor exponente.

Observemos algunos ejemplos:

* Hallar el M.C.D. entre 36*x*4*y*6, 48*x*8*y*4 y 60*x*3*y*7.

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

36*x*4*y*6 = 22 ∙ 32 ∙ *x*4*y*6

48*x*8*y*4 = 24 ∙ 3 ∙ *x*8*y*4

60*x*3*y*7 = 22 ∙ 3 ∙ 5 ∙ *x*3*y*7

Observa que los coeficientes comunes con menor exponente son22 y 3, es decir: 22 ∙ 3 = 12 y en la parte literal se tiene *x*3*y*4, por tanto:

**M.C.D. (36*x*4*y*6, 48*x*8*y*4, 60*x*3*y*7) = 12*x*3*y*4**

* Hallar el M.C.D. entre 24*x*8*y*2, 18*x*6*y*4 y 54*x*4*y*6.

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

24*x*8*y*2 = 23 ∙ 3 ∙ *x*8*y*2

18*x*6*y*4 = 2 ∙ 32 ∙ *x*6*y*4

54*x*4*y*6 = 2 ∙ 33 *x*4*y*6

Observa que los coeficientes comunes con menor exponente son2 y 3, es decir: 2 ∙ 3 = 6 y en la parte literal se tiene *x*4*y*2, por tanto:

**M.C.D. (24*x*8*y*2, 18*x*6*y*4, 54*x*4*y*6) = 6*x*4*y*2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC20 |
| **Título** | Calcula el máximo común divisor de monomios |
| **Descripción** | Actividad para relacionar dos o más monomios con su máximo común divisor |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 El máximo común divisor de polinomios**

Para hallar el M.C.D. entre dos o más polinomios, se factoriza cada uno de ellos y se multiplican los factores que sean comunes a todos los polinomios. Observa los siguientes ejemplos:

* Hallar el M.C.D. entre 4*x*4 + 2*x*3*y* y 16*x*6 – 4*x*4*y*2.

Factorizando cada expresión.

Factor común:

4*x*4 + 2*x*3*y* = 2*x*3(2*x* + *y*)

Factor común y diferencia de cuadrados:

16*x*6 – 4*x*4*y*2 = 4*x*4(4*x*2 – *y*2) = 4*x*4(2*x* – *y*)(2*x* + *y*)

Los términos comunes en cada polinomio son 2*x*3 y (2*x* + *y*), luego:

**M.C.D. (4*x*4 + 2*x*3*y* y 16*x*6** – **4*x*4*y*2) = 2*x*3(2*x* + *y*)**

* Hallar el M.C.D. de 9*x*2 – 36, 9*x*2 – 9*x* – 54 y 9*x*2 + 36*x* + 36.

Factorizando cada expresión tenemos:

9*x*2 – 36 = 9(*x*2 – 4) = 9(*x* – 2)(*x* + 2)

9*x*2 – 9*x* – 54 = 9(*x*2 – *x* – 6) = 9(*x* – 3)(*x* + 2)

9*x*2 + 36*x* + 36 = 9(*x*2 + 4*x* + 4) = 9(*x* + 2)2

Los términos comunes en cada polinomio son 9 y (*x* + 2), luego:

**M.C.D. (9*x*2** – **36, 9*x*2** – **9*x*** – **54, 9*x*2 + 36*x* + 36) = 9(*x* + 2)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Máximo común divisor** |
| **Contenido** | Para hallar el M.C.D. de dos o más polinomios se factorizan los polinomios como el producto de factores primos y el M.C.D. es el producto de los factores comunes con su menor exponente. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC30 |
| **Título** | Determina el máximo común divisor de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para calcular el máximo común divisor de dos polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.2 El mínimo común múltiplo (m.c.m.)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El m.c.m. de dos o más cantidades es el menor número que es múltiplo común a las cantidades dadas. |

Recordemos mediante el siguiente ejemplo cómo se calcula el m.c.m. de dos números.

Hallar el m.c.m. de 48 y 72.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_IMG02 |
| **Descripción** | Nota al diseñador: Los números sin cursiva y dejar espacio antes y después del signo igual. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Simplificación de 48 y 72. |

Tomamos los factores repetidos y no repetidos en cada número que tengan el mayor exponente, es decir, 24 y 32; por tanto:

m.c.m. (48, 72) = 24 ∙ 32 = 16 ∙ 9 = 144

[SECCIÓN 3] **1.2.1 El mínimo común múltiplo de monomios**

Para hallar el m.c.m. entre dos o más monomios, se halla el m.c.m. de los coeficientes y la parte literal son todas las letras, comunes y no comunes, que tengan el mayor exponente.

* Hallar el m.c.m. entre 12*x*4*y*6, 18*x*8*y*4.

Descomponiendo en factores primos los coeficientes se tiene:

12*x*4*y*6 = 22 ∙ 3 ∙ *x*4*y*6

18*x*8*y*4 = 2 ∙ 32 ∙ *x*8*y*4

Los coeficientes comunes con mayor exponente son 22 y 32, es decir: 22 ∙ 32 = 36 y en la parte literal se tiene *x*8*y*6, por tanto:

**m.c.m. (12*x*4*y*6, 18*x*8*y*4) = 36*x*8*y*6**

* Hallar el m.c.m. entre 12*x*8*y*2*z*, 18*x*6*y*4*z*2 y 8*x*3*y*7.

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

12*x*8*y*2z = 22 ∙ 3 ∙ *x*8*y*2*z*

18*x*6*y*4*z*2 = 2∙ 32 ∙ *x*6*y*4*z*2

8*x*3*y*7 = 23 ∙ *x*3*y*7

Observa que los coeficientes comunes con mayor exponente son 23 y 32, es decir: 23 ∙ 32 = 72 y en la parte literal se tiene *x*8*y*7*z*2, por tanto:

**m.c.m. (12*x*8*y*2*z*, 18*x*6*y*4*z*2, 8*x*3*y*7) = 72*x*8*y*7*z*2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC40 |
| **Título** | Encuentra el mínimo común múltiplo de monomios |
| **Descripción** | Actividad para relacionar dos o más monomios con su mínimo común múltiplo |

[SECCIÓN 3] **1.2.2 El mínimo común múltiplo de polinomios**

Para hallar el m.c.m. de dos o más polinomios, se factoriza cada polinomio y se hallan los términos comunes y no comunes que tengan mayor exponente. Por ejemplo:

* Hallar el m.c.m. de 4*xy*2 – 8*xyz* + 4*xz*2 y 8*ym*2 – 8*zm*2.

Factorizando cada polinomio se tiene:

4*xy*2 – 8*xyz* + 4*xz*2 = 4*x*(*y*2 – 2*yz* + *z*2) = 4*x*(*y* – *z*)2 = 22*x*(*y* – *z*)2

8*ym*2 – 8*zm*2 = 8*m*2(*y* – *z*) = 23*m*2(*y* – *z*)

El coeficiente con mayor exponente es 23 y las partes literales son *x*, *m*2, (*y* – *z*), luego:

**m.c.m. (4*xy*2** – **8*xyz* + 4*xz*2, 8*ym*2** – **8*zm*2) = 8*xm*2(*y*** – ***z*)2**

* Hallar el m.c.m. de *x*3*z* – 4*xzk*2, *x*3 + 2*kx*2, *x*2*z*2 + 4*kxz*2 + 4*k*2*z*2.

Factorizando cada polinomio se tiene:

*x*3*z* – 4*xzk*2 = *xz*(*x*2 – 4*k*2)

*x*3 + 2*kx*2 = *x*2(*x* + 2*k*)

*x*2*z*2 + 4*kxz*2 + 4*k*2*z*2 = *z*2(*x*2 + 4*kx* + 4*k*2) = *z*2(*x* + 2*k*)2

En este caso el coeficiente común es 1, y la parte literal común y no común con mayor exponente es *x*2, *z*2, (*x* + 2*k*)2 y (*x*2 – 4*k*2), luego:

**m.c.m. (*x*3*z*** – **4*xzk*2, *x*3 + 2*kx*2, *x*2*z*2 + 4*kxz*2 + 4*k*2*z*2) = *x*2*z*2(*x* + 2*k*)2(*x*2** – **4*k*2)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Mínimo común múltiplo** |
| **Contenido** | Para hallar el m.c.m. de dos o más polinomios se factorizan los polinomios como el producto de factores primos y el m.c.m. es el producto de los factores comunes y no comunes con mayor exponente. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC50 |
| **Título** | Halla el mínimo común múltiplo de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para calcular el mínimo común múltiplo de dos polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.3 Propiedad del m.c.m. y el M.C.D.**

Dados dos polinomios cualesquiera *p*(*x*) y *q*(*x*), el producto entre *p*(*x*) y *q*(*x*) es igual al producto del m.c.m. por el M.C.D. de los polinomios dados.

***p*(*x*) ∙ *q*(*x*) = m.c.m. (*p*(*x*), *q*(*x*)) ∙ M.C.D. (*p*(*x*), *q*(*x*))**

Por ejemplo:

Sean *p*(*x*) = *x*2 – 1 y *q*(*x*) = *x*2 + 4*x* + 3; hallar el m.c.m. y el M.C.D.

m.c.m. (*x*2 – 1, *x*2 + 4*x* + 3) = *x*3 + 3*x*2 – *x* – 3

M.C.D. (*x*2 – 1, *x*2 + 4*x* + 3) = *x* + 1

Ahora hacemos el producto de *p*(*x*) ∙ *q*(*x*) y el producto de m.c.m. (*p*(*x*), *q*(*x*)), ∙ M.C.D. (*p*(*x*), *q*(*x*)). Con lo cual se tiene que:

*p*(*x*) ∙ *q*(*x*) = (*x*2 – 1) ∙ (*x*2 + 4*x* + 3) = *x*4 + 4*x*3 + 2*x*2 – 4*x* – 3

m.c.m. (*p*(*x*), *q*(*x*)) ∙ M.C.D. (*p*(*x*), *q*(*x*)) = (*x*3 + 3*x*2 – *x* – 3) ∙ (*x* + 1) = *x*4 + 4*x*3 + 2*x*2 – 4*x* – 3

Por tanto, se puede decir que:

(*x*2 – 1) ∙ (*x*2 + 4*x* + 3) = (*x*3 + 3*x*2 – *x* – 3) ∙ (*x* + 1)

[SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC60 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: El máximo común divisor y el mínimo común múltiplo |
| **Descripción** | Actividad sobre el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo |

[SECCIÓN 1] **2 Las expresiones algebraicas racionales**

Una expresión algebraica racional es una fracción de la forma:

<<MC\_08\_05\_004>>

Con *q*(*x*) ≠ 0.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC70 |
| **Título** | Establece fracciones algebraicas equivalentes |
| **Descripción** | Actividad para establecer expresiones racionales equivalentes |

[SECCIÓN 2 **2.1 La ley de los signos en las expresiones algebraicas**

Como toda expresión algebraica es un cociente indicado debemos aplicar la ley de los signos estudiada para los números enteros.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La ley de los signos para la división de números enteros se define de la siguiente forma:  <<MC\_08\_05\_005>>  <<MC\_08\_05\_006>>  <<MC\_08\_05\_007>>  <<MC\_08\_05\_008>> |

Las fracciones algebraicas pueden ser positivas o negativas y para ello el signo se coloca antes de la fracción; si la fracción no tiene signo escrito se interpreta como positiva, y si tiene el signo menos es porque es negativa. Veamos algunos ejemplos.

* Fracciones positivas :

<<MC\_08\_05\_009>>

<<MC\_08\_05\_010>>

<<MC\_08\_05\_011>>

* Fracciones negativas:

<<MC\_08\_05\_011a>>

<<MC\_08\_05\_012>>

<<MC\_08\_05\_013>>

En las fracciones algebraicas se pueden factorizar su signo ya sea en el numerador, el denominador o en los dos y obtener así fracciones algebraicas equivalentes.

* Ejemplo 1:

<<MC\_08\_05\_014>>

Si factorizamos el signo menos en el numerador se tiene:

<<MC\_08\_05\_015>>

* Ejemplo 2:

<<MC\_08\_05\_016>>

Si se factoriza el signo menos en el denominador se tiene:

<<MC\_08\_05\_017>>

La utilidad de factorizar el signo de una fracción algebraica radica en que a partir de ello es posible simplificar y factorizar algunas expresiones algebraicas.

* Ejemplo 1. Factorizar el signo del numerador y simplificar.

<<MC\_08\_05\_018>>

Al factorizar el signo menos del numerador se tiene:

<<MC\_08\_05\_019>>

Ahora en el denominador se factoriza la diferencia de cuadrados y se simplifican los términos semejantes.

<<MC\_08\_05\_020>>

Así:

<<MC\_08\_05\_021>>

* Ejemplo 2. Factorizar el signo del denominador y simplificar.

<<MC\_08\_05\_022>>

Al factorizar el signo menos del denominador tenemos:

<<MC\_08\_05\_023>>

Ahora factorizamos el denominador como el producto de dos binomios y simplificamos los términos semejantes.

<<MC\_08\_05\_024>>

Así:

<<MC\_08\_05\_025>>

[SECCIÓN 2 **2.2 Simplificación de fracciones algebraicas cuyo numerador y denominador son monomios**

Si en una expresión algebraica el numerador y el denominador son **dos** monomios, se simplifican los coeficientes si tienen divisores comunes y se simplifican los coeficientes mediante la ley de los exponentes.

* Simplificar:

<<MC\_08\_05\_026>>

Se simplifican los coeficientes 72 y 32 como una fracción, y se sustraen los exponentes de las partes literales que son iguales.

<<MC\_08\_05\_027>>

* Simplificar:

<<MC\_08\_05\_028>>

Se simplifican los coeficientes 54 y 36 como una fracción, y se sustraen los exponentes de las partes literales que son iguales:

<<MC\_08\_05\_029>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC90 |
| **Título** | Simplifica fracciones cuyos términos son monomios |
| **Descripción** | Actividad para practicar la simplificación de expresiones racionales cuyos términos son monomios |

[SECCIÓN 2 **2.3 Simplificación de fracciones algebraicas cuyo numerador y denominador son polinomios**

Para simplificar fracciones en las que intervienen polinomios, se debe factorizar tanto el numerador como el denominador, luego cancelar términos semejantes en el numerador y el denominador. En los siguientes ejemplos se aplican los casos de factorización para simplificar una expresión algebraica.

* Ejemplo 1. Factorizar el numerador y el denominador para cancelar términos semejantes:

<<MC\_08\_05\_030>>

Factorizando el numerador como una diferencia de cuadrados y el denominador como el producto de dos binomios se tiene:

<<MC\_08\_05\_031>>

Luego se cancelan los términos semejantes en el numerador y el denominador para obtener finalmente:

<<MC\_08\_05\_032>>

* Ejemplo 2. Factorizar el numerador y el denominador para cancelar términos semejantes:

<<MC\_08\_05\_033>>

Factorizando el numerador como un trinomio cuadrado perfecto y el denominador como el producto de dos binomios:

<<MC\_08\_05\_034>>

Luego se cancelan los términos semejantes en el numerador y denominador para obtener finalmente:

<<MC\_08\_05\_035>>

* Ejemplo 3. Si el área de un rectángulo se representa por 4*x*2 + 10*xy* + 6*y*2 y la base del rectángulo se representa por *x* + *y*, ¿cuál es la expresión que representa la altura del rectángulo?

Sabemos que el área de un rectángulo se halla multiplicando la base por la altura, es decir, *A* = *b* ∙ *h*. Como conocemos el área y la base despejamos la altura y obtenemos la expresión *h* = *A*/*b*; al reemplazar los datos:

*h* = (4*x*2 + 10*xy* + 6*y*2)/(*x* +*y*)

Factorizando el numerador como un trinomio de la forma *ax*2 + *bx* + *c*:

*h* = [(2*x* + 3*y*)(2*x* + 2*y*)]/(*x* +*y*)

Y sacando factor común en la segunda expresión del denominador:

*h* = [2 ∙(2*x* + 3*y*)(*x* + *y*)]/(*x* +*y*)

*h* = 2(2*x* + 3*y*)

*h* = 4*x* + 6*y*

Se cancelan los términos semejantes en el numerador y el denominador y se aplica la propiedad distributiva:

***h* = 4*x*+ 6*y***

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_IMG03 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las fracciones algebraicas se pueden utilizar para determinar la medida de un lado de un polígono cuando se conocen su área y la medida de otro de sus lados. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Fracciones algebraicas** |
| **Contenido** | Simplificar una fracción algebraica es reducirla a su más mínima expresión de tal forma que sus términos sean primos entre sí.  <<MC\_08\_05\_039>>  Se factoriza el numerador y el denominador para que queden expresados como el producto de factores primos.  Se cancelan los términos que son semejantes en el numerador y el denominador. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC100 |
| **Título** | Simplifica fracciones algebraicas con polinomios |
| **Descripción** | Actividad para practicar la simplificación de expresiones racionales con polinomios en sus términos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC110 |
| **Título** | Completa expresiones algebraicas equivalentes |
| **Descripción** | Actividad para completar expresiones y obtener fracciones equivalentes |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC120 |
| **Título** | Descarta valores en el denominador |
| **Descripción** | Ejercicios para identificar qué valores deben descartarse en el denominador de expresiones racionales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC130 |
| **Título** | Expresiones algebraicas racionales |
| **Descripción** | Interactivo para explicar las expresiones algebraicas y el proceso de simplificación para obtener fracciones algebraicas equivalentes |

[SECCIÓN 2] 2**.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividades sobre las expresiones racionales |

[SECCIÓN 1] **3 Las operaciones entre fracciones algebraicas**

Al igual que con los polinomios, para las fracciones algebraicas es posible definir operaciones como la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

[SECCIÓN 2] **3.1 La adición y la sustracción de fracciones algebraicas**

Para adicionar y sustraer fracciones algebraicas se debe considerar si los denominadores son iguales o diferentes para operar del mismo modo que se realiza con los números reales.

[SECCIÓN 3] **3.1.1 La adición de fracciones algebraicas homogéneas**

Para adicionar dos o más fracciones algebraicas con igual denominador, se deja el mismo denominador, y se adicionan los numeradores haciendo agrupación de términos semejantes. Si es posible factorizar y simplificar, se realiza este procedimiento.

* Adicionar:

<<MC\_08\_05\_040>>

En este ejercicio se dejó el mismo denominador que es 2*x,* y se agruparon los términos semejantes de los numeradores para ser adicionados entre sí. Como no hay ningún factor común, no es posible simplificar más la fracción.

* Adicionar:

<<MC\_08\_05\_041>>

En este ejercicio se tiene como denominador común 3*y* – 2 y se adicionaron los numeradores; sin embargo, en este caso, en los numeradores no hay términos semejantes, por tanto, se deja la adición expresada.

* Adicionar:

<<MC\_08\_05\_042>>

En este ejercicio al operar los términos semejantes de los numeradores, queda una diferencia de cuadrados, por tanto, es posible factorizarla. Como el factor (4*x* – 3) es común en el numerador y el denominador, se pueden simplificar y el resultado es 4 + 3.

[SECCIÓN 3] **3.1.2 La sustracción de fracciones algebraicas homogéneas**

Para sustraer dos fracciones algebraicas con igual denominador, se deja el mismo denominador, y se sustraen los numeradores teniendo en cuenta que el signo menos cambia todos los signos del sustraendo; luego, se agrupan los términos semejantes. Si es posible factorizar y simplificar, se realiza este procedimiento.

* Sustraer:

<<MC\_08\_05\_043>>

* Sustraer:

<<MC\_08\_05\_044>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC150 |
| **Título** | Adiciona o sustrae fracciones algebraicas con el mismo denominador |
| **Descripción** | Actividad para calcular la adición de fracciones algebraicas con monomios en el denominador |

[SECCIÓN 3] **3.1.3 La adición de fracciones algebraicas heterogéneas**

Para adicionar dos o más fracciones algebraicas heterogéneas, se realizan los siguientes pasos:

Paso 1. Se halla el **m.c.m.** de los denominadores de cada fracción.

Paso 2. Se busca una fracción equivalente a cada fracción algebraica dada; luego, se amplifica cada fracción para obtener todos los denominadores iguales al **m.c.m.** hallado.

Paso 3. Se adicionan o sustraen al igual que las fracciones homogéneas.

* Resolver:

<<MC\_08\_05\_045>>

Se halla el **m.c.m.** de 2*x* y 6*x*2 que es 6*x*2.

Dividiendo el m.c.m. por cada denominador se tiene:

<<MC\_08\_05\_046>>

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión del numerador de los sumandos:

<<MC\_08\_05\_047>>

* Resolver:

<<MC\_08\_05\_048>>

Se halla el m.c.m. de *x –* 1 y *x* + 2 que es (*x* – 1)(*x* + 2).

Dividiendo el m.c.m. por cada denominador se tiene:

<<MC\_08\_05\_049>>

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión del numerador de los sumandos:

<<MC\_08\_05\_050>>

[SECCIÓN 3] **3.1.4 La sustracción de fracciones algebraicas heterogéneas**

Para sustraer dos fracciones algebraicas con diferente denominador, se siguen los mismos pasos de la adición; adicionalmente, se tiene en cuenta que el signo menos cambia los signos del numerador en el sustraendo para luego operar los términos semejantes.

* Resolver:

<<MC\_08\_05\_051>>

Se halla el m.c.m. de 3*x* y 4*x* que es 12*x*2.

Dividiendo el m.c.m. por cada denominador se tiene:

<<MC\_08\_05\_052>>

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión de los numeradores del minuendo y el sustraendo así:

<<MC\_08\_05\_053>>

* Resolver:

<<MC\_08\_05\_054>>

Se halla el m.c.m. de *x* – 1 y *x* que es *x*(*x* – 1).

Dividiendo el m.c.m. por cada denominador:

<<MC\_08\_05\_055>>

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión de los numeradores del minuendo y el sustraendo así:

<<MC\_08\_05\_056>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC160 |
| **Título** | Adiciona o sustrae fracciones algebraicas con diferente denominador |
| **Descripción** | Actividad para calcular la adición o sustracción de fracciones algebraicas con polinomios en el denominador |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC190 |
| **Título** | Adición y sustracción de fracciones algebraicas |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que muestra el procedimiento para adicionar o sustraer fracciones algebraicas |

Las fracciones algebraicas permiten modelar y representar algunas situaciones; revisemos algunas de ellas.

* Situación 1. ¿Cuál es la fracción algebraica que representa la diferencia de un número y su recíproco?

Como no se conoce el número, se representa con la *x*.

El número es *x* y su recíproco es 1/*x*, por tanto, su sustracción se representa y se resuelve como:

<<MC\_08\_05\_057>>

* Situación 2. ¿Cuál es la fracción algebraica que representa la adición de los inversos multiplicativos de tres números consecutivos?

Tres números consecutivos se escriben como *x*, *x* + 1 y *x* + 2, y sus inversos multiplicativos como: 1/*x*, 1/(*x* + 1) y 1/(*x* + 2); la adición se representa como:

<<MC\_08\_05\_058>>

Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores que es:

m.c.m. (*x*, *x* + 1, *x* + 2) = *x*3 + 3*x*2 + 2*x*

Se amplifica cada fracción para que todas tengan el mismo denominador:

<<MC\_08\_05\_059>>

Se adicionan como fracciones con igual denominador:

<<MC\_08\_05\_060>>

Por consiguiente, la fracción algebraica que representa la adición de los inversos multiplicativos de tres números consecutivos es:

<<MC\_08\_05\_061>>

* Situación 3. Las dimensiones de un rectángulo vienen dadas por las expresiones: *b* = *x*/(*x* + 1) y *h* = (*x* – 1)/*x*; ¿cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro del rectángulo?

El perímetro de un rectángulo es dos veces la suma de la base con su altura, es decir: *P* = 2(*b* + *h*); por tanto, se tiene que:

<<MC\_08\_05\_062>>

Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores que es:

m.c.m. (*x* + 1, *x*) = *x*2 + *x*

Se amplifica cada fracción para que todas tengan el mismo denominador:

<<MC\_08\_05\_063>>

Se adicionan como fracciones con igual denominador:

<<MC\_08\_05\_064>>

Por tanto, el perímetro del rectángulo viene dado por la expresión:

<<MC\_08\_05\_065>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_IMG04 |
| **Descripción** | Agregar cotas a la imagen, signos en rectas y dejar espacio antes y después de los signos más y menos, los números sin itálica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las fracciones algebraicas representan el perímetro de un rectángulo si sus dimensiones se simbolizan mediante fracciones algebraicas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC200 |
| **Título** | Analiza situaciones que implican expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividad para resolver situaciones en las cuales se apliquen la adición de fracciones algebraicas |

[SECCIÓN 2] **3.2 La multiplicación de fracciones algebraicas**

Para multiplicar dos fracciones algebraicas realiza el producto entre los numeradores y el producto entre los denominadores.

<<MC\_08\_05\_066>>

Veamos algunos ejemplos:

* Resolver:

<<MC\_08\_05\_067>>

* Resolver:

<<MC\_08\_05\_068>>

* Las dimensiones de un rectángulo vienen dadas por las expresiones

*b* = *x*/(*x* + 1) y *h* = (*x* - 1)/*x*. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área del rectángulo?

Como sabemos, el área de un rectángulo es el producto de la base por la altura, es decir: *A* = *b* ∙ *h*, por lo tanto, tenemos que:

<<MC\_08\_05\_069>>

Luego el área del rectángulo viene dada por la expresión:

<<MC\_08\_05\_070>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las fracciones algebraicas representan el área de un rectángulo si sus dimensiones se expresan mediante fracciones algebraicas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC210 |
| **Título** | Multiplica expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividad para obtener el producto de fracciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC230 |
| **Título** | Calcula el volumen de los prismas |
| **Descripción** | Análisis de situaciones en las cuales se pide hallar el área o el volumen de figuras o cuerpos geométricos |

[SECCIÓN 2] **3.3 La división de fracciones algebraicas**

Para dividir dos fracciones algebraicas podemos proceder de dos formas: una es multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor, y la otra forma es escribir la fracción como una fracción sobre otra fracción y aplicar el producto de extremos sobre el producto de medios; en ambos casos llegamos a un mismo resultado. Después, simplificamos la fracción si es posible.

Observemos los siguientes ejemplos:

* Dividir 4*x*/3*z* entre (9*x*2)/(16*z*3).

Primero hallamos el inverso multiplicativo de (9*x*2)/(16*z*3) que es (16*z*3)/ (9*x*2) y efectuamos la multiplicación así:

<<MC\_08\_05\_071>>

Se realizó la multiplicación entre numeradores y denominadores; luego, se simplificaron las partes literales mediante la ley de los exponentes.

* Dividir 4*x*/3*z* entre (9*x*2)/(16*z*3) aplicando producto de extremos sobre el producto de medios.

<<MC\_08\_05\_072>>

Observa cómo en los dos ejemplos se realizó el mismo ejercicio con diferentes procedimientos y el resultado que se obtuvo es el mismo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC240 |
| **Título** | Divide expresiones algebraicas con monomios |
| **Descripción** | Actividad para obtener el cociente de dos fracciones algebraicas cuyos denominadores son monomios |

Si las expresiones algebraicas que se encuentran en el numerador y el denominador son polinomios se procede a factorizar los numeradores y denominadores, y luego se multiplica en cruz como se realiza con los números racionales. Observa los siguientes ejemplos.

* Ejemplo 1

<<MC\_08\_05\_073>>

Primero se factoriza cada polinomio como el producto de dos binomios obteniendo:

<<MC\_08\_05\_074>>

Ahora se procede a multiplicar en cruz, con lo que se obtiene:

<<MC\_08\_05\_075>>

Por último, se simplifican los términos semejantes que estén en el numerador y el denominador con lo que finalmente se obtiene:

<<MC\_08\_05\_076>>

Por tanto:

<<MC\_08\_05\_077>>

* Ejemplo 2

<<MC\_08\_05\_078>>

Se factoriza la primera fracción como una diferencia de cuadrados y como factor común, y la segunda fracción se factoriza como el producto de dos binomios y como una diferencia de cuadrados.

<<MC\_08\_05\_079>>

Ahora se procede a multiplicar en cruz, con lo que se obtiene:

<<MC\_08\_05\_080>>

Por último, se simplifican los términos semejantes que estén en el numerador y el denominador con lo que finalmente se obtiene:

<<MC\_08\_05\_081>>

Por tanto:

<<MC\_08\_05\_082>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC250 |
| **Título** | Resuelve las divisiones de fracciones con polinomios |
| **Descripción** | Actividad para obtener el cociente de dos fracciones algebraicas cuyos denominadores son polinomios |

[SECCIÓN 2] **3.4 Polinomios con fracciones algebraicas**

Algunas situaciones en diferentes contextos requieren del uso de operaciones combinadas entre divisiones y multiplicaciones de fracciones algebraicas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC260 |
| **Título** | Multiplicación y división de expresiones algebraicas |
| **Descripción** | Interactivo que refuerza los procedimientos para realizar la multiplicación y la división de fracciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC270 |
| **Título** | Analiza situaciones de expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividad para analizar cómo resolver situaciones de aplicación de la multiplicación y la división de expresiones racionales |

[SECCIÓN 2] **3.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC280 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las operaciones con fracciones algebraicas |
| **Descripción** | Actividad sobre las operaciones con fracciones algebraicas |

[SECCIÓN 1] **4 Las fracciones complejas**

Las fracciones complejas son aquellas en las que el numerador y el denominador son también fracciones y, además, se combinan las diferentes operaciones que se han revisado hasta el momento. Las siguientes fracciones se consideran complejas.

<<MC\_08\_05\_083>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC290 |
| **Título** | Las fracciones complejas |
| **Descripción** | Interactivo que explica qué es una fracción compleja |

Para resolver y simplificar fracciones complejas primero se deben desarrollar las operaciones indicadas en el numerador y el denominador, y luego factorizar si es posible. Por último, aplicar la ley de la oreja para reducir la fracción compleja a una fracción simple.

* Solucionar:

<<MC\_08\_05\_092>>

Primero se desarrollan la sustracción en el numerador y la adición en el denominador.

<<MC\_08\_05\_093>>

Se aplica la ley de la oreja para reducir la fracción:

<<MC\_08\_05\_094>>

Se factoriza el trinomio del denominador como un trinomio cuadrado perfecto.

<<MC\_08\_05\_095>>

Se simplifican los términos semejantes y finalmente se obtiene:

<<MC\_08\_05\_096>>

* Solucionar:

<<MC\_08\_05\_089>>

Primero se desarrollan la sustracción del numerador y la adición del denominador:

<<MC\_08\_05\_090>>

Ahora se aplica la ley de la oreja para reducir la fracción:

<<MC\_08\_05\_091>>

Se simplifican los términos semejantes y finalmente se obtiene:

*x*

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC300 |
| **Título** | Simplifica fracciones algebraicas complejas |
| **Descripción** | Actividad para simplificar fracciones complejas |

[SECCIÓN 2] **4.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC310 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las fracciones complejas |
| **Descripción** | Actividades sobre las fracciones complejas |

[SECCIÓN 1] **5 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC320 |
| **Título** | Competencias: Las fracciones algebraicas en el sistema financiero |
| **Descripción** | Actividad que muestra algunas fórmulas utilizadas por las entidades bancarias para calcular el valor de las cuotas que debe pagar una persona por un crédito |

[SECCIÓN 1] **6 Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC330 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual del tema las fracciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC340 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre las fracciones algebraicas. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC350 |
| **Web 01** | *Ejercicios interactivos de fracciones algebraicas* | [*http://www.vitutor.com/ab/p/a\_13e.html*](http://www.vitutor.com/ab/p/a_13e.html) |
| **Web 02** | *Fracciones algebraicas: simplificación* | [*http://www.juntadeandalucia.es/averroes/averroes/html/adjuntos/2008/05/09/0003/recurso/tests/polinomios/fracciones/simplificacion/simpli01.htm*](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/averroes/html/adjuntos/2008/05/09/0003/recurso/tests/polinomios/fracciones/simplificacion/simpli01.htm) |
| **Web 03** |  |  |