[SECCIÓN 1] **1 Máximo común divisor y mínimo común múltiplo**

Los polinomios algebraicos al igual que los números enteros poseen máximo común divisor y mínimo común múltiplo, es decir que entre dos polinomios es posible hallar un polinomio que los divida exactamente, y también es posible hallar un polinomio que sea múltiplo de los polinomios. Ahora estudiemos cada caso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC10 |
| **Título** | Máximos y mínimos de expresiones racionales |
| **Descripción** | Interactivo que explica los conceptos de máximo y mínimo de expresiones algebraicas |

[SECCIÓN 2] **1.1 Máximo común divisor (mcd)**

El máximo común divisor (mcd) es el mayor número, que divide a dos o más cantidades de forma exacta. Se halla haciendo descomposición factorial de cada número tomando las cantidades comunes de menor exponente y multiplicándolas entre sí.

Para el caso de polinomios y monomios vamos a tener en cuenta el factor común

[SECCIÓN 3] **1.1.1 Máximo común divisor entre de monomios**

El mcd de dos o más **monomios** es el monomio que es común y tiene el mayor coeficiente y el menor exponente de la parte literal que esta contenido exactamente en cada monomio.

Para hallar el mcd entre dos o más monomios se siguen los siguientes pasos:

* Se halla el mcd de cada coeficiente
* Se halla la parte literal que sea común en cada monomio y que además tenga el menor exponente.

Observemos algunos ejemplos

* Hallar el mcd entre , y

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

Observa que los coeficientes comunes con menor exponente son es decir y en la parte literal se tiene por tanto

**mcd (, ,**

* Hallar el mcd entre , y

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

Observa que los coeficientes comunes con menor exponente son es decir y en la parte literal se tiene por tanto

**mcd (, ,**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC20 |
| **Título** | Calcula el máximo común divisor de monomios |
| **Descripción** | Actividad para relacionar dos o más monomios con su máximo común divisor |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 Máximo común divisor entre de polinomios**

Para hallar el mcd entre dos o más polinomios, se factoriza cada uno de ellos y se y se multiplican los factores que sean comunes a todos los polinomios.

Miremos algunos ejemplos

* Hallar el mcd entre y

Factorizando cada expresión tenemos:

Factor común

factor común y diferencia de cuadrados

Los términos comunes en cada polinomio son y luego

**mcd**

* Hallar el mcd de , y

Factorizando cada expresión tenemos

Los términos comunes en cada polinomio son 9 y , luego

**mcm**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC30 |
| **Título** | Determina el máximo común divisor de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para calcular el máximo común divisor de dos polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.2 mínimo común múltiplo (mcm)**

El mínimo común múltiplo (mcm) es el menor número que es múltiplo común entre dos cantidades, se halla haciendo descomposición en factores primos de los números y se toman las cantidades comunes y no comunes con mayor exponente.

[SECCIÓN 3] **1.2.1 mínimo común múltiplo de monomios**

Para hallar el mcm entre dos o más monomios, se halla el mcm de los coeficientes y la parte literal es todas las letras, comunes y no comunes que tengan el mayor exponente.

Observemos algunos ejemplos

* Hallar el mcm entre ,

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

Observa que los coeficientes comunes con mayor exponente son es decir y en la parte literal se tiene por tanto

**mcm (,**

* Hallar el mcd entre , y

Descomponiendo en factores primos los coeficientes tenemos:

Observa que los coeficientes comunes con mayor exponente son es decir y en la parte literal se tiene por tanto

**mcm (**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC40 |
| **Título** | Encuentra el mínimo común múltiplo de monomios |
| **Descripción** | Actividad para relacionar dos o más monomios con su mínimo común múltiplo |

[SECCIÓN 3] **1.2.2 mínimo común múltiplo de polinomios**

Para hallar el mcm de dos o más polinomios, se factoriza cada polinomio y se hallan los términos comunes y no comunes que tengan mayor exponente.

Por ejemplo

* Hallar el mcm de y

Factorizando cada polinomio tenemos:

El coeficiente con mayor exponente es las partes literales son luego.

**mcm**

* Hallar el mcm de

Factorizando cada polinomio tenemos:

En este caso el coeficiente común es 1, y la parte literal común y no común con mayor exponente es y luego

**mcm**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC50 |
| **Título** | Halla el mínimo común múltiplo de polinomios |
| **Descripción** | Actividad para calcular el mínimo común múltiplo de dos polinomios |

[SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC60 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: El máximo común divisor y el mínimo común múltiplo |
| **Descripción** | Actividad sobre el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo |

[SECCIÓN 1] **2 Fracciones algebraicas Expresiones algebraicas racionales**

Las fracciones algebraicas representan el cociente indicado entre dos expresiones ya sean polinomios o de otra naturaleza. Se debe tener en cuenta que el polinomio del denominador debe ser diferente de cero

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC70 |
| **Título** | Obtiene fracciones algebraicas equivalentes |
| **Descripción** | Actividad para establecer expresiones racionales equivalentes |

[SECCIÓN 2 **2.1 La ley de los signos en las expresiones algebraicas**

Como toda expresión algebraica es un cociente indicado debemos aplicar la ley de los signos estudiada para los números enteros.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **La ley de los signos para la división de números enteros se define de la siguiente forma:** |

Las fracciones algebraicas pueden ser positivas o negativas y para ello el signo se coloca antes de la fracción, si la fracción no tiene signo escrito se comprende que es positiva, y si tiene el signo menos es porque es negativa, veamos algunos ejemplos.

* Fracciones positivas
* Fracciones negativas

En las fracciones algebraicas se pueden factorizar su signo ya sea en el numerador, el denominador o en los dos y obtener así fracciones algebraicas equivalentes.

* Ejemplo 1:

Si factorizamos el signo menos en el numerador tenemos:

* Ejemplo 2:

Si factorizamos el signo menos en el denominador tenemos

La utilidad de factorizar el signo de una fracción algebraica radica en que a partir de ello es posible simplificar y factorizar algunas expresiones algebraicas.

* Ejemplo 1. Factorizar el signo del numerador y simplificar

Al factorizar el signo menos del numerador tenemos:

Ahora en el denominador factorizamos la diferencia de cuadrados y simplificamos términos semejantes

Así

* Ejemplo 2. Factorizar el signo del denominador y simplificar

Al factorizar el signo menos del denominador tenemos

Ahora factorizamos el denominador como el producto de dos binomios y simplificamos los términos semejantes.

Así

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC80 |
| **Título** | ¿Son iguales las fracciones algebraicas? |
| **Descripción** | Actividad para identificar equivalencias entre expresiones racionales, teniendo en cuenta el cambio de signo |

[SECCIÓN 2 **2.2 Simplificación de fracciones algebraicas cuyo numerador y denominador son monomios**

Si en una expresión algebraica el numerador y el denominador son dos monomios, se simplifican los coeficientes si tienen divisores comunes y se simplifican los coeficientes mediante la ley de los exponentes.

* Simplificar

Se simplifican los coeficientes 72 y 32 como una fracción, y se restan los exponentes de las partes literales que son iguales

* Simplificar

Se simplifican los coeficientes 54 y 36 como una fracción, y se restan los exponentes de las partes literales que son iguales

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC90 |
| **Título** | Simplifica fracciones cuyos términos son monomios |
| **Descripción** | Actividad para practicar la simplificación de expresiones racionales cuyos términos son monomios |

[SECCIÓN 2 **2.3 Simplificación de fracciones algebraicas cuyo numerador y denominador son polinomios**

Para simplificar fracciones en las que intervienen polinomios, se debe factorizar tanto el numerador como el denominador, luego cancelar términos semejantes en el numerador y el denominador. En los siguientes ejemplos observa cómo se aplican los casos de factorización para simplificar una expresión algebraica

* Ejemplo 1 factoriza el numerador y el denominador para cancelar términos semejantes

Factorizando el numerador como una diferencia de cuadrados y el denominador como el producto de dos binomios tenemos:

Luego se cancelan los términos semejantes en el numerador y denominador para obtener finalmente.

* Ejemplo 2 factoriza el numerador y el denominador para cancelar términos semejantes

Factorizando el numerador como un trinomio cuadrado perfecto y el denominador como el producto de dos binomios tenemos:

Luego se cancelan los términos semejantes en el numerador y denominador para obtener finalmente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Fracciones algebraicas** |
| **Contenido** | Simplificar una fracción algebraica es reducirla a su más mínima expresión de tal forma que sus términos sean primos entre sí. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC100 |
| **Título** | Simplifica fracciones algebraicas con polinomios |
| **Descripción** | Actividad para practicar la simplificación de expresiones racionales con polinomios en sus términos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC110 |
| **Título** | Completa expresiones algebraicas equivalentes |
| **Descripción** | Actividad para completar expresiones y obtener fracciones equivalentes |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC120 |
| **Título** | Descarta valores en el denominador |
| **Descripción** | Ejercicios para identificar qué valores deben descartarse en el denominador de expresiones racionales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC130 |
| **Título** | Expresiones algebraicas racionales |
| **Descripción** | Interactivo para explicar las expresiones algebraicas y el proceso de simplificación para obtener fracciones algebraicas equivalentes |

[SECCIÓN 2] 2**.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividades sobre Las expresiones racionales |

[SECCIÓN 1] **3 Operaciones entre fracciones algebraicas**

Al igual que los polinomios, para las fracciones algebraicas es posible definir operaciones como la suma y el producto y la división

[SECCIÓN 2] **3.1 Adición y sustracción de fracciones algebraicas**

Para sumar y sustraer fracciones algebraicas se deben considerar si los denominadores son iguales o diferentes para operar del mismo modo que se realiza con los números reales.

[SECCIÓN 3] **3.1.1 Adición de fracciones algebraicas con igual denominador**

Para sumar dos o más fracciones algebraicas con igual denominador, se deja el mismo denominador, y se suman los numeradores haciendo agrupación de términos semejantes. Si es posible factorizar y simplificar se realiza este procedimiento.

Veamos los siguientes ejemplos:

* Sumar

En este ejercicio se dejó el mismo denominador que es , y se agruparon los términos semejantes de los numeradores para ser sumados entre sí. Observa que no hay ningún factor común, por tanto no es posible simplificar más la fracción.

* Sumar

En este ejercicio se tiene como denominador común 3 y -2 y se sumaron los numeradores, sin embargo en este caso en los numeradores no hay términos comunes, por tanto se deja la suma expresada.

* Sumar

En este ejercicio observa que al operar los términos semejantes de los numeradores nos queda una diferencia de cuadrados, por tanto es posible factorizarla y el factor es común en el numerador y el denominador, por tanto se pueden simplificar y el resultado es

[SECCIÓN 3] **3.1.2 Sustracción de fracciones algebraicas con igual denominador**

Para restar dos fracciones algebraicas con igual denominador, se deja el mismo denominador, y se restan los numeradores, teniendo en cuenta que el signo menos cambia todos los signos del sustraendo luego se agrupan términos semejantes. Si es posible factorizar y simplificar se realiza este procedimiento.

Veamos los siguientes ejemplos:

* Restar
* Restar

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC150 |
| **Título** | Adiciona y sustrae fracciones algebraicas con el mismo denominador |
| **Descripción** | Actividad para calcular la suma de fracciones algebraicas con monomios en el denominador |

[SECCIÓN 3] **3.1.3 Adición de fracciones algebraicas con diferente denominador**

Para sumar dos o más fracciones algebraicas con diferente denominador, se siguientes los siguientes pasos:

* Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores
* El mcm se deja como común denominador
* Se divide el mcm entre cada denominador de los sumandos y luego este resultado se multiplica por cada numerador de cada sumando
* Luego se agrupan y se suman los términos semejantes.
* Se simplifica la fracción si es posible.

Veamos los siguientes ejemplos

* Resolver

Se halla el mcm de y que es

Dividiendo el mcm por cada denominador tenemos

y

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión del numerador de los sumandos así:

* Resolver

Se halla el mcm de y que es

Dividiendo el mcm por cada denominador tenemos

y

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión del numerador de los sumandos así:

[SECCIÓN 3] **3.1.3 Sustracción de fracciones algebraicas con diferente denominador**

Para restar dos fracciones algebraicas con diferente denominador, se siguen los mismos pasos de la suma, y adicionalmente se tiene en cuenta que el signo menos cambia los signos del numerador en el sustraendo para luego operar los términos semejantes.

Veamos los siguientes ejemplos:

* Resolver

Se halla el mcm de y que es

Dividiendo el mcm por cada denominador tenemos

y

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión de los numeradores del minuendo y el sustraendo así.

* Resolver

Se halla el mcm de y que es

Dividiendo el mcm por cada denominador tenemos y

Ahora se multiplica este resultado por cada expresión de los numeradores del minuendo y el sustraendo así.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC160 |
| **Título** | Suma o resta fracciones algebraicas con diferente denominador |
| **Descripción** | Actividad para calcular la suma de fracciones algebraicas con polinomios en el denominador |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC170 |
| **Título** | Practica adiciones y sustracciones de fracciones algebraicas |
| **Descripción** | Practica las operaciones combinadas de sumas y restas de facciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC180 |
| **Título** | Descubre el término que falta |
| **Descripción** | Ejercicios para determinar un término desconocido en una operación que incluye sumas y restas con expresiones racionales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC190 |
| **Título** | Adición y sustracción de fracciones algebraicas |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que muestra el procedimiento para adicionar o sustraer fracciones algebraicas |

Las fracciones algebraicas nos permiten modelar y representar algunas situaciones, revisemos algunas de ellas.

* Situación 1. Cuál es la fracción algebraica que representa la suma de un número y su reciproco.

Como no conocemos el número lo llamamos x y su reciproco es 1/x. por tanto su suma se representa y se resuelve como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC200 |
| **Título** | Analiza situaciones de aplicación de adición y sustracción de expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividad para resolver situaciones en las cuales se apliquen la suma y la resta de fracciones algebraicas |

[SECCIÓN 2] **3.2 Multiplicación de fracciones algebraicas**

Para multiplicar dos fracciones algebraicas se siguen los siguientes pasos:

* Si es posible se simplifican primero las fracciones.
* Se multiplica de forma lineal, es decir numerador con numerador y denominador con denominador.
* Se agrupan y se operan términos semejantes.
* Se factoriza y se simplifica la fracción resultante de ser posible.

Veamos algunos ejemplos

* Resolver

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC210 |
| **Título** | Multiplica expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividad para obtener el producto de fracciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC220 |
| **Título** | Encuentra el error en la operación |
| **Descripción** | Ejercicios para analizar procedimientos y determinar el error |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC230 |
| **Título** | Calcula el volumen de los prismas |
| **Descripción** | Análisis de situaciones en las cuales se pide hallar el área o volumen de figuras o cuerpos geométricos |

[SECCIÓN 2] **3.3 División de fracciones algebraicas**

Para dividir dos fracciones algebraicas podemos proceder de dos formas, una de ellas es multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor, y la otra forma es escribir la fracción como una fracción sobre otra fracción y aplicar la ley de la oreja, en ambos casos llegamos a un mismo resultado, luego simplificamos la fracción si es posible.

Observemos los siguientes ejemplos:

* Dividir entre

Primero hallamos el inverso multiplicativo de que es y efectuamos la multiplicación así:

Se realizó la multiplicación entre numeradores y denominadores, luego se simplifico las partes literales mediante la ley de los exponentes.

* Dividir entre aplicando la ley de la oreja

Observa como en los dos ejemplos se realizó el mismo ejercicio con diferentes procedimientos y el resultado que se obtuvo es el mismo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC240 |
| **Título** | Divide expresiones algebraicas con monomios |
| **Descripción** | Actividad para obtener el cociente de dos fracciones algebraicas cuyos denominadores son monomios |

Si las expresiones algebraicas que se encuentran en el numerador y el denominador son polinomios se procede a factorizar los numeradores y los denominadores y luego se multiplica en cruz como se realiza con los números racionales observa los siguientes ejemplos.

* Ejemplo 1

Primero se factoriza cada polinomio como el producto de dos binomios obteniendo

Ahora se procede a multiplicar en cruz con lo que se obtiene

Por último se simplifican los términos semejantes que estén en el numerador y el denominador con lo que finalmente se obtiene

Por tanto

* Ejemplo 2

Se factoriza la primera fracción como una diferencia de cuadrados y como factor común, y la segunda fracción se factoriza como el producto de dos binomios y como una diferencia de cuadrados

Ahora se procede a multiplicar en cruz con lo que se obtiene

Por último se simplifican los términos semejantes que estén en el numerador y el denominador con lo que finalmente se obtiene

Por tanto

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC250 |
| **Título** | Resuelve las divisiones de fracciones con polinomios |
| **Descripción** | Actividad para obtener el cociente de dos fracciones algebraicas cuyos denominadores son polinomios |

[SECCIÓN 2] **3.4 Operaciones combinadas de fracciones**

Algunas situaciones en diferentes contextos requieren del uso de operaciones combinadas entre divisiones y multiplicaciones de fracciones algebraicas

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC260 |
| **Título** | Multiplicación y división de expresiones algebraicas |
| **Descripción** | Interactivo que refuerza los procedimientos para realizar la multiplicación y la división de fracciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC270 |
| **Título** | Analiza situaciones de expresiones racionales |
| **Descripción** | Actividad para analizar cómo resolver situaciones de aplicación de la multiplicación y la división de expresiones racionales |

[SECCIÓN 2] **3.5 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC280 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las operaciones con fracciones algebraicas |
| **Descripción** | Actividad sobre las operaciones con fracciones algebraicas |

[SECCIÓN 1] **4 Las fracciones complejas**

Las fracciones complejas son aquellas en las que el numerador y el denominador son también fracciones y además se combinan las diferentes operaciones que se han revisado hasta el momento. Las siguientes fracciones se consideran complejas

Para resolver y simplificar fracciones complejas, primero se deben desarrollar las operaciones indicadas en el numerador y el denominador y luego factorizar si es posible y finalmente aplicar la ley de la oreja para reducir la fracción compleja a una fracción simple.

* Ejemplo 1

Primero se desarrollan la resta del numerador y la suma del denominador

Ahora aplicamos la ley de la oreja para reducir la fracción

Factorizamos el trinomio del denominador como un trinomio cuadrado perfecto

Simplificamos los términos semejantes y finalmente obtenemos

* Ejemplo 2

Primero se desarrollan la resta del numerador y la suma del denominador

Ahora aplicamos la ley de la oreja para reducir la fracción

Simplificamos los términos semejantes y finalmente obtenemos

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC290 |
| **Título** | Las fracciones complejas |
| **Descripción** | Interactivo que explica qué es una fracción compleja |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC300 |
| **Título** | Simplifica fracciones algebraicas complejas |
| **Descripción** | Actividad para simplificar fracciones complejas |

[SECCIÓN 2] **4.1 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC310 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las fracciones complejas |
| **Descripción** | Actividades sobre Las fracciones complejas |

[SECCIÓN 1] **5 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC320 |
| **Título** | Competencias: las fracciones algebraicas en el sistema financiero |
| **Descripción** | Actividad que muestra algunas fórmulas utilizadas por las entidades bancarias para calcular el valor de las cuotas que debe pagar una persona por un crédito |

[SECCIÓN 1] **6 Fin de la unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC330 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual del tema Las fracciones algebraicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_05\_REC340 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad que permite evaluar los conocimientos del estudiante sobre el tema Las fracciones algebraicas |