|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Las ecuaciones y las inecuaciones** |
| Código del guion | MA\_08\_06\_CO |
| Descripción | Las ecuaciones y las inecuaciones sirven para modelar y resolver problemas del entorno y de diferentes disciplinas. En esta unidad aprenderás a diferenciar una ecuación de una inecuación, además de poder resolverlas y solucionar situaciones problemas a partir de ellas. |

[SECCIÓN 1] **1 Gráfica de un polinomio a partir de su expresión algebraica**

Los polinomios son expresiones algebraicas con las cuales se pueden realizar operaciones como la adición, la sustracción, la multiplicación y la división. Ahora observaremos que los polinomios ***p*(*x*)** se pueden representar gráficamente en el plano cartesiano.

Para representar en forma gráfica un polinomio debes tener en cuenta que en el **eje de las abscisas** (eje *X*) se deben ubicar los valores que se le asignen a la variable *x*, mientras que en el **eje de las ordenadas** (eje *Y*) se sitúan los valores numéricos de *p*(*x*)*.* Así, cada pareja ordenada **(*x*, *p*(*x*))** representa un punto en el plano cartesiano para formar la gráfica del polinomio *p*(*x*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC10 |
| **Título** | Gráfica de un polinomio |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que muestra el análisis de la gráfica de los polinomios |

Por ejemplo, tomemos el polinomio *p*(*x*) = 2*x*+ 1 y asignemos a la variable *x* los valores:

–2, –1, 1 y 2.

Lo primero que haremos es hallar el valor numérico del polinomio para cada valor de *x*:

*p*(–2) = 2(–2) + 1

*p*(–2) = –4 +1

*p*(–2) = –3

*p*(–1) = 2(–1) + 1

*p*(–1) = –2 + 1

*p*(–1) = –1

*p*(1) = 2(1) + 1

*p*(1) = 2 + 1

*p*(1) = 3

*p*(2) = 2(2) + 1

*p*(2) = 4 + 1

*p*(2) = 5

Con los valores de *x* y los respectivos valores numéricos para *p*(*x*) se ha formado el conjunto de parejas ordenadas {(–2, –3); (–1, –1); (1, 3); (2, 5)} que ubicaremos en el plano cartesiano.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  La x del eje cartesiano debe estar en mayúscula y cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cada punto en el plano representa al polinomio: *p*(*x*) = 2*x*+ 1. |

Sin embargo, esta representación no nos dice mucho del polinomio, ya que estos mismos puntos pueden representar a otro polinomio, así que debemos caracterizar cada uno de ellos a partir de su expresión algebraica y tener una idea más precisa de su gráfica. Comenzaremos con el polinomio más elemental que es el de grado cero.

Para ello imagina la siguiente situación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | Dibujar varios rectángulos en los que se especifique la longitud de la base, la altura y que todos tengan un área igual a 12 cm2  Rectángulo 1 base = 1 cm altura = 12 cm área = 12 cm2  Rectángulo 2 base = 2 cm altura = 6 cm área = 12 cm2  Rectángulo 3 base = 3 cm altura = 4 cm área = 12 cm2  Rectángulo 4 base = 4 cm altura = 3 cm área = 12 cm2  Rectángulo 5 base = 6 cm altura = 2 cm área = 12 cm2 |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Todos los rectángulos tienen diferente base, pero igual área. |

Observa en la figura que todos los rectángulos tienen igual área aunque cambie la longitud de su base; si ubicamos en el eje de las abscisas los valores de la base y en el eje de las ordenadas los valores del área, tenemos el conjunto de parejas ordenadas:

{(1, 12); (2, 12); (3, 12); (4, 12); (6, 12)}

Si los ubicamos en el plano tenemos la siguiente representación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Ubicación en el plano cartesiano de las parejas ordenadas del polinomio: *A*(*x*) = 12, donde *x* es la medida de los valores de la base y en el eje de las ordenadas se encuentran los valores del área. |

Como todos los puntos están sobre una misma línea los podemos unir mediante una recta y, así, obtener la representación gráfica del polinomio *A*(*x*) = 12.

En general, para cualquier polinomio de la forma ***p*(*x*) *= k***, donde *k* es un número real cualquiera, su representación gráfica es una recta horizontal que corta al eje *Y* en *y = k*.

Para los polinomios *p(x)* de grado uno se debe hallar el valor numérico para dos valores *x*1 y*x*2 cualesquiera, así se forman los puntos (***x*1*, p*(*x*1)**) y (***x*2*, p*(*x*2)**). Después se traza la recta que pasa por dichos puntos. La recta que se traza es la representación gráfica de *p*(*x*);observa el siguiente ejemplo:

Sea *p*(*x*)*=* 2*x +* 1con *x*1 = 1y *x*2 = 3. Hallamos sus respectivos valores numéricos:

Para *x* = 1:

*p*(*x*) = 2*x* + 1

*p*(1)= 2(1) + 1

*p*(1) = 2 + 1

*p*(1) = 3

Para *x* = 3:

*p*(*x*) = 2*x* + 1

*p*(3) = 2(3) + 1

*p*(3) = 6 + 1

*p*(3) = 7

De este modo se forman los puntos (1, 3) y (3, 7) que se deben ubicar en un plano cartesiano y trazar la recta que los contiene.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de *p*(*x*) *=* 2*x +* 1. |

Para los polinomios de grado mayor o igual a 2 es conveniente realizar una tabla de valores en la que a la variable *x* se le asignan diferentes valores y, para cada uno, se calcula su valor numérico en *p*(*x*), luego se ubican los puntos en el plano cartesiano y posteriormente se unen los puntos mediante una curva, para así tener una idea aproximada de la gráfica que representa a dicho polinomio.

Por ejemplo, para *p*(*x*) = *x*2 + 2*x* + 1, hallar el valor numérico de *x* = –3, *x* = –2, = –1, *x* = 0, y *x* = 1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Algunos valores para *p*(*x*) = *x*2 + 2*x* + 1 | | | | | |
| *x* | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 |
| *p*(*x*) | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Nota para el diseñador: Agregar nombres a los ejes del plano y la fórmula *p*(*x*) *= x2 +* 2*x +* 1cerca de la línea roja. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La grafica de un polinomio de segundo grado se conoce como parábola. |

Las gráficas de los polinomios de segundo grado se pueden dirigir hacia arriba o hacia abajo, dependiendo del valor que tome el coeficiente principal del polinomio. Si es positivo, la parábola abre hacia arriba y si es negativo, se abre hacia abajo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** | Para el diseñador: La *X* y la *Y* de los ejes,deben ir en mayúscula y cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En un polinomio *p*(*x*) *= ax2 + bx + c*,la orientación de la parábola depende del valor de *a.* |

[SECCIÓN 2] **1.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC20 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La gráfica de un polinomio |
| **Descripción** | Actividad sobre la gráfica de un polinomio a partir de su expresión algebraica |

[SECCIÓN 1] **2 Las ecuaciones**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC30 |
| **Título** | Las ecuaciones en nuestro entorno |
| **Descripción** | Interactivo que expone diferentes situaciones que se modelan con ecuaciones |

Las ecuaciones son **igualdades matemáticas** entre expresiones algebraicas. Una ecuación se transforma en una igualdad numérica cuando se atribuyen a las variables de la igualdad algebraica valores numéricos particulares. Las expresiones que están separadas por el signo igual reciben el nombre de **miembros de la ecuación**.

En una ecuación las letras se utilizan como variables y representan valores desconocidos. Se les denomina incógnitas y, por lo general, son representadas con las últimas letras del alfabeto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **Miembro**: partes de la ecuación separadas por el signo igual.  **Incógnita**: valor desconocido de la ecuación representado por letras.  **Términos**: partes que componen cada uno de los miembros de la ecuación.  **Grado de la ecuación**: es el mayor exponente asociado a la incógnita de la ecuación.  **Coeficiente**: número que multiplica a la incógnita.  **Término independiente**: número que no acompaña a la incógnita. |

Las ecuaciones son una de las herramientas más importantes y útiles de las matemáticas, debido a que a través del modelamiento de estas, es posible resolver problemas numéricos en una situación cotidiana o de las ciencias. Por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG08 |
| **Descripción** | El área de un cuadrado.  “Apoyar la ecuación con la representación de un cuadrado”  La relación entre grados centígrados y grados Fahrenheit.  “Apoyar la ecuación con la representación de un termómetro”  El volumen de una esfera.  “Apoyar la ecuación con la representación de una esfera”  La densidad de un cuerpo que relaciona la masa con su volumen.  “Apoyar la ecuación con la representación de un cuerpo que ejemplifique la cantidad de masa por unidad de volumen”  Al lado derecho de cada ecuación debe ir una representación gráfica que ilustre cada situación. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las ecuaciones son una herramienta de modelación para diversas situaciones. |

**Propiedades de las igualdades**

Una igualdad es una relación entre cantidades que cumple las siguientes propiedades:

* Propiedad reflexiva: la propiedad reflexiva de las igualdades implica que un elemento es igual a sí mismo, es decir:

*a* = *a*

Por ejemplo, 5 siempre es igual a 5, por tanto, se puede escribir que 5 = 5.

* Propiedad simétrica: la propiedad simétrica de las igualdades define que si dos elementos son iguales entre sí, no importa el orden en el que se escriban, siempre serán iguales, es decir:

Sí *a = b* → *b =* *a*

Por ejemplo, 10 – 8 = 2, es lo mismo que decir 2 = 10 – 8.

* Propiedad transitiva: la propiedad transitiva establece que si un elemento *a* es igual a un elemento *b* y su vez el elemento *b* es igual a un elemento *c*, entonces los elementos *a* y *c* son iguales entre sí.

Sí *a* = *b* y *b* = c, entonces *a* = *c*

Por ejemplo:

7 + 3 = 10 y 5 + 5 = 10, por tanto, 7 + 3 = 5 + 5

* Propiedad uniforme: si los miembros, en ambos lados, de una igualdad se transforman mediante alguna operación (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación o logaritmación) la igualdad se mantiene.

Por ejemplo, si a la igualdad *x* = 2*y* + 2 le adicionamos en ambos miembros 7, se tiene:

*x* + **7** = 2*y* + 2 + **7**

*x* + 7 = 2*y* + 9

Si tenemos la igualdad *y*2 = 4 y aplicamos raíz cuadrada en ambos miembros de ella, se tiene:

*y*2 = 4

*√y*2 = √4

*y* = ±2

* Propiedad cancelativa: en una igualdad se pueden suprimir o eliminar términos semejantes si están en lados diferentes de la igualdad, y esta se conserva.

*x y* = 2*x*

*y* = 2

[SECCIÓN 2] **2.1 La solución de una ecuación**

Resolver una ecuación corresponde al valor o valores numéricos por los cuales se puede reemplazar la incógnita para que la igualdad se cumpla. Por ejemplo:

5*x* + 3 = 23

Si reemplazamos la variable *x* por 4 se obtiene:

5(4) + 3 = 23

20 + 3 = 23

23 = 23

Lo cual muestra que *x* = 4 es la solución de la ecuación anterior.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC50 |
| **Título** | Las ecuaciones lineales con una incógnita |
| **Descripción** | Interactivo que expone los tipos de ecuaciones lineales con una incógnita y su solución |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC70 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14611/Recurso210/Principal.html?transparent=on&solucion=si |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Relaciona la ecuación con su solución |
| **Descripción** | Actividad que permite relacionar una ecuación lineal con su respectiva solución |

[SECCIÓN 3] **2.1.1 Solución de ecuaciones de la forma *x* *±* *b* = *c***

Este tipo de ecuaciones se conocen como ecuaciones aditivas y son todas aquellas igualdades que describen situaciones que se pueden solucionar aplicando únicamente una adición o una sustracción; su forma general es:

*x* ***+*** *b* = *c* o  *x* ***–*** *b* = *c*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG09 |
| **Descripción** | La gráfica se debe ambientar de tal modo que sea una balanza y se apliquen color azul para el bloque grande resaltando el valor de la incógnita y un color verde para cada bloque pequeño resaltando que su peso es de un kg. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La balanza representa una igualdad de masas que se puede simbolizar mediante una ecuación. |

En la imagen anterior cada bloque pequeño tiene una masa de 1 kg; ¿cuál es la masa del bloque grande?

La situación anterior se puede esquematizar mediante una ecuación aditiva, en la que cada plato de la balanza representa un miembro de la ecuación, el bloque grande es la variable o incógnita de la ecuación, por ello lo podemos denominar *x*, y la masa de los bloques pequeños es un dato conocido (4 kg en el primer miembro y 9 kg en el segundo miembro), por lo tanto, se puede proponer la siguiente ecuación para modelar la situación:

*x* + 4 = 9

Es decir que se debe hallar un número que adicionado con 4 sea igual a 9; ¿cuál puede ser ese número?

Si se sustrae un bloque al lado izquierdo de la balanza, también se debe sustraer uno al lado derecho para que la balanza se mantenga en equilibrio. Es decir, la operación que se realice a un lado de la igualdad también se debe hacer al otro lado de la igualdad; por tanto, se tiene:

*x* + 4 = 9

Se sustrae 4 en los dos miembros de la igualdad aplicando la propiedad uniforme:

*x* + 4 **– 4** = 9 **– 4**

Se efectúan las operaciones en los dos miembros de la igualdad:

*x +* 0 *=* 5

Se aplica el módulo de la adición:

*x =* 5

Por consiguiente, la masa del bloque grande es 5 kg.

Veamos los siguientes ejemplos.

* Se sabe que la suma de las edades de un hijo y su padre es 53 años, y que la edad del padre es 39 años; ¿cuál es la edad del hijo?

Esta situación plantea una ecuación aditiva en la que se conocen la suma de las edades y la edad del padre, y la incógnita es la edad del hijo, por tanto, podemos proponer la ecuación *h* + 39 = 53, donde la letra *h* representa la edad del hijo.

Aplicando la propiedad uniforme de las igualdades y sustrayendo 39 en ambos miembros de la igualdad, se tiene:

*h* + 39 – **39** = 53 **–** 39

Efectuamos la operación indicada en cada miembro de la igualdad:

*h* + 0= 14

Aplicamos el módulo de la sustracción:

*h* = 14

Por ende, podemos concluir que la edad del hijo es 14 años.

* El mural de un colegio tiene un metro de altura por 8,5 m de largo y se ha divido en dos partes para realizar en él dos pinturas; además, se sabe que el área de una de las regiones es 6,2 m2. ¿Cuál es el área disponible para la segunda pintura?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG10 |
| **Descripción** | Ambientar cada rectángulo con una ilustración, fotografía o pintura sin eliminar los valores que están dentro de ellos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las ecuaciones sirven para resolver situaciones geométricas de áreas. |

Como observas en la figura anterior el área de una de las regiones es 6,2 m2,mientras que el área de la segunda región es desconocida, sin embargo, se conoce la medida del área total (8,5 m · 1 m = 8,5 m2), por tanto, podemos proponer la ecuación 8,5 *– x* = 6,2,donde la letra *x* representa el área de la segunda región.

8,5 *– x* = 6,2

Aplicamos la propiedad uniforme de las igualdades sustrayendo 8,5 en ambos miembros de la igualdad:

8,5 – 8,5 *– x =* 6,2 – 8,5

Efectuamos la operación indicada en cada miembro de la igualdad:

0*– x =* –2,3

Aplicamos el módulo de la sustracción:

*–x* =–2,3

Multiplicamos cada lado de la igualdad por –1ya que estamos hablando de un área, y estas nunca son negativas, y se tiene:

*x* = 2,3

Por tanto, podemos concluir que el área disponible para la segunda pintura es 2,3 m2*.*

* En un laboratorio una científica toma la temperatura de un objeto y registra que es 30 oC bajo cero; para observar su resistencia a los cambios de temperatura le suministra calor y el objeto alcanza una temperatura de 150 oC. ¿Cuál es el cambio de temperatura que ha sufrido el objeto?

Este problema plantea el cambio de temperatura que sufre un objeto; como la primera temperatura es bajo cero se puede representar con *–*30 grados y como después alcanzó 150 grados de temperatura, proponemos la ecuación –30 + *t* = 150*,* donde *t* representa el cambio de temperatura que ha sufrido el objeto.

–30 + *t* = 150

Aplicamos la propiedad uniforme de las igualdades adicionando 30 en ambos miembros de la igualdad:

–30 + **30** + *t* = 150 + **30**

Efectuamos la operación indicada en cada miembro de la igualdad:

0+ *t* = 180

Aplicamos el módulo de la adición:

*t* = 180

Esto implica que el cambio de temperatura que ha sufrido el objeto ha sido de 180o C.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Ecuaciones aditivas |
| **Contenido** | Para resolver ecuaciones de la forma *x* + *b* = *c* **se adiciona** el opuesto de *b* en los dos miembros de la ecuación y se transforma en ecuaciones equivalentes para despejar la incógnita haciendo uso de la propiedad uniforme de la igualdad. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC80 |
| **Título** | Practica la solución de las ecuaciones de la forma *a* + *x* = *c* |
| **Descripción** | Actividad para ejercitar la solución de las ecuaciones de la forma *a* + *x = c* |

[SECCIÓN 3] **2.1.2 Ecuaciones de la forma *ax* = *c***

Otro tipo de ecuaciones que vamos a estudiar son las multiplicativas, que son aquellas que representan situaciones que se pueden solucionar a través de una multiplicación o una división; su forma general es:

***ax* = *c***

Por ejemplo:

* El gerente de una fábrica de muebles ha estimado que el costo de elaborar una silla para oficina es $ 35 000. Si se dispone de $ 31 500 000 de presupuesto, ¿cuál es la cantidad de sillas que se pueden fabricar con esos fondos?

Como no conocemos el número de sillas lo vamos a representar con la letra *s*;lo que sí sabemos es que por cada silla que se fabrique se deben invertir $ 35 000, es decir que para *s* sillas tenemos la expresión **35 000*s*** y esta expresión debe ser igual al presupuesto que se tiene destinado para este fin, por tanto, tenemos la ecuación:

**35 000*s* = 31 500 000**

Observa que en esta ocasión ya no se trata de una situación aditiva, sino de una multiplicativa, y que para despejar la variable ***s***lo que haremos es dividir toda la igualdad por 35 000 aplicando la propiedad uniforme así:

(35 000*s*)/(35 000) = (31 500 000)/(35 000)

Simplificando los dos miembros de la igualdad se tiene:

*s* = 900

Por tanto, podemos decir que con el presupuesto que se tiene se pueden fabricar 900 sillas.

* Una familia, luego de hacer compras en el supermercado, observó en la factura de compras que por 8 libras de café le cobraron $ 17 200, sin embargo, la factura no específica el valor de una libra; ¿cuál es el precio de una sola libra de café?

Aquí se conocen el precio total pagado (17 200) por el café y la cantidad de libras que se compraron (8). En este caso se llamará ***p*** al precio de una libra que es lo que se debe hallar; el precio total se puede determinar a partir de cada libra de café, mediante la expresión;

**8*p =* 17 200**

Para resolver esta ecuación se despeja la variable *p* dividendo cada miembro de la igualdad entre **8** y simplificando, del siguiente modo:

(8*s*)/8 = (17 200)/(8)

*s* = 2150

Esto significa que cada libra de café tiene un costo $ 2150.

* Durante una semana un grupo de obreros han trabajado en la construcción de una carretera y han completado 4/7 del total de la obra que equivalen a 2800 metros; ¿cuál es la longitud total de la carretera?

En este caso ***x*** representará la longitud total; como el problema dice que 4/7 de esta longitud equivalen a 2800 metros, se tiene la expresión:

**(4/7)*x* = 2800**

Para despejar la variable *x* se multiplica cada miembro de la ecuación por el inverso multiplicativo de 4/7 que es 7/4, así:

(7/4)(4/7)*x* = (2800)(7/4)

*x* = 4900

Se puede concluir que la carretera tiene una longitud total de 4900 metros.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Ecuaciones multiplicativas** |
| **Contenido** | Para resolver ecuaciones de la forma *ax* = *c* **se multiplica** por el inverso multiplicativo de *a* en los dos miembros de la ecuación y se transforma en ecuaciones equivalentes para despejar la incógnita haciendo uso de la propiedad uniforme de la igualdad. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC90 |
| **Título** | Practica la solución de las ecuaciones de la forma *ax* = *c* |
| **Descripción** | Actividad para ejercitar la solución de las ecuaciones de la forma *ax = c* |

[SECCIÓN 3] **2.1.3 Ecuación de la forma *ax ± b = c***

Esta ecuación resulta de la combinación de una ecuación aditiva y una multiplicativa. Para resolverla, es necesario aplicar primero el procedimiento de la ecuación aditiva y luego el de la ecuación multiplicativa. Su forma general es:

*ax* ***±*** *b* = *c*

Observa la siguiente figura.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG11 |
| **Descripción** | Diseñar una balanza que ilustre la situación que se presenta en la representación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La relación entre los pesos de diferentes cantidades se puede expresar como una ecuación. |

De acuerdo a la figura, ¿cuál es la ecuación que representa la situación? ¿Cuál es el peso de un paquete de caramelos?

Se puede observar que al lado izquierdo de la balanza, hay un paquete de gomitas cuya masa es de 125g y tres paquetes de caramelos, de los que se desconoce la medida de su masa. Al lado derecho hay un paquete de chocolates que tiene una masa de 365g. Como la balanza está en equilibrio, quiere decir que la masa en cada lado de ella es la misma, así se puede escribir la siguiente ecuación:

**125 + 3*c =* 365**

Donde ***c*** representa la masa de cada paquete de caramelos.

Para resolver esta ecuación y hallar el peso de cada paquete de caramelos, vamos a despejar la variable ***c***; para hacerlo, procedemos del siguiente modo:

125 + 3*c =* 365Ecuación propuesta

125 *–* 125 +3*c* = 365 – 125Sustraemos 125 en cada miembro

0 + 3*c* = 240 Desarrollamos la operación indicada

3*c* = 240 Aplicamos el módulo de la adición

3*c* ÷ 3 = 240 ÷ 3 Simplificamos cada miembro por 3

*c* = 80 Efectuamos la división indicada

Ahora podemos concluir que la masa de cada paquete de caramelos es 80 g.

Observa el siguiente ejemplo.

* Se sabe que el cobro del servicio de agua en una comunidad está definido así: un costo fijo de $ 7500 por conceptos de manteamiento y $ 2150 por cada metro cúbico de agua consumido. A una familia, al finalizar el mes, el recibo del agua le llegó por un valor de $ 76 300, sin embargo, en la factura no se especificó el número de m3 consumidos. ¿Cuál es la cantidad de agua consumida durante el mes por esta familia?

La situación anterior define el costo a partir de dos valores, la adición de un cargo fijo con el precio por metro cúbico consumido, por tanto, la ecuación que se plantea es:

**2150*x +* 7500 *=* 76 300**

Donde *x* representa el número de m3.

Ahora se procede a despejar la variable ***x*** para resolver la ecuación.

2150*x* + 7500 = 76 300

2150*x* +7500 *–* 7500 = 76 300 *–* 7500

2150*x* + 0 = 68 800

2150*x* = 68 800

(2150*x*)/(2150) = (68 800)/(2150)

*x* = 32

Ahora se puede afirmar que el consumo de agua de esta familia durante el mes fue de 32 m3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG12 |
| **Descripción** | Vector Meter Icons - stock vector |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | A través de las ecuaciones se puede calcular el costo y el consumo de los servicios públicos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Ecuaciones lineales** |
| **Contenido** | Para resolver ecuaciones de la forma *ax* *+ b* = *c* se procede a resolver la parte aditiva y posteriormente la parte multiplicativa, haciendo uso de las propiedades de las igualdades. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC100 |
| **Título** | Practica la solución de las ecuaciones de la forma *ax* + *b* = *c* |
| **Descripción** | Actividad para ejercitar la solución de las ecuaciones de la forma *ax* + *b = c* |

[SECCIÓN 2] **2.2 La modelación y solución de situaciones problema mediante ecuaciones lineales**

Las ecuaciones lineales sirven para modelar situaciones y comunicar la solución de un problema de un modo formal y convincente.

Para traducir una situación problema al lenguaje algebraico y transformarlo en una ecuación lineal, se siguen estos pasos.

* Se hace una lectura detallada del problema.
* Se identifica la pregunta y se transforma en una variable.
* Se identifican los datos del problema.
* Se relaciona la variable con los datos y se modela con una ecuación.
* Se resuelve la ecuación.
* Se verifica que la ecuación satisfaga las condiciones del problema y que efectivamente sea una solución.
* Se escribe la respuesta en términos del problema.

A continuación se revisan algunas situaciones que se pueden modelar mediante una ecuación lineal.

* La suma de dos números es 53 y el primero de los números excede al segundo en 15 unidades. ¿Cuáles son los números?

Como la pregunta es cuáles son los números que adicionados dan 53, se tienen dos incógnitas:

*x* es el primer número.

*y* es el segundo número.

Se sabe que adicionados dan 53, por tanto, se plantea la ecuación:

*x +* *y* = 53

Esta es una ecuación con dos incógnitas. También se sabe que el primer número excede al segundo en quince unidades, luego se puede escribir que:

*x* = *y* + 15

Esta expresión se relaciona con la ecuación que se va a resolver y *x* se reemplaza por *y* + 15, así:

***y* + 15** **+ *y*** *=* **53**

La ecuación que finalmente se va a resolver es:

2*y* + 15 = 53

2*y* = 53 – 15

*y* = 38/2

*y* = 19

Significa que el segundo número es 19, por tanto, el primer número se halla reemplazando en la ecuación *x* = *y* + 15.

*x* = *y* + 15

*x* = 19 + 15

*x* = 34

Esto quiere decir que el segundo número es 34.

Se comprueba que 34 + 19 = 53, por ende, se confirma que el primer número es 34 y que el segundo es 19.

* El perímetro de un rectángulo es 68 cm y se sabe que la base es el doble de la altura excedida en 7 cm; ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Incógnitas:

Base del rectángulo *b*

Altura del rectángulo *h*

Datos:

El perímetro es 68 cm; como el perímetro es la adición de todos los lados, se puede escribir la siguiente ecuación:

*h* + *b* + *h* + *b* = 68

2*h* + 2*b* = 68

La base es el doble de la altura excedida en 7 cm, por tanto:

*b* = 2*h* + 7

Ahora se reemplaza este dato en la ecuación del perímetro para tener una ecuación con una sola variable y resolverla.

2*h* + 2*b* = 68

2*h* + 2(2*h* + 7) = 68

2*h* + 4*h* + 14 = 68

6*h* + 14 = 68

6*h* = 68 – 14

*h* = 54/6

*h* = 9

Este resultado significa que la medida de la altura del rectángulo es 9 cm, y como la medida de la base es el doble de la altura excedida en 7 cm, se tiene:

*b* = 2*h* + 7

*b* = 2(9) + 7

*b* = 18 + 7

*b* = 25

Se puede concluir que la base mide 25 cm y, por tanto, las dimensiones del rectángulo son: altura 9 cm y base 25 cm.

* Andrés ha comprado para sus útiles escolares un esfero y tres cuadernos. Si él sabe que el precio del esfero es $ 1200 y que el total de la factura es $ 9300, ¿cuál fue el costo de cada cuaderno?

Incógnitas:

El precio de cada cuaderno (*x*); como son tres cuadernos, entonces el precio es 3*x.*

Datos:

Un esfero vale $ 1200 y el costo total de la compra es $ 9300.

La ecuación a resolver es el costo del esfero más el de los tres cuadernos, por tanto, se puede proponer la siguiente ecuación:

**3*x* + 1200 = 9300**

Resolviendo esta ecuación se tiene:

3*x* + 1200 = 9300

3*x* = 9300 – 1200

*x* = (8100)/3

*x* = 2700

Significa que cada cuaderno tuvo un costo de $ 2700.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC110 |
| **Título** | Identifica la ecuación que modela la situación problema |
| **Descripción** | Actividad que propone situaciones problema para relacionar con la ecuación que la modela |

[SECCIÓN 2] **2.3 La solución de ecuaciones por transposición de términos**

Hasta el momento se han estudiado ecuaciones lineales aditivas, multiplicativas y en la forma estándar, pero la mayoría de situaciones que se modelan con estas ecuaciones resultan escritas con un grado de mayor complejidad, como por ejemplo las ecuaciones:

**<< MA\_08\_06\_001>>**

**<< MA\_08\_06\_002>>**

Para resolver este tipo de ecuaciones que siguen siendo lineales y con una variable, se deben seguir una serie de pasos para transformarlas en la forma estándar ***ax* + *b* = *c****.*

* Suprimir los denominadores si los hay, multiplicando cada miembro por el m.c.m. de los denominadores.
* Agrupar términos semejantes mediante transposición de términos (dejar a un lado los que están con la incógnita y al otro lado los términos independientes), con el fin de dejar a un lado los términos que contienen las variables y al otro, las constantes.
* Realizar en cada miembro las operaciones indicadas.
* Despejar la incógnita y hallar el resultado.
* Resolver la ecuación:

**<< MA\_08\_06\_003>>**

Ecuación propuesta.

**<< MA\_08\_06\_004>>**

Se multiplica cada miembro por el m.c.m. que en este caso es 6:

**<< MA\_08\_06\_005>>**

Se simplifican los denominadores:

3(2*x* + 3) – 2 = 3(*x* + 1)

6*x* + 9 – 2 = 3*x* + 3

6*x* + 7 = 3*x* + 3

Se hace transposición de términos semejantes:

6*x* – 3*x* = 3 – 7

3*x* = –4

Se despeja la incógnita:

*x* = –4/3

* Observa la siguiente figura.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG13 |
| **Descripción** | Ambientar la gráfica para indicar que los perímetros son iguales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las figuras geométricas pueden tener formas diferentes, pero igual perímetro o área. |

La figura muestra un rectángulo y un cuadrado que tienen igual perímetro. ¿Cuál es el valor de *x* que hace que esta afirmación sea verdadera?

El perímetro de un rectángulo se halla mediante la fórmula *p* = 2*a* + 2*b* y el de un cuadrado es *p* = 4*a*; como los perímetros son iguales se puede escribir la ecuación:

**2(2*x* + 2) + 2(2*x* + 6) = 4(*x* + 9)**

Ecuación propuesta:

2(2*x* + 2) + 2(2*x* + 6) = 4(*x* + 9)

Se elimina cada paréntesis aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación:

4*x* + 4 + 4*x* + 12 = 4*x* + 36

Se operan los términos semejantes en el miembro izquierdo:

8*x* + 16 = 4*x* + 36

Se hace transposición de términos semejantes:

8*x* – 4*x* = 36 – 16

Se reducen términos semejantes:

4*x* = 20

Se despeja la incógnita:

*x* = 20/4

*x =* 5

Por tanto, se puede asegurar que el valor de *x* que hace posible que el rectángulo y el cuadrado tengan igual perímetro es 5.

Esto último se verifica reemplazando el valor de la incógnita en cada perímetro.

Para el rectángulo se tiene:

*p* = 8(5) + 16

*p* = 40 + 16

*p* = 56

Para el cuadrado:

*p* = 4(5) + 36

*p* = 20 + 36

*p* = 56

Como los perímetros son iguales, se ha verificado que la solución de la ecuación satisface el problema propuesto.

[SECCIÓN 2] **2.4 Solución de ecuaciones con signos de agrupación**

Las ecuaciones al igual que los polinomios aritméticos se pueden escribir utilizando los signos de agrupación, por ejemplo.

2*x* + 3[*x* – (2*x* + 3)] = 3(2 – 4*x*)

Para resolver este tipo de ecuaciones se deben seguir estos pasos:

* Eliminar los signos de agrupación de adentro hacia afuera.
* Hacer transposición de términos.
* Reducir los términos semejantes.
* Despejar la incógnita.

Así en la ecuación 2*x* + 3[*x* – (2*x* + 3)] = 3(2 – 4*x*) se procede del siguiente modo.

Se suprimen los paréntesis aplicando la propiedad distributiva en el miembro izquierdo para el signo menos y en el miembro derecho multiplicando todo el paréntesis por 3.

2*x* + 3[*x* – 2*x* – 3] = 6 – 12*x*

Ahora se reducen los términos semejantes:

2*x* + 3[–*x* – 3)] = 6 – 12*x*

Se aplica la propiedad distributiva en el miembro izquierdo:

2*x* – 3*x* – 9 = 6 – 12*x*

Se hace la transposición de términos y reducción de términos semejantes:

2*x* – 3*x* + 12*x* = 6 + 9

11*x* = 15

Despejamos la incógnita y obtenemos que:

*x* = 15/11

[SECCIÓN 2] **2.5 Solución de ecuaciones con coeficientes literales**

Las ecuaciones con coeficientes literales son todas aquellas fórmulas que se utilizan en la geometría, la física y otras ciencias; la necesidad e importancia de trabajar con ellas es que, en ocasiones, en un problema o situación es necesario averiguar un dato con una ecuación que no tiene despejada la incógnita que se busca.

Por ejemplo, la ecuación de la rapidez es *v* = *d*/*t,* donde *v* representa la rapidez, *d* la distancia y *t* el tiempo. Si se quiere hallar la distancia conociendo el intervalo transcurrido y la magnitud de la rapidez se debe despejar *d,* así que si se multiplica toda la ecuación por *t* se tiene:

**<< MA\_08\_06\_006>>**

Simplificando se tiene:

*v ∙ t = d*

Así, esta nueva ecuación permite determinar la distancia que recorre un cuerpo con una rapidez constante en un tiempo dado.

Otro ejemplo de la solución de ecuaciones con coeficientes literales es despejar la base *b* en la ecuación del perímetro de un rectángulo.

La ecuación del perímetro de un rectángulo es *p* = 2*a* + 2*b*. Por la propiedad simétrica de las igualdades se puede escribir:

2*a* + 2*b* = *p*

Se sustrae 2*a* en ambos miembros de la igualdad y se opera:

2*a* – 2*a* + 2*b* = *p* – 2*a*

0 + 2*b* = *p* – 2*a*

Se aplica el módulo de la adición y se simplifica por 2 toda la igualdad:

2*b* = *p* – 2*a*

**<< MA\_08\_06\_007>>**

**<< MA\_08\_06\_008>>**

Así la base de un rectángulo queda expresada a partir de su perímetro y su altura.

[SECCIÓN 2] **2.6 Solución de ecuaciones racionales**

Las ecuaciones racionales son de la forma:

**<< MA\_08\_06\_009>>**

Por ejemplo:

**<< MA\_08\_06\_010>>**

Para resolver esta ecuación se debe eliminar el denominador en cada miembro de la igualdad; para ello, se halla el m.c.m. de los denominadores que en este caso es 3(*x* – 1), y posteriormente se multiplica en los dos miembros así.

**<< MA\_08\_06\_011>>**

Se multiplica y se simplifica con lo que se obtiene:

3*x* + 3= 2*x* – 2

Se realiza transposición de términos y se opera:

3*x* – 2*x* = –2 – 3

*x* = –5

Con lo que se obtiene que el resultado que satisface la igualdad es –5.

* Andrés y Felipe son dos hermanos de los cuales se sabe que sus edades se encuentran en razón de 3 a 4 y, además, que la edad de Felipe excede en 5 años a la del hermano menor. ¿Cuáles son las edades de Andrés y Felipe?

De acuerdo con la información del problema se tienen los siguientes datos:

La edad de Andrés *a*.

La edad de Felipe *f*.

Como la razón de sus edades es de 3 a 4 (una razón es un cociente indicado) y según el problema Felipe es el hermano mayor, se tiene la igualdad:

**<< MA\_08\_06\_012>>**

Si Felipe es mayor que Andrés 5 años, la igualdad se puede escribir:

*f* = *a* +5

Si se reemplaza esta segunda expresión en el denominador de la primera ecuación se tiene:

**<< MA\_08\_06\_013>>**

Ahora se resuelve el problema que se modela a través de esta ecuación.

Se multiplica toda la ecuación por el m.c.m. de los denominadores que es 4(*a* + 5).

**<< MA\_08\_06\_014>>**

Se multiplica y se simplifica:

4*a* = 3*a* + 15

Se hace transposición de términos y se simplifica:

4*a* – 3*a* = 15

*a* = 15

El resultado de la ecuación nos indica que la edad de Andrés es 15 años y, por tanto, la de Felipe es 20 años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC130 |
| **Título** | Practica la solución de ecuaciones racionales |
| **Descripción** | Actividad que permite ejercitar la solución de ecuaciones lineales racionales |

[SECCIÓN 2] **2.7 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las ecuaciones |
| **Descripción** | Actividad sobre las ecuaciones |

[SECCIÓN 1] **3 Las inecuaciones**

Seguramente habrás escuchado expresiones como “solo para mayores de 18 años”, “película clasificada para menores de 12 años” o “consérvese en un lugar fresco a una temperatura entre los 5 grados y los 10 grados”; este tipo de situaciones y muchas más hacen referencia a una desigualdad o inecuación.

Por ejemplo, en las escuelas de fútbol se define una categoría llamada infantil en la que se pueden inscribir niños que tengan edades entre los 5 y los 8 años, la categoría júnior corresponde a niños entre los 9 años y los 11 años. Así, los niños de la categoría júnior pueden tener 9, 10 y 11 años; estos valores cumplen la condición de estar en algo que más adelante definiremos como **intervalo** y cumplen la condición de ser mayores que un número, pero a la vez menores que otro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC150 |
| **Título** | Las inecuaciones |
| **Descripción** | Interactivo que expone las inecuaciones a partir de situaciones del entorno |

Una **inecuación** es una **relación de orden** entre dos expresiones algebraicas cuya solución es un conjunto de números reales que satisfacen una desigualdad.

|  |  |
| --- | --- |
| Algunas desigualdades e inecuaciones | |
| Desigualdad | Inecuación |
| 5 > 3 | 5*x* + 1 > 3 |
| 2 < 15 | 2*x* – 1 < 15*x* + 5 |
| –3 ≤ 0 | –3*x* – 2 ≤ *x* + 3 |
| 10 ≥ –1 | 10*x* ≥ –*x* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Los signos de las desigualdades representan cuándo una cantidad es mayor o menor que otra.  < Se lee menor que  > Se lee mayor que  ≤ Se lee menor o igual que  ≥ Se lee mayor o igual que |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC160 |
| **Título** | Identifica inecuaciones |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar inecuaciones |

[SECCIÓN 2] **3.1 Las propiedades de las inecuaciones**

**Propiedad 1.** Si a los dos miembros de una inecuación se les adiciona o se les sustrae una misma cantidad, el sentido de la desigualdad se mantiene y la inecuación resultante es equivalente a la inecuación original. Por ejemplo:

4 < 12

Se adiciona 6 a cada miembro de la desigualdad:

4 + 6 < 12 + 6

10 < 18

Se observa que el sentido de la desigualdad se mantiene.

Si se tiene:

5 > 3

Se sustrae 7 a cada miembro de la desigualdad:

5 – 7 > 3 – 7

–2 > –4

Se observa que el sentido de la desigualdad se mantiene.

**Propiedad 2.** Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por una misma **cantidad positiva**, el sentido de la desigualdad se mantiene y la inecuación resultante es equivalente a la inecuación original. Por ejemplo:

5 ≤ 11

Se multiplica por 3 a cada miembro de la desigualdad:

3 ∙ 5 ≤ 3 ∙ 11

15 ≤ 33

Se observa que el sentido de la desigualdad se mantiene.

Si se tiene:

24 ≥ 16

Si se divide por 4 a cada miembro de la desigualdad:

24 ÷ 4 ≥ 16 ÷ 4

6 ≥ 4

Se observa que el sentido de la desigualdad se mantiene.

**Propiedad 3.** Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por una misma **cantidad negativa**, el sentido de la desigualdad cambia y la inecuación resultante es equivalente a la inecuación original. Por ejemplo:

4 < 12

Se multiplica por –3 a cada miembro de la desigualdad:

–3 ∙ 4 < –3 ∙ 12

–12 > –36

En este caso se observa que el sentido de la desigualdad cambia, sin embargo, es equivalente a la desigualdad dada inicialmente.

Si se tiene:

25 > 15

Se divide por –5 a cada miembro de la desigualdad:

25 ÷ (–5) > 15 ÷ (–5)

–5 < –3

Se observa que el sentido de la desigualdad cambia, sin embargo, es equivalente a la desigualdad dada inicialmente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC170 |
| **Título** | Identifica las propiedades de las inecuaciones |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar las propiedades de las inecuaciones. |

[SECCIÓN 2] **3**.**2 Los intervalos de solución de las inecuaciones**

El **conjunto de valores** para los que se cumple la desigualdad se llama **solución** de la inecuación. Al no haber una igualdad, el resultado no es único, sino un conjunto de números que cumplen la condición de la inecuación. La solución de una inecuación se puede expresar como un intervalo.

Un **intervalo** es una semirrecta o segmento de recta que representa la solución de una inecuación; analíticamente se escriben entre paréntesis o corchetes según sea la clase de intervalo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Clases de intervalos |
| **Contenido** | Los intervalos pueden ser de dos clases: **acotados o intervalos finitos** son aquellos en los que se conocen sus dos extremos y **no acotados o intervalos infinitos** son aquellos en los que se conoce solo uno de sus extremos. |

**Intervalos finitos:** son aquellos intervalos en los que seconocen sus extremos y estos pueden estar incluidos o no en la solución de la inecuación. De este tipo de intervalos vamos a identificar los siguientes:

**Intervalo cerrado**

Es aquel intervalo en el que se incluyen los extremos *a* y *b* en la solución de la inecuación.

Representación analítica: [*a*, *b*]

Representación de conjunto: {*x* ∈ℛ */ a ≤ x ≤ b*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG14 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png** |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica de un intervalo cerrado los extremos se representan con dos círculos rellenos. |

**Intervalo abierto**

Es aquel intervalo en el que no se incluyen los extremos *a* y *b* en la solución de la inecuación.

Representación analítica: (*a*, *b*)

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ a < x < b*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG15 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png** |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica de un intervalo abierto los extremos se representan con dos círculos sin rellenar. |

**Intervalo semiabierto a derecha o semicerrado a izquierda**

Es aquel intervalo en el que se incluye el extremo *a*, pero se excluye el extremo *b* en la solución de la inecuación.

Representación analítica: [*a, b*)

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ a ≤ x < b*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG16 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica se representa con un círculo en el extremo *a* relleno y un círculo en el extremo *b* sin rellenar. |

**Intervalo semiabierto a izquierda o semicerrado a derecha**

Es aquel intervalo en el que se incluye el extremo *b*, pero se excluye el extremo *a* en la solución de la inecuación.

Representación analítica: (*a, b*]

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ a < x ≤ b*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG17 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png** |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica se representa con un círculo en el extremo *a* sin rellenar y un círculo relleno en el extremo *b*. |

* Representar mediante un intervalo el conjunto de todos los números mayores o iguales a 3 y menores que 7.

Al escribir este enunciado como una inecuación y como un intervalo se obtiene:

Inecuación: 3 *≤ x <* 7

Intervalo: [3, 7)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG18 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica del intervalo [3, 7). |

* Para la conservación de un alimento la etiqueta del mismo dice que se debe mantener a una temperatura mayor a los 3 grados centígrados bajo cero y menor a los 4 grados centígrados.

Al escribir este enunciado como una inecuación y como un intervalo se obtiene:

Inecuación: –3 < *x* < 4

Intervalo: (–3, 4)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG19 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica del intervalo (–3, 4). |

[SECCIÓN 3] **3.2.1 Intervalos infinitos**

Son aquellos intervalos que tienen un extremo y se extienden hacia el infinito, es decir, se conoce su comienzo pero no su final. Identificaremos los siguientes intervalos que corresponden a esta clase.

**Intervalo cerrado a la derecha**

Es aquel intervalo en el que se incluye el extremo derecho y se extiende hacia menos infinito.

Representación analítica: (–*∞, b*]

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ b ≥ x* ⋁ *x* ≤ *b*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG20 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png**  Sustituir la letra A por el símbolo **–*∞*** |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Intervalo infinito cerrado a la derecha. |

**Intervalo cerrado a la izquierda**

Es aquel intervalo en el que se incluye el extremo izquierdo y se extiende hacia más infinito.

Representación analítica: [*a, ∞*)

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ a ≤ x* ⋁ *x* ≥ *a*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG21 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png**  Sustituir la letra B por el símbolo *∞* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Intervalo cerrado a la izquierda. |

**Intervalo abierto por la izquierda hacia ∞**

Es aquel intervalo abierto por el lado derecho hacia infinito y como es abierto por el lado izquierdo no incluye a *a*.

Representación analítica: (*a*, *∞*)

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ x* > *a*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG22 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Sustituir la letra B por el símbolo ***∞*** |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Intervalo abierto a la izquierda. |

**Intervalo abierto por la derecha hacia –∞**

Este tipo de intervalo es abierto por el lado izquierdo hacia infinito negativo y como es abierto por el lado derecho no incluye a *b.*

Representación analítica: (–*∞, b*)

Representación de conjunto: {*x* ∈ ℛ */ x* < *b*}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG23 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png**  Sustituir la letra B por el símbolo -*∞* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Intervalo abierto por la derecha hacia –∞. |

* Representar mediante un intervalo el conjunto de todos los números mayores o iguales a 2.

Inecuación: 2 *≤ x* o *x* ≥ 2

Intervalo: [2, ∞)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG24 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica del intervalo [2, ∞). |

* Representar mediante un intervalo el conjunto de todos los números menores que 5.

Inecuación: 5 *> x* o *x <* 5

Intervalo: (–∞, 5)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG25 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica del intervalo (–∞, 5). |

[SECCIÓN 2] **3.3 La resolución de las inecuaciones**

Las inecuaciones lineales con una variable pueden ser **simples** o **dobles**. Las inecuaciones simples son aquellas que tienen un solo signo de desigualdad y su solución es un intervalo infinito o no acotado, mientras que las inecuaciones dobles tienen dos signos de desigualdad y su solución es un intervalo finito o acotado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Ejemplos de inecuaciones simples y dobles** | |
| **Inecuaciones simples** | **Inecuaciones dobles** |
| 3*x* + 1 < 6  4 > 3*x* – 2  2*x* ≥ 5  *x* + 2 ≤ 5*x* – 1 | –2 < *x* + 1 < 2  3 ≤ 2*x* – 5 < 8  –7 < 6*x* – 3 ≤ 1  1 < *x* < 8 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC180 |
| **Título** | La solución de inecuaciones lineales con una incógnita |
| **Descripción** | Interactivo que explica la solución de inecuaciones lineales con una incógnita |

[SECCIÓN 3] **3.3.1 La resolución de inecuaciones simples**

Las inecuaciones simples se resuelven de manera similar a como se resuelven las ecuaciones lineales aplicando la propiedad uniforme; además, se debe tener en cuenta que la solución obtenida no es un número, sino un conjunto de números.

* Resolver *x +* 5 *<* 3.

*x +* 5 *<* 3

*x +* 5 – 5 *<* 3 – 5

*x <* –2

En este caso se sustrae 5 en los dos miembros de la inecuación para despejar la variable *x*; la solución se lee: todos los números reales que son menores que –2. Y genera el intervalo abierto (–∞, –2).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG26 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación *x +* 5 *<* 3. |

* Resolver 7*x ≥* 21.

7*x* ≥ 21

*x* ≥ 21/7

*x ≥* 3

En este caso se divide toda la inecuación por 7 y se simplifican los dos miembros de la inecuación; la solución se lee: todos los números reales que son mayores o iguales a 3.

La solución genera el intervalo cerrado a derecha [3, ∞).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG27 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación 7*x ≥* 21. |

* Resolver 2*x +* 5 *<* 11.

2*x* + 5 – 5 < 11 – 5

2*x*/2 < 6/2

*x <* 3

En este caso se sustrajo 5 en los dos miembros de la inecuación, luego se dividió entre 2 cada miembro de la inecuación y, finalmente, se simplificó. Su solución se lee: todos los números reales menores que 3.

Se representa mediante el intervalo abierto (–∞, 3).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG28 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación 2*x +* 5 *<* 11. |

* Resolver 17*x* –5 *>* 3*x* + 2.

17*x* – 5 > 3*x* + 2

17*x* – 3*x* > 2 + 5

14*x* > 7

14*x/*14 > 7/14

*x* > 1/2

Primero se hizo transposición de términos para agrupar los que son semejantes y luego se procedió a despejar la incógnita dividiendo cada miembro de la inecuación entre 14.

Su solución expresa el conjunto de todos los números que son mayores que ½ sin incluir a ½, por tanto, se puede representar mediante el intervalo abierto (1/2, ∞).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG29 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación 17*x* –5 *>* 3*x* + 2. |

Si en la inecuación planteada el valor de la incógnita queda multiplicado por el signo menos, cada miembro se debe multiplicar por –1 para eliminar el menos de la incógnita, pero cuando se realiza este procedimiento hay que recordar que se debe cambiar el signo de la desigualdad de acuerdo con la propiedad 3.

* Resolver 2*x* –5 *>* 3*x* + 2.

2*x* –5 *>* 3*x* + 2

2*x* – 3*x* > 2 + 5

–*x* > 7

–*x* ∙ (–1) > 7 ∙ (–1)

*x* < –7

Primero se realizó la transposición de términos semejantes y se operaron entre sí; luego, se multiplicó toda la inecuación por –1 y en este caso, por la propiedad 3, el sentido de la desigualdad cambio.

El intervalo solución es el conjunto de todos los números reales menores que –7 expresado como (–∞, –7).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG30 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación 2*x* –5 *>* 3*x* + 2. |

[SECCIÓN 3] **3.3.2 La resolución de inecuaciones dobles**

La solución de inecuaciones simples corresponde a intervalos infinitos cuya solución es una semirrecta. Estas inecuaciones que llamamos dobles, debido a que son inecuaciones que poseen tres miembros que están separados por dos desigualdades, se van a resolver mediante las propiedades de las inecuaciones y su solución será un **intervalo acotado**.

* Resolver 4 < 2*x* + 8 < 6.

4 < 2*x* + 8 < 10

Se sustrae 8 en cada miembro de la inecuación:

4 – 8 < 2*x* + 8 – 8 < 10 – 8

Se opera y se aplica el módulo de la adición:

– 4 < 2*x* < 2

Se divide cada miembro entre 2:

– 4/2 < 2*x/*2< 2/2

Se simplifica y se aplica el módulo del producto:

– 2 < *x* < 1

Como la variable queda entre –2 y –1 la solución se lee como el conjunto de todos los números reales mayores que –2 y menores que –1 sin incluir el –2 y el –1, así el intervalo solución es (– 2, –1)*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG31 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación 4 < 2*x* + 8 < 10. |

* Resolver *–*7 *≤* 3*x +* 5 *≤* 2.

*–*7 *≤* 3*x +* 5 *≤* 2

Se sustrae 5 en cada miembro de la inecuación:

*–*7 *–* 5 *≤* 3*x +* 5 *–* 5 *≤* 2 *–* 5

Se opera y se aplica el módulo de la adición:

–12 ≤ 3*x* ≤ –3

Se divide cada miembro entre 3:

–12/3 ≤ 3*x/*3 ≤ –3/3

Se simplifica y se aplica el módulo del producto:

–4 ≤ *x* ≤ –1

La solución se lee como el conjunto de todos los números reales mayores o iguales a –4 y menores o iguales a –1, y se expresa mediante el intervalo cerrado [–4, –1].

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_IMG32 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Solución gráfica de la inecuación *–*7 *≤* 3*x +* 5 *≤* 2. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC190 |
| **Título** | Practica la solución de inecuaciones lineales |
| **Descripción** | Actividad que permite ejercitar la solución de inecuaciones lineales con una incógnita |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC200 |
| **Título** | Solución gráfica de una inecuación lineal con una incógnita |
| **Descripción** | Interactivo que expone la solución gráfica de una inecuación lineal con una incógnita |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC210 |
| **Título** | Practica la solución gráfica de una inecuación lineal con una incógnita |
| **Descripción** | Actividad que propone relacionar una inecuación con su solución descrita como intervalo y como gráfica |

[SECCIÓN 2] **3.4 Resolución de problemas con inecuaciones**

Al igual que las ecuaciones, con las inecuaciones se representan y modelan situaciones problema en diferentes contextos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC220 |
| **Título** | Resolución de problemas aplicando inecuaciones lineales |
| **Descripción** | Interactivo que expone la solución de situaciones problema aplicando inecuaciones lineales con una incógnita |

* El empaque de un alimento señala que se debe conservar en un lugar fresco a una temperatura que oscile entre 413 grados y los 50 grados Fahrenheit. Sin embargo, las personas del lugar en el que se comercializa el producto conocen únicamente la escala Celsius; ¿cuál es la temperatura en grados Celsius a la cual se debe conservar el alimento?

Primero hay que recordar que la relación entre grados Celsius y Fahrenheit viene dada por la ecuación:

**<< MA\_08\_06\_015>>**

Como la pregunta propone la desigualdad 43 ≤ *F* ≤ 50, se deben hallar los valores para la escala Celsius.

Entonces, se reemplaza a *F* por su expresión en la ecuación equivalente y se resuelve como una desigualdad doble.

41 ≤ (9/5)*C* + 32 ≤ 50

41 – 32 ≤ (9/5)*C* ≤ 50 – 32

9 ≤ (9/5)*C* ≤ 18

9 (5/9) ≤ *C* ≤ 18 (5/9)

5 ≤ *C* ≤ 10

Por tanto, el alimento debe conservarse a una temperatura que oscile entre los 5 y los 10 grados Celsius.

* Para el desarrollo de un evento un salón de recepciones cobra una cuota fija de $ 50 000 más $ 20 000 por cada hora que se alquile el salón. Un grupo de amigos desea alquilar el salón para lo cual disponen de $ 150 000. ¿Durante cuánto tiempo como máximo puede el grupo alquilar el salón?

Para resolver este problema se llama a *x* la cantidad de horas que se puede alquilar. De acuerdo con la información el costo total del alquiler viene dada por:

*C =* 20 000*x +* 50 000

Además este costo no puede superar los $150 000, así la desigualdad planteada es:

20 000*x* + 50 000 ≤ 150 000

Al resolverla se obtiene:

20 000*x* + 50 000 ≤ 150 000

20 000*x* ≤ 150 000 – 50 000

*x* ≤ (100 000)/(20 000)

*x* ≤ 5

Por tanto, el máximo de horas que el grupo de amigos puede alquilar el salón es 5.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC230 |
| **Título** | Practica la resolución de problemas aplicando inecuaciones lineales |
| **Descripción** | Actividad que plantea situaciones problema aplicando inecuaciones lineales con una incógnita |

[SECCIÓN 2] **3.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC250 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las inecuaciones |
| **Descripción** | Actividad sobre las inecuaciones |

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC260 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14611/Recurso170/Principal.html?transparent=on&solucion=si |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Competencias: Ecuaciones lineales con una incógnita |
| **Descripción** | Actividad que propone la aplicación de ecuaciones en contexto |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC270 |
| **Título** | Proyecto: Las ecuaciones e inecuaciones lineales con una incógnita |
| **Descripción** | Proyecto para reforzar las habilidades desarrolladas sobre ecuaciones e inecuaciones |

[SECCIÓN 1] **5 Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC280 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema las ecuaciones e inecuaciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_05\_REC290 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema las ecuaciones e inecuaciones |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_06\_REC | |
| **Web 01** | *Resolución de ecuaciones lineales con una incógnita* | *http://www.amolasmates.es/algebraconpapas/recurso/tests/primerbasico/prbas0601.htm* |
| **Web 02** | *Inecuaciones* | *http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=200775* |
| **Web 03** |  |  |