|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Las funciones** |
| Código del guion | MA\_08\_07\_CO |
| Descripción | Aprende el concepto de función y cuáles son las características que definen una función lineal y una cuadrática |

[SECCIÓN 1] **1 Las funciones**

El concepto de función es uno de los más importantes en el estudio de las matemáticas ya que a través de las funciones es que se modela y se estudia el comportamiento que tiene una cantidad respecto a otra. Por ejemplo, el precio de la gasolina para surtir un auto depende del número de galones que se compren. El número de baldosas que se usan para cubrir un piso (cambia dependiendo del área que se desea cubrir).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG01 |
| **Descripción** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1600379/328908284/stock-photo-closeup-image-of-businessman-drawing-graph-business-strategy-as-concept-328908284.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | A través de las funciones se estudia el comportamiento de fenómenos físicos, biológicos y económicos, entre otros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Función** |
| **Contenido** | Una función es una **relación de** **correspondencia** entre los elementos de un conjunto *A*, llamado conjunto de salida, y un conjunto *B*, llamado conjunto de llegada, en la que a cada elemento del conjunto *A* le corresponde un **único** elemento del conjunto *B*.  Se expresa como:  *f: A → B* y se lee función de *A* en *B.*  *y* = *f*(*x*) se lee función de variable equis. |

Observa los siguientes ejemplos.

Sean *A*: {Colombia, Chile, Perú, Bolivia, Ecuador} y *B*:{Santiago de Chile, Quito, Bogotá, Lima, La Paz}. ¿Cuál es la relación que existe entre estos dos conjuntos?

Se puede decir que los elementos del conjunto *B* son las capitales de los elementos del conjunto *A*. Esta relación se conoce como una función ya que un país no puede tener dos capitales, por tanto, cada elemento del conjunto *A* está relacionado con un único elemento del conjunto *B.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG02 |
| **Descripción** | Ojo: corregir textos  Santiago de Chile  Perú |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las flechas indican el comportamiento de la función y señalan cuál es el elemento del conjunto *B* con el que se relaciona cada elemento del conjunto *A.* |

Sean los conjuntos *A*: {1, 2, 3, 4, 5}, *B*: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} y *f* la función que toma a cada elemento de *A* y lo multiplica por dos para asignarle un elemento de *B.*

La función anteriormente descrita se puede expresar en la forma:

*x →* 2*x*

con la cual cada elemento de *A* se multiplica por dos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG03 |
| **Descripción** | Escribir la función que se indica en la parte superior, dejar espacio antes y después del signo igual y el número dos no va en cursiva, así: *f*(*x*) = 2*x* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La función transforma cada elemento de *A* en su doble para relacionarlo con un elemento de *B*. |

Para escribir matemáticamente una función se emplea la notación:

*y = f*(*x*)

La variable *x* se denomina **variable independiente** porque puede tomar cualquier valor sin ninguna restricción (es decir que le podemos asignar los valores libremente), mientras que*f* (*x*)es la **variable dependiente** porque sus valores dependen de los valores que tome *x*.

Los valores permitidos de *x* constituyen el dominio de definición de la función y los que toma *y* constituyen su recorrido. Es decir, el **dominio** de la función **s**on los elementos que pertenecen al conjunto de partida y se escribe como *Df*,y se llama **rango** a los elementos que pertenecen al conjunto de llegada y se escribe como *Rf*;además, el **codominio** de una función se define como el conjunto que contiene al rango de una función o conjunto de llegada.

**Transformación** es la regla que se aplica para asociar un elemento del conjunto del dominio y asignarle un elemento del conjunto de llegada.

Para determinar el dominio de una función se debe precisar para qué valores está definida *f* (*x*) en el conjunto de los números reales, dándole valores a la variable *x* pertenecientes al conjunto de los reales y así obtener los valores de *f*(*x*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica del dominio, codominio y rango de una función dada. |

* Por ejemplo si se considera la función *f*(*x*) =2*x +* 3, se tiene:

El dominio y recorrido de *f*(*x*) es el conjunto de los números reales, dado que a cada elemento del dominio le corresponde un elemento del recorrido. En este caso se puede decir que:

*Df*  =El conjunto de los números reales

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El conjunto de los números reales está formado por la unión de los conjuntos de números racionales e irracionales. |

* Por ejemplo, sea *A* el conjunto de los números enteros mayores o iguales a uno y menores que 10, y sea *f*(*x*) la función que a cada número le asigna su cuadrado.

La función queda expresada de la forma:

*f*(*x*) = *x*2

El **dominio** de esta función según la condición del conjunto, son los números del 1 al 9, es decir.

*Df* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Para calcular **la imagen de una función** y determinar el rango, se reemplaza cada número del dominio por la variable en la función y se efectúa la operación que quede indicada. Esta operación es la **regla de transformación.**

*f*(1) *=* 12 = 1

*f*(2) *=* 22 = 4

*f*(3) *=* 32 = 9

*f*(4) *=* 42 = 16

*f*(5) *=* 52 = 25

*f*(6) *=* 62 = 36

*f*(7) *=* 72 = 49

*f*(8) *=* 82 = 64

*f*(9) *=* 92 = 81

Así, por ejemplo, la imagen de 5 mediante la función planteada es 25.

Los elementos del **rango** para esta función son:

*Rf =* {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81}

Aquellas situaciones en las que a un elemento del dominio les corresponden dos o más imágenes en el conjunto de llegada no se consideran función y se denominan relación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cuando un elemento del dominio se relaciona con dos o más elementos del conjunto de llegada la situación planteada no es una función. |

.

[SECCIÓN 2] **1.1 Variación y dependencia de magnitudes**

Las funciones permiten estudiar el comportamiento o cambio en la medida de una **magnitud** respecto a la medida de otra magnitud.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Una magnitud es todo aquello a lo que se le puede asignar una medida, como por ejemplo el precio de un artículo, la estatura de una persona, el tiempo, el área o el volumen, entre otros. |

**Variación** son las diferentes medidas que puede tomar una magnitud y **dependencia** es el cambio que tiene la medida de una magnitud respecto a la variación de la medida de otra magnitud.Por ejemplo, el costo de 200 tarjetas depende del precio por centena. Si *C*representa el costo total y *p* el costo de 100 tarjetas, entonces el costo de 200 tarjetas se puede expresar de la forma:

*C =* 2*p*

En este ejemplo *C* es la variable dependiente porque su valor depende de los cambios de valor de *p*. La variable independiente es *p*.

[SECCIÓN 2] **1.2 La representación de una función**

Una función se puede representar de diversas maneras, tales como mediante una expresión algebraica, de forma tabular y gráficamente.

* **Expresión algebraica**: es la expresión que describe el comportamiento de la función.

Por ejemplo, la expresión algebraica que representa la función “a cada número real le asigna su cuadrado y lo aumenta en tres” es:

*f*(*x*) *= x*2 + 3o también *y = x*2 + 3

* **Representación tabular**: se lleva a cabo mediante una tabla de datos que muestra algunos elementos del dominio con sus respectivas imágenes.

Para realizar la tabla de valores primero se le asignan unos valores a la variable independiente (en este caso de –3 a 4) y a través de la transformación de la función, se hallan los valores para la variable dependiente *f*(*x*)*.*

Se calcula cada una de las imágenes para cada valor de la variable independiente y se ubican en la tabla.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Representación tabular de la función *f*(*x*) *= x*2 + 3 | | | | | | | | |
| *x* | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *f*(*x*) | 12 | 7 | 4 | 3 | 4 | 7 | 12 | 19 |

* **Representación gráfica**: es el conjunto de puntos en el plano cartesiano que corresponden a los elementos del dominio con sus respectivas imágenes.

Para esbozar la gráfica de una función primero se elabora la tabla de valores, donde cada pareja (*x, f*(*x*)) de la tabla representa un punto en el plano cartesiano; después, cada punto se sitúa teniendo en cuenta que la variable independiente se ubica en el eje de las abscisas (eje *X*) y la variable dependiente se coloca en el eje de las ordenadas (eje *Y*); posteriormente, se unen los puntos mediante una línea que represente la función.

Así, por ejemplo, para la función *f*(*x*) *= x*2 + 3y utilizando la tabla de valores que se construyó previamente, se tendrá la siguiente representación gráfica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG06 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar nombres de los ejes. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de *f*(*x*) *= x*2 + 3. |

Para determinar si una gráfica representa una función se debe utilizar una recta vertical, la cual solo debe cortar a la gráfica en un punto; si la recta vertical corta a la gráfica en dos o más puntos, esta corresponde a una relación pero no a una función.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG07 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones solo se cortan en un punto con una recta vertical, mientras que las relaciones se cortan en dos o más puntos con una recta vertical. |

[SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

[SECCIÓN 1] **2** **Las funciones lineales**

Algunos fenómenos se comportan de forma lineal o constante, es decir que su variación es gradual y se puede observar fácilmente cómo cambian. Un ejemplo es el dinero que se paga por cada dulce de $ 100 que se compra. En este caso la variación es de 100 en 100.

[SECCIÓN 2] **2.1 Funciones cuya gráfica es una recta**

Una función lineal es aquella cuya representación gráfica es una línea recta.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Funciones cuya gráfica es una recta** |
| **Contenido** | *f*(*x*) *= k* Función constante  *f*(*x*) *= mx* Función lineal  *f*(*x*) *= mx + b* Función afín |

Las funciones constantes representan situaciones en las que al variar una magnitud el resultado de la otra permanece siempre igual. Por ejemplo, los planes de telefonía ilimitada siempre tienen el mismo valor que se debe pagar independientemente de la cantidad de minutos que se consumen en el mes.

Su representación algebraica es de la forma:

*f*(*x*) *= k*

donde *k* es un número real cualquiera.

Por ejemplo, se tiene un plan de telefonía móvil ilimitado por el cual se paga una tarifa fija mensual de $ 38 000.

Esta función queda representada de la forma:

*C*(*x*) *=* 38 000

donde *x* es la variable independiente que representa el número de minutos que se consumen y *C*(*x*) es la variable dependiente que simboliza el costo mensual del plan.

Se toman algunos valores para *x* y se elabora la tabla de datos para analizar qué sucede con la función:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Representación tabular de la función *C*(*x*) *=* 38 000 | | | | | | |
| *x* | 1 | 2 | 30 | 40 | 100 | 150 |
| *C* (*x*) | 38 000 | 38 000 | 38 000 | 38 000 | 38 000 | 38 000 |

En la representación tabular se puede observar que sin importar cuántos minutos se utilicen dentro del plan, el valor que se debe pagar es el mismo. A este tipo de función se le conoce como **función constante** y su representación gráfica, como se verá a continuación, es una recta que siempre es horizontal y corta el eje *Y* en el valor de *C*(*x*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG08 |
| **Descripción** | Dejar espacio en las unidades de mil; el nombre del eje *Y* debe ser: *C*(*x*), el nombre del eje *X* es la letra “x” en mayúscula y cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones de la forma *f*(*x*) *= k*, donde *k* es un número real, se conocen como función constante y su representación gráfica es una recta horizontal. |

[SECCIÓN 3] **2.1.1 La función lineal**

Toda función que pueda expresarse de la forma *f*(*x*) = *mx*, donde *m* es la constante de proporcionalidad, cuya representación gráfica es una recta que siempre pasa por el origen de coordenadas, es decir por el punto (0, 0), se llama función lineal.

Las funciones lineales cumplen las siguientes propiedades:

*f*(*a*) *+ f*(*b*) *= f*(*a + b*)

*k* [*f*(*x*)] *= f*(*kx*)

Observa los siguientes ejemplos.

* Un estudiante debe entregar un trabajo impreso y en la papelería le cobran $ 80 por cada hoja que imprime.

Esta función queda representada de la forma:

*C*(*x*) *=* 80*x*

donde *x* es la variable independiente y representa la cantidad de impresiones, y *C*(*x*) es la variable dependiente y corresponde al costo de las impresiones.

Se toman algunos valores para *x* y se elabora la tabla de datos para analizar qué sucede con la función:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Representación tabular de *C*(*x*) *=* 80*x* | | | | | | |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 4 | 10 | 20 |
| *C*(*x*) | 0 | 80 | 160 | 320 | 800 | 1600 |

Ahora al comprobar las propiedades para *x =* 2, *x =* 4y *k =* 3, se tiene:

Propiedad 1. Si *f*(2) *=* 160*, f*(4) *=* 320y *f*(6) *=* 480

*f*(2) *+ f*(4) *= f*(2 + 4)

*f*(2) *+ f*(4) *= f*(6)

160 + 320 = 480

480 = 480

Propiedad 2. Si *f* (2) *=* 160y *k =* 3

3 *∙ f*(2) *= f*(2 ∙ 3)

3 *∙ f*(2) *= f*(6)

3 ∙ 160 = 480

480 = 480

Se puede notar que en este caso el costo varía de manera directamente proporcional al número de impresiones. A este tipo de función se le conoce como **función lineal** y su representación gráfica, como se verá a continuación, es una recta oblicua que siempre pasa por el origen del sistema de coordenadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG09 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  El nombre del eje *Y* debe ser: *C*(*x*)  El nombre del eje *X* debe ser una “x” en mayúscula y cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones de la forma *f*(*x*) *= mx*, donde *m* es un número real, representan una recta que siempre pasa por el origen del plano cartesiano. |

[SECCIÓN 3] **2.1.2 La función afín**

La función afín es aquella en la que la relación entre sus variables no es directamente proporcional y, además, su representación gráfica siempre es una recta, pero que no pasa por el origen de coordenadas.

Su representación algebraica es de la forma:

*f*(*x*) *= mx + b*

donde *m* y *b* son números reales que representan características primordiales de la función, *m* simboliza la pendiente de la recta respecto al eje *X* y el término independiente *b* representa el punto en el que la recta corta el eje *Y* en su representación gráfica.

Observa el siguiente ejemplo.

* Un tanque con capacidad de 1000 litros se debe llenar abriendo un grifo. Se sabe que al momento de abrir el grifo el tanque ya tiene almacenados 120 litros y que el grifo deja salir agua a razón de 15 litros por segundo.

Esta función queda representada de la forma:

*V*(*t*) *=* 15*t +* 120

donde *t* es la variable independiente y representa el tiempo medido en segundos, y *V*(*t*) es la variable dependiente y simboliza los litros que se depositan en el tanque según transcurre el tiempo.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Representación tabular de la función *V*(*t*) *=* 15*t +* 120 | | | | | | |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 4 | 10 | 20 |
| *V*(*t*) | 120 | 135 | 150 | 180 | 270 | 420 |

En este caso la cantidad de agua en el tanque aumenta en función del tiempo. En el instante cero, es decir, cuando se abre la llave, el tanque ya tiene 120 litros que en el plano representa el punto (0, 120); a este tipo de función se le conoce como **función afín** y su representación gráfica, como se verá a continuación, es una recta que nunca pasa por el origen del sistema de coordenadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG10 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  El nombre del eje *Y* es: *V*(*t*)  El nombre del eje *X* es: *t*(s)  No olvidar colocar la fórmula que se indica al lado de la recta y tener cuidado con el punto de corte con el eje *Y* (es 120). |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones de la forma *f*(*x*) *= mx* *+ b*, donde *m* y *b* son números reales, representan una recta que corta al eje *Y* en el punto *b*. |

[SECCIÓN 3] **2.1.3 La pendiente de una recta**

La pendiente de una recta indica el número de unidades que una recta “sube” o “baja” por unidad de cambio horizontal.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG11 |
| **Descripción** | Traffic alerts downhill slope. Reduce speed and use a lower gear. Drive with caution. - stock photo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El grado de inclinación que tiene la línea recta respecto al eje horizontal se denomina pendiente y viene dado por el valor de *m* en la función. |

Una función lineal viene dada de la forma:

*f*(*x*) *= mx* *+ b*

*f*(*x*) *= mx*

*f*(*x*) *= k*

El valor de *m* es el que corresponde al de la pendiente de la recta e indica el **grado o razón de inclinación de la recta**,además de su orientación o dirección.

En el caso de la función constante como el coeficiente de *x* no está expresado,significa que el valor de *m* es cero, es decir que por ser una recta horizontal no tiene inclinación respecto al eje *X*. Observa las siguientes funciones y su pendiente.

*y =* 2*x +* 4, la pendiente es *m =* 2

*y = –x,* la pendiente es *m = –*1

*y =* 3*,* la pendiente es *m =* 0

Estudiar el comportamiento de la siguiente recta a partir de su pendiente:

<<MA\_08\_07\_001>>

Esta ecuación representa una función lineal, es decir que es una recta que pasa por el origen del plano cartesiano. Para este caso la pendiente es *m* *=* 2/3*,* lo que significa que por cada tres unidades de desplazamiento en la horizontal, se debe avanzar dos unidades en la vertical de forma ascendente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG12 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar nombres de los ejes *Y* y *X* en mayúscula y cursiva, también la fórmula que se indica.  La gráfica debe tener una cuadrícula de fondo para que se pueda ver que por cada tres recuadros horizontales se avanza dos recuadros verticales (los que se indican con color rojo y azul). |
| **Pie de imagen** | La pendiente describe la inclinación de la recta. |

Un incremento de *y*2 – *y*1 unidades en dirección vertical, como también *x*2 – *x*1 corresponde a un incremento de unidades en dirección horizontal.

El cociente entre la elevación y el desplazamiento horizontal sirve para definir la pendiente de una recta, es decir, la pendiente *m* de una recta que pasa por los puntos *p*1 = (*x*1*, y*1) y *p*2 = (*x*2*, y*2) está definida como:

<<MA\_08\_07\_002>>

donde *x*2es diferente de *x*1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG13 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes *Y* y *X* en mayúscula y cursiva.  Cambiar la letra A por: *p*1  Cambiar la letra B por: *p*2  Escribir así: Cambio horizontal  Escribir así: Cambio vertical |
| **Pie de imagen** | La pendiente de una recta se determina mediante las coordenadas de dos puntos cualesquiera que contenga la recta. |

Observa los siguientes ejemplos.

* Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos *p*1 =(3, 4) y *p*2 =(–2, 5).

Primero se determina quiénes son *y*2, *y*1, *x*2, y *x*1,y posteriormente se reemplaza.

<<MA\_08\_07\_003>>

<<MA\_08\_07\_004>>

<<MA\_08\_07\_005>>

Como en este caso la pendiente es negativa significa que por cada cinco unidades que se desplaza en forma horizontal hacia la derecha, debe trasladarse una unidad en forma vertical hacia abajo.

* Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos *p*1 =(–5, –4) y *p*2 =(–2, 8).

<<MA\_08\_07\_006>>

<<MA\_08\_07\_007>>

<<MA\_08\_07\_008>>

<<MA\_08\_07\_009>>

Aquí la pendiente es un número entero, lo que significa que por cada unidad que se traslada en forma horizontal, debe desplazarse cuatro unidades en forma vertical hacia arriba.

[SECCIÓN 3] **2.1.4 La clasificación de las rectas según su pendiente**

De acuerdo con el valor de la pendiente de una recta se puede clasificar como creciente, decreciente, horizontal y vertical.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Clasificación de las rectas según su pendiente** |
| **Contenido** | Creciente si *m* > 0  Decreciente si *m* < 0  Horizontal si *m* = 0  Vertical si *m* no está definido |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Clasificación de algunas rectas según su pendiente** | | |
| **Ecuación de la recta** | **Valor de la pendiente** | **Tipo de recta** |
| *y =* 3*x –* 4 | *m =* 3,luego *m >* 0 | Creciente |
| *y = –*2*x –* 4 | *m = –*2,luego *m <* 0 | Decreciente |
| *y =* 4 | *m =* 0,luego *m =* 0 | Horizontal |
| *x =* 3 | *m* no está definido | Vertical |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG14 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.pngC:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  En las dos gráficas agregar los nombres de los ejes *Y* y *X* en mayúscula y cursiva.  En las fórmulas, las letras de las ecuaciones deben estar en cursiva.  A las dos funciones les falta el término x. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Una recta decreciente y otra creciente. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG15 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png** C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar nombres *X* y *Y* a los ejes de los planos cartesianos en mayúscula y cursiva.  Las letras de las fórmulas deben estar en cursiva.  Escribir así: Recta vertical |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Una recta horizontal y una vertical. |

[SECCIÓN 2] **2.2 La ecuación de la recta**

Las funciones lineales afines y constantes se representan mediante rectas. En términos generales, la ecuación de la recta se define de la siguiente forma:

***y = mx + b***

donde ***m*** representa la pendiente de la recta y ***b***, el punto de corte con el eje *Y.*

Para determinar la ecuación de una recta se puede proceder de diferentes formas dependiendo de los elementos que de ella se conozcan.

[SECCIÓN 3] **2.2.1 La ecuación de la recta conociendo la pendiente y el intercepto con el eje *Y***

Si se conocen el valor de la pendiente y el punto de corte con el eje *Y*, la ecuación se determina en forma inmediata.

Si por ejemplo se sabe que una recta tiene pendiente 4/3 y corta al eje *Y* en el punto –3, de inmediato se identifica que *m =* 4/3 y *b =* –3, por tanto, la ecuación se escribe:

<<MA\_08\_07\_010>>

Para graficar esta recta se llevan a cabo los siguientes pasos:

* Ubicar en el eje *Y* el valor de *b*.
* A partir del valor de *b* realizar los movimientos horizontal y vertical definidos por la pendiente para ubicar un nuevo punto por el que pasará la recta.
* Con los dos puntos situados en el plano se traza la recta que los contiene.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG16 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar nombres *Y* y *X* en mayúscula y cursiva a los ejes del plano. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Gráfica de una recta a partir de su ecuación. |

[SECCIÓN 3] **2.2.2 La ecuación de la recta conociendo un punto y la pendiente**

Para hallar la ecuación de una recta en la que se conoce un punto que no es el intercepto con el eje *Y*, se utiliza la ecuación de la pendiente para obtener una nueva fórmula que permita hallar la ecuación de la recta.

<<MA\_08\_07\_011>>

<<MA\_08\_07\_012>>

Si se conoce uno de los puntos, la anterior expresión se puede escribir del siguiente modo:

*y – y*1 *= m*(*x – x*1)

donde *x*1 y *y*1son las coordenadas del punto conocido. Observa los siguientes ejemplos.

* Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente *m =* 3y pasa por el punto *p*1 = (4, *–*1).

Se identifican el valor de *m* y el de las componentes del punto dado, y se reemplazan en la fórmula del siguiente modo:

*y* – *y*1 = *m*(*x – x*1)

*y* – (*–*1) =3(*x –* 4)

*y +* 1 =3*x –* 12

*y* =3*x –* 13

Por tanto, la ecuación de la recta que tiene pendiente *m =* 3y pasa por el punto *p*1 = (4, *–*1) es:

*y =* 3*x –* 13

* Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente *m =* 2/3y pasa por el punto *p*1 = (*–*2, 5).

Se identifican el valor de *m* y el de las componentes del punto dado, y se reemplazan en la fórmula.

*y* – *y*1 *= m*(*x – x*1)

*y* – 5 *=* 2/3(*x –* (*–*2))

*y* – 5 *=* 2/3(*x* +2)

*y* – 5 *=* 2/3*x* +2/3(2)

*y =* 2/3*x* +4/3 + 5

*y =* 2/3*x* +19/3

Por tanto, la ecuación de la recta que tiene pendiente *m =* 2/3y pasa por el punto *p*1 = (*–*2, 5) es:

<<MA\_08\_07\_013>>

[SECCIÓN 3] **2.2.3 La ecuación de la recta conociendo dos puntos**

Para hallar la ecuación de la recta cuando se conocen las coordenadas de dos de los puntos por los cuales ella pasa, se calcula primero el valor de su pendiente y, después, se aplica la fórmula punto pendiente con cualquiera de los dos puntos que se conocen. Observa el siguiente ejemplo.

* Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos *p*1 = (2, 1) y *p*2 = (3, 5).

Primero se halla la pendiente.

<<MA\_08\_07\_014>>

<<MA\_08\_07\_015>>

<<MA\_08\_07\_016>>

Ahora se aplica la fórmula punto pendiente, que en este caso se hace con las coordenadas del punto *p*1.

*y* – 1 = 4(*x –* 2)

*y* – 1 = 4*x –* 8

*y* = 4*x –* 8 + 1

*y* = 4*x –* 7

Con lo que se obtiene que la ecuación que pasa por los puntos *p*1 = (2, 1) y *p*2 = (3, 5) es:

*y* = 4*x –* 7

Si se hubieran utilizado las coordenadas del punto *p*2 se habría llegado al mismo resultado.

*y* – 5 = 4(*x –* 3)

*y* = 4*x –* 12 + 5

*y* = 4*x –* 7

[SECCIÓN 2] **2.3** **Rectas paralelas y perpendiculares**

Para determinar si dos rectas son paralelas se debe considerar el tipo de representación que se esté trabajando. En la representación gráfica o desde un punto de vista geométrico, dos rectas serán paralelas si al graficarlas están orientadas en la misma dirección y la distancia que las separa siempre es la misma, mientras que desde sus ecuaciones son paralelas si tienen la misma pendiente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG17 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar los nombres *X* y *Y* a los ejes del plano cartesiano en mayúscula e itálica.  Tener cuidado con los puntos en que las rectas cortan el eje *Y*.  Agregar *y* = a la segunda fórmula. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Rectas paralelas** |
| **Contenido** | Dadas las ecuaciones de dos rectas: *y*1 *= m*1*x + b*1 y *y*2 *= m*2*x + b*2,se dice que son paralelas si y solo si *m*1 *= m*2. |

Por ejemplo, si se tienen las rectas: *y* = 2/3*x* + 3 y *y* = 2/3*x* + 1, se puede decir que son paralelas pues sus pendientes son iguales, ya que en este caso es 2/3.

Para determinar si dos rectas son perpendiculares se debe considerar el tipo de representación que se esté trabajando. En la representación gráfica o desde un punto de vista geométrico, dos rectas serán perpendiculares si al graficarlas se cortan en un punto y, además, forman ángulos de 900; a partir de sus ecuaciones se dice que son perpendiculares si el producto de sus pendientes es *–*1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG18 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar nombres *X* y *Y* en mayúscula y cursiva a los ejes del plano.  Las dos rectas al cortarse deben formar ángulos de 90°. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Dos rectas son perpendiculares cuando el producto de sus pendientes es *–*1. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Rectas perpendiculares** |
| **Contenido** | Dadas dos rectas con ecuaciones: *y*1 *= m*1*x + b*1 y *y*2 *= m*2*x + b*2se dice que son perpendiculares si y solo si *m*1 *∙ m*2 *= –*1. |

Por ejemplo, para las rectas: *y* = 2*x* + 1 y *y* = *–*½*x* + 3, el producto de sus pendientes es:

<<MA\_08\_07\_017>>

[SECCIÓN 2] **2.4 Modelación de situaciones**

El estudio de la ecuación de la recta y de las funciones lineales y afines, permite modelar y resolver situaciones problema en diversos contextos. Para modelar una circunstancia mediante una función se deben seguir los siguientes pasos durante la lectura de la situación.

* Identificar la variable dependiente y la variable independiente.
* Asignar letras a las variables dependientes y las variables independientes.
* Identificar si en el problema existen términos independientes.
* Proponer una función que relacione las variables y los términos independientes.

Observa las siguientes situaciones en las que se propone una función lineal o afín que modele la situación propuesta.

* Una tienda de teléfonos móviles fija el salario mensual de sus empleados de la siguiente forma: se asigna un salario básico de $ 350 000 al mes, más una comisión de $ 7000 por cada equipo móvil vendido en el mes. ¿Cuál es la función que modela el salario mensual de un vendedor en la tienda?

En este caso las variables son el salario mensual y el número de equipos vendidos en el mes; el término independiente es el sueldo base (el sueldo depende del número de equipos vendidos).

*x* representa el número de equipos vendidos.

*S*(*x*) representa el salario del mes en función de los equipos que se vendan.

Como se sabe que la comisión es de $ 7000 por equipo vendido, esta se puede escribir como 7000*x*; además, a esta comisión se le debe adicionar el sueldo básico del vendedor. Así, la función que modela el salario del vendedor es:

*S*(*x*) = 7000*x* + 350 000

Si al concluir el mes, por ejemplo, un vendedor vendió 120 celulares, su sueldo final se calcula a través de la función.

*S*(*x*) = 7000*x* + 350 000

*S*(120) = 7000 (120) + 350 000

*S*(120) = 840 000 + 350 000

*S*(120) = 1 190 000

Significa que al término del mes el salario del vendedor, después de vender 120 celulares, es de $ 1 190 000.

* Una vela de 40 cm de altura se enciende y pierde altura a razón de 2,5 cm por cada minuto que transcurre. ¿Cuál es la función que modela la altura de la vela en función del tiempo transcurrido?

Las variables son la altura de la vela y el tiempo que transcurre, y el término independiente es 40.

*t* representa el tiempo y este se mide en minutos.

*h*(*t*)representa la altura de la vela que se mide en centímetros y está en función del tiempo.

Se sabe que la altura de la vela disminuye 2,5 cm por cada minuto, es decir: 2,5*t,* valor que se sustrae de la altura inicial de la vela; así que la función planteada es:

*h* (*t*) = 40 – 2,5*t*

[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

[SECCIÓN 1] **3 La función cuadrática**

La función cuadrática corresponde a un polinomio de segundo grado de la forma:

*f*(*x*) = *ax*2 + *bx* + *c*

en donde *a*, *b* y *c* son números reales y *a ≠* 0*.*

Se debe tener en cuenta que si *a =* 0 la función pasa de ser cuadrática a ser una función lineal. Algunos ejemplos de funciones cuadráticas son:

*f*(*x*) = 2*x*2 + 3*x* + 1

*f*(*x*) =*–*4*x*2 + *x*

*f*(*x*) = 7*x*2

Al ser un polinomio de grado dos, el exponente de la función siempre es dos y el coeficiente de *a* nunca es cero, sin embargo, los coeficientes de *b* y *c* sí pueden ser cero.

[SECCIÓN 2] **3.1 Representación de la función cuadrática**

La representación gráfica de una función cuadrática se conoce con el nombre de p**arábola,** ¿pero qué es una parábola? Imagina la trayectoria que describe un balón de baloncesto cuando es lanzado para ser encestado o el cable que sostiene los amarres de un puente colgante. Esta gráfica se obtiene ubicando en el plano cartesiano los puntos (*x*, *f* (*x*)) que se obtienen de la función.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG019 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 334078181  75361675  La idea es que se resalte la forma de parábola que describe el balón cuando va hacia la cesta y la que forman los cables del puente. |
| **Pie de imagen** | La parábola es una línea curva que representa a la función cuadrática. |

Una forma de graficar la función cuadrática es a través de una tabla de valores que represente algunas parejas (*x*, *f* (*x*)) que se ubican en el plano cartesiano; posteriormente, se unen con una línea para hacer el trazo de la función.

Por ejemplo, al graficar la función *f*(*x*) = 2*x*2 + *x* – 1 se asignan valores a la variable *x* y se calculan sus respectivas imágenes para *f*(*x*); luego, se ubican en la tabla de valores.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Representación tabular de la función *f*(*x*) = 2*x*2 + *x* – 1 | | | | | | | |
| *x* | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *f(x)* | 14 | 5 | 0 | –1 | 2 | 9 | 20 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG20 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes *X* y *Y* en mayúscula y cursiva.  Tener cuidado de ubicar los puntos donde se está indicando. |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de la función cuadrática *f*(*x*) = 2*x*2 + *x* – 1. |

[SECCIÓN 2] **3.2 Características de la función cuadrática**

En la representación gráfica de las funciones cuadráticas se identifican los siguientes elementos que la caracterizan:

**Vértice**: es el punto máximo o mínimo de la función.

**Eje de simetría**: es una recta vertical que pasa por el vértice y divide a la gráfica en dos partes iguales.

**Raíces**: son los puntos de corte de la parábola con el eje *X.*

**Concavidad**: es la orientación hacia la que abre la parábola. Puede ser cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo.

**Intersección con el eje *Y***: es el punto de corte de la función con el eje de las ordenadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG21 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar los nombres de los ejes *X* y *Y* en mayúscula y cursiva.  La palabra “raíces” debe tener tilde en la letra i.  La palabra “”vértice” debe iniciar con mayúscula y estar sin cursiva.  En la frase “corte con el eje y” la *Y* debe estar en mayúscula y cursiva.  En la frase “Eje de simetría” la palabra “simetría” lleva la “s” en minúscula |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Características de una parábola. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG22 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar los nombres de los ejes *X* y *Y* en mayúscula y cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Concavidad de la parábola. |

Sin embargo, con base en la representación algebraica *f*(*x*) *= ax*2*+ bx + c*, los elementos de la función cuadrática también se pueden obtener. Por ejemplo, si se desea calcular los elementos de la función *f*(*x*) *= x*2*+* 2*x –* 3, teniendo en cuenta que *a =* 1; *b =* 2 y *c = –*3, se tiene:

El **vértice** corresponde al punto de coordenadas **(*h, k*)** donde:

<<MA\_08\_07\_018>>

<<MA\_08\_07\_019>>

Reemplazando por los valores de ***a*** y de ***b*** se tiene:

<<MA\_08\_07\_020>>

<<MA\_08\_07\_021>>

<<MA\_08\_07\_022>>

Ahora se sustituye el valor de ***h*** en la función y así se obtiene el valor de ***k***:

*f*(*–*1) = (*–*1)2 + 2(*–*1) *–* 3

*f*(*–*1) = 1 *–* 2 *–* 3

*f*(*–*1) = *–*4

De lo anterior se obtiene que el vértice de la parábola es el punto de coordenadas ***v =*** (*–***1,** *–***4**).

El **eje de simetría** corresponde a la recta vertical que pasa por el vértice y se describe como:

<<MA\_08\_07\_023>>

Para la función *f*(*x*) *= x*2 *+* 2*x –* 3el eje de simetría corresponde a la recta vertical *x = –*1.

La **concavidad** es la abertura de la parábola y puede ser cóncava hacia arriba si *a >* 0 o cóncava hacia abajo si *a <* 0.

En la función *f*(*x*) *= x*2 *+* 2*x –* 3 se observa que el coeficiente de *x2* es 1, por tanto, se tiene que 1 *>* 0, lo que implica que la parábola es cóncava hacia arriba.

Las **raíces** son los puntos de corte con el eje *X* y se hallan igualando la función a cero para resolver la ecuación que queda descrita.

*ax*2 + *bx* + *c* = 0

La función *f*(*x*) *= x*2 *+* 2*x –* 3se iguala a cero y se tiene: *x*2 *+* 2*x –* 3 *=* 0.

Se debe destacar que el miembro izquierdo corresponde a un trinomio de la forma *x*2 *+ bx + c*,por tanto, se puede factorizar como el producto de dos binomios, con lo que se obtiene:

*x*2 + 2*x* – 3 = 0

(*x* + 3) (*x* – 1) = 0

Como el producto de los dos binomios está igualado a cero significa que alguno de los dos factores es cero y se tiene:

Si *x +* 3 *=* 0, entonces *x = –*3, y si *x –* 1 *=* 0, entonces *x =* 1, por tanto, las raíces de la función son:

*x*1*= –*3y *x*2*=* 1

La **intersección con el eje *Y*** corresponde al término independiente de la función que tiene coordenadas **(0*, c*).**

Para la función *f*(*x*) *= x2 +* 2*x –* 3se tiene que *c = –*3*,* luego el punto de corte con el eje *Y* es(0, *–*3).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_07\_IMG23 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Agregar nombres *X* y *Y* en cursiva y mayúscula a los ejes del plano  Quitar la letra “v” del punto inferior |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de la función *f*(*x*) *= x2 +* 2*x –* 3*.* |

[SECCIÓN 2] **3.3 Situaciones que se modelan con la función cuadrática**

La función cuadrática sirve como modelo para diversas situaciones, como por ejemplo:

* Un proyectil es lanzado desde el suelo hacia arriba y su altura en función del tiempo queda descrita mediante la función *f*(*t*) *= –*2*t*2 *+* 32*t,* donde *t* es el tiempo transcurrido medido en segundos y *f*(*t*) es la posición del proyectil medida desde el suelto en metros. ¿Cuánto tiempo tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima? ¿Cuánto tiempo demora el proyectil en llegar al suelo nuevamente?

En el primer caso se pregunta la altura máxima que en la función cuadrática es determinada por el vértice, por tanto, se identifica que *a = –*2; *b =* 32 y *c =* 0;ahora se reemplazan los valores en la fórmula del vértice y se tiene:

<<MA\_08\_07\_024>>

<<MA\_08\_07\_025>>

<<MA\_08\_07\_026>>

Se reemplaza y se determina el valor de *k*:

*f*(8) = *–*2(8)2 + 32(8)

*f*(8) = *–*128 + 256

*f*(8) = 128

El vértice de la parábola es el punto **(8, 128)**, lo que significa que el proyectil alcanza la altura máxima a los 8 segundos y es de 128 metros.

Para determinar cuánto tiempo tarda el proyectil en llegar al suelo se deben calcular las raíces, es decir, cuando la altura es cero, por tanto, se tiene:

*f*(*t*) *= –*2*t*2 *+* 32*t*

Se iguala a cero y se factoriza:

*–*2*t*2 *+* 32*t* = 0

*–*2*t* (*t* – 16) = 0

De donde se tiene que ese producto es cero si *–*2*t =* 0 o *t –* 16 *=* 0;por ende, las raíces son:

*t*1*=* 0 y *t*2*=* 16

La primera raíz indica el instante en que es lanzado el proyectil y la segunda, es el instante en que el proyectil llega al suelo, luego el tiempo que demora en llegar al suelo es 16 segundos.

[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo aprendido en esta sección.

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

[SECCIÓN 1] **4.** **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | XX\_G00\_00\_REC00 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | XX\_G00\_00\_REC00 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | XX\_G00\_00\_REC00 | |
| **Web 01** | Vitutor, Funciones | <http://www.vitutor.com/fun/2/funciones.html> |
| **Web 02** | Khanacademy | <https://es.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions> |
| **Web 03** | Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo | <http://dieumsnh.qfb.umich.mx/DIFERENCIAL/funciones.htm> |